НАДЕЖНОСТЬ

DEPENDABILITY

ISSN 1729-2646

02 (45) 2013

НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ / SCIENTIFIC-TECHNICAL JOURNAL

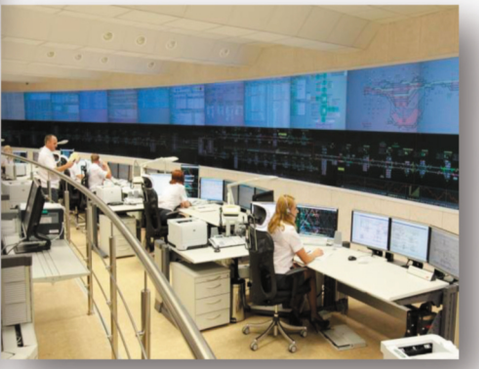
В НОМЕРЕ / IN THIS RELEASE:

- О КРИТЕРИЯХ ВЫБОРА КОМПЛЕКТОВ ЗИП
- *ON CRITERIA OF SELECTION OF SPTA KITS*
- ОПТИМИЗАЦИЯ ПРЕДУПРЕДИТЕЛЬНЫХ ЗАМЕН И РЕМОНТОВ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ
- *OPTIMIZATION OF PREVENTIVE REPLACEMENTS AND REPAIR UNDER CONDITIONS OF UNCERTAINTY*
- ОЦЕНКИ ОСТАТОЧНОГО ВРЕМЕНИ АЛЬТЕРНИРУЮЩЕГО ПРОЦЕССА. ОБЩИЙ ПОДХОД К ОЦЕНКАМ ОСТАТОЧНОГО ВРЕМЕНИ
- *ESTIMATIONS OF RESIDUAL LIFETIME OF ALTERNATING PROCESS. COMMON APPROACH TO ESTIMATIONS OF RESIDUAL LIFETIME*
- РАСЧЕТНО-ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЙ МЕТОД ОЦЕНКИ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО КОМПЛЕКСА НА ОСНОВЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ЕГО ИСПЫТАНИЙ С УЧЕТОМ АПРИОРНОЙ ИНФОРМАЦИИ О НАДЕЖНОСТИ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ИСПЫТАНИЙ СОСТАВНЫХ ЧАСТЕЙ
- *COMPUNATIONAL AND EXPERIMENTAL METHOD FOR ESTIMATING RELIABILITY INDICATORS OF TECHNOLOGICAL COMPLEX BASED ON THE RESULTS OF ITS TESTING USING PRIOR INFORMATION ON RELIABILITY DERIVED FROM TESTING OF ITS COMPONENTS*
- МЕТОД РЕГУЛИРОВАНИЯ РИСКОВ КОМПЛЕКСОВ СРЕДСТВ АВТОМАТИЗАЦИИ В УСЛОВИЯХ КОМПЬЮТЕРНЫХ АТАК
- *METHOD OF RISK MANAGEMENT FOR AUTOMATED SYSTEMS UNDER CONDITIONS OF CYBER ATTACKS*
- ОЦЕНКА НАЦИОНАЛЬНЫХ ЭТАЛОННЫХ ЗНАЧЕНИЙ ДЛЯ ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОЙ БЕЗОПАСНОСТИ. СТАТИСТИЧЕСКАЯ ТРАКТОВКА
- *ASSESSMENT OF NATIONAL REFERENCE VALUES FOR RAILWAY SAFETY. A STATISTICAL TREATMENT*
- АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ ФАКТОРОВ НА УЩЕРБ ОТ ПРОИСШЕСТВИЙ НА ТРАНСПОРТЕ С ПОМОЩЬЮ РЕГРЕССИОННЫХ МОДЕЛЕЙ
- *ANALYSIS OF THE INFLUENCE OF FACTORS ON DAMAGE CAUSED BY TRANSPORT ACCIDENTS USING REGRESSION MODELS*

THE JOURNAL IS PUBLISHED WITH PARTICIPATION AND SUPPORT

OF JOINT-STOCK COMPANY RESEARCH & DESIGN INSTITUTE
FOR INFORMATION TECHNOLOGY, SIGNALLING AND TELECOMMUNICATIONS
ON RAILWAY TRANSPORT (JSC NIIAS)

JSC NIIAS is RZD's leading company in the field of development of train control and safety systems, traffic management systems, GIS support technology, railway fleet and infrastructure monitoring systems



Mission:

transportation

- ❑ efficiency,
- ❑ safety,
- ❑ reliability

Key areas of activity

- Intellectual control and management systems
- Transportation management systems and transport service technology
- Signalling and remote control systems
- Automated transportation management centers
- Railway transport information systems
- Geoinformation systems and satellite technology
- Transport safety systems
- Infrastructure management systems
- Power consumption and energy management systems
- Testing, certification and expert assessment
- Information security
- Regulatory support

www.vniias.ru

УЧРЕДИТЕЛЬ ЖУРНАЛА:
ООО «Журнал «Надежность».

Зарегистрирован в Министерстве Российской Федерации по делам печати, телерадиовещания и средств массовых коммуникаций. Регистрационное свидетельство ПИ № 77-9782 от 11 сентября 2001 года.

Официальный печатный орган Российской академии надежности

Оформить подписку можно по каталогу **«Пресса России»** агентства **«Книга-Сервис» 11804** – полугодовой индекс.

Главный редактор
Шубинский И.Б., д.т.н., проф.

Редколлегия
Бочков А.В., к.т.н.
Дзиркал Э.В., к.т.н.
Замышляев А.М., к.т.н.
Каштанов В.А., д.ф.-м.н., проф.
Кофанов Ю.Н., д.т.н., проф.
Лецкий Э.К., д.т.н., проф.
Нетес В.А., д.т.н., проф.
Розенберг И.Н., д.т.н.
Стась К.Н., к.т.н.
Тарасов А.А., д.т.н., проф.
Уткин Л.В., д.т.н., проф.
Ушаков И.А., д.т.н., проф.
Черкесов Г.Н., д.т.н., проф.
Шебе Х., д.ф.-м.н.
Щербаков О.В., д.т.н., проф.
Юркевич Е.В., д.т.н., проф.

Выпускающий редактор
Патрикеева Е.В.

Издатель журнала
ООО «Журнал «Надежность»

Директор
Калинина И.В.

Адрес: 109029, г. Москва,
ул. Нижегородская, д. 27 ,стр. 1, оф. 209
ООО «Журнал «Надежность»
www.dependability.pro

Верстка
Куртиш Б.С.

Отпечатано в ОАО «Областная типография «Печатный двор».
432049, г. Ульяновск, ул. Пушкарева, 27.
Тираж 500 экз. Заказ

Статьи рецензируются.

Статьи опубликованы в авторской редакции. Мнение членов редакционного совета может не совпадать с точкой зрения авторов публикаций. Перепечатка материалов допускается только с письменного разрешения редакции. Рукописи не возвращаются.

ЖУРНАЛ ВКЛЮЧЕН В ПЕРЕЧЕНЬ ВЕДУЩИХ ЖУРНАЛОВ И ИЗДАНИЙ ВЫСШЕЙ АТТЕСТАЦИОННОЙ КОМИССИИ (ВАК)

ISSN 1729-2646

THE JOURNAL IS INCLUDED IN THE LIST OF THE LEADING JOURNALS AND EDITIONS OF THE HIGHER ATTESTATION COMMISSION (VAK)

ЖУРНАЛ ИЗДАЕТСЯ ПРИ УЧАСТИИ И ПОДДЕРЖКЕ ОТКРЫТОГО АКЦИОНЕРНОГО ОБЩЕСТВА «НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ И ПРОЕКТНО-КОНСТРУКТОРСКИЙ ИНСТИТУТ ИНФОРМАТИЗАЦИИ, АВТОМАТИЗАЦИИ И СВЯЗИ НА ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОМ ТРАНСПОРТЕ» (ОАО «НИИАС») И ООО «ИЗДАТЕЛЬСКИЙ ДОМ «ТЕХНОЛОГИИ»

THE JOURNAL IS PUBLISHED WITH THE PARTICIPATION AND SUPPORT OF THE JOINT-STOCK COMPANY «RESEARCH AND DESIGN INSTITUTE OF INFORMATISATION, AUTOMATION AND COMMUNICATION ON RAILWAY TRANSPORT» (JSC «NIIAS») AND LLC PUBLISHING HOUSE «TECHNOLOGY»

THE JOURNAL PROMOTER:
"Journal "Reliability" Ltd
It is registered in the Russian Ministry of Press, Broadcasting and Mass Communications. Registration certificate ПИ 77-9782, September, 11, 2001.

Official organ of the Russian Academy of Reliability

Subscription is possible under the catalogue **"Press of Russia"** of the agency **"Book-service"** 11804 – a semi-annual index.

Editor-in-chief
I. Shubinsky, Dr. Sci., prof.
Editorial board
A. Bochkov, PhD.
E. Dzirkal, PhD.
V. Kashtanov, Dr. of physical-mathematical science, prof.
J. Kofanov, Dr. Sci., prof.
E. Letsky, Dr. Sci., prof.
V. Netes, Dr. Sci., prof.
I. Rozenberg, Dr. Sci., prof.
K. Stas, Ph. D.
F. Tarasov, Dr. Sci., prof.
L. Utkin, Dr. Sci., prof.
I. Ushakov, Dr. Sci., prof.
G. Cherkesov, Dr. Sci., prof.
H. Schaebe, Dr. of physical and math. science, prof.
O. Shcherbakov, Dr. Sci., prof.
E. Jurkevich, Dr. Sci., prof.
A. Zamyshlaev, Ph. D.
Commissioning editor
E. Patrikeeva

Publisher of the journal
LLC Journal "Dependability"

Director
I. Kalinina
The address:
109029, Moscow,
Str. Nizhegorodskaya, 27,
Building 1, 1, office 209
Ltd Journal "Dependability"
www. dependability.pro
Make-up
B. Kurtish

Printed by JSC "Regional printing house, Printing place" 432049, Ulyanovsk, Pushkarev str., 27. Circulation: 500 copies.
Printing order
Papers are reviewed.

Papers are published in author's edition. The opinion of members of the editorial board may not coincide with the point of view of authors' publications. The reprint of materials is granted only with the written permission of the editorial board. Manuscripts are not returned.

СОДЕРЖАНИЕ/CONTENTS

Структурная надежность. Теория и практика / Structural reliability. The theory and practice

О КРИТЕРИЯХ ВЫБОРА КОМПЛЕКТОВ ЗИП
Черкесов Г.Н. ... 3

ON CRITERIA OF SELECTION OF SPTA KITS
Cherkesov G.N. ... 19

ОПТИМИЗАЦИЯ ПРЕДУПРЕДИТЕЛЬНЫХ ЗАМЕН И РЕМОНТОВ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ
Володарский В.А. ... 34

OPTIMIZATION OF PREVENTIVE REPLACEMENTS AND REPAIR UNDER CONDITIONS OF UNCERTAINTY
Volodarsky V.A. ... 42

ОЦЕНКИ ОСТАТОЧНОГО ВРЕМЕНИ АЛЬТЕРНИРУЮЩЕГО ПРОЦЕССА. ОБЩИЙ ПОДХОД К ОЦЕНКАМ ОСТАТОЧНОГО ВРЕМЕНИ
Чумаков И.А., Чепурко В.А., Антонов А.В. ... 51

ESTIMATIONS OF RESIDUAL LIFETIME OF ALTERNATING PROCESS. COMMON APPROACH TO ESTIMATIONS OF RESIDUAL LIFETIME
Chumakov I.A., Chepurko V.A., Antonov A.V. ... 65

РАСЧЕТНО-ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЙ МЕТОД ОЦЕНКИ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО КОМПЛЕКСА НА ОСНОВЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ЕГО ИСПЫТАНИЙ С УЧЕТОМ АПРИОРНОЙ ИНФОРМАЦИИ О НАДЕЖНОСТИ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ИСПЫТАНИЙ СОСТАВНЫХ ЧАСТЕЙ
Швецова-Шиловская Т.Н., Громова Т.В., Соколов Ф.П., Ратушенко В.Г. ... 80

COMPUNATIONAL AND EXPERIMENTAL METHOD FOR ESTIMATING RELIABILITY INDICATORS OF TECHNOLOGICAL COMPLEX BASED ON THE RESULTS OF ITS TESTING USING PRIOR INFORMATION ON RELIABILITY DERIVED FROM TESTING OF ITS COMPONENTS
Shvetsova-Shilovskay T.N., Gromova T.V., Sokolov F.P., Ratushenko V.G. ... 87

Функциональная надежность. Теория и практика / Functional reliability. The theory and practice

МЕТОД РЕГУЛИРОВАНИЯ РИСКОВ КОМПЛЕКСОВ СРЕДСТВ АВТОМАТИЗАЦИИ В УСЛОВИЯХ КОМПЬЮТЕРНЫХ АТАК
Климов С.М.,Котяшев Н.Н. ... 93

METHOD OF RISK MANAGEMENT FOR AUTOMATED SYSTEMS UNDER CONDITIONS OF CYBER ATTACKS
Klimov S.M., Kotyashev N.N. ... 101

Функциональная безопасность. Теория и практика / Functional safety. The theory and practice

ОЦЕНКА НАЦИОНАЛЬНЫХ ЭТАЛОННЫХ ЗНАЧЕНИЙ ДЛЯ ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОЙ БЕЗОПАСНОСТИ. СТАТИСТИЧЕСКАЯ ТРАКТОВКА
Брабанд И., Шебе Х. ... 108

ASSESSMENT OF NATIONAL REFERENCE VALUES FOR RAILWAY SAFETY. A STATISTICAL TREATMENT
Braband J., Schäbe H. ... 117

АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ ФАКТОРОВ НА УЩЕРБ ОТ ПРОИСШЕСТВИЙ НА ТРАНСПОРТЕ С ПОМОЩЬЮ РЕГРЕССИОННЫХ МОДЕЛЕЙ
Горяинов А.В.,Замышляев А.М., Платонов Е.Н. ... 126

ANALYSIS OF THE INFLUENCE OF FACTORS ON DAMAGE CAUSED BY TRANSPORT ACCIDENTS USING REGRESSION MODELS
Goryainov A.V., Zamyshlyaev A.M., Platonov E.N. ... 136

Информация / Information

КНИГА И.Б.ШУБИНСКОГО «СТРУКТУРНАЯ НАДЕЖНОСТЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМ» ... 145

BOOK BY IGOR B. SHUBINSKY STRUCTURAL RELIABILITY OF INFORMATION SYSTEMS ... 145

КНИГА И.Б.ШУБИНСКОГО «ФУНКЦИОНАЛЬНАЯ НАДЕЖНОСТЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМ» ... 146

BOOK BY SHUBINSKY I.B. FUNCTIONAL RELIABILITY OF INFORMATION SYSTEMS ... 146

КУРСЫ ПО НАДЕЖНОСТИ ... 148

ГНЕДЕНКО–ФОРУМ ... 151

GNEDENKO FORUM ... 152

Черкесов Г.Н.

О КРИТЕРИЯХ ВЫБОРА КОМПЛЕКТОВ ЗИП

В статье обсуждаются концептуальные вопросы создания запасов для восстановления работоспособности технических систем, в том числе вопросы выбора комплектов ЗИП и критериев их оптимизации, соотношения двух способов устранения отказов – путем ремонта и путем замены отказавшего элемента на запасную часть. Указываются недостатки используемой в промышленности приближенной методики расчета надежности систем с учетом ЗИП.

***Ключевые слова**: надежность, восстанавливаемая система, запасная часть, комплект ЗИП, показатель достаточности, стратегия пополнения.*

Введение

В последнее время усилилось внимание специалистов в области надежности к проблеме ЗИП. Это можно объяснить следующими причинами:

Возрастающая роль ЗИП как одного из главных ресурсов обеспечения надежности современных систем, особенно высокотехнологичных систем (hi-tech);

Недостаточное развитие методов теории надежности восстанавливаемых систем, которые учитывали бы особенности этого хорошо известного в инженерной практике ресурса;

Понимание несовершенства методик расчета надежности изделий при наличии ЗИП, которые используются в промышленности и поддерживаются авторитетом действующих нормативных документов уровня ГОСТ и РД;

Обостренное внимание к проблеме надежности в целом, в связи с участившимися случаями серьезных происшествий в ряде ответственных систем из-за отказов техники.

К этому можно добавить совершенно естественные в современных условиях проявления конкуренции программных средств, предлагаемых промышленности для поддержки расчетов и оценки комплектов ЗИП. Об этом свидетельствует, в частности, публикация статьи [1].

Очевидно, что недостатки методик расчета и оценки комплектов ЗИП приводят к ошибкам двух типов: либо к необоснованной избыточности комплектов ЗИП, либо к невыполнению требований к надежности. И первое, и второе, в конечном счете, оборачивается прямыми экономическими потерями, иногда весьма значительными, а в ряде случаев и другими не менее ощутимыми потерями (престижа, утратой позиций на внутреннем и международном рынках и пр.).

В данной статье обсуждаются актуальные вопросы проектирования комплектов ЗИП и дается сравнительный анализ различных методик расчета ЗИП и надежности изделий, использующих ЗИП.

1. Актуальные вопросы проектирования комплектов ЗИП

В настоящее время наиболее актуальными можно признать следующие вопросы:

1.1. Какова главная цель создания комплекта или системы ЗИП: обеспечение требований к надежности или улучшение показателей технического обслуживания? В зависимости от ответа на этот вопрос проводится выбор типа показателя, который подлежит нормированию. Если целью является улучшение показателей технического обслуживания, то нормировать надо показатель достаточности комплекта ЗИП. Если же целью является улучшение надежности, то нормировать надо показатель надежности на основе требований, заданных в техническом задании на изделие.

1.2. Если признать, что целью создания комплекта ЗИП является улучшение надежности, то можно ли в этом случае проектировать комплект ЗИП по показателю достаточности? Если да, то возникает следующий вопрос.

1.3. Как найти нормативное значение показателя достаточности, по которому будет формироваться комплект ЗИП, при наличии внешних требований (в техническом задании) к показателю надежности?

1.4. Если формирование комплекта ЗИП и его оптимизация проводится по показателю достаточности, то можно ли судить о качестве этого ресурса по значению ПД? Например, если коэффициент готовности комплекта ЗИП равен 0,95, то это много или мало? А если он равен 0,2, значит ли это, что комплект не достаточен и в этом смысле мал (недостаточно велик)?

1.5. Всегда ли комплект ЗИП как ресурс обеспечения надежности и замена отказавшего элемента на работоспособную запасную часть как процедура восстановления работоспособности изделия могут обеспечить повышение надежности нерезервированных систем? Например, можно ли использовать комплект ЗИП, если нерезервированное изделие работает в режиме непрерывного длительного применения (НПДП) и для него нормируется показатель безотказности?

1.6. Если при ответах на вопросы 1 – 3 согласиться с тем, что целью создания комплекта ЗИП является повышение надежности, но для формирования комплекта ЗИП следует использовать показатель достаточности (ПД), и если при этом как-то удается найти нормативное значение ПД, соответствующее нормативному значению показателя надежности (ПН), то возникает следующий вопрос. Можно ли проводить оптимизацию комплекта ЗИП по критерию минимума суммарных затрат при выполнении требований к ПД (прямая задача оптимизации) или оптимизацию по критерию максимума ПД при ограничениях на суммарные затраты (обратная задача)? Если да, то есть ли уверенность в том, что комплект, оптимальный по критерию ПД, будет оптимальным и при использовании ограничений на ПН (по критерию ПН)? А если нет, то возникает следующий вопрос.

1.7. Если признать нецелесообразной оптимизацию с использованием ПД, то зачем тогда надо нормировать ПД и вообще его вычислять?

1.8. В настоящее время вопрос оценки и оптимизации комплекта ЗИП переведен в практическую плоскость. Имеется, по крайней мере, три программных комплекса (ПК), которые реализуют аналитические методы оценки и оптимизации комплектов ЗИП: РОКЭЭРСИЗ [2], АСОНИКА-К-ЗИП [3], ИНТЕЛЛЕКТ-ЗИП [4]. Кроме того, имеется еще один ПК АСОНИКА-К-РЭС, который использует для расчета комплекта ЗИП метод статистического моделирования [1]. Они развиваются в обстановке здоровой конкуренции. В работе [1] приводится критика одного из ПК в пользу другого ПК – критика вполне полезная и направленная на поиск наилучших областей применения предлагаемых промышленных средств. Но в связи с этим возникает вопрос: «Какие методы и средства программной поддержки следует рекомендовать промышленности для практического применения с учетом всего комплекса сформулированных вопросов?»

Читатель не найдет в статье готового ответа на поставленные вопросы, но будет открыта дискуссия и изложена позиция автора по всем упомянутым аспектам проблемы.

2. Главная цель создания комплекта или системы ЗИП

По поводу цели создания комплекта ЗИП в нормативных документах используют формулировки, допускающие неоднозначное толкование. В ГОСТ В 15.705-86 утверждается, что целью разработки, производства и использования комплектов ЗИП является постоянное поддержание при эксплуатации работоспособности изделия проведением технического (регламентированного) обслуживания, плановых и неплановых ремонтов. В ГОСТ РВ 27.3.03-2005 указывается, что одиночные и (или) групповые комплекты запасных частей, инструмента и принадлежностей (ЗИП) или двухуровневые системы ЗИП предусматриваются для обеспечения надежности (ремонтопригодности) изделий. В руководящем документе РД В 319.01.19-98 указано, что настоящий документ распространяется на восстанавливаемые и обслуживаемые в условиях эксплуатации: аппаратуру, приборы, устройства, оборудование и другие изделия, требования к надежности которых, в том числе требования по достаточности и объему комплектов ЗИП заданы в нормативных документах.

Отсюда следует, что ЗИП создается, с одной стороны, для обеспечения надежности, поддержания работоспособности (безотказности, готовности), выполнения требований к надежности. С другой стороны, он нужен для обеспечения ремонтопригодности, проведения технического обслуживания в интересах поддержания работоспособности. А руководящий документ допускает, что в составе требований к надежности задаются требования к показателям достаточности и объему комплектов ЗИП.

Если выделять в этом многообразии главную цель, то все-таки есть основания считать, что главной целью в нормативных документах объявляется обеспечение надежности. Это вполне соответствует и логике проектирования, и задачам эксплуатации.

3. Критерии достаточности комплекта ЗИП

При выборе комплекта ЗИП следует указать критериальную функцию. В настоящее время есть, по существу, только два предложения: в качестве критерия использовать либо показатели достаточности (коэффициент готовности запаса (комплекта ЗИП) или среднее время задержки в удовлетворении заявки), либо показатели надежности (безотказности, готовности).

Если использовать показатели достаточности, то возникает два вопроса. Поскольку тип схемы внутреннего резервирования в изделии не влияет на показатели достаточности, а важна лишь суммарная интенсивность заявок на запасные элементы, то единственным и универсальным ПД становится коэффициент готовности запаса (комплекта ЗИП). Поэтому для выбора или оптимизации комплекта ЗИП необходимо знать нормативное значение ПД. Оно подлежит вычислению с использованием нормативного значения заданного показателя надежности. И первый вопрос состоит в том, как это сделать. Приведенную в [2, с.16] формулу связи

$$K_{г,ЗИП}^{тр} = K_{г}^{тр} / K_{г\infty} \qquad (1)$$

можно использовать только при выполнении двух условий: нормируется коэффициент готовности изделия, и в изделии нет резервирования. При нормировании другого показателя надежности (например, средней наработки до отказа, вероятности безотказной работы) или при наличии вну-

треннего резервирования в изделии формулу (1) использовать нельзя. А задача нахождения связи нормативных значений ПД и ПН по сложности сравнима с задачей прямого расчета надежности изделия при конечном запасе в комплекте ЗИП.

Конечно, можно нормировать ПД, не связывая это значение с нормативным значением ПН, но тогда возникает второй вопрос: как при известном комплекте ЗИП оценить фактическое значение ПН. Формула [2, с.16]:

$$K_г = K_{г,ЗИП} K_{г\infty} \tag{2}$$

верна только для расчета показателя готовности изделия при отсутствии внутреннего резервирования. Для других случаев используется модель надежности восстанавливаемого изделия при неограниченном ЗИП, в которой проводится коррекция среднего времени восстановления по формуле:

$$\overline{T}_в = \overline{T}_{в\infty} + \Delta t_{ЗИП-О}. \tag{3}$$

Этот методический прием дает приближенное значение показателя надежности с неисследованной погрешностью. Без оценки и контроля погрешности выбор комплекта ЗИП может оказаться неверным.

В различных методиках расчета $K_{г,ЗИП}$ тоже возникают разногласия. Так, в работе [8] высказывается предложение о том, чтобы исключить ситуации, когда в составе комплекта ЗИП есть позиции с нулевыми начальными запасами, и придерживаться принципа полноты ЗИП. Это предложение не выдерживает критики. Во-первых, в составе изделия могут быть дорогостоящие модули и приборы. Включение их в состав комплекта ЗИП принудительно, без обоснования по принятому критерию, приведет к значительному росту затрат на начальные запасы. Во-вторых, это предложение не учитывает возможного резервирования в изделии. И хотя выбор комплекта ЗИП проводится по показателю достаточности, назначением комплекта все-таки является обеспечение требований к надежности. Но тогда вполне можно представить приемлемым и вырожденный случай, когда комплект ЗИП вообще нулевой, то есть не содержит ни одной запасной части. При периодическом пополнении поступающие из неиссякаемого источника пополнения (НИП) запасные части будут использоваться только для восстановления базовой структуры. И при этой процедуре будут выполнены требования к надежности.

Итак, получается весьма парадоксальная ситуация. За исключением достаточно простых и не часто встречающихся на практике случаев, показатели достаточности и показатели надежности связаны соотношениями, которые мы не в состоянии установить. Тем не менее, признавая главной целью обеспечение надежности, мы выбираем комплекты ЗИП по показателям достаточности.

Но и это еще не все. Нормируя показатели достаточности, не зная связи ПД и ПН, мы упускаем из виду важную степень свободы, а именно вид и глубину структурного или функционального резервирования. В результате, стремясь обеспечить некоторый уровень ПД, мы вообще ничего не можем сказать о значении ПН. Он может быть низким при высоком значении ПД и высоким при низком значении ПД. При коэффициенте готовности запаса 0,95 вероятность безотказной работы может быть равной 0,1, даже 0,001 или еще меньше. Напротив, при коэффициенте готовности запаса 0,3 вероятность безотказной работы может быть равной 0,95 или еще больше. Но если это так (а далее будут приведены примеры того, что такое возможно) и заранее нельзя предсказать, будет ли хорошо или плохо, то возникает естественный вопрос, какова роль показателей достаточности,

нужны ли они вообще. А если они нужны, то для каких целей. Ясно, что их расчет во многих случаях не приближает нас к решению задачи обеспечения надежности. А выбор комплекта ЗИП по ПД не гарантирует выполнение требований к надежности.

4. Критерии оптимизации комплектов ЗИП

При оптимизации комплекта ЗИП возникает та же дилемма, что и при выборе комплекта ЗИП: проводить ее по критерию надежности или по критерию достаточности. Поскольку пересчет требований к надежности в требования к достаточности практически невозможен, за исключением случая, указанного в разделе 3, то оптимизация по критерию достаточности может быть проведена только в случае, если нормирование ПД проводится независимо от требований к надежности. Предлагаемые для применения в промышленности сертифицированные программные комплексы [1,2] проводят оптимизацию по критерию достаточности. Оптимизация должна проводиться по критерию минимума затрат на создание комплекта ЗИП. Идею отказа от учета стоимости запасных частей [8] при оптимизации нельзя рассматривать всерьез. От замены показателя надежности на показатель достаточности следует ожидать последствий, аналогичных тем, что были отмечены при формировании комплекта ЗИП. Количественно эти последствия можно установить путем сравнительного анализа результатов оптимизации на практических примерах.

Рассмотрим в качестве примера фрагмент одного из реальных проектов, выполненных автором по заказу промышленности, рассмотренного детально в книге [4]. Система управления технологическими средствами блока АЭС (СУ ТС БАЭС) представляет собой сложный комплекс программно-технических средств (ПТС), предназначенный для надежного и безопасного автоматизированного управления технологическими средствами БАЭС в нормальных и аварийных режимах. Одна ветвь этой 7-уровневой иерархической системы содержит 41 элемент 18-ти типов. Средняя наработка системы до отказа без учета структурного резервирования равна 89550 час. Требования к надежности сформулированы так: вероятность безотказной работы системы в течение 1 года (8760 час) должна быть не менее 0,95 (вариант 1) или не менее 0,9 (вариант 2). Оптимизацию следует проводить по критерию минимума суммарных затрат на создание комплекта ЗИП-О при периодическом пополнении запасов с периодом пополнения $T = 1$ год. При оптимизации по показателям достаточности следует обеспечить значение коэффициента готовности комплекта ЗИП не менее 0,95 (вариант 1) или не менее 0,9 (вариант 2).

Без комплекта ЗИП вероятность безотказной работы в течение года с учетом структурного резервирования равна 0,151. Коэффициент готовности комплекта ЗИП при нулевых запасах равен 0,23. Результаты оптимизации приведены в таблице 1.

Таблица 1

№	Критерий	Норматив	L	Стоимость тыс.руб.	Относительная стоимость, %	$P(t)$	$K_{гЗИП}$
1	$K_{гЗИП} \geq K_0$	0,95	19	839	47,4	0,9512	0,953
2	$K_{гЗИП} \geq K_0$	0,90	15	655	34,7	0,825	0,910
3	$P(t) \geq P_0$	0,95	12	411	21,8	0,9524	0,67
4	$P(t) \geq P_0$	0,90	10	368	19,5	0,902	0,613

Сравнивая результаты оптимизации по двум критериям, можно увидеть, что при расчете комплекта ЗИП по критерию ПД получается завышенный уровень запасов по сравнению с уровнем, требуемым для обеспечения надежности. В варианте 1 (норматив 0,95) стоимость комплекта ЗИП возросла от 411 тыс. руб. до 839 тыс. руб., то есть более чем вдвое. При этом вероятность безотказной работы не только не увеличилась, но немного уменьшилась: от 0,9524 до 0,9512.

В варианте 2 (норматив 0,90) стоимость комплекта ЗИП возросла от 368 тыс. руб. до 655 тыс. руб., то есть в 1,78 раза. При этом вероятность безотказной работы не только не увеличилась, но заметно уменьшилась: от 0,902 до 0,825.

Вариант 1 в табл.1 – единственный вариант комплектации ЗИП, обеспечивающий значения $K_{\text{гЗИП}}$ и $P(t)$ на уровне не менее 0,95. При этом комплект ЗИП-О, выбранный по критерию ПД, получается самым дорогим. В варианте 3 из табл. 1 требования к надежности также выполняются, но при этом комплект ЗИП-О более чем вдвое дешевле, чем в варианте 1, а коэффициент готовности ЗИП на уровне 0,67. Вряд ли можно оправдать столь высокую цену за более высокий уровень ПД, если требования к надежности выполнены и при более экономичном комплекте.

При нормативном уровне 0,90 результаты еще более выразительны. Добиваясь требуемого значения $K_{\text{гЗИП}}$, мы не можем обеспечить уровень $P(t)$ не менее 0,9, хотя при вдвое меньшем по стоимости комплекте удается достичь уровня $P(t)\geq 0{,}9$. При этом $K_{\text{гЗИП}}$ равен всего лишь 0,613. Результат получается парадоксальным: при вдвое больших затратах не удается выполнить требования к надежности, хотя с выполнением требований к ПД все в порядке.

5. Использование комплекта ЗИП в не резервированной системе

Сравнивая ремонт и замену отказавшего модуля на запасную часть из комплекта ЗИП, правомерно задать вопрос о возможностях и эквивалентности этих способов восстановления работоспособности. Ясно, что возможность ремонта не позволяет увеличить вероятность безотказной работы, но позволяет увеличить коэффициент готовности изделия. Если время замены отказавшего модуля при наличии запасной части сравнимо со временем восстановления путем ремонта, то оба способа восстановления эквивалентны. Если в соответствии с назначением изделия и свойствами процессов функционирования, в которых участвует изделие, допускается некоторый перерыв в работе для восстановления путем ремонта или замены, то можно говорить о наличии резерва времени. Тогда согласно [5] вероятность безотказной работы однородной подсистемы с элементами i-го типа следует рассчитывать по формуле:

$$P_i(t, t_{\partial oni}, \infty) = \exp(-k_i\lambda_i \max(0, t - t_{\partial oni})(1 - F_{ві}(t_{\partial oni}))), \quad (4)$$

где $t_{\partial oni}$ – допустимое время перерыва, $F_{ві}(t_{\partial oni})$ – вероятность восстановления до истечения времени $t_{\partial oni}$. Это может быть восстановлением путем ремонта или путем замены.

Если же время ремонта в среднем много больше времени замены, то ремонт и замена модуля на ЗЧ не эквивалентны. Например, если

$$t_{зам} << t_{доп} << \overline{T}_{в\infty}, \quad (5)$$

то согласно (4) вероятность безотказной работы будет близка к единице при восстановлении путем замены и близка к нулю при восстановлении путем ремонта. Выполнение условия (5) требует тщательной проверки. И если резерв времени действительно имеется, то возникает схема просеивания потока отказов типа Реньи, при которой расчет надежности проводится при эквивалентной интенсивности отказов $\Lambda_э = k\lambda(1 - F_{ві}(t_{\partial oni}))$.

Если резерва времени нет, то комплект ЗИП не улучшает показатели безотказности. И тогда для соответствующих составных частей изделия требуется структурное резервирование, позволяющее использовать запасные части для улучшения безотказности.

Вопрос о значении резерва времени – это не только вопрос о его измерении. Это может быть и задачей проектирования [5]. Чтобы определить значение $t_{доп}$, надо моделировать поведение процесса функционирования в условиях временной потери работоспособности прибора, в котором находится отказавший элемент. В некоторых случаях могут потребоваться даже новые проектные решения, например, временное изменение режима функционирования, чтобы замедлить неблагоприятные процессы и увеличить $t_{доп}$ до значения, достаточного для выполнения условия (5). В системах различного назначения можно создавать специальные условия, которые приведут к появлению резерва времени, используемого для замены отказавшего модуля запасной частью. Это значит, что и в нерезервированной системе допустимо использование ЗИП для улучшения показателей безотказности.

6. Сравнение методов и методик расчета показателей достаточности и надежности

Методика, изложенная в нормативных документах [2, 6], предназначена для оценки и расчета комплектов ЗИП на основе показателей достаточности. Методика реализована в двух программных комплексах РОКЗЭРСИЗ и АСОНИКА-КЗИП. В качестве альтернативы методике [2,6] можно рассматривать аналитический метод прямого учета состава комплекта ЗИП в моделях надежности и соответствующую методику, изложенную в [4], и метод статистического моделирования Монте-Карло. На базе этих методов и методик созданы программные комплексы АСОНИКА-К-РЭС и ИНТЕЛЛЕКТ-ЗИП. Представляет практический интерес провести сравнительный анализ различных предложений с целью оценить их фактические возможности, достоинства, недостатки и установить области их целесообразного применения.

Поскольку весьма распространено мнение об универсальности методики [2,6], следует подробнее рассмотреть ее реальные возможности в рамках определенной классификации изделий. В качестве признаков классификации можно использовать:

- Тип структуры;
- Режим применения и нормируемый показатель надежности;
- Количество выполняемых функций;
- Стратегию пополнения запасов в комплекте ЗИП.

По типу структуры можно различать:

- Не резервированные (последовательные) системы;
- Системы с последовательным соединением однородных резервированных подсистем;
- Системы с последовательным соединением однородных частично резервированных подсистем;
- Системы с последовательным соединением неоднородных резервированных подсистем;
- Структурно-сложные системы.

Для систем класса 1 и 3 методика [2,6] позволяет найти коэффициент готовности изделия с помощью формулы (2), но не дает рекомендаций по определению показателей безотказности. Причем в классе 3 проблема использования ЗИП и расчета надежности возникает потому,

что в однородной подсистеме часть элементов не резервирована. Для систем класса 2 можно находить и показатели готовности, и показатели безотказности с помощью формулы (3). По существу, это единственный класс систем, для которого методика [2,6] и теория надежности восстанавливаемых систем могут предложить известные расчетные формулы для показателей безотказности и готовности. Для остальных классов предлагается только общая идея, основанная на использовании коррекции среднего времени восстановления с помощью формулы (3). Поскольку задача нахождения показателей надежности в условиях неограниченного ЗИП по сложности сравнима с задачей оценки надежности при прямом включении ЗИП в модель надежности, использование приближенной методики [2,6] при наличии точной методики вряд ли целесообразно.

По третьему признаку (количество выполняемых функций) методика [2,6] также имеет ограничения. Она рассматривает только однофункциональные системы, в которых потребителями запасов являются те составные части (СЧ), которые входят в модель надежности. В многофункциональных системах показатели надежности рассчитываются для отдельных функционально самостоятельных операций (ФСО). В этом случае запасы потребляются не только теми СЧ, которые участвуют в выполнении данной ФСО, но и другими СЧ. Методика [2,6] не рассматривает в качестве объекта анализа многофункциональные системы.

При учете стратегий пополнения в модели надежности требуется определить, во-первых, момент формирования заявки на пополнение запасов, а во-вторых, объем запасов, которые должны быть поставлены по заявке. В методике [2,6] при стратегии периодического пополнения с экстренными доставками (ПЭД) рассматривается вариант составления заявки по факту отказа комплекта ЗИП. Но есть и другие варианты. Например, составление заявки по факту отказа резервированной подсистемы, по определенному уровню деградации резервированной подсистемы и др. По объему заявки рассматривается только вариант полного восстановления начальных запасов того типа, при исчерпании которых возникла заявка. Однако есть множество других вариантов формирования состава заявки. Например, доставка только одной запасной части при стратегии ПЭД, пополнение начальных запасов нескольких типов или всех типов при стратегиях ПЭД и пополнения по уровню. Не предусмотрена в методике и коррекция заявки после ее формирования, но до момента доставки.

Вне сферы действия методики находится и такой инструмент как реконфигурация системы, в процессе которой работоспособные элементы отказавших составных частей могут использоваться в качестве запасных частей.

Таким образом, сравнение методики [2,6] с альтернативными методиками возможно только в пределах ныне существующей и достаточно узкой сферы ее применения.

Что касается метода статистического моделирования, то его достоинства и недостатки хорошо известны и в полной мере проявляются при оценке надежности систем с ограниченным комплектом ЗИП. К достоинствам можно отнести универсальность метода и слабую зависимость трудоемкости расчетов от типа структуры изделия, стратегии пополнения запасов, структуры системы ЗИП. К недостаткам метода следует отнести возрастание погрешности и трудоемкости расчетов при оценке малых вероятностей, сложность процедуры оптимизации комплекта ЗИП.

Количественное сравнение различных методик и программных комплексов удобно провести на общем примере. В данном случае для сравнительного анализа выбрано радиоэлектронное изделие «Памир-1», рассмотренное в примере 1 Приложения А нормативного документа [2].

7. Сравнительный количественный анализ методов и методик на примере радиоэлектронного изделия типа «Памир-1» [5]

Общая характеристика изделия.

Пример расчета комплекта ЗИП по критерию достаточности взят из нормативного документа [2]. Изделие «Памир-1» содержит 1422 элемента (ЭРИ и СЧ) 30 наименований. В структурно-надежностной схеме изделие представлено как последовательное соединение 30 однородных подсистем, разбитых на 4 группы по типу стратегии пополнения запасов. Для 6 подсистем используется непрерывное пополнение со средним временем доставки 1 неделя = 150 час. Для 12 подсистем используется непрерывное пополнение со средним временем доставки 2 недели = 300 час. Для 7 подсистем – периодическое пополнение с периодом пополнения 1 год = 8000 час. Для 5 подсистем – периодическое пополнение с периодом 8000 час и средним временем экстренной доставки 3 суток = 65 час. Суммарный поток отказов равен 0,02772, средняя наработка до отказа равна 36,1 час. Требования к надежности не сформулированы. Внутренняя структура изделия неизвестна и нет сведений о наличии в нем структурного или функционального резервирования. Однако приводятся требования к достаточности комплекта ЗИП-О: коэффициент готовности комплекта ЗИП $K_{\text{гЗИП-О}} \geq 0{,}95$ при решении прямой задачи оптимизации по критерию достаточности.

В таблицах 2 и 3 приведены результаты расчетов коэффициента готовности комплекта ЗИП-О и вероятности безотказной работы. Состав комплекта ЗИП-О при суммарном количестве запасных частей L=245 взят из работы [2]. Расчеты вероятности безотказной работы изделия и состава комплекта ЗИП-О проведены с помощью ПК «ИНТЕЛЛЕКТ-ЗИП» [4] или заимствованы из [1]. Параметр m выражает суммарное количество резервных элементов в однородных подсистемах, в которых используется скользящее резервирование. При m= 0 резервирование отсутствует. При m = 25 модули 19, 20, 22 и 23 имеют по два резервных элемента и еще 17 имеют по одному резервному элементу. При m= 26 в группе 19 (реле РЭС-49) имеется три резервных элемента.

Таблица 2. Прямая (пз) и обратная (оз) задачи

№	РОКЗЭРСИЗ, пз			АСОНИКА-КЗИП, пз				АСОНИКА-КЗИП, оз		
	L	$P(t)$		L	$P(t)$			L	$P(t)$	
		m=0	m=26		m=0	m=25	m=26		m=0	m=26
1	1	0,99814	0,999996	1	0,99814	0,999996	0,999996	2	1,000000	1,000000
2	1	0,91813	0,998422	2	0,99651	0,999978	0,999978	2	0,999976	0,999978
3	1	0,64895	0,976906	2	0,96008	0,999224	0,999224	2	0,999699	0,999224
4	1	0,98375	0,985370	1	0,98375	0,983751	0,983751	2	0,999998	0,983751
5	1	0,72095	0,991816	2	0,97364	0,999766	0,999766	2	0,999806	0,999766
6	1	0,95646	0,999728	1	0,95646	0,956460	0,956460	2	0,999991	0,956460
7	0	0,82531	0,998973	1	0,99869	0,999996	0,999996	1	0,998688	0,999996
8	1	0,98002	0,999708	1	0,98002	0,999708	0,999708	2	0,999992	0,999997
9	1	0,99301	0,999945	1	0,99301	0,999945	0,999945	1	0,993005	0,999945
10	1	0,99796	0,999992	1	0,99796	0,999992	0,999992	1	0,997958	0,999992
11	1	0,99869	0,999997	1	0,99869	0,999997	0,999997	1	0,998688	0,999997
12	1	0,99483	0,999970	1	0,99483	0,999970	0,999970	1	0,994834	0,999970

13	1	0,99707	0,999992	1	0,99707	0,999992	0,999992	1	0,997071	0,999992
14	1	0,95667	0,999016	1	0,95667	0,999016	0,999016	2	0,999974	0,999986
15	1	0,94409	0,998533	2	0,99729	0,999976	0,999976	2	0,999961	0,999976
16	1	0,99349	0,999962	1	0,99349	0,999962	0,999962	1	0,993487	0,999962
17	1	0,90834	0,996690	2	0,99412	0,999928	0,999928	2	0,999913	0,999928
18	1	0,99483	0,999980	1	0,99483	0,999980	0,999980	1	0,994834	0,999980
19	**112**	0,52510	0,999990	**40**	4,0E-15	0,964811	0,999343	**58**	1,40E-08	0,999875
20	14	0,52812	0,999778	9	0,09177	0,999526	0,999526	19	0,528121	0,999993
21	2	0,45060	0,991640	4	0,83501	0,998682	0,998682	6	0,450605	0,999701
22	25	0,48016	0,999499	14	0,00792	0,998140	0,998140	31	0,480164	0,999972
23	25	0,48016	0,999499	14	0,00792	0,998140	0,998140	31	0,480164	0,999972
24	18	0,99281	0,992813	21	0,99930	0,999300	0,999300	23	0,999880	0,999300
25	3	0,99997	0,999968	3	0,99997	0,999968	0,999968	4	0,999999	0,999968
26	13	0,99684	0,996843	16	0,99985	0,999855	0,999855	17	0,999953	0,999855
27	4	0,99977	0,999771	5	0,99998	0,999980	0,999980	6	0,999998	0,999980
28	6	0,99976	0,999764	7	0,99997	0,999966	0,999966	8	0,999996	0,999966
29	3	0,99993	0,999935	4	1,00000	0,999997	0,999997	4	0,999997	0,999997
30	3	0,99995	0,999953	4	1,00000	0,999998	0,999998	4	0,999998	0,999998
	245	**0,00740**	**0,926783**	**164**	1,5E-20	**0,899650**	0,931849	239	7,53E-10	0,93835

Здесь «пз» – прямая задача, «оз» – обратная задача

Таблица 3

№	Задача	Программа	L	Стоимость, тыс.руб.	*m*	$K_{гЗИП}$	*P*(*t*)
1	прямая	РОКЗЭРСИЗ	**245**	**3395,65**	0	**0,95719**	0,0074
2	обратная	АСОНИКА-К-ЗИП	239	3391,1	0	0,98504	7,53E-10
3	прямая	АСОНИКА-К-ЗИП	**164**	**1942,15**	0	**0,95312**	1,51E-20
4	прямая	РОКЗЭРСИЗ	245	3395,65	26	0,95719	0,9268
5	обратная	АСОНИКА-К-ЗИП	239	3391,1	26	0,98504	0,9384
6	прямая	АСОНИКА-К-ЗИП	164	1942,15	25	0,95312	0,8997
7	прямая	АСОНИКА-К-ЗИП	164	1942,15	26	0,95312	0,9319

Анализ результатов расчета позволяет сделать следующие выводы:

1. Не вызывает сомнения утверждение, сделанное в работе [1], о том, что при решении прямой задачи оптимизации по критерию достаточности комплект из 164 запасных частей следует предпочесть комплекту из 245 запасных частей, так как оба обеспечивают требуемый коэффициент готовности комплекта, но один существенно меньше и экономичней другого.

2. Аналогичный вывод можно сделать и по результатам решения обратной задачи, согласно которому два примерно одинаковых по стоимости комплекта ЗИП-О обеспечивают различные значения коэффициента готовности ЗИП-О: в одном случае 0,957, а в другом – 0,985. Ясно, что предпочтение следует отдать комплекту с более высоким ПД.

3. Однако хорошие в одном и плохие в другом случае результаты анализа обесцениваются и теряют всякий смысл, если вернуться к задаче обеспечения надежности. Если предположить, что в изделии отсутствует структурное резервирование, то все варианты комплекта ЗИП-О неприемлемы, так как в одном случае вероятность безотказной работы в течение года равна 0,0074, а в другом вообще практически нулю: 1,51E-20. Даже самый не экономичный вариант комплекта недостаточен, так как не обеспечивает требуемой надежности.

4. Если предположить, что в изделии есть структурная избыточность, то сравнение приобретает смысл. Приведенные в таблице варианты со структурной избыточностью отличаются количеством резервных элементов. Расчеты по формулам из [4] проведены для структурных схем, в которых для ряда подсистем используется нагруженное резервирование дробной кратности. Для подсистем с номерами (согласно нумерации в [2]) 1-3, 5, 7-18, 21 введен один резервный элемент, для подсистем с номерами 20, 22 и 23 – два резервных элемента. В подсистеме с номером 19 для вариантов 4, 5 и 7 из таблицы 2 введено три резервных элемента, а для варианта 6 – два элемента. Из таблицы 2 видно, что при такой кратности резервирования вероятность безотказной работы в течение года увеличивается от значения, близкого к нулю до значений 0,9 – 0,94. Причем такой существенный рост ВБР достигается при общем количестве резервных элементов в 6 – 9 раз меньше, чем число запасных частей.

5. С увеличением кратности структурного резервирования требования к надежности достигаются при более низких значениях ПД (как и в примере, приведенном здесь в разделе 5). Если выбирать комплект ЗИП-О по критерию надежности, то по факту могут стать приемлемыми значения $K_{\text{гЗИП}}$, равные 0,9, и 0,5, и 0,1 и еще более низкие значения. Это значит, что при проектировании изделий, в том числе и изделия Памир-1, показатели достаточности не интересны. Они могут представлять интерес только при проектировании систем технического обслуживания. Рациональное распределение общих ресурсов между двумя видами: структурным резервированием и комплектом ЗИП возможно с помощью дополнительных критериев (ограничений по объему, габаритам, энергопотреблению и пр.). Следовательно, проектирование комплекта ЗИП и выбор схем резервирования должны проводиться совместно в пределах общей задачи обеспечения надежности.

9. Сравнение аналитических методов и методов статистического моделирования

Аналитические методы либо имеют методическую погрешность [7], либо требуют весьма больших усилий для получения расчетных формул или вычислительных процедур. Однако с их помощью можно оценивать значения вероятностей, близкие к нулю и единице, проводить оптимизацию комплектов ЗИП, устанавливать в процессе анализа некоторые общие закономерности. Методы статистического моделирования (МСМ) обладают высокой универсальностью, достаточно экономичны при ручной подготовке исходных данных для оценки показателей надежности и достаточности изделий комплектов ЗИП. Однако они требуют больших и иногда неприемлемых затрат времени для оценки малых вероятностей и дают при этом значительную и неконтролируемую погрешность оценки. Примером трудностей применения МСМ могут быть данные из таблицы 2. С помощью МСМ не удается оценить вероятность безотказной работы изделия при отсутствии структурного резервирования, так как оценивается величина 1,5E-20. Вызывает определенные трудности и решение задач оптимизации. Программа АСОНИКА-К-РЭС в настоящее время не приспособлена к решению задач оптимизации, Программа ИНТЕЛЛЕКТ-ЗИП может решать задачи оптимизации с помощью МСМ. Однако ее возможности при использовании МСМ еще не достаточно исследованы. Тем не менее, представляет интерес оценить точность и трудоемкость

МСМ на некоторых конкретных примерах, чтобы сравнить аналитические методы и методы статистического моделирования.

Вернемся к примеру, заимствованному из [4] и рассмотренному в разделе 4 для СУ ТС БАЭС. Результаты оптимизации комплекта ЗИП-О с помощью аналитических методов и метода СМ приведены в таблицах 4–6. При нормативном значении P^0=0,95 и выборке объема N=1000 в 10 прогонах полученный с помощью МСМ оптимальный комплект совпал с комплектом, полученным с помощью аналитических методов, в 50% прогонов. А при P^0=0,99 и выборке объема N=1000 в 10 прогонах полученный с помощью МСМ оптимальный комплект ни разу не совпал с комплектом, полученным с помощью аналитических методов. В таблице 4 приведены результаты двух из прогонов для P^0=0,95. При 12 запасных частях оценка вероятности безотказной работы $P(t)$= **0,9559** оказалась больше требуемого значения и больше фактического значения, полученного аналитическим методом. При 13 запасных частях вероятность $P(t)$= 0,9631. Относительная стоимость комплекта ЗИП возросла на 0,29%. При том же нормативном значении и объеме выборки N=10000 оптимизация с помощью МСМ уверенно дает комплект, совпадающий с результатом оптимизации с помощью аналитических методов.

Если P^0=0,99, то при объеме выборки N=10000, и даже при N=10^6 метод статистического моделирования дает неустойчивый результат (табл. 5 и 6). Только при N=10^7 он дает результат, совпадающий с результатом аналитической оптимизации (табл.6). Фактические значения $P(t)$, полученные двумя методами, близки друг к другу (различия в пятом знаке после запятой).

Таблица 4. N**=1000,** P^0**=0,95, ВБР (МСМ) = 0,9559**

№	Модуль	k	$k\lambda T$ *10^6, 1/ч	L, АМ	$K_{гЗИП}$, АМ	ВБР, АМ	L, МСМ	L, МСМ
1	P III	2	0,3590	1	0,98199	0,993835	1	1
2	Mon	4	1,4016	1	0,82942	0,9961981	1	1
3	CPU-434	2	0,0727	0	0,96451	0,9950821	0	0
4	TBL	2	0,1752	1	0,99531	0,9991964	1	1
5	XBP-010	3	0,0045	0	0,99777	0,9970172	0	0
6	DDO	1	0,0365	1	0,99978	0,9986981	1	1
7	CHS	2	0,0235	0	0,98835	0,9994616	0	0
8	CPS-114	1	0,0159	1	0,99996	0,9997513	1	1
9	CPS-124	4	0,0634	0	0,96895	0,9999991	0	0
10	CRP	2	0,0280	0	0,98611	0,9992359	0	0
11	CRA	1	0,0142	1	0,99997	0,9998005	1	1
12	NOE	2	0,0293	0	0,98551	0,9991686	0	0
13	TSX	1	0,0394	1	0,99975	0,9984869	1	1
14	UPS	5	0,6570	3	0,99899	0,9907869	3	3
15	RPS-60	4	0,1577	0	0,92515	0,988538	1	0
16	RS2	2	0,0282	1	0,99987	0,9992193	1	1
17	NRP	2	0,0477	1	0,99963	0,9978011	1	1
18	RXN	1	0,0004	0	0,99978	0,9991244	0	0
19	Всего	41	3,1541	12	0,67020	0,95241	13	12
20	Стоимость %			21,77			22,06	21,77

Таблица 5. N=10000, P0=0,99

№	Модуль	k	kλT *106, 1/ч	L, АМ	КгЗИП, АМ	ВБР, АМ	L, МСМ	L, МСМ	L, МСМ
1	P III	2	0,3590	2	0,9984419	0,9994609	2	2	2
2	Mon	4	1,4016	2	0,9484916	0,9991841	2	2	2
3	CPU-434	2	0,0727	0	0,9645113	0,9950821	0	1	0
4	TBL	2	0,1752	2	0,9997982	0,9999653	1	1	1
5	XBP-010	3	0,0045	1	0,9999967	0,9999934	1	1	1
6	DDO	1	0,0365	2	0,9999980	0,9999842	1	1	2
7	CHS	2	0,0235	0	0,9883529	0,9994616	0	0	0
8	CPS-114	1	0,0159	1	0,9999584	0,9997513	1	1	1
9	CPS-124	4	0,0634	0	0,9689487	0,9999991	0	0	0
10	CRP	2	0,0280	0	0,9861141	0,9992359	0	0	0
11	CRA	1	0,0142	1	0,9999667	0,9998005	1	1	1
12	NOE	2	0,0293	0	0,9855124	0,9991686	0	0	0
13	TSX	1	0,0394	2	0,9999975	0,9999802	2	1	2
14	UPS	5	0,6570	5	0,9999902	0,9998724	4	4	4
15	RPS-60	4	0,1577	2	0,9998513	0,9999882	2	1	1
16	RS2	2	0,0282	1	0,9998692	0,9992193	1	1	1
17	NRP	2	0,0477	2	0,9999956	0,9999652	2	2	2
18	RXN	1	0,0004	1	1,0000000	0,9999998	1	0	1
19	Всего	41	3,1541	24	0,84960	0,990147	21	19	21
20	Стоимость %			36,74			33,85	40,98	34,37
21	ВБР, АМ			0,9901			0,987	0,989	0,988

АМ – аналитический метод

Таблица 6. P0=0,99

№	Модуль	L, N=105	L, N=105	L, N=105	L, N=106	L, N=107	ВБР, МСМ, N=107
1	P III	2	2	2	2	2	0,999482
2	Mon	2	2	2	2	2	0,999190
3	CPU-434	1	0	0	0	0	0,995075
4	TBL	1	2	2	2	2	0,999977
5	XBP-010	1	1	1	1	1	0,999993
6	DDO	2	2	2	2	2	0,999984
7	CHS	0	0	0	0	0	0,999459
8	CPS-114	1	1	1	1	1	0,999752
9	CPS-124	0	0	0	0	0	1,000000

10	CRP	0	0	0	0	0	0,999233
11	CRA	1	1	1	1	1	0,999802
12	NOE	0	0	0	0	0	0,999167
13	TSX	1	2	2	2	2	0,999979
14	UPS	4	5	5	5	5	0,999871
15	RPS-60	1	1	2	2	2	0,999987
16	RS2	1	1	1	1	1	0,999214
17	NRP	2	2	2	2	2	0,999964
18	RXN	0	1	1	1	1	1,000000
19	Всего	20	23	24	24	24	0,990163
20	Стоимость %	41,79	36,45	36,74	36,74	36,74	
21	ВБР, АМ	0,9905	0,9899	0,9901	0,9901	0,99015	

Из сводной таблицы 7 следует, что при недостаточном объеме выборки результаты расчетов в различных прогонах ведут себя неустойчиво. Оптимальные комплекты не совпадают для различных прогонов и отличаются от комплекта, полученного аналитическими методами. При этом возможны отклонения в любую сторону: большей и меньшей стоимости. Оценки вероятности безотказной работы отличаются от расчетных с помощью аналитических методов. В большинстве случаев оценка получается завышенной и фактическое значение ВБР оказывается иногда меньше нормативного значения. Результаты устойчивы при весьма больших объемах выборки. В данном примере это достигается при N=10000 для P^0=0,95, а при N=1000000 для P^0=0,99.

Таблица 7. Сводная таблица статистической оптимизации комплекта ЗИП

Метод	**N**	P^0	**L**	$P(t)$**,АМ**	$P(t)$**,МСМ**	**C**	**Доля**
АМ	-	0,95	**12**	**0,952412**		**411,24**	**21,77**
МСМ	1000	0,95	13	0,963161	0,954943	416,71	22,06
МСМ	1000	0,95	**12**	**0,952412**	**0,955884**	**411,24**	**21,77**
МСМ	1000	0,95	13	0,963161	0,961660	416,71	22,06
МСМ	10000	0,95	12	**0,952412**	0,952637	**411,24**	**21,77**
МСМ	10000	0,99	21	0,987069	0,990035	639,412	33,85
МСМ	10000	0,99	19	0,989248	0,991136	774,138	40,98
МСМ	10000	0,99	21	0,988050	0,990238	649,276	34,37
МСМ	100000	0,99	23	0,989857	0,990236	688,548	36,45
МСМ	100000	0,99	20	0,990522	0,991097	789,475	41,79
МСМ	100000	0,99	**24**	**0,990147**	0,990254	**694,021**	**36,74**
МСМ	1000000	0,99	**24**	0,990147	0,990268	694,021	**36,74**
МСМ	1000000	0,99	**24**	0,990147	0,990219	694,021	**36,74**

Для изделия Памир-1 сравнить методы можно только при оценке ПД, так как требования к надежности и схемы структурного резервирования неизвестны. При $N = 10^6$ оценки для наименее надежного элемента РЭС-49, полученные с помощью программы «ИНТЕЛЛЕКТ-ЗИП», приведены в табл. 8.

Таблица 8. РЭС-49

Задача оптимизации	L	$K_{гЗИП}$, МСМ, N=10^6	$K_{гЗИП}$, АМ
Прямая	40	0,9782	0,98175
Обратная	58	0,9847	0,98950
Прямая	112	0,9920	0,99541

Метод статистического моделирования дает устойчиво заниженные значения ПД

10. Заключение

1. Анализ результатов применения методик формирования и оптимизации комплектов ЗИП по показателям достаточности приводит к неутешительным выводам. В ряде случаев рекомендуемый состав комплекта ЗИП, имеющего высокие показатели достаточности, не может обеспечить приемлемый уровень надежности изделия. Даже в примере, приведенном в Руководящем документе и рассматриваемом в качестве некоторого эталона, рассчитанный комплект ЗИП обеспечивает вероятность безотказной работы всего 0,0074. Попытка улучшения состава комплекта ЗИП-О в [1] приводит к существенному уменьшению комплекта ЗИП-О без снижения коэффициента готовности ЗИП, но при этом вероятность безотказной работы падает до уровня 10^{-20}. Возникает вопрос, зачем надо уменьшать запасы и добиваться высоких значений показателя достаточности, если надежность изделия от такой акции падает практически до нуля. Причина абсурдности этой ситуации заключается в ошибочной концепции назначения запасов в комплекте ЗИП.

2. Выбор комплекта ЗИП должен проводиться по критерию достижения требуемого значения показателя надежности. Показатели достаточности запасов не представляют особого интереса и могут рассчитываться разве лишь для сведения. Используемые в настоящее время в промышленности методики выбора комплектов ЗИП, основанные на показателях достаточности, должны быть заменены методиками, основанными на показателях надежности. Это позволит устранить очевидное противоречие между назначением комплектов ЗИП и критерием выбора их состава.

3. Оптимизация комплектов ЗИП также должна проводиться по показателю надежности. Использование в качестве критерия оптимизации одного из показателей достаточности может давать решения, уступающие оптимальному по критерию надежности как по стоимости запасов, так и по достигаемому значению показателя надежности (при более дорогом комплекте более низкая надежность).

4. Действующие в настоящее время нормативные документы, предписывающие проводить выбор и оптимизацию комплектов ЗИП по показателям достаточности, должны быть переработаны в направлении изменения критериев выбора или дополнены новыми разделами, отражающими выбор и оптимизацию комплектов ЗИП по критерию надежности.

5. Метод статистического моделирования следует признать вполне конкурентоспособным при сравнении с аналитическими методами, так как он обладает большой степенью универсальности. Вместе с тем, он не достаточно исследован в части оценки и контроля точности получаемых статистических значений показателей надежности и достаточности. Поэтому при решении прямой задачи метод следует применять с крайней осторожностью. При недостаточных объемах выборки возможны существенные отклонения оценок показателей от их истинных значений. Для оптимизации комплектов ЗИП метод еще менее приспособлен, так как выбор следующей запасной части на очередном шаге оптимизации приходится проводить по значениям вероятностей, очень близким к единице. Для правильного выбора требуется высокая точность оценки вероятностей, а, следовательно, большие объемы выборки.

Литература

1. **Жаднов В.В., Авдеев Д.К., Тихменев А.Н.** Проблемы расчета показателей достаточности и оптимизации запасов в системах ЗИП// Надежность, – 2011.– №3.– С.53– 60.

2. РД В 319.01.19-98. Радиоэлектронные системы военного назначения. Методика оценки и расчета запасов в комплектах ЗИП.

3. **Жаднов В.В.** Автоматизация проектирования запасов компонентов в комплектах ЗИП. М.: Компоненты и технологии, 2010, №5, с.173–176.

4. **Черкесов Г.Н.** Оценка надежности систем с учетом ЗИП. – СПб: изд-во БХВ–Петербург, 2012.– 480 с.

5. **Черкесов Г.Н.** Надежность технических систем с временной избыточностью. – М.: Сов. радио, 1974.–296 с.

6. ГОСТ РВ 27.3.03-2005. Надежность военной техники. Оценка и расчет запасов в комплектах ЗИП.

7. **Черкесов Г.Н.** О проблеме расчета надежности восстанавливаемых систем при наличии запасных элементов. Часть 1. М.: Надежность, №3, 2010. – С.29–39.

8. **Петров Г.А., Резиновский А.Я.** Предложения по корректуре методики оптимизации запасов в комплектах ЗИП // Надежность, – 2010. – №2. – С.30–43.

Cherkesov G.N.

ON CRITERIA OF SELECTION OF SPTA KITS

This paper discusses conceptual issues of stocking for recovery of technical systems, including issues of selecting SPTA kits and their optimization criteria, correlation of two methods of failure correction, by repairing and by replacing a faulty element by a spare part. The paper indicates disadvantiges of the approximate method of system reliability calculation taking into account SPTA and used in the industry.

Keywords: *reliability, restorable system, spare part, SPTA, sufficiency factor, strategy of replenishment.*

Introduction. Recently the attention of specialists in reliability has been increasingly focused on the problem of SPTA. It can be explained by the following reasons:

• The growing role of spares as one of the main resources to ensure reliability of modern systems, especially high-tech systems (hi-tec);

• Insufficient development of the methods of the reliability theory of restorable systems that whould take into account the peculiarities of this resource that is well known in engineering;

• Understanding of imperfection of the product reliability calcuilation methods in case of availability of spares, which are used in the industry and supported by the authority of existing regulations at the level of GOST and guidance documents;

• Accute attention to reliability in general in connection with the increasing number of serious accidents in some of safety critical systems due to equipment failures.

We can also add manifestations of competition of software offered to the industry to support the calculation and evaluation of spares, which is completely natural in the modern conditions. It is restified in particular by the article [1].

It is evident that the disadvantages of the methods of SPTA calculation and evaluation lead to errors of two types: either unjustified redundancy of spares kits or non-fulfillment of the requirements for reliability. In the end both cause direct economic losses, sometimes quite significant, and, on a number of occasions, other losses which are not less significant (prestige, loss of the position in domestic and international markets, etc.).

This article discusses the relevant issues of SPTA designing and provides a comparative analysis of different methods for calculation of spares and reliability of products using SPTA.

1. Relevant issues of SPTA designing

Currently the most relevant issues can be recognized as follows:

1.1. What is the main objective of creation of spares or SPTA system: to meet reliability requirements or improve maintenance? Depending on an answer to this question, one selects the type of indicator which is subject to standardization. If the objective is to improve the performance of maintenance, then it is necessary to standardize the sufficiency factor of a spares kit. If the objective is to improve reliability, the reliability parameter based on the requirements defined in the technical specification for a product shall be standardized.

1.2. If we recognize that the objective of spares kit is to improve reliability, is it possible to design a spares kit according to the sifficiency factor in this case? If yes, then the following question arises.

1.3. How to find the standard value of sufficiency factor that will be used to form a spares kit when external requirements (in the technical specification) for reliability are available?

1.4. If development of a spares kit and its optimization are carried out accroding to sufficiency, can the quality of this resource be estimated by the value of sufficiency? For example, if availability of a spares kit is 0.95, is it much or little? And if it is 0.2, does it mean that the kit is not sufficient and in this sense it is small (not big enough)?

1.5. Is it always that a spares kit as a resource to ensure reliability and replacement of a faulty element by an operable spare part as the procedure for recovery of a product can provide more reliability of nonredundant systems? For example, is it possible to use SPTA, if a nonredundant product operates in continuous long-term mode and the faultness factor is standardized for it?

1.6. If while answering to questions 1 – 3 we agree that the objective of spares kit creation is to improve reliability but in order to form a spares kit, the sufficiency factor should be used, and if we somehow manage to find the standard value of sufficiency corresponding to the standard value of reliability, then the following question arises. Is it possible to optimize SPTA according to the criterion of minimum aggregate costs while fulfilling the requirements for sufficiency (direct problem of optimization) or criterion of maximum sifficiency with constraints on the aggregate costs (inverse problem)? If so, is there any confidence that the kit which is optimal according to sufficiency will be optimal with constraints on reliability (according to the reliability criterion)? And if it is not so, then the following question arises.

1.7. If to admit that optimization using sufficiency is not appropriate, then why should we standardize sufficiency and calculate it at all?

1.8. Now the question of spares kit estimation and optimization is treated in practical terms. There are at least three software packages which implement the analytical methods of spares kit estimation and optimization: ROKZERSIZ [2], ASONIKA-K-ZIP [3], INTELLEKT-ZIP [4]. In addition, there is another ASONIKA-K-RES software package which is used to calculate a spares kit by the statistical simulation method [1]. They are developing in the environment of healthy competition. In the work [1] there is some criticism of one of the software packages in favor of another one. The criticism is quite useful and aimed at finding the best applications of the proposed industrial facilities. But some question arises in this regard. What methods and means of software

support should be recommended to the industry for practical application in view of the whole complex of the stated questions?

The reader will not find ready answers to the questions, but there will be an open discussion, and the author's position on all these aspects of the problem will be set forth.

2. The main objective of creation of spares kit or system

As for the objective of spares kit creation, normative documents use unclear wordings which allow of various interpretations. In GOST V 15.705-86 it is stated that the objective of development, production and application of spares kits is to support permamently product availability by conducting (specified) maintenance services, scheduled and unscheduled repairs. In GOST RV 27.3.03-2005 it is indicated that single and (or) group sets of spare parts, tools and accessories (SPTA) or two-level systems of SPTA are provided to ensure reliability (maintainability) of a product. In RD V 319.01.19-98 guidance document it is indicated that this document is applied to restorable and servicable apparatuses, devices, equipment and other products in operating conditions, whose requirements for reliability, including requirements for sufficiency and volume of spares kits, are specified in the regulations.

Hence it ensues that, on the one hand, SPTA is created to ensure reliability, to support operability (faultness, availability) and to meet the requirements for reliability. On the other hand, it is necessary to ensure maintainability, to conduct maintenance for the benefit of operability. And the guidance document allows that reliability requirements include requirements for sufficiency and volume of spares kits.

If we should single out the main objective within this variety, there are still grounds to believe that the main objective of the regulations is to ensure reliability. This is consistent with the logic of designing and and operational tasks.

3. Criteria of SPTA sufficiency

When selecting a spares kit, the criterion function should be specifed. Currently there are, essentially, only two proposals: to use sufficiency (stock availability (of SPTA) or the average delay in request fulfilment) or reliability (faultness, availability) as the criterion.

If we use sufficiency parameters, two questions arise. Since the type of the pattern of internal redundancy of a product does not affect sufficiency, and the total intensity of requests for spare parts is only important, then the parameter of stock availability (of a spares kit) becomes the sole and universal sufficiency parameter. Therefore, to select or optimize a spares kit it is necessary to know the standard value of sufficiency. It is subject to computation using the standard value of the given reliability parameter. The first question is how to do it. The link formula given in [2, p.16]

$$K_{г,ЗИП}^{тр} = K_{г}^{тр} / K_{г\infty} \qquad (1)$$

can be used only if two conditions are satisfied as follows: product availability is standardized and there is no redundancy in the product. When standardizing another parameter of reliability (e.g. mean time to failure, probability of failure-free operation) or with internal redundancy in the product, the formula (1) cannot be used. With respect to complexity the task of finding the link of standard values of sufficiency and reliability is comparable to the problem of direct calculation of reliability of a product with finite stock in SPTA.

Of course, it is possible to standardize sufficiency without linking its value with the standard value of reliability, but then the second question arises: how with the known spares kit to estimate the actual value of reliability. The formula [2, p.16]:

$$K_г = K_{г,ЗИП} K_{г\infty} \tag{2}$$

is true only for calculation of product availability in the absence of internal redundancy. For other cases the model of reliability of a restorable item with an unlimited spares kit is used in which the correction of the mean to time to recovery is carried out according to the formula:

$$\overline{T}_в = \overline{T}_{в\infty} + \Delta t_{ЗИП-О}. \tag{3}$$

This methodological approach gives an approximate value of reliability with an unexplored error. Without evaluation and control of the error the selection of a spares kit may turn out to be faulse.

Discrepances occur in different methods of $K_{г,ЗИП}$ calculation too. So, [8] suggests that in order to avoid the situation when a spares kit includs items with zero initial stock we should stick to the principle of spares kit integrity. This suggestion is beneath cricisim. First, a product can include expensive modules and devices. Their compulsory inclusion in a spares kit without justification according to the accepted criterion will lead to a significant increase in the cost of initial stock. Second, this suggestion does not take into account possible redundancy in a product. And though the selection of SPTA is conducted in accordance with sufficiency, the purpose of SPTA is still to meet reliability requirements. But then it is possible to consider the case of degeneracy as acceptable when a spares kit is zero, i.e. it contains no spare parts. With periodic replenishment, spare parts coming out of an inexhaustible source will only be used to restore a baseline structure. And with this procedure the reliability requirements will be met.

Thus, we get a very paradoxical situation. Except for rather simple cases not often faced in practice, the sufficiency and reliability parameters are linked by correlations which we are not able to establish. However, recognizing the main objective of ensuring reliability, we select spares kits according to sufficiency.

But there is more to come. Standardizing sufficiency without knowledge of the link between sufficiency and reliability, we do not take into account an important degree of freedom, namely the type and depth of structural or functional redundancy. As a result, trying to insure some level of sufficiency, we can say nothing about the value of reliability. It can be low with high sufficiency and it can be high with a low sufficiency value. When the factor of stock availability is 0.95, the probability of failure-free operation can be equil to 0.1, even 0.001 or less. On the contrary, with the factor of stock availability of 0.3 the probability of failure-free operation can be equal to 0.95 or higher. But if it is so (further the examples will be given that it is possible), and it is impossible to predict in advance whether it is good or bad, then it is natural to ask what the role of sufficiency parameters is and whether they are necessary at all. And if they are necessary, then what their purpose is. It is clear that their calculation in many cases does not bring us to the solution of reliability problem. The selection of SPTA according to sufficiency does not guarantee that the reliability requirements will be met.

4. Criteria of SPTA optimization

While optimizing SPTA, the same dilemma occurs as in the case of spares kit selection: to carry it out according to reliability or sufficiency criterion. Since the conversion of reliability requirements into sufficiency ones is not practically possible, except for the case referred to in Section 3, optimization by sufficiency criterion can be conducted only if sufficiency standardization is carried out independently

of reliability requirements. The certified software packages [1, 2] offered for application in the industry conduct optimization according to sufficiency criterion. Optimization should be performed by minimum cost of spares kit creation. The idea of not taking into account the cost of spare parts [8] in optimization can not be considered seriously. One should expect that replacement of reliability parameter by sufficiency one shall bring consequences similar to those observed in the formation of spares kit. In terms of quantity these consequences can be defined by the comparative analysis of optimization results by practical examples.

Let us consider the example of some fragment of a real project performed by the author on request of the industry and discussed in detail in [4]. The control system of nuclear power plant technological means is a complex set of software and hardware tools designed for reliable and safe automated control of technical equipment in normal and emergency modes. One branch of this seven-level hierarchy system contains 41 items of 18 types. The mean time to failure of the system without taking into account structural redundancy is 89550 hours. The reliability requirements are stated as follows: the probability of failure-free operation of the system for a year (8760 hours) should be at least 0.95 (option 1) or not less than 0.9 (option 2). Optimization should be performed by the criterion of minimum aggregate costs of a single spares kit with periodical stock replenishment of T=1 year. While optimizing according to sufficiency, the factor of SPTA availability should be ensured at the level of not less than 0.95 (option 1) or not less than 0.9 (option 2).

Without SPTA the probability of failure-free operation for a year taking into account structural redundancy is equal to 0.151. The factor of SPTA availability with zero stock is 0.23. The optimization results are shown in Table 1.

Table 1.

№	Criterion	Standard	L	Cost, thousand rubles	Relative cost, %	$P(t)$	K_{aSPTA}
1	$K_{aSPTA} \geq K_0$	0.95	19	839	47.4	0.9512	0.953
2	$K_{aSPTA} \geq K_0$	0.90	15	655	34.7	0.825	0.910
3	$P(t) \geq P_0$	0.95	12	411	21.8	0.9524	0.67
4	$P(t) \geq P_0$	0.90	10	368	19.5	0.902	0.613

Comparing the results of the optimization by two criteria, one can see that the calculation of a spares kit according to sufficiency gives an overrated stock level compared to the level required to ensure reliability. In option 1 (standard 0.95) the cost of a spares kit has increased from 411 thousand rubles to 839 thousand rubles, i.e. more than twice. With that the probability of failure-free operation has not increased but decreased a little: from 0.9524 down to 0.9512.

In option 2 (standard 0.90) the cost of a spares kit has increased from 368 thousand rubles up to 655 thousand rubles, i.e. 1.78 times. In addition, the probability of failure-free operation has not increased but declined significantly: from 0.902 down to 0.825.

Option 1 in Table 1 is the only option for spares kit composition that provides K_{aSPTA} and P(t) value of not less than 0.95. With that the single spares kit selected by sufficiency turns out to be the most expensive. In option 3 in Table 1 the reliability requirements are also satisfied, but a single spares kit is more than half the price than in Option 1 and the availability factor is at the level of 0.67. It is hardly possible to justify such a high price for a higher level of sufficiency, if the reliability requirements are satisfied by a more cost-efficient kit.

With the standard level of 0.90, the results are even more significant. Achieving the required value of K_{aSPTA}, we can not provide the level of P(t) as not less than 0.9, though with half the cost of the kit, P(t)≥0,9 can be reached. In this case K_{aSPTA} is only equil to 0.613. The result is paradoxical: with twice the costs it is not possible to satisfy the requirements for reliability, although the requirements for sufficiency are ok.

5. Application of SPTA in nonredundant systems

Comparing repair and replacement of a faulty module by a spare part from SPTA it is legitimate to ask about the probability and equivalence of these ways to restore operability. It is clear that the opportunity to repair does not allow us to increase the probability of failure-free operation, but allows us to increase the availability factor of a product. If the time to replace a faulty module, when a spare part is available, is comparable to the time of recovery by repairing, then both ways to recover are equivalent. If, in accordance with the purpose of a product and functioning features in which the product may be used, some interruption in operation for recovery by repair or replacement is acceptable, then we can speak about time reserve. According to [5], the probability of failure-free operation of homogeneous subsystems with elements of the *i*-th type should be calculated using the formula:

$$P_i(t, t_{\partial oni}, \infty) = \exp(-k_i \lambda_i \max(0, t - t_{\partial oni})(1 - F_{\text{в}i}(t_{\partial oni}))), \quad (4)$$

where $t_{\partial oni}$ is the accepatable interruption, $F_{\text{в}i}(t_{\partial oni})$ is the probability of recovery before the expiration of time $t_{\partial oni}$. It can be a recovery by repair or replacement.

If the repair time on average is much longer than the replacement time, repair and replacement of the module by a spare part are not equivalent. For example, if

$$t_{\text{зам}} << t_{\partial on} << \overline{T}_{\text{в}\infty}, \quad (5)$$

then, according to (4), the probability of failure-free operation will be close to one with recovery by replacement and close to zero with recovery by repairing. Satisfaction of conditions (5) requires careful inspection. And if time reserve is actually available, there is the Renyi type pattern of failure flow sifting, with which reliability calculation is performed with the equivalent failure rate $\Lambda_э = k\lambda(1 - F_{\text{в}i}(t_{\partial oni}))$.

If time reserve is not available, the spares kit does not improve reliability. And then for the relevant components of a product the structural redundancy which allows using spare parts to improve faultness is required.

The importance of time reserve is not just a matter of its measurement. It can be a problem of designing [5]. To determine the value $t_{\partial on}$, it is necessary to simulate the functioniong process in the condition of temporary performance loss of a device which contains a faulty element. In some cases new design solutions may be required, such as a temporary change in the functioning mode to slow down adverse processes and increase $t_{\partial on}$ up to the value sufficient to satisfy conditions (5). In systems of different purposes, it is possible to create special conditions that will lead to time reserve used to replace a faulty module by a spare part. It means that it is accepatable to use spares kits to improve faultness in a nonredundant system.

6. Comparison of methods and methodologies of sufficiency and reliability calculation

The methodology specified in the documents [2, 6] is designed for evaluation and calculation of spares kits on the basis of sufficiency. The methodology is implemented in two software packages of ROKZERSIZ and ASONIKA-K-ZIP. As an alternative to the methodology [2,6], it is possible to consider the analytical

method of direct registration of spares kit composition in the reliability models and a relevant methdology described in [4], as well as the statistical method of Monte Carlo simulation. On the basis of these methods and methodologies, ASONIKA-K-ZIP and INTELLEKT-ZIP software packages are developed. The comparative analysis of various proposals to estimate their actual opportunities, advantages, disadvantages and identification of areas of their appropriate applications are of practical interest.

As the opinion of universality of the methodology [2,6] is quite common, the real opportunities within the framework of a certain product classification should be considered in detail. As characteristics of the classification it is possible to use the following:

- Type of the structure,
- Application mode and standardized value of reliability,
- Number of executed functions,
- Strategy of stock replenishment in a spares kit.

According to the type of structure it is possible to distinguish:

- Nonredundant (sequential) systems,
- Systems with series connection of homogeneous redundant subsystems,
- Systems with series connection of homogeneous partially redundant subsystems,
- Systems with series connection of heterogeneous redundant subsystems,
- Structurally complex systems.

For systems of class 1 and 3, the methodology [2,6] allows finding the availability factor of a product using the formula (2), but does not provide guidance for the definition of faultness parameters. In class 3 the problem of spares kit application and reliability calculation occurs due to the fact that a part of the elements of homogeneous subsystems is not redundant. For systems of class 2, the availability and faultness parameters can be found with the help of formula (3). In fact, it is the only class of systems for which the methodology [2, 6] and the reliability theory of restorable systems can offer known formulas for calculation of faultness and availability parameters. For the other classes a general idea based on correction of mean time to recovery using the formula (3) is suggested. Since in terms of complexity the problem of finding the reliability parameters in the condition of unlimited spares kits is comparable to the task of evaluation of reliability with direct inclusion of SPTA into the model of reliability, the use of the approximate methodology [2, 6] is hardly reasonable when the accurate one is available.

According to the third characteristic (number of executed functions), the methodology [2, 6] is also limited. It considers only single function systems in which stock consumers are only those components included in the model of reliability. In multifunction systems reliability is calculated for individual functionally independent operations. In this case stocks are consumed not only by the components which are involved in the performance of the functionally independent operation but by the other ones. The methodology [2, 6] does not consider multifunction systems as an object of the analysis.

When taking into account replenishment policies in the model of reliability, it is required to define, first, the time of request generation to replenish the stock, and second, the amount of stock that should be supplied on request. In the methodology [2, 6] using the periodic replenishment strategy with urgent delivery, the option of request generation upon actual failure of a spares kit is considered. But there are other options. For example, reqest generation is carried out upon redundant subsystem failure, at a certain level of degradation of redundant subsystems, etc. According to the request volume, the option of full restoration of the initial stock of that type whose exhaustion has been the reason for the request generation is only considered. However, there are many other options for request generation. For example,

delivery of only one spare part, when replenishment strategy with urgent delivery is used, replenishment of the initial stock of several or all types, when replenishment strategy with urgent delivery is used, and replenishment according to the level. The methodology does not foresee any correction of the request upon generation but before the moment of delivery either.

Outside the framework of the methodology there is also such tool as reconfiguration of the system during which operable elements of faulty components can be used as spare parts.

Thus, comparison of the methodology [2, 6] with alternative ones is only possible within the existing framework of a quite narrow area of its application.

As for the method of statistical simulation, its advantages and disadvantages are well known and fully observed when estimating the reliability of systems with a limited spares kit. The advantages include universality of the method and weak dependence of calculation labour intensity on a structure type of a product, replenishment strategy and structure of a spares kit system. The disadvantages of the method are increasing errors and labour intensity of calculations in the evaluation of small probabilities and complexity of optimization procedure of a spare kit.

It is convenient to show quantitative comparison of different methodologies and software packages with the help of a general case. In this case for the comparative analysis the radioelectronic device Pamir-1 is selected which is considered in Example 1 of Appendix A of the normative document [2].

7. Comparative quantitative analysis of methods and methodologies using the example of radopelectronic product of Pamir-1 type [5]

General characteristics of the product

The example of spares kit calculation according to the sufficiency criterion is taken from the normative document **[2]**. Pamir-1 contains 1422 elements (radioelectronic devices and components) of 30 items. In the structural and reliable pattern the product is presented as a serial connection of 30 homogeneous subsystems divided into 4 groups according to the type of replenishment strategy. Continuous replenishment with average delivery time 1 week = 150 hours is used for six subsystems. Continuous replenishment with average delivery time 2 weeks = 300 hours is used for 12 subsystems. Periodic replenishment with the period of restocking of 1 year = 8000 hours is used for seven subsystems. Periodic replenishment at the interval of 8000 hours and the mean time of urgent delivery of 3 days = 65 hours are used for five subsystems. The total flow of failures is equal to 0.02772, the mean time to failure is 36.1 hours. The reliability requirements are not stated. The internal structure of the product is not known and there is no information on structural or functional redundancy in it. However, the sufficiency requirements for a single spares kit are given as follows: the availability factor of a spares kit is $K_{aSPTA\text{-}S} \geq 0.95$ with the solution of direct problem of optimization according to the sufficiency criterion.

Table 2 and 3 shows the results of calculations of the availability factor of a single spares kit and the probability of failure-free operation. The single spares kit composition with the total amount of spare parts $L = 245$ is taken from [2]. Calculations of the probability of failure-free operation of the product and the single spares kit composition were performed using INTELLEKT-ZIP softeware package [4] or taken from [1]. The parameter m expresses the total number of redundant elements in homogeneous subsystems that use moving redundancy. With m = 0 there is no redundancy. With m = 25 modules 19, 20, 22 and 23 have two backup elements, and 17 ones have one backup element each. With m = 26, in group 19 (relay RES-49) there are three backup elements.

Table 2. Direct and inverse problems

№	ROKZERSIZ, direct problem			ASONIKA-K-ZIP, direct problem				ASONIKA-K-ZIP, inverse problem		
	L	*P*(*t*)		L	*P*(*t*)			*L*	*P*(*t*)	
		m=0	*m*=26		*m*=0	*m*=25	*m*=26		*m*=0	*m*=26
1	1	0.99814	0.999996	1	0.99814	0.999996	0.999996	2	1.000000	1.000000
2	1	0.91813	0.998422	2	0.99651	0.999978	0.999978	2	0.999976	0.999978
3	1	0.64895	0.976906	2	0.96008	0.999224	0.999224	2	0.999699	0.999224
4	1	0.98375	0.985370	1	0.98375	0.983751	0.983751	2	0.999998	0.983751
5	1	0.72095	0.991816	2	0.97364	0.999766	0.999766	2	0.999806	0.999766
6	1	0.95646	0.999728	1	0.95646	0.956460	0.956460	2	0.999991	0.956460
7	0	0.82531	0.998973	1	0.99869	0.999996	0.999996	1	0.998688	0.999996
8	1	0.98002	0.999708	1	0.98002	0.999708	0.999708	2	0.999992	0.999997
9	1	0.99301	0.999945	1	0.99301	0.999945	0.999945	1	0.993005	0.999945
10	1	0.99796	0.999992	1	0.99796	0.999992	0.999992	1	0.997958	0.999992
11	1	0.99869	0.999997	1	0.99869	0.999997	0.999997	1	0.998688	0.999997
12	1	0.99483	0.999970	1	0.99483	0.999970	0.999970	1	0.994834	0.999970
13	1	0.99707	0.999992	1	0.99707	0.999992	0.999992	1	0.997071	0.999992
14	1	0.95667	0.999016	1	0.95667	0.999016	0.999016	2	0.999974	0.999986
15	1	0.94409	0.998533	2	0.99729	0.999976	0.999976	2	0.999961	0.999976
16	1	0.99349	0.999962	1	0.99349	0.999962	0.999962	1	0.993487	0.999962
17	1	0.90834	0.996690	2	0.99412	0.999928	0.999928	2	0.999913	0.999928
18	1	0.99483	0.999980	1	0.99483	0.999980	0.999980	1	0.994834	0.999980
19	**112**	0.52510	0.999990	**40**	4.0E-15	0.964811	0.999343	**58**	1.40E-08	0.999875
20	14	0.52812	0.999778	9	0.09177	0.999526	0.999526	19	0.528121	0.999993
21	2	0.45060	0.991640	4	0.83501	0.998682	0.998682	6	0.450605	0.999701
22	25	0.48016	0.999499	14	0.00792	0.998140	0.998140	31	0.480164	0.999972
23	25	0.48016	0.999499	14	0.00792	0.998140	0.998140	31	0.480164	0.999972
24	18	0.99281	0.992813	21	0.99930	0.999300	0.999300	23	0.999880	0.999300
25	3	0.99997	0.999968	3	0.99997	0.999968	0.999968	4	0.999999	0.999968
26	13	0.99684	0.996843	16	0.99985	0.999855	0.999855	17	0.999953	0.999855
27	4	0.99977	0.999771	5	0.99998	0.999980	0.999980	6	0.999998	0.999980
28	6	0.99976	0.999764	7	0.99997	0.999966	0.999966	8	0.999996	0.999966
29	3	0.99993	0.999935	4	1.00000	0.999997	0.999997	4	0.999997	0.999997
30	3	0.99995	0.999953	4	1.00000	0.999998	0.999998	4	0.999998	0.999998
	245	**0.00740**	**0.926783**	**164**	1.5E-20	**0.899650**	**0.931849**	**239**	**7.53E-10**	**0.93835**

Table 3.

№	Problem	Software	L	Cost, thousand rubles	*m*	K_{aSPTA}	*P*(*t*)
1	direct	ROKZERSIZ	**245**	**3395.65**	0	**0.95719**	0.0074
2	inverse	ASONIKA-K-ZIP	239	3391.1	0	0.98504	7.53E-10
3	direct	ASONIKA-K-ZIP	**164**	**1942.15**	0	**0.95312**	1.51E-20
4	direct	ROKZERSIZ	245	3395.65	26	0.95719	0.9268
5	inverse	ASONIKA-K-ZIP	239	3391.1	26	0.98504	0.9384
6	direct	ASONIKA-K-ZIP	164	1942.15	25	0.95312	0.8997
7	direct	ASONIKA-K-ZIP	164	1942.15	26	0,95312	0,9319

The analysis of the calculation results allows us to make the following conclusions:

1. We can't doubt the claim made in [1] that with the solution of the direct problem of optimization according to the sufficiency criterion, the kit of 164 spare parts should be preferred to the kit of 245 parts, as both provide the required availability factor, but one is substantially smaller and more cost-efficient than the other.

2. The same conclusion can be made by the results of the inverse problem, according to which two single spares kits of an approximate equal value provide different values of availability: in one case it is 0.957 and in the other case it is 0.985. It is clear that the preference should be given to the kit with higher sufficiency.

3. However, good results of the analysis in one case and bad ones in the other case lose value and become pointless, if we return to the problem of reliability. If we assume that there is no structural redundancy in the product, then all the options of a single spares kit are not acceptable, as in one case the probability of failure-free operation for a year is equal to 0.0074, and in the other one it is practically equil to zero: 1.51 E-20. Even the least cost-efficient option is not sufficient because it does not provide the required reliability.

4. If we assume that there is structural redundancy in the product, the comparison makes sense. The options with structural redundancy shown in the Table differ in the number of backup elements. Calculations according to formula [4] are carried out for the structural patterns in which loaded redundancy of fractional multiplicity is used for a number of subsystems. For subsystems with numbers 1-3, 5, 7-18, 21 (according to the numbering in [2]), one backup element is introduced, for the subsystems number 20, 22 and 23 two backup element are introduced. In the subsystem with numbers 19 for options 4, 5 and 7 in Table 2 three backup elements are introduced, and for option 6 two elements are introduced. Table 2 shows that with such redundancy multiplicity the probability of failure-free operation for a year has increased from the value close to zero up to the values of 0.9 – 0.94. Moreover, such significant increase in the probality of failure-free operation is achieved with the total number of backup elements 6 – 9 times less than the number of spare parts.

5. With the increased multiplicity of structural redundancy, the reliability requirements are met at lower sufficiency (as in the example shown in Section 5). If you choose a single spares kit by reliability, K_{aSPTA} values of 0.9 and 0.5, and 0.1, and even lower may, in fact, become acceptable. It means that during product designing, including Pamir-1, the sufficiency parameters are of no interest. They may be of interest only in the designinig of maintenance systems. Rational allocation of common resources between two types (structural redundancy and spares kit) is possible with the help of additional criteria (constraints on the volume, dimension, power consumption, etc.). Therefore, spares kit designing and selection of redundancy patterns should be carried out jointly within the framework of common problem of reliability.

9. Comparison of analytical methods and statistical simulation methods

The analytical methods have a methodological error [7] or require very large efforts to obtain calculating formulas or computational procedures. However, they can be used to estimate the probability values that are close to zero and one, to optimize spares kits, to establish some general patterns in the analysis. The statistical simulation methods (SSM) are highly universal, cost-effective enough with manual preparation of initial data to evaluate reliability and sufficiency of spares kit products. However, they require large and sometimes unacceptable amount of time to estimate small probabilities and provide a significant and uncontrollable error of estimation. The example of the difficulty of SSM application may be the data of Table 2. The probability of failure-free operation of a product without structural redundancy is impossible to estimate by SSM, as the value of 1.5 E-20 is estimated. There are certain difficulties in solving optimization problems. ASONIKA-K-RES is currently not adapted to solve optimization problems. INTELLEKT-ZIP can solve optimization problems by SSM. However, its possibilities when using SSM is not yet sufficiently investigated. Nevertheless, it is interesting to evaluate the accuracy and labour intensity of SSM in some specific examples to compare analytical methods and methods of statistical simulation.

Let us return to the example taken from [4] and discussed in Section 4 for the control systems of nuclear power plant technological means. The optimization results of a spares kit by means of the analytical methods and the method of statistical simulation are shown in Tables 4-6. With the standard value P^0= 0.95 and the sampling volume N = 1000 in 10 trials obtained with SSM, the optimal kit coincided with the kit obtained by means of the analytical methods, 50% of the trials. With P^0 = 0.99 and the sampling volume N = 1000 in 10 trials obtained with SSM the optimal kit never coincided with the kit obtained by the analytical methods. Table 4 shows the results of two trials for P^0= 0.95. With 12 spare parts the evaluation of the probability of failure-free operation *P(t)* = **0.9559** turned out higher than the required value and the actual one obtained by the analytical method. With 13 spare parts the probability is *P(t)* = 0.9631. The relative cost of a spares kit increased by 0.29%. With the same standard value and the sampling volume N = 10000, the optimization using SSM definitely gives a kit whose values coincide with the result of the optimization using the analytical methods.

If P^0 = 0.99, then with the sampling volume N = 10000 and even for N = 10^6, the statistical simulation method gives unstable results (Table 5 and 6). When N = 10^7 only, it gives the result coincided with the results of the analytical optimization (Table 6). Actual values of *P(t)* obtained by two methods are close to each other (the difference is in the fifth decimal place).

Table 4. *N*=**1000.** P^0=**0.95, the probability of failure-free operation (SSM)=0.9559**

№	Module	*k*	$k\lambda T * 10^6$, 1/h	*L*, AM	K_{aSPTA}, AM	*P*(*t*), AM	*L*, SSM	*L*, SSM
1	P III	2	0.3590	1	0.98199	0.993835	1	1
2	Mon	4	1.4016	1	0.82942	0.9961981	1	1
3	CPU-434	2	0.0727	0	0.96451	0.9950821	0	0
4	TBL	2	0.1752	1	0.99531	0.9991964	1	1
5	XBP-010	3	0.0045	0	0.99777	0.9970172	0	0
6	DDO	1	0.0365	1	0.99978	0.9986981	1	1
7	CHS	2	0.0235	0	0.98835	0.9994616	0	0
8	CPS-114	1	0.0159	1	0.99996	0.9997513	1	1
9	CPS-124	4	0.0634	0	0.96895	0.9999991	0	0

№	Module	k	$k\lambda T$ *10^6, 1/h	L, AM	K_{aSPTA}, AM	$P(t)$, AM	L, SSM	L, SSM
10	CRP	2	0.0280	0	0.98611	0.9992359	0	0
11	CRA	1	0.0142	1	0.99997	0.9998005	1	1
12	NOE	2	0.0293	0	0.98551	0.9991686	0	0
13	TSX	1	0.0394	1	0.99975	0.9984869	1	1
14	UPS	5	0.6570	3	0.99899	0.9907869	3	3
15	RPS-60	4	0.1577	0	0.92515	0.988538	1	0
16	RS2	2	0.0282	1	0.99987	0.9992193	1	1
17	NRP	2	0.0477	1	0.99963	0.9978011	1	1
18	RXN	1	0.0004	0	0.99978	0.9991244	0	0
19	Total	41	3.1541	12	0.67020	0.95241	13	12
20	Cost %			21.77			22.06	21.77

Table 5. N**=10000.** P^0**=0.99**

№	Module	k	$k\lambda T$ *10^6, 1/h	L, AM	K_{aSPTA}, AM	$P(t)$, AM	L, SSM	L, SSM	L, SSM
1	P III	2	0.3590	2	0.9984419	0.9994609	2	2	2
2	Mon	4	1.4016	2	0.9484916	0.9991841	2	2	2
3	CPU-434	2	0.0727	0	0.9645113	0.9950821	0	1	0
4	TBL	2	0.1752	2	0.9997982	0.9999653	1	1	1
5	XBP-010	3	0.0045	1	0.9999967	0.9999934	1	1	1
6	DDO	1	0.0365	2	0.9999980	0.9999842	1	1	2
7	CHS	2	0.0235	0	0.9883529	0.9994616	0	0	0
8	CPS-114	1	0.0159	1	0.9999584	0.9997513	1	1	1
9	CPS-124	4	0.0634	0	0.9689487	0.9999991	0	0	0
10	CRP	2	0.0280	0	0.9861141	0.9992359	0	0	0
11	CRA	1	0.0142	1	0.9999667	0.9998005	1	1	1
12	NOE	2	0.0293	0	0.9855124	0.9991686	0	0	0
13	TSX	1	0.0394	2	0.9999975	0.9999802	2	1	2
14	UPS	5	0.6570	5	0.9999902	0.9998724	4	4	4
15	RPS-60	4	0.1577	2	0.9998513	0.9999882	2	1	1
16	RS2	2	0.0282	1	0.9998692	0.9992193	1	1	1
17	NRP	2	0.0477	2	0.9999956	0.9999652	2	2	2
18	RXN	1	0.0004	1	1.0000000	0.9999998	1	0	1
19	Total	41	3.1541	24	0.84960	0.990147	21	19	21
20	Cost %			36.74			33.85	40.98	34.37
21	$P(t)$, AM			0.9901			0.987	0.989	0.988

AM – analytical method

Table 6. P^0=0.99

№	Module	L, N=10^5	L, N=10^5	L, N=10^5	L, N=10^6	L, N=10^7	$P(t)$, N=10^7
1	P III	2	2	2	2	2	0.999482
2	Mon	2	2	2	2	2	0.999190
3	CPU-434	1	0	0	0	0	0.995075
4	TBL	1	2	2	2	2	0.999977
5	XBP-010	1	1	1	1	1	0.999993
6	DDO	2	2	2	2	2	0.999984
7	CHS	0	0	0	0	0	0.999459
8	CPS-114	1	1	1	1	1	0.999752
9	CPS-124	0	0	0	0	0	1.000000
10	CRP	0	0	0	0	0	0.999233
11	CRA	1	1	1	1	1	0.999802
12	NOE	0	0	0	0	0	0.999167
13	TSX	1	2	2	2	2	0.999979
14	UPS	4	5	5	5	5	0.999871
15	RPS-60	1	1	2	2	2	0.999987
16	RS2	1	1	1	1	1	0.999214
17	NRP	2	2	2	2	2	0.999964
18	RXN	0	1	1	1	1	1.000000
19	Total	20	23	24	24	24	0.990163
20	Cost %	41.79	36.45	36.74	36.74	36.74	
21	$P(t)$, AM	0.9905	0.9899	0.9901	0.9901	0.99015	

Summary table 7 shows that with the insufficient sampling volume the calculation results in different trials behave erratically. The optimal kits do not coincide for different trials and differ from the kit obtained by the analytical methods. It is then possible to observe deviations in either direction: greater and lesser cost. The estimation of the probability of failure-free operation differs from the calculations using the analytical methods. In most cases the estimation is too high, and the actual value of the $P(t)$ is sometimes less than the standard value. The results are sustainable for very large sampling volumes. In this example this is achieved with N = 10000 for P^0 = 0.95, and with N = 1000000 for P^0 = 0.99.

Table 7. Summary table of statistical optimization of SPTA

Method	N	P^0	L	$P(t)$,AM	$P(t)$, SSM	C	Share
AM	-	0.95	**12**	**0.952412**		**411.24**	**21.77**
SSM	1000	0.95	13	0.963161	0.954943	416.71	22.06
SSM	1000	0.95	**12**	**0.952412**	**0.955884**	**411.24**	**21.77**
SSM	1000	0.95	13	0.963161	0.961660	416.71	22.06

Method	N	P^0	L	$P(t)$,AM	$P(t)$, SSM	C	Share
SSM	10000	0.95	12	**0.952412**	0.952637	**411.24**	**21.77**
SSM	10000	0.99	21	0.987069	0.990035	639.412	33.85
SSM	10000	0.99	19	0.989248	0.991136	774.138	40.98
SSM	10000	0.99	21	0.988050	0.990238	649.276	34.37
SSM	100000	0.99	23	0.989857	0.990236	688.548	36.45
SSM	100000	0.99	20	0.990522	0.991097	789.475	41.79
SSM	100000	0.99	**24**	**0.990147**	0.990254	**694.021**	**36.74**
SSM	1000000	0.99	**24**	0.990147	0.990268	694.021	**36.74**
SSM	1000000	0.99	**24**	0.990147	0.990219	694.021	**36.74**

For Pamir-1 the methods can only be compared with the evaluation of suffucuency, since the requirements for reliability and structural redundancy patterns are not known. With $N = 10^6$ the estimations for the least reliable element of RES-49 obtained by INTELLEKT-ZIP are given in Table 8.

Table 8. RES-49

Optimization problem	L	K_{aSPTA}, SSM, $N=10^6$	K_{aSPTA}, AM
direct	40	0.9782	0.98175
inverse	58	0.9847	0.98950
direct	112	0.9920	0.99541

The statistical simulation method gives consistently reduced values of sufficiency.

10. Conclusion

1. The analysis of the results of the methodologies for SPTA formation and optimization according to sufficiency gives disappointing conclusions. In some cases the recommended composition of a spares kit with high sufficiency can not provide the acceptable level of reliability of a product. Even in the example given in the guidance document and considered as a benchmark, the calculated spares kit provides the probability of failure-free operation of 0.0074 only. An attempt to improve the composition of a single spares kit in [1] leads to a significant reduction of SPTA composition without reducing the availability factor, but the probability of failure-free operation drops to 10^{-20}. The question arises why one should reduce stock and achieve high values of sufficiency, if the reliability of products due to that drops practically to zero. The reason of the absurdity of this situation is a misconception of stock purpose in SPTA.

2. Selection of SPTA should be carried out according to the criterion of the required reliability parameter. Stock sufficiency parameter is not of particular interest and can be calculated for information only. The methodologies currently used in the industry for spares kit selection based on sufficiency should be replaced by methodologis based on reliability. This will allow us to eliminate the apparent contradiction between the purpose of spares kits and the criterion of their composition selection.

3. Optimization of spares kits should also be conducted according to reliability. Usage of one of the sufficiency parameters as a criterion for optimization may provide decisions which are worse than the optimal one according to the reliability criterion in terms of stock cost and achievable reliability value (with a more expensive kit, a lower reliability).

4. Valid regulations prescribing to conduct selection and optimization of a spares kit according sufficiency should be revised in favour of the change in the selection criteria or supplemented by new sections reflecting the selection and optimization of SPTA according to the reliability criterion.

5. The method of statistical simulation should be recognized as quite competitive in comparison with the analytical methods, as it has a high degree of universatility. However, it is not investigated enough in terms of estimations and accuracy control of the obtained statistical values of reliability and sufficiency. Therefore, while solving the direct problem, the method should be used with extreme caution. With an insufficient sampling volume, it is possible to observe significant deviations of estimates from their true values. For optimization of spares kits, the method is less adapted, as the selection of the following spare part for the next step of optimization has to be carried out according to the probabilities which are very close to one. For the right selection, the high accuracy of probability estimation, and thus, large sampling volumes are required.

References

1. **Zhadnov V.V., Avdeev D.K., Tikhmenev A.N.** The problems of calculation of sufficiency and stock optimization indications in systems of spares kits//Dependability, 2011, №3, p.53 – 60.

2. RD V 319.01.19-98. Electronic defense systems. Methodology for estimation and calculation of stock in spares kit.

3. **Zhadnov V.V**. Automation of designing of components stock in spares kits. M: Components and technologies, 2010, №5, p.173–176.

4. **Cherkesov G.N. Evaluation of system reliability with spares kit taken into account. St. Petersburg: Publishing House of BHV-Petersburg, 2012, p. 480.**

5. **Cherkesov G.N.** Reliability of technical systems with temporal redundancy. M: Sov. radio, 1974, p. 296.

6. GOST RV 27.3.03-2005. Military equipment reliability. Estimation and calculation of stock in spares kits.

7. **Cherkesov G.N**. On the problem of calculation of restorable systems reliability in case of availability of spare elements. Part 1// M: Dependability, 2010, № 3, p.29-39.

8. **Petrov G.A.**, Rezinovsky A. Ja. Proposals for correction of the methodology of stock optimization in spares kit // Dependability, 2010, № 2, p.30-43.

Володарский В.А.

ОПТИМИЗАЦИЯ ПРЕДУПРЕДИТЕЛЬНЫХ ЗАМЕН И РЕМОНТОВ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

Изложен методический подход к постановке и решению задач оптимизации предупредительных замен и ремонтов технических устройств в условиях неопределенности исходной информации.

Ключевые слова: *оптимизация, ремонт, замена, информация, неопределенность.*

1. Исходные положения

В настоящее время оптимизационные расчеты параметров предупредительных замен (ПЗ) и предупредительных ремонтов (ПР) технических устройств (ТУ) проводятся, как правило, в предположении о строгой достоверности и однозначности используемой исходной информации и, следовательно, о строгой однозначности получаемых решений. Недостатком такого подхода является заведомое преувеличение точности оптимизации и невозможность выявить решения, экономически близкие к однозначно определяемому формально-оптимальному решению.

При решении практических задач оптимизации ПЗ и ПР неизбежна большая или меньшая неопределенность исходной информации. Она проявляется в недостоверном знании численных значений исходных показателей или их вероятностного описания. Поэтому становится очевидным, что методы оптимизационных расчетов при полностью определенной информации все в большей мере приходят в противоречие с реальной действительностью. Объективно существующая неопределенность исходной информации требует принципиально нового подхода к постановке и решению задачи. Оптимизация в условиях неопределенности неизбежно содержит эвристические процедуры, исключающие полную формализацию этого процесса. При этом речь идет не о технических, а именно о принципиальных трудностях формализации, вызванных неполным знанием.

Учет факторов неопределенности при принятии решений о параметрах ПЗ и ПР имеет ряд преимуществ. Во-первых, наибольшее приближение формализованных методов решения к реальным условиям эксплуатации. Во-вторых, обязательность многовариантных расчетов и возможность анализа на их основе последствий от принятия решений. В-третьих, возможность выбора наиболее гибких решений из числа практически равно экономичных. В-четвертых, возможность принятия более обоснованных решений и уменьшение риска перерасхода средств, обусловленного неточным знанием.

2. Постановка задачи

Особого внимания в условиях неопределенности требует сама постановка задачи, которая заключается: 1) в описании технико-экономической сущности задачи, целей и критериев оптимизации; 2) в математической формализации задачи, включающей определение целевой функции, ограничений и состава параметров, неопределенность которых может повлиять на результаты решения.

Оптимизация заключается в установлении таких значений параметров ПЗ и ПР, при которых обеспечивается максимально возможный в определенных условиях эффект. Под эффектом здесь понимается полное или частичное достижение определенных целей. Выделим наиболее существенные цели и соответствующие им критерии. Очевидно, что система ПЗ и ПР не может считаться совершенной, если она недостаточно экономически эффективна. Поэтому основным критерием оптимизации является минимум удельных эксплуатационных затрат на ПЗ и ПР и аварийное восстановление с учетом ущерба от возможных отказов ТУ. В отдельных случаях отказы ТУ могут приводить к нарушениям безопасности, например, безопасности движения транспортных систем. Поэтому вторым критерием при определении параметров ПЗ и ПР следует считать обеспечение безопасности при эксплуатации ТУ.

При оптимизации ПЗ и ПР невозможно рассматривать экономическую эффективность и безопасность в отрыве от надежности. Следует подчеркнуть, что применительно к ТУ надежность приобретает как бы двойную значимость. Она, с одной стороны, существенно влияет на экономическую эффективность, а с другой – в значительной мере предопределяет безопасность. В рамках комплексного подхода рационально считать, что основными являются критерии экономической эффективности и безопасности, а надежность – средство, с помощью которого достигаются требуемые значения этих показателей. Тогда задачу оптимизации можно сформулировать следующим образом: найти такие значения параметров ПЗ и ПР, при которых достигается минимум удельных эксплуатационных затрат и обеспечивается допустимый по условиям безопасности уровень надежности ТУ.

С точки зрения математической формализации и общих подходов к ее решению задача оптимизации ПЗ и ПР относится к классу задач исследования операций [1]. Она сводится к нахождению таких значений управляемых параметров U, при которых в условиях воздействия неуправляемых Z и фиксированных W параметров целевая функция $C(U,Z,W)$, определяющая удельные эксплуатационные затраты, принимает минимальное значение. В качестве управляемых параметров U выступает периодичность τ и глубина α ПЗ и ПР устройств. Фиксированными параметрами W являются стоимость ПЗ и ПР B и стоимость аварийного восстановления с учетом ущерба от отказов ТУ A. В качестве неуправляемых параметров Z выступают вероятность безотказной работы (ВБР) P и вероятность q того, что отказ ТУ будет устранен минимально необходимым аварийным ремонтом.

На параметры целевой функции могут быть наложены ограничения в виде равенств и неравенств. ВБР, определяющая состояние ТУ зависит от параметров τ и α и описывается функцией распределения F. По условиям обеспечения безопасности ВБР должна быть не ниже определенного допустимого значения $P_д$. Поскольку ПЗ и ПР направлены на предупреждение отказов ТУ, периодичность их должна быть меньше наработки на отказ T. Тогда в общем виде задача оптимизации ПЗ и ПР устройств может быть формализована следующим образом:

$$C(\tau,\alpha) = \min C(\tau,\alpha;A,B;P,q) \text{ при } P = F(\tau,\alpha),\ \alpha \geq 0,\ 0 < \tau < T,\ P \geq P_д. \quad (1)$$

Введем понятия C – критерия, по которому определяются оптимальные параметры ПЗ и ПР из условия минимума удельных эксплуатационных затрат, и P – критерия, по которому определяются параметры ПЗ и ПР из условия обеспечения допустимой по безопасности ВБР. На практике при проведении ПЗ и ПР существует ряд ограничений материальных ресурсов, численности персонала, длительности проведения, погодных условий и т.п. Сроки ПЗ и ПР различных ТУ должны быть увязаны между собой. В рамках C- и P- критериев трудно, иногда невозможно учесть влияние множества ограничений и факторов, ряд из которых может быть задан лишь в качественной форме и не влияет на поиск оптимальных значений параметров ПЗ и ПР. Поэтому представляется целесообразным такие ограничения не формализовывать, а учитывать их при принятии окончательных решений.

Если для параметров целевой функции Z, W и функции распределения F имеются однозначные статистические характеристики, то решаемая оптимизационная задача (1) будет вероятностно-определенной. Если для Z и W имеются только данные об их возможных диапазонах, а F может быть задана серией возможных функций распределения, то задачу (1) необходимо решать в вероятностно-неопределенной постановке. Таким образом, математические принципы решения задачи оптимизации ПЗ и ПР в существенной мере зависят от степени определенности исходной информации о функции распределения вероятности безотказной работы и параметрах целевой функции. Поэтому применению формализованных методов оптимизации должен предшествовать анализ исходной информации, неопределенность которой влияет на результаты решения задачи.

3. Анализ факторов неопределенности

Задачей анализа является классификация и качественное описание факторов неопределенности для того, чтобы выяснить возникающие при оптимизации методические и практические трудности решения и наметить пути их преодоления, а также установить в дальнейшем степень влияния этих факторов на точность оптимизации ПЗ и ПР устройств. Точность оптимизации можно оценить по отклонениям целевой функции от оптимального значения под действием интересующего нас параметра в виде коэффициента $K = C / C_o$, где C- значение целевой функции при отклонении параметра; C_o – значение целевой функции при оптимальном значении параметра.

Используя классификацию [2], исходную информацию в задачах оптимизации ПЗ и ПР можно разделить на четыре вида: 1) детерминированную; 2) вероятностно-определенную, когда известны функции и параметры распределения случайных величин; 3) вероятностно-неопределенную, когда функции распределения случайных величин неизвестны и 4) собственно неопределенную.

С “полностью” неопределенной информацией на практике оперировать, как правило, не приходится, так как по любому параметру можно тем или иным способом, включая экспертные оценки специалистов, получить необходимый минимум ориентировочной информации. К детерминированной относится информация о стоимости ПЗ и ПР B, среднее значение которой однозначно определено нормативными документами. Информацию о стоимости аварийного восстановления, входящей в состав параметра A, можно отнести к условно – детерминированной, поскольку она не может быть определена однозначно из-за некоторой её зависимости от ряда случайных факторов, таких, как внезапность отказов ТУ, квалификация обслуживающего персонала и т.п. Информацию об ущербе от отказов ТУ в силу случайного, а иногда недостаточно определенного характера, можно отнести к вероятностно – определенной или вероятностно – неопределенной.

На практике большие трудности возникают с точной оценкой глубины ремонта α и её вклада в изменение показателей надежности ТУ, поскольку качество ПР зависит от ряда случайных, трудно

учитываемых факторов, таких как состояние ТУ, качество запасных частей и процедур ремонта, квалификация ремонтного персонала и др. В зависимости от наличия статистического материала информацию о параметре α можно отнести к вероятностно – определенной или вероятностно – неопределенной.

Особые трудности на практике возникают при выборе функции распределения F из-за малого объема статистического материала об отказах ТУ. Определить функцию распределения существующим методом математической статистики [3] можно при количестве отказов более пятидесяти. В этом случае информация о F будет вероятностно – определенной, а в противном случае – вероятностно – неопределенной, так как при этом можно получить несколько возможных функций распределения. Информация о параметре q в зависимости от объема статистического материала об отказах ТУ может быть вероятностно-определенной или вероятностно-неопределенной.

Неопределенность исходной информации приводит к методическим и практическим трудностям решения задачи оптимизации ПЗ и ПР. При этом значительно повышается размерность решаемой задачи, так как появляется большое число возможных сочетаний информации о функции распределения вероятности безотказной работы и параметрах целевой функции. Например, если задано три вида функции F и каждый из параметров A, α, q задан тремя значениями, то в этом случае имеет место 81 сочетание используемой информации, каждому из которых при решении задачи соответствует свое оптимальное значение параметров ПЗ и ПР.

Таким образом, неопределенность исходной информации приводит к неоднозначности решения оптимизационной задачи. Расчетным путем можно определить только зону, внутри которой каждая периодичность ПЗ и ПР при тех или иных сочетаниях исходной информации будет оптимальной. Такая зона названа академиком Л.А.Мелентьевым «зоной неопределенности оптимальных решений»[2]. Практическое следствие неопределенности исходной информации состоит в том, что неоднозначность результатов решения оптимизационной задачи приводит к неопределенности при выборе параметров ПЗ и ПР. Очевидно, что в этих условиях окончательное решение должно приниматься людьми на эвристической основе и такой «субъективный» выбор при неопределенности исходной информации неизбежен.

Трудности и отрицательные последствия, связанные с неопределенностью исходной информации, можно преодолевать по двум направлениям: 1) уменьшением неопределенности самой информации; 2) разработкой соответствующих методов оптимизации и принятия решений в условиях неопределенности. Работы по первому направлению чрезвычайно трудоемки и дороги. Кроме того, никакие усилия в этом направлении не позволят полностью ликвидировать неопределенность исходной информации. Поэтому весьма актуально проведение исследований по второму направлению с целью создания методов, позволяющих при неопределенности исходной информации принимать обоснованные решения по практически оптимальным параметрам ПЗ и ПР технических устройств.

4. Методические принципы решения задачи

Методы решения задачи оптимизации ПЗ и ПР в существенной мере зависят от степени определенности используемой исходной информации. Дадим классификацию задач оптимизации в зависимости от степени определенности информации о функции распределения вероятности безотказной работы и параметрах целевой функции. Рассмотрим три степени определенности информации о функции распределения: 1) F и её параметры известны; 2) известен только коэффициент вариации V; 3) известна только наработка на отказ T. Первая степень соответствует вероятностно-определенной, вторая и третья – вероятностно-неопределенной информации. Рассмотрим три степени определен-

ности информации о параметрах *A, α, q*: 1)детерминированная; 2) вероятностно-определенная; 3) вероятностно-неопределенная.

Типы возможных оптимизационных задач представим в виде матрицы (таблица 1). Тип задачи характеризуется двойным индексом: первый индекс означает номер строки; второй – номер столбца. Номера строк соответствуют степени определенности информации о функции распределения, столбцов – о параметрах целевой функции. Все задачи, кроме 11,12, являются вероятностно – неопределенными.

Таблица 1

Степень определенности информации о функции *F*	**Степень определенности информации о параметрах *A, a, q***		
	1. Детерминированная	**2. Вероятностно-определенная**	**3. Вероятностно-неопределенная**
Известна *F*	11	12	13
Известен *V*	21	22	23
Известна *T*	31	32	33

В настоящее время в теории надежности разработаны только методы решения задач 11 [4,5] и 31 [6]. Поскольку на практике при оптимизации ПЗ и ПР необходимая исходная информация является, как правило, вероятностно – определенной или вероятностно – неопределенной, наибольший интерес представляет разработка методов решения задач типов 12,13,22,23,32 и 33.

Один из возможных методических подходов к решению перечисленных задач заключается в следующем. Решение вероятностно – неопределенных задач сводится к их вероятностно – определенному эквиваленту. Для этого значения параметров целевой функции *A, α, q* в случае условно-детерминированной и вероятностно-определенной информации задаются математическим ожиданием, а в случае вероятностно – неопределенной информации– диапазоном значений. В последнем случае при отсутствии необходимых исходных данных параметры целевой функции оцениваются экспертным путем. Неизвестные функции распределения *F* выбираются эвристически. Причем для большей надежности получаемых решений необходимо задать несколько возможных функций распределения.

Для решения полученной эквивалентной вероятностно – определенной задачи можно применять известные методы, позволяющие находить оптимальные решения, соответствующие математическому ожиданию целевой функции вида

$C(\tau/\alpha) = min\ M[C(\tau; A, B, \alpha; P, q)]$, где M – знак математического ожидания.

В результате решения такой задачи необходимо определять не только формально – оптимальные параметры ПЗ и ПР для каждой предварительно принятой функции распределения *F*, а также зону всех возможных условно оптимальных значений, исходя из диапазона изменения параметров целевой функции *A, α, q* или заданного коэффициента точности оптимизации *K*. В условиях неопределенности исходной информации формализованные методы решения поставленной задачи являются необходимым, но лишь вспомогательным инструментом, позволяющим при использовании вычислительной техники автоматизировать чрезвычайно трудоемкий, но необходимый процесс поиска условно оптимальных значений параметров ПЗ и ПР. Окончательный выбор решений проводится специалистами с учетом опыта эксплуатации и с привлечением дополнительных неформализованных критериев.

Решение задачи оптимизации ПЗ и ПР с использованием предложенного методического подхода состоит из следующих основных этапов.

1. Проводится сбор исходных данных об отказах, стоимости ПЗ и ПР и аварийного восстановления, а также об ущербе от отказов ТУ, на основании которых определяется необходимая для решения задачи исходная информация о функции распределения F и параметрах целевой функции A, B, α, q.

2. В зависимости от степени определенности исходной информации по таблице 1 выбирается тип решаемой оптимизационной задачи.

3. Для вероятностно-неопределенных задач выбирается множество функции распределения F, оценивается диапазон значений параметров целевой функции A, α, q и задается коэффициент точности оптимизации K.

4. По C – критерию:

- в случае вероятностно-определенных задач вычисляется оптимальная периодичность ПЗ и ПР и соответствующий ей минимум целевой функции;
- в случае вероятностно-неопределенных задач для множества функций распределения F вычисляется множество оптимальных периодичностей ПЗ и ПР и соответствующее им множество минимальных значений математического ожидания целевой функции. Затем при заданном коэффициенте K определяется диапазон нижних и верхних значений периодичности и устанавливается зона условно-оптимальных значений параметров ПЗ и ПР.

5. По Р- критерию:

- в случае вероятностно-определенных задач вычисляются допустимые по условиям безопасности значения периодичности ПЗ и ПР;
- в случае вероятностно-неопределенных задач для множества функций распределения F определяется множество допустимых по условиям безопасности значений периодичности ПЗ и ПР и из него выбирается наименьшее.

6. Полученные по C – и P – критериям значения сравниваются и определяется зона целесообразных значений периодичности ПЗ и ПР.

7. Производится анализ полученной зоны целесообразных значений и принятие окончательного решения о практически оптимальных значениях параметров ПЗ и ПР.

Проиллюстрируем решение оптимизационных задач на этапах 4, 5 и 6.

Задачи 11 и 12. По С- критерию находится оптимальное значение периодичности ПЗ (ПР) τ_o и минимальное значение целевой функции C_o, а по P – критерию допустимое по условиям безопасности значение периодичности ПЗ (ПР) $\tau_д$. Тогда целесообразные значения периодичности $\tau_ц$ лежат в диапазоне: при $\tau_o < \tau_д$ $\tau_o \le \tau_ц \le \tau_д$, а при $\tau_o > \tau_д$ $\tau_ц \le \tau_д$.

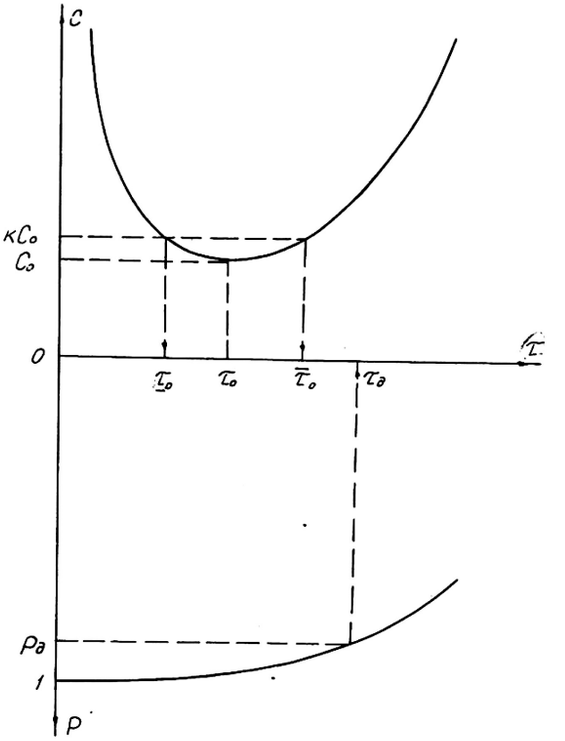


Рис. 1. Принцип решения задачи 13 для случая 1

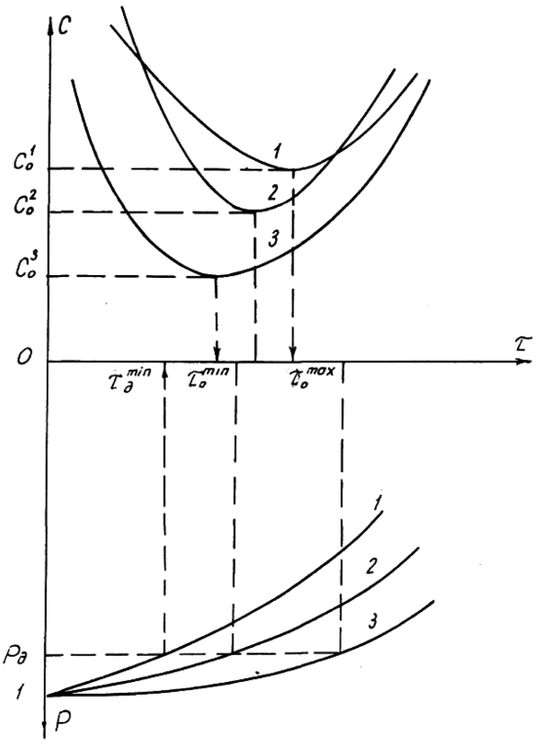


Рис. 2. Принцип решения задач 21, 22, 31 и 32 для случая 3

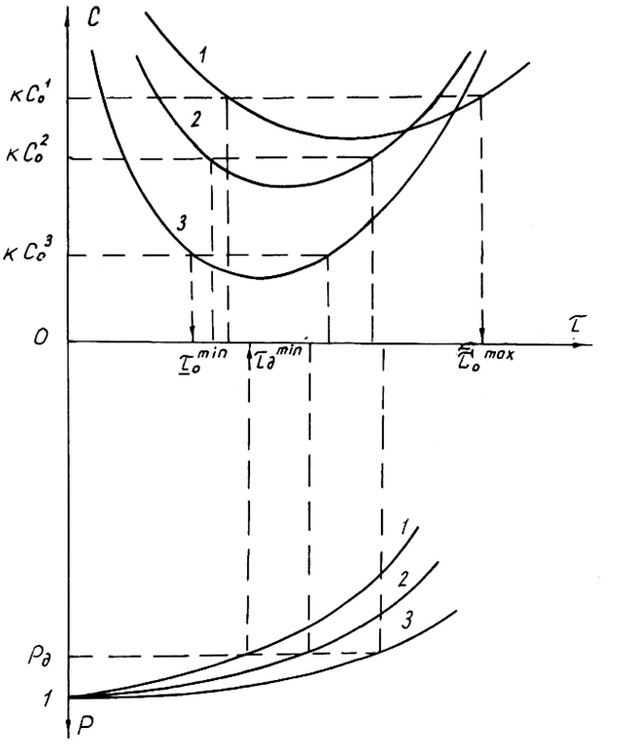


Рис. 3. Принцип решения задач 23 и 33 для случая 2

Задача 13. По *C*- критерию определяется τ_o и C_o, а также при заданном коэффициенте *K* нижнее $\underline{\tau}_o$ и верхнее $\overline{\tau}_o$ значения ПЗ (ПР). По *P* – критерию определяется $\tau_д$. Тогда получаем: 1) при $\overline{\tau}_o < \tau_д \underline{\tau}_o \le \tau_ц \le \overline{\tau}_o$; 2) при $\underline{\tau}_o < \tau_д < \overline{\tau}_o \underline{\tau}_o \le \tau_ц \le \tau_д$; 3) при $\underline{\tau}_o > \tau_д \tau_ц \le \tau_д$.

На рис.1 представлен принцип решения задачи 13 для случая 1, из которого видно, что целесообразные значения периодичности при заданной точности оптимизации *K* находятся в диапазоне $\underline{\tau}_o \ldots \overline{\tau}_o$, определенных по *C*- критерию. Таким образом, в данном случае определяющим при выборе периодичности ПЗ (ПР) является критерий минимума удельных эксплуатационных затрат.

Задачи 21, 22, 31 и 32. По *C*- критерию для множества функций распределения $\{F^1,F^2,\ldots,F^n\}$ определяется множество оптимальных значений периодичности $\{\tau_o^1,\tau_o^2,\ldots,\tau_o^n\}$ и соответствующее ему множество минимальных значений целевой функции $\{C_o^1,C_o^2,\ldots,C_o^n\}$. Зона условно оптимальных значений периодичности определяется диапазоном значений $\tau_o^{min}\ldots\tau_o^{max}$. По *P*- критерию определяется множество допустимых по условиям безопасности значений периодичности $\{\tau_д^1,\tau_д^2,\ldots,\tau_д^n\}$ и из него выбирается наименьшее $\tau_д^{min}$. Тогда получаем: 1) при $\tau_o^{max} < \tau_д^{min}\ \tau_o^{max} \le \tau_ц \le \tau_д^{max}$; 2) при $\tau_o^{min} < \tau_д^{min} < \tau_o^{max}\ \tau_o^{min} \le \tau_ц \le \tau_д^{min}$; 3) при $\tau_o^{min} > \tau_д^{min}\ \tau_ц \le \tau_д^{min}$.

На рис. 2 представлен принцип решения задач 21, 22, 31 и 32 для случая 3 при трех функциях распределения *F*. Из рисунка видно, что целесообразные значения периодичности находятся в диапазоне значений $0\ldots\tau_д^{min}$, определенных по *P*- критерию. Таким образом, в данном случае определяющим при выборе периодичности является критерий безопасности ТУ.

Задачи 23 и 33. По *C* – критерию для множества $\{F^1,F^2,\ldots F^n\}$ определяется множество $\{\tau_o^1,\tau_o^2,\ldots,\tau_o^n\}$ и соответствующее ему множество $\{C_o^1,C_o^2,\ldots,C_o^n\}$, а также при заданном *K* множество верхних и нижних значений периодичности $\{\underline{\tau}_o^1,\overline{\tau}_o^1;\underline{\tau}_o^2\overline{\tau}_o^2;\ldots;\underline{\tau}_o^n,\overline{\tau}_o^n\}$. Зона условно оптимальных значений периодичности определяется диапазоном значений $\underline{\tau}_o^{min}\ldots\overline{\tau}_o^{max}$. По *P* – критерию определяется

множество $\{\tau_д^1, \tau_д^2, \ldots, \tau_д^n\}$ и из них выбирается $\tau_д^{min}$. Тогда получаем: при 1) $\overline{\tau}_o^{\max} < \tau_д^{\min} \underline{\tau}_o^{\min} \le \tau_ц \le \overline{\tau}_o^{\max}$; 2) при $\underline{\tau}_o^{\min} < \tau_д^{\min} < \overline{\tau}_o^{\max} \underline{\tau}_o^{\min} \le \tau_ц \le \tau_д^{\min}$; 3) при $\underline{\tau}_o^{\min} > \tau_д^{\min} \tau_ц \le \tau_д^{\min}$.

На рис. 3 представлен принцип решения задач 23 и 33 для случая 2 при трех функциях распределения. Из рисунка видно, что целесообразные значения периодичности находятся в диапазоне значений $\underline{\tau}_o^{\min} \tau_д^{min}$, определенных по C – и P – критериям. Таким образом, в данном случае можно обеспечить как экономически целесообразное при заданной точности оптимизации значение удельных эксплуатационных затрат, так и заданное по условиям обеспечения безопасности значение вероятности безотказной работы ТУ.

Заключение

В рамках комплексного подхода основными критериями оптимизации предупредительных замен и ремонтов целесообразно считать минимум удельных эксплуатационных затрат и допустимый по условиям обеспечения безопасности уровень вероятности безотказной работы технических устройств.

Решение задачи оптимизации ПЗ и ПР усложняется из-за неопределенности исходной информации, которая проявляется в погрешности численных значений параметров целевой функции и в недостоверном описании функций распределения показателей надежности. Неопределенность исходной информации повышает размерность задачи, приводит к неоднозначности результатов её решения и выбора периодичности ПЗ и ПР технических устройств.

Решение вероятностно-неопределенных задач оптимизации ПЗ и ПР целесообразно свести к их вероятностно-определенному эквиваленту путем задания диапазона значений параметров целевой функции и выбора наиболее вероятных функций распределения показателей надежности.

Целью формализованного решения вероятностно-неопределенных задач является определение зоны условно оптимальных значений периодичностей ПЗ и ПР, ширина которой зависит от степени определенности исходной информации. Окончательный выбор решений должен проводиться специалистами с привлечением дополнительных неформализованных критериев.

Литература

1. Исследование операций / Под ред. **Дж. Моудера**. – М.: Мир, 1981. – 667 с.

2. **Мелентьев Л.А.** Оптимизация развития и управления больших систем энергетики. – М.: Высшая школа,1983. – 319 с.

3. **Джонсон Н., Лион Ф.** Статистика и планирование эксперимента в технике и науке: Методы обработки данных. – М.: Мир, 1980. – 612 с.

4. **Барлоу Р., Прошан Ф.** Математическая теория надежности. – М.: Советское радио, 1969. – 488 с.

5. **Барзилович Е.Ю., Каштанов В.А.** Некоторые математические вопросы теории обслуживания сложных систем. – М.: Советское радио, 1971.- 272 с.

6. **Барзилович Е.Ю., Каштанов В.А.** Организация обслуживания при ограниченной информации о надежности систем. – М.: Советское радио, 1975. – 136 с.

Volodarsky V.A.

OPTIMIZATION OF PREVENTIVE REPLACEMENTS AND REPAIR UNDER CONDITIONS OF UNCERTAINTY

The paper presents a methodological approach to definition and solution of tasks related to preventive replacement optimization and technical equipment repair under conditions of uncertainty of initial information.

Keywords: *optimization, repair, replacement, information, uncertainty.*

1. Background

Nowadays, optimization calculations of parameters of preventive replacement and repair of technical equipment are carried out, as a rule, upon the assumption of strict verification and unambiguousness of initial information used and, consequently, strict unambiguousness of obtained solutions. The disadvantage of this approach is a known overestimation of optimization accuracy and impossibility to find out solutions economically close to a uniquely defined and formally optimal solution.

When solving practical tasks of optimization of preventive replacement and repair, more or less uncertainty of initial information is inevitable. It reveals itself in uncertain knowledge of numerical values of initial data or their probabilistic description. Therefore, it becomes evident that methods of optimization calculations in case of fully defined information are increasingly coming into conflict with reality. Real uncertainty of initial information requires a fundamentally new approach to task definition and solution. Optimization under uncertainty condition inevitably contains heuristic procedures that exclude complete formalization of this process. And it is a fundamental difficulty in formalization caused by incomplete knowledge that matters rather than the technical one.

Consideration of uncertainty factors while taking decisions on parameters of preventive replacement and repair has a number of benefits. First, it provides maximum approximation of formal methods of solution to real operational conditions. Second, it ensures compulsory multivariate calculations and a possibility of analyzing the consequences of decision making on their basis. Third, it gives a possibility of selecting the most flexible solutions among those that are practically identically cost-effective. Fourth, it gives a possibility of taking more justified decisions and of reducing the risk of over expenditure of funds stipulated by inaccurate knowledge.

2. Task definition

It is the definition of a task that requires special attention under uncertainty conditions. It involves the following: 1) description of technical and economic essence of a task, objectives and criteria of optimization; 2) mathematical formulization of a task, including the definition of a target function, constraints and composition of parameters whose uncertainty may affect the results of the solution.

Optimization consists in establishing such parameters of preventive replacement and repair that ensure maximum possible effect in certain conditions. The effect means a complete or partial achievement of certain objectives. Let us single out the most significant objectives and their corresponding criteria. It is evident that the system of preventive replacement and repair cannot be considered perfect if it is not enough cost-effective. Therefore, the main criterion of optimization is a minimum operating cost per unit for preventive replacement and repair and emergency recovery, with the damage of possible equipment failure taken into account. In some cases equipment failure may result in safety violation, e.g. violation of traffic safety of transport systems. Therefore, the second criterion of the definition of parameters for preventive replacement and repair should be the safety of equipment operation.

While optimizing preventive replacement and repair, it is impossible to consider cost efficiency and safety in isolation from reliability. It should be stressed that reliability gains sort of double importance for technical equipment. On the one hand, it affects significantly cost efficiency, and on the other hand, it predetermines safety to a great extent. In the context of comprehensive approach it is reasonable to consider that the main criteria are cost effectiveness and safety, and reliability is some means to achieve required values of these parameters. Then the optimization task may be formulated as follows: finding such values of preventive replacement and repair which allow to achieve minimum operating cost per unit and to secure acceptable safety related reliability of technical equipment.

In terms of mathematical formulization and common approach to its solution, the optimization task of preventive replacement and repair refers to research of operations [1]. It is reduced to finding such values of controlled parameters U when under influence of uncontrolled Z and fixed W parameters the target function $C(U,Z,W)$ defining total operating costs per unit takes on minimum value. The periodicity τ and the depth α of preventive replacement and repair of equipment arise as the controlled parameter U. The fixed parameter W is the cost of preventive replacement and repair B and the cost of emergency recovery, with the damage of technical equipment failure A taken into account. Probability of failure-free operation P and probability q of the event that equipment failure will be eliminated by minimum emergency repair appear as the uncontrolled parameter Z.

Constraints in the form of equality and inequality may be imposed upon the parameters of the target function. Probability of failure-free operation defining the state of technical equipment depends on the parameters τ and α and is described by the distribution function F. According to safety conditions, the probability of failure-free operation should be not lower than a certain acceptable level P_{∂}. As preventive replacement and repair aim at failure prevention of technical equipment, their periodicity should be lower than the time to failure T. Then in general, the optimization task of equipment preventive replacement and repair may be formalized in the following way:

$$C(\tau,\alpha) = \min C(\tau,\alpha;A,B;P,q) \text{ with } P = F(\tau,\alpha),\ \alpha \geq 0,\ 0<\tau<T,\ P \geq P_{\partial} \quad (1)$$

Let us introduce the criterion C according to which optimal parameters of preventive replacement and repair subject to minimum operating cost per unit are defined, and the criterion P according to which parameters of preventive replacement and repair subject to acceptable safety related probability of failure-free operation is defined. While executing preventing replacement and repair in practice, there

is a range of constraints on materials, number of personnel, duration, weather conditions, etc. Times of preventive replacement and repair of different equipment should be coordinated between each other. In the framework of criteria C and P it is difficult, sometimes impossible, to take into account the effect of a set of constraints and factors, a range of which can be given in a qualitative form only and does not affect search for optimal preventive replacement and repair parameters. In this regard it seems reasonable not to formalize such constraints but to take them into account for final decision making.

If for parameters of the target function Z, W and the distribution function F there are unambiguous statistical characteristics, then the optimization task in question (1) would be of definite probability. If for Z and W there are data on their possible range and F may be given by series of possible distribution functions, then task (1) should be solved in the form of probabilistic indefinite statement. Thus, the mathematical principles of task solution of preventive replacement and repair optimization significantly depend on a degree of certainty of initial information about distribution function of failure-free operation and target function parameters. In this regard a formal method of optimization should be preceded by the analysis of initial data whose uncertainty affects results of the task solution.

3. Analysis of uncertainty factors

The task of analysis is to classify and to give qualitative description of uncertainty factors in order to find methodological and practical difficulties in optimizing and to set out the ways of their solving as well as further to establish a degree of influence of these factors on the accuracy of optimization of equipment preventive replacement and repair. Optimization accuracy may be estimated by target function deviations from optimal value by the influence of the parameter of interest to us as the coefficient $K = C / C_o$, where C is the target function value with parameter deviation; C_o is the target function value with the optimal parameter.

With the help of classification [2], the initial information in optimization tasks of preventive replacement and repair can be divided into four categories: 1) deterministic; 2) probabilistically definite, when functions and parameters of the random variables distribution are known; 3) probabilistically indefinite, when function of the random variables distribution are unknown and 4) properly indefinite.

In practice, as a rule, no one has to use “completely” uncertain information as it is possible to get the required minimum of approximate information by one way or another, including expert analysis, for any parameter. Deterministic information is referred to cost of preventive replacement and repair B, whose average value is uniquely defined by regulations. Information of emergency recovery cost as part of the parameter A can be referred to conditionally deterministic information as it cannot be defined uniquely due to some dependence on a number of random factors such as suddenness of equipment failure, qualification of maintenance personnel, etc. Damage information due to equipment failure in case of sudden and sometimes insufficiently defined character can be referred to probabilistically definite or probabilistically indefinite information.

In practice, a great challenge occurs in accurate estimation of repair depth α and its contribution to equipment reliability variation as quality of preventive repair depends on a number of random factors which are difficult to take into account, such as equipment state, quality of spare parts and repair procedures, qualification of service personnel, etc. Subject to statistics, information on the parameter α can be categorized as probabilistically definite or probabilistically indefinite information.

In practice, special challenge is faced when choosing the distribution function F due to poor statistics on equipment failure. It is possible to define a distribution function by the available method of mathematical statistics [3] when the number of failures exceeds fifty. In this case information on F will be probabilistically

definite, or otherwise, it will be probabilistically indefinite as it is possible to get several possible distribution functions. Information on the parameter *q* subject to the volume of statistics on equipment failures can be probabilistically definite or probabilistically indefinite.

Uncertainty of initial information leads to methodological and practical difficulties in solving tasks of preventive replacement and repair optimization. In addition, dimension of the task to be solved increases significantly as a large number of possible combinations of information on distribution function of failure-free operation probability and target function parameters arises. For example, if three types of the function *F* are given and each of the parameters *A, α, q* is given by three values, then in this case, there are 81 combinations of the information used. Each combination corresponds to an optimal value of preventive replacement and repair parameter when solving a task.

Thus, uncertainty of initial information leads to ambiguity of optimization task solution. Calculation can determine an area only within which every periodicity of preventive replacement and repair will be optimal with one or another combination of initial information. Academician L.A. Melentyev called this area as "an ambiguity area of optimal solutions"[2]. Practical consequence of ambiguity of the initial information is that ambiguity in results of optimization task solution leads to ambiguity when selecting

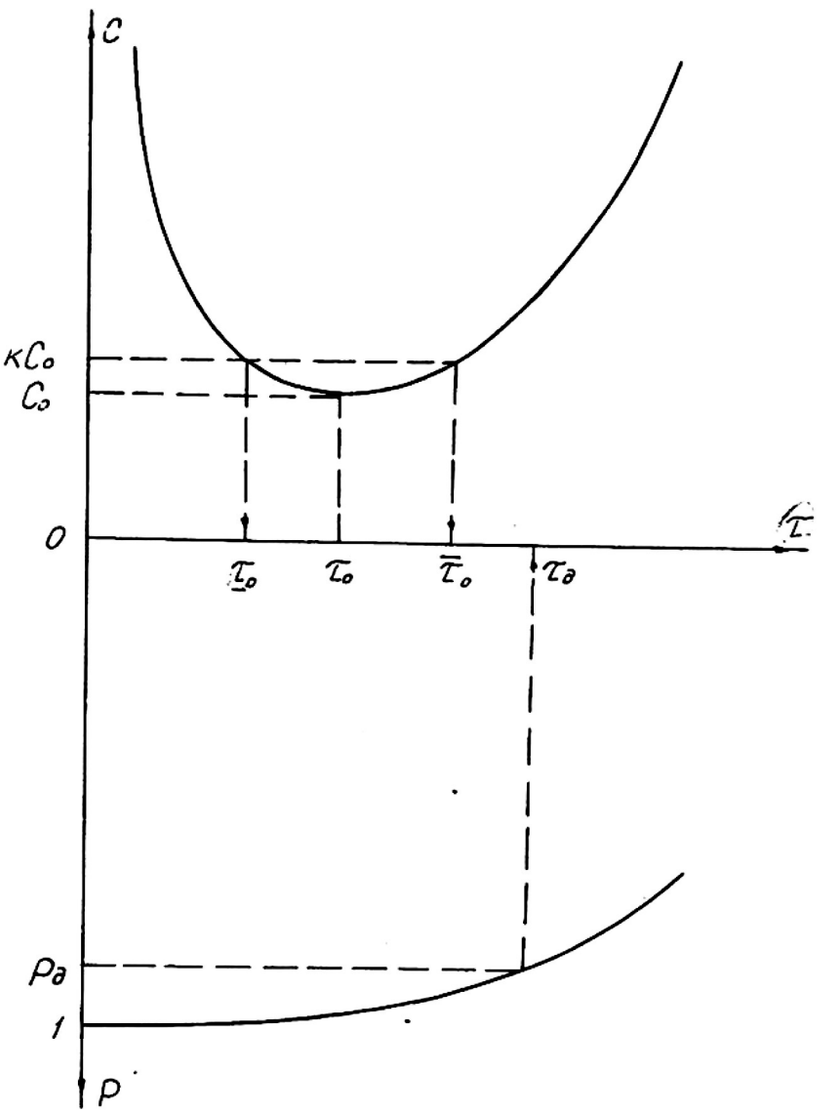


Fig. 1. The approach to solving of task 13 for case 1

preventive replacement and repair parameters. It is clear that under these conditions a final decision should be taken by humans on a heuristic basis and such "subjective" choice is inevitable in case of ambiguity of initial information.

Difficulties and negative consequences related to ambiguity of initial information may be overcome by two approaches: 1) reduction of information ambiguity; 2) development of relevant methods of optimization and decision making under ambiguity conditions. Works following the first approach are extremely effort-consuming and expensive. Moreover, no efforts in this case will make it possible to nullify ambiguity of initial information. Therefore, it is of great interest to carry out researches following the second approach with the aim of creating methods which allow us to take reasonable decisions on practically optimal preventive replacement and repair parameters of technical equipment with ambiguity of initial information.

4. Methodological principles of task solution

Methods of solving optimization tasks for preventive replacement and repair significantly depend on certainty of the initial information used. Let us provide classification of optimization tasks in accordance with a degree of certainty of the information on a distribution function of failure-free operation probability and target function parameters. Let us consider three degrees of information certainty about the distribution function: 1) F and its parameters are known; 2) variance coefficient V is only known; 3) time to failure T is only known. The first degree corresponds to probabilistically definite information, the second and the third ones correspond to probabilistically indefinite information. Let us consider three degrees of information certainty of the parameters A, α, q: 1) deterministic; 2) probabilistically definite; 3) probabilistically indefinite.

The types of possible optimization tasks are represented in the form of matrix (Table 1). Type of task is characterized by a double index: the first index means a row number, and the second one means a column number. The row numbers correspond to a degree of certainty of information about the distribution function, the column numbers corresponds to the target function parameters. All the tasks, except for 11,12, are probabilistically indefinite. By now the reliability theory has only developed task solution methods for 11 [4,5] and 31 [6]. Since in practice for preventive replacement and repair optimization, the required initial information is, as a rule, probabilistically definite or probabilistically indefinite, the development of methods for task solution of 12,13,22,23,32 and 33 type is of great interest.

Table 1

Degree of information certainty about the function F	**Degree of information certainty about the parameters A, a, q**		
	1. Deterministic	**2. Probabilistically definite**	**3. Probabilistically indefinite**
F is known	11	12	13
V is known	21	22	23
T is known	31	32	33

One of the possible methodological approaches to solving the above mentioned tasks is as follows. Solution of probabilistically indefinite tasks is reduced to their probabilistically definite equivalent. To this end, in case of conditionally deterministic and probabilistically definite information, the target function A, α, q are given by mathematical expectation, and in case of probabilistically indefinite information, the

function is given by a range of values. In the latter case when the required initial data are unavailable, the target function parameters are estimated by expertise. The unknown distribution functions *F* are chosen heuristically. In addition, it is necessary to give several possible distribution functions for more reliable solutions to be obtained.

In order to solve the obtained equivalent probabilistically definite problem, it is possible to use the known methods which allow finding optimal solutions corresponding to mathematical expectation of target function of the following type

$C(\tau/\alpha) = min\ M[C(\tau; A, B, \alpha; P, q)]$, where *M* is expectation sign.

As a result of this problem solution, it is necessary to define not only formally optimal parameters of preventive replacement and repair for every preset distribution function *F*, but also an area of all possible conditionally optimal values based on a range of variations of the target function *A, α, q* or the given optimization precision factor *K*. Under uncertainty of initial information, formal methods of solving defined tasks are a necessary, although auxiliary tool that allows us to automate an extremely effort-consuming but necessary process of research for conditionally optimal values of preventive replacement and repair

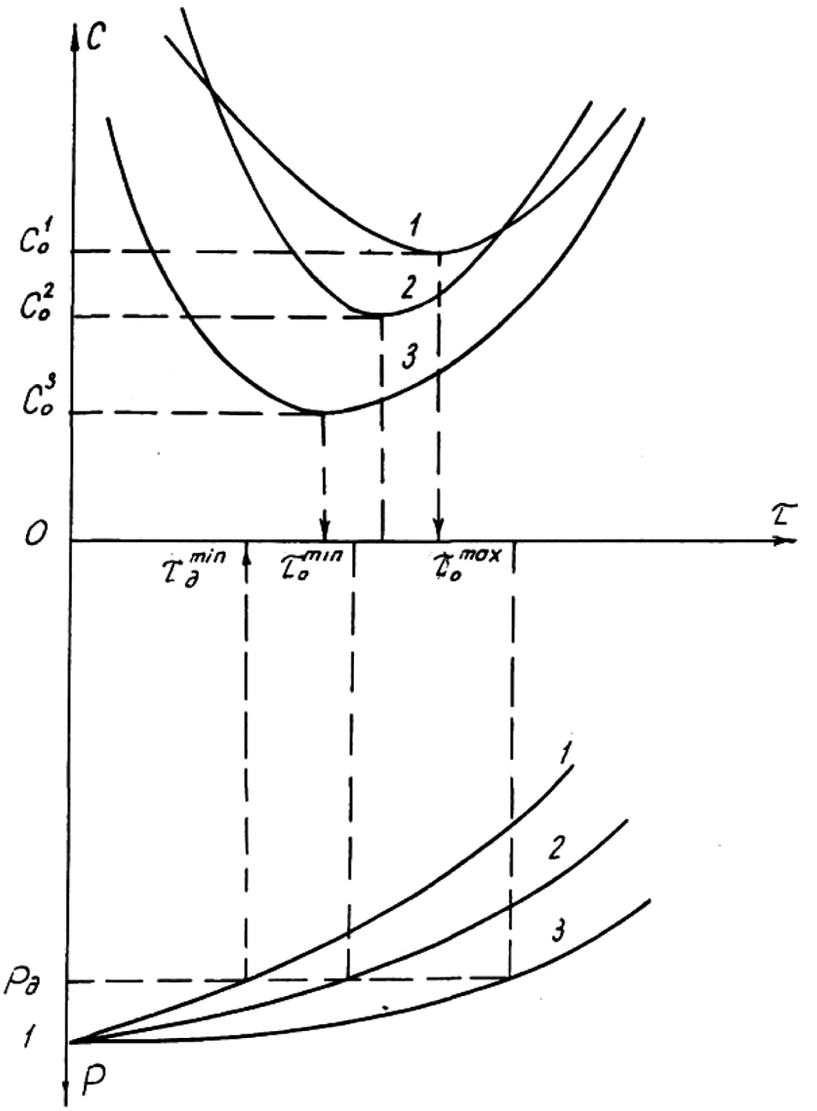


Fig. 2. The approach to solving of tasks 21, 22, 31 and 32 for case 3

parameters when using computers. Final decision making is carried out by an expert taking into account operation experience and involving additional unformalized criteria.

Task solution of preventive replacement and repair optimization using the proposed methodological approach consists of the following stages.

1. Initial data on failures, cost of preventive replacement and repair and emergency recovery as well as equipment failure damage shall be collected, and based on these data, the required initial information on the distribution function F and the target function A, B, α, q for task solution shall be defined.

2. According to a degree of initial information certainty in Table 1, the type of optimization task to be solved shall be chosen.

3. A set of the distribution function F shall be chosen, a range of values for the target function A, α, q shall be estimated and the optimization precision factor K shall be given for probabilistically indefinite tasks.

4. According to the criterion C:

- In case of probabilistically definite tasks, the optimal periodicity of preventive replacement and repair and its relevant minimum of the target function shall be calculated;

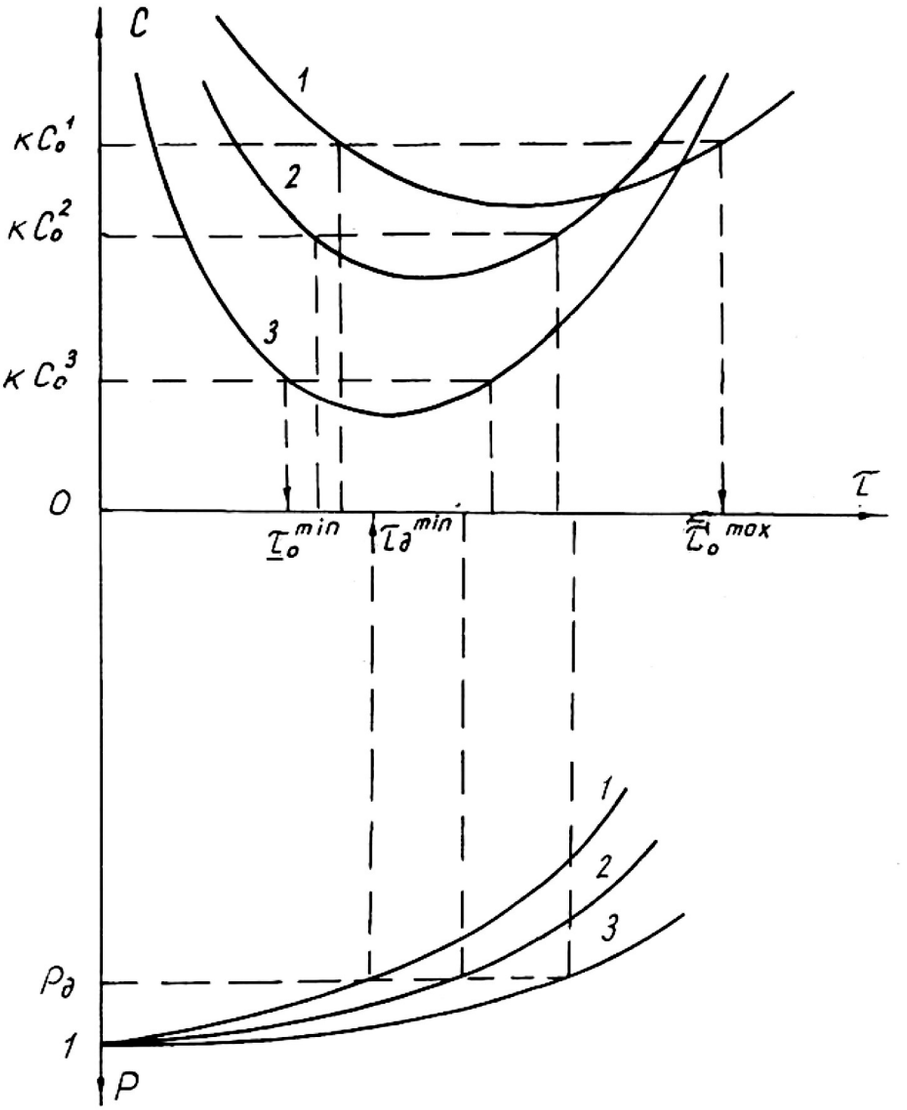


Fig. 3. The approach to solving of tasks 23 and 33 for case 2

- In case of probabilistically indefinite tasks, for a set of the distribution function F we shall calculate a set of optimal periodicities of preventive replacement and repair and a set of minimal mathematical expectations of the target function related to them. Then a range of lower and upper values of the periodicity shall be defined with the given factor K, and an area of conditionally optimal values of preventive replacement and repair shall be set.

5. According to the criterion P:

- In case of probabilistically definite tasks, the acceptable safety related periodicity value of preventive replacement and repair shall be calculated;

- In case of probabilistically indefinite tasks, for a set of the distribution function F we shall define a set of the acceptable safety related periodicity values of preventive replacement and repair. The minimum value of this set shall be chosen.

6. The obtained values according to the criterion C and P shall be compared, and an area of the appropriate values of preventive replacement and repair periodicity shall be defined.

7. Analysis of the obtained area of the appropriate values shall be performed, and final decision on practically optimal preventive replacement and repair values shall be made.

Let us illustrate the solution of the optimization task at stage 4, 5 and 6.

Task 11 and 12. According to the criterion C, we find the optimal value of preventive replacement (preventive repair) periodicity τ_o and the minimum value of the target function C_o, and according the criterion P, we find the acceptable safety related periodicity τ_∂ of preventive replacement (preventive repair). Then the appropriate periodicity values $\tau_ц$ are in the range: with $\tau_o < \tau_\partial$, $\tau_o \le \tau_ц \le \tau_\partial$, and with $\tau_o > \tau_\partial$, $\tau_ц \le \tau_\partial$.

Task 13. According to the criterion C, τ_o and C_o, shall be defined as well as the lower $\underline{\tau}_o$ and upper $\overline{\tau}_o$ values of preventive replacement (preventive repair) with the given factor K. According to the criterion P, τ_∂ shall be defined. Then we obtain as follows: 1) with $\overline{\tau}_o < \tau_\partial$, $\underline{\tau}_o \le \tau_ц \le \overline{\tau}_o$; 2) with $\underline{\tau}_o < \tau_\partial < \overline{\tau}_o$, $\underline{\tau}_o \le \tau_ц \le \tau_\partial$; 3) with $\underline{\tau}_o > \tau_\partial$, $\tau_ц \le \tau_\partial$.

Figure 1 presents the solving approach to task 13 for case 1 which shows that the appropriate values of periodicity with the given optimization precision K are in the range $\underline{\tau}_o \ldots \overline{\tau}_o$ defined according to the criterion C. Thus, in this case the main criterion for the periodicity choice of preventive replacement (preventive repair) is minimum operating cost per unit.

Task 21, 22, 31 и 32. According to the criterion C, for a set of the distribution function $\{F^1, F^2, \ldots, F^n\}$ we shall define a set of the optimal periodicity values $\{\tau_o^1, \tau_o^2, \ldots, \tau_o^n\}$ and its corresponding set of minimum values of the target function $\{C_o^1, C_o^2, \ldots, C_o^n\}$. The area of the conditionally optimal periodicity values is defined by the value range $\tau_o^{min} \ldots \tau_o^{max}$. According to the criterion P, a set of the acceptable safety-related values of the periodicity $\{\tau_\partial^1, \tau_\partial^2, \ldots, \tau_\partial^n\}$ shall be defined and the minimum τ_∂^{min} shall be chosen. Then we obtain: 1) with $\tau_o^{max} < \tau_\partial^{min}$, $\tau_o^{max} \le \tau_ц \le \tau_\partial^{max}$; 2) with $\tau_o^{min} < \tau_\partial^{min} < \tau_o^{max}$, $\tau_o^{min} \le \tau_ц \le \tau_\partial^{min}$; 3) with $\tau_o^{min} > \tau_\partial^{min}$, $\tau_ц \le \tau_\partial^{min}$. Figure 2 presents the solving approach to task 21, 22, 31 and 32 for case 3 with three distribution functions F. The figure shows that the appropriate values of periodicity are in the value range $0 \ldots \tau_\partial^{min}$ defined by the criterion P. Thus, in this case the main criterion for periodicity choice is equipment safety.

Task 23 and 33. According to the criterion C, for the set $\{F^1, F^2, \ldots F^n\}$, the set $\{\tau_o^1, \tau_o^2, \ldots, \tau_o^n\}$ and its corresponding set $\{C_o^1, C_o^2, \ldots, C_o^n\}$ as well as the set of upper and lower periodicity values $\{\underline{\tau}_o^1, \overline{\tau}_o^1; \underline{\tau}_o^2 \overline{\tau}_o^2; \ldots; \underline{\tau}_o^n, \overline{\tau}_o^n\}$ with the given K shall be defined. The area of the conditionally optimal values of periodicity is defined by the range of values $\underline{\tau}_o^{min} \ldots \overline{\tau}_o^{max}$. According to the criterion P, the set $\{\tau_\partial^1, \tau_\partial^2, \ldots, \tau_\partial^n\}$ shall be defined, and τ_∂^{min} shall be chosen out of it. Then we obtain: with 1) $\overline{\tau}_o^{max} < \tau_\partial^{min}$, $\underline{\tau}_o^{min} \le \tau_ц \le \overline{\tau}_o^{max}$; 2) with

$\underline{\tau}_o^{\min} < \tau_\partial^{\min} < \overline{\tau}_o^{\max}$, $\underline{\tau}_o^{\min} \le \tau_ц \le \tau_\partial^{\min}$; 3) with $\underline{\tau}_o^{\min} > \tau_\partial^{\min}$, $\tau_ц \le \tau_\partial^{\min}$. Figure 3 presents the solving approach to task 23 and 33 for case 2 with three distribution functions. The Figure shows that the appropriate periodicity values are in the value range $\underline{\tau}_o^{\min} \; \tau_\partial^{min}$ defined according to the criteria *C* and *P*. Thus, in this case it is possible to provide a cost efficient value of total operating costs for the given optimization precision as well as a failure-free operation probability value stipulated by safety requirements.

Conclusion

In the framework of an integrated approach, it is reasonable to consider minimum operating costs per unit and an acceptable level of equipment failure-free operation probability in terms of safety requirements as the main criteria of preventive replacement and repair optimization.

The solution of preventive replacement and repair optimization becomes more complicated due to uncertainty of initial information which reveals itself in errors of numerical values of target function parameters and in inadequate description of the distribution function of reliability values. Uncertainty of initial information increases the dimension of a task and leads to ambiguity of its solution results and choice of periodicity for equipment preventive replacement and repair.

It is reasonable to reduce the solution of probabilistically indefinite tasks of preventive replacement and repair optimization to their probabilistically definite equivalent by giving a value range of the target function parameters and choosing the most probable distribution function of reliability parameters.

The aim of formalized solution of probabilistically indefinite tasks is to define areas of conditionally optimal periodicity values of preventive replacement and repair whose depth depends on a degree of certainty of initial information. Final choice of decisions should be made by experts using additional unformalized criteria.

References

1. Research of operations / Edited by G. Mowder. – M: Mir, 1981. – 667 p.

2. **Melentyev L.A**. Optimization of development and management of large systems in energy sector. – M: High school, 1983. – 319 p.

3. **Johnson N., Lion F**. Experimental statistics and design in Science and Engineering: Data processing methods. – M: Mir, 1980. – 612 p.

4. **Barlow R., Proschan F.** Mathematical Theory of Reliability. – M: Soviet radio, 1969. – 488 p.

5. **Barzilovich E.Yu., Kashtanov V.A.** Some mathematical aspects of the theory of complex systems servicing. – M: Soviet radio, 1971. – 272 p.

6. **Barzilovich E.Yu., Kashtanov V.A.** Service management with limited information on system reliability. – M: Soviet radio, 1975. – 136 p.

Чумаков И.А., Чепурко В.А., Антонов А.В.

ОЦЕНКИ ОСТАТОЧНОГО ВРЕМЕНИ АЛЬТЕРНИРУЮЩЕГО ПРОЦЕССА. ОБЩИЙ ПОДХОД К ОЦЕНКАМ ОСТАТОЧНОГО ВРЕМЕНИ

Статья описывает обобщенный метод оценивания остаточного времени для объекта с произвольной стратегией функционирования. Получены асимптотические и неасимптотические оценки показателей, сходящиеся при длительном функционировании объекта. Основной идеей полученного подхода является сведение процесса восстановления произвольного вида к хорошо изученному альтернирующему процессу. Метод позволяет прогнозировать остаточное время работы оборудования на стадии эксплуатации и может быть использован в работах по оценке ресурсных характеристик оборудования АЭС.

Ключевые слова: *остаточное время, альтернирующий процесс, стратегия функционирования.*

Введение

В настоящее время в большинстве случаев при проведении вероятностного анализа характеристик надежности используют так называемую простейшую модель ремонта: после каждого отказа система приводится в исправное состояние за пренебрежимо короткое время и сразу же возвращается в рабочее состояние. Однако функционирование современных технических систем, как правило, представляет собой более сложный процесс, для которого характерно наличие периодического или постоянного контроля неисправностей, схем обнаружения отказов, проведения аварийно-восстановительных работ и т.д.

Кроме этого, следует отметить, что, когда речь идет об оценке или прогнозировании остаточного ресурса, в основном все сводится не к расчетам характеристик долговечности, а к анализу показателей надежности, таких как интенсивность отказов, вероятность безотказной работы (ВБР), коэффициент готовности, и по результатам делается вывод о техническом состоянии объекта. Для проведения более точного исследования ресурса оборудования возникает необходимость разработки методик оценивания именно характеристик долговечности. Также необходимо учитывать особенности и режимы функционирования оборудования, которые, как показывает опыт, могут существенно влиять на надежность.

Ресурс и срок службы, будучи показателями долговечности, являются одними из основных понятий теории надежности. Особое место при этом занимает прогнозирование ресурса объектов

на стадии эксплуатации. Оценке подлежит остаточный ресурс, который определяет возможную продолжительность эксплуатации объекта с данного момента времени до достижения параметром технического состояния его предельного значения.

В данной работе представлены методы статистического оценивания остаточного ресурса, которые позволяют учитывать характер функционирования и обслуживания элементов сложных технических систем.

1. Неасимптотические оценки среднего остаточного времени для альтернирующего процесса

Существует ряд публикаций, в которых уделено внимание таким ресурсным характеристикам, как прямое остаточное время (ПОВ), обратное остаточное время (ООВ), а также среднее прямое остаточное время (СПОВ) и среднее обратное остаточное время (СООВ). В работе [1], например, рассмотрен способ определения остаточной наработки (СПОВ) для невосстанавливаемого оборудования. В большинстве научных публикаций [2, 3] по данной тематике определение (и, соответственно, формулы и расчеты) ПОВ и СПОВ даны для случая простого процесса восстановления (т.е. предполагается, что временем восстановления можно пренебречь). Возникает необходимость разработки методов оценки остаточного времени для более сложных (альтернирующих) процессов.

Простой процесс восстановления представляет собой последовательность наработок до отказа исследуемого объекта, время восстановления считается равным нулю. В таком случае, СПОВ – это математическое ожидание оставшегося времени работы системы до очередного отказа, начиная с момента времени t, в который система была работоспособна [2]:

$$V(t) = \mathrm{M}\sum_{i=0}^{\infty}(\tau_{i+1} - t)\cdot I\{\tau_i \le t < \tau_{i+1}\}; \qquad (1)$$

где: τ_i – момент i-го отказа,

$I\{A\}$ – функция-индикатор истинности аргумента, равная единице, если A – истина, и нулю в противном случае.

Расширим понятие «ПОВ» на случай произвольного процесса восстановления. В работе [5], СПОВ трактуется как математическое ожидание оставшегося времени работы системы до очередного отказа, начиная с момента времени t, в который система была работоспособна:

$$V(t) = \mathrm{M}\sum_{i=0}^{\infty}(\tau_{i+1} - t)\cdot I\{\nu_i \le t < \tau_{i+1}\}; \qquad (2)$$

Здесь ν_i и τ_i – моменты i-го восстановления и i-го отказа, $\nu_0 = 0$, $\nu_i \le \tau_{i+1} \le \nu_{i+1}$. Подчеркнем, что в формуле (2) присутствует условие нахождения объекта в момент времени t в работоспособном состоянии.

Продемонстрируем общий подход к получению оценок остаточного времени для стратегии функционирования, описываемой с помощью альтернирующего процесса восстановления объекта. Такой процесс подробно изучен в теории восстановления [2]. Считается, что в начальный момент времени $t_0 = 0$ объект находится в работоспособном состоянии. Объект функционирует до момента отказа – τ_i, после чего проводится аварийное восстановление до момента восстановления – ν_i. После

восстановления объект продолжает свою работу до очередного момента отказа, далее происходит восстановление и переход в работоспособное состояние. Случайные величины α_i и β_i – длительности i-го интервала работоспособности и неработоспособности соответственно. Такой цикл повторяется до выбранного момента времени t. Данный процесс изображен на рисунке 1:

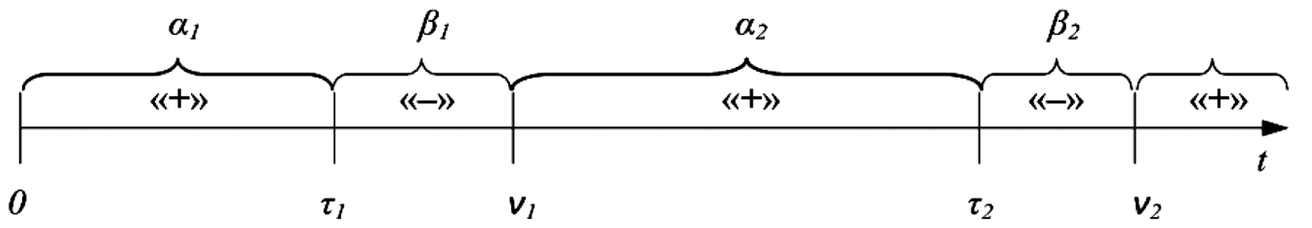


Рис. 1. Альтернирующий процесс восстановления

Формулу (2) для данного процесса можно записать в виде:

$$V(t) = \mathrm{M}\sum_{i=0}^{\infty}(\nu_i + \alpha_{i+1} - t)\cdot I\{\nu_i \le t < \nu_i + \alpha_{i+1}\}; \tag{3}$$

Альтернирующий процесс является частным случаем рассмотренного в [5], основываясь на работах [4, 5], достаточно просто получить неасимптотическую оценку СПОВ в виде интегрального уравнения Вольтерра 2-го рода в образах преобразования Лапласа:

$$V(p) = \frac{G_\alpha(p)}{1 - f_\alpha(p) f_\beta(p)}; \tag{4}$$

где $G_\alpha(p) = \dfrac{M\alpha - P_\alpha(p)}{p}$;

И в пространстве оригиналов (здесь и далее символом “*” обозначена операция интегральной свертки):

$$V(t) = G_\alpha(t) + (V * f_\alpha * f_\beta)(t); \tag{5}$$

где $G_\alpha(t)$ – свободный член уравнения (5), такой, что:

$$G_\alpha(t) = \int_0^\infty x g_\alpha(t;x)dx = \int_0^\infty x f_\alpha(t+x)dx = \int_t^\infty P_\alpha(x)dx = M\alpha - \int_0^t P_\alpha(x)dx = M\alpha - t + \int_0^t F_\alpha(x)dx; \tag{6}$$

где $f_\alpha(t)$, $f_\beta(t)$ – плотности распределения длительностей i-го интервала работоспособности и неработоспособности соответственно.

Отметим, что такая характеристика, как обратное остаточное время (ООВ), является слабо изученной. По определению ООВ есть время с момента последнего отказа до момента времени t. Продемонстрируем, как для среднего обратного остаточного времени (СООВ) вывести неасимптотическую оценку, подобную (5). Обозначим СООВ как $R(t)$, аналогично [4-5] получим:

$$R(t) = \mathrm{M}\sum_{i=0}^{\infty}(t-\nu_i)\cdot I\{\nu_i \le t < \nu_i + \alpha_{i+1}\} = \sum_{i=0}^{\infty}\varphi_i(t); \tag{7}$$

где $\varphi_i(t) = \mathrm{M}[(t-\nu_i)\cdot I\{\nu_i \le t < \nu_i + \alpha_{i+1}\}] = \int_0^{\infty}\int_0^{\infty}(t-y)\cdot I\{y \le t < y+x\} f_\alpha(x) f_{\nu_i}(y)dxdy =$

$$= \int_0^t (t-y) f_{\nu_i}(y)\int_{t-y}^{\infty} f_\alpha(x)dxdy = \int_0^t (t-y) f_{\nu_i}(y) P_\alpha(t-y)dy = (f_{\nu_i} * A_\alpha)(t); \tag{8}$$

где $A_\alpha(t)=xP_\alpha(x)$.

Применим к $\varphi_i(t)$ преобразование Лапласа, получим:

$$\varphi_i(p) = f_{\nu_i}(p) A_\alpha(p).$$

Изображение по Лапласу для (7) будет выглядеть так:

$$R(p) = \sum_{i=0}^{\infty}\varphi_i(p) = \sum_{i=0}^{\infty} f_{\nu_i}(p) A_\alpha(p) = A_\alpha(p)\sum_{i=0}^{\infty} f_{\nu_i}(p).$$

Обратим внимание, что:

$$\nu_i = \sum_{j=1}^{i}(\alpha_j + \beta_j),\ i = 1,2,\ldots,\ \nu_0 = 0.$$

Отсюда:

$$f_{\nu_i}(p) = (f_\alpha(p) f_\beta(p))^i;$$

$$\sum_{i=0}^{\infty} f_{\nu_i}(p) = \frac{1}{1 - f_\alpha(p)\cdot f_\beta(p)}.$$

Получаем:

$$R(p) = A_\alpha(p) + R(p) f_\alpha(p) f_\beta(p);$$

Переходя к оригиналам, запишем искомое выражение СООВ:

$$R(t) = A_\alpha(t) + (R * f_\alpha * f_\beta)(t) = tP_\alpha(t) + (R * f_\alpha * f_\beta)(t). \tag{9}$$

По аналогии с СПОВ и СООВ, введем и исследуем новые ресурсные характеристики:

W(t) – среднее прямое остаточное время неработоспособности (СПОВН) – математическое ожидание оставшегося времени неработоспособности объекта до очередного восстановления начиная с момента времени *t*, в котором система неработоспособна. *Q(t)* – среднее обратное остаточное время

неработоспособности (СООВН) – математическое ожидание времени неработоспособности объекта с момента последнего отказа до момента времени t, в котором система неработоспособна.

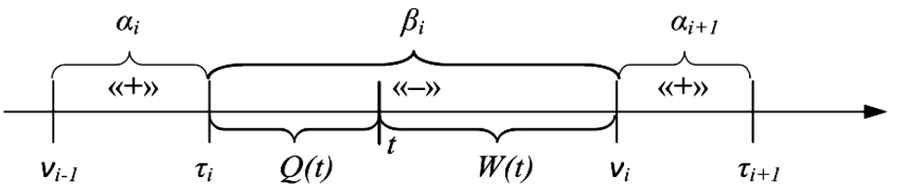


Рис. 2. СПОВН и СООВН

Аналогично (3) и (7), формулы для СПОВН и СООВН можно записать в виде:

$$W(t) = \mathrm{M}\sum_{i=0}^{\infty}(\nu_i - t)\cdot I\{\tau_i \le t < \tau_i + \beta_i\};$$

$$Q(t) = \mathrm{M}\sum_{i=0}^{\infty}(t - \tau_i)\cdot I\{\tau_i \le t < \tau_i + \beta_i\};$$

Получим для $W(t)$ неасимптотическую оценку, рассуждая подобно тому, как была получена выше оценка СООВ:

$$W(p) = G_\beta(p)\sum_{i=1}^{\infty} f_{\tau_i}(p);$$

где $G_\beta(p)$ – образ по Лапласу функции $G_\beta(t)$:

$$G_\beta(t) = M\beta - \int_0^t P_\beta(x)dx. \qquad (10)$$

Обратим внимание, что:

$$\tau_i = \alpha_i + \sum_{j=1}^{i-1}(\alpha_j + \beta_j);$$

$$f_{\tau_i}(p) = f_\alpha(p)\cdot(f_\alpha(p)f_\beta(p))^{i-1};$$

$$\sum_{i=1}^{\infty} f_{\tau_i}(p) = f_\alpha(p)\sum_{i=1}^{\infty}(f_\alpha(p)f_\beta(p))^{i-1} = \frac{f_\alpha(p)}{1 - f_\alpha(p)\cdot f_\beta(p)}.$$

Итоговая оценка в пространстве образов:

$$W(p) = G_\beta(p)f_\alpha(p) + W(p)f_\alpha(p)f_\beta(p).$$

В пространстве оригиналов:

$$W(t) = (G_\beta * f_\alpha)(t) + (W * f_\alpha * f_\beta)(t). \qquad (11)$$

Формулу (11) можно записать в другой форме. Применив к (10) преобразование Лапласа, имеем:

$$G_\beta(p) = \frac{M\beta - P_\beta(p)}{p}. \tag{12}$$

Тогда:

$$G_\beta(p) f_\alpha(p) = \frac{M\beta - P_\beta(p)}{p} f_\alpha(p) = M\beta \frac{f_\alpha(p)}{p} - P_\beta(p) \frac{f_\alpha(p)}{p}.$$

Переходя в пространство оригиналов:

$$(G_\beta * f_\alpha)(t) = M\beta F_\alpha(t) - (P_\beta * F_\alpha)(t). \tag{13}$$

Формула (11) принимает вид:

$$W(t) = M\beta F_\alpha(t) - (P_\beta * F_\alpha)(t) + (W * f_\alpha * f_\beta)(t). \tag{14}$$

Еще более коротко коснемся вывода неасимптотической оценки для СООВН:

$$Q(p) = A_\beta(p) \sum_{i=1}^{\infty} f_{\tau_i}(p);$$

где $A_\beta(p)$ – образ функции $A_\beta(t) = xP_\beta(x)$.

Искомое уравнение в образах:

$$Q(p) = A_\beta(p) f_\alpha(p) + Q(p) f_\alpha(p) f_\beta(p).$$

И после перехода к оригиналам:

$$Q(t) = (A_\beta * f_\alpha)(t) + (Q * f_\alpha * f_\beta)(t). \tag{15}$$

Примечание 1:

Все 4 полученных уравнения (4, 7, 14, 15) неасимптотических оценок исследуемых ресурсных характеристик являются уравнениями Вольтерра 2-го рода с различными свободными членами, но одним и тем же ядром – функцией $(f_\alpha * f_\beta)(t)$, представляющей собой интегральную свертку плотностей распределения интервалов работоспособности и неработоспособности объекта. В некоторых случаях удобно ввести случайную величину $\omega_i = \alpha_i + \beta_i$, характеризующую длительность одного цикла работы исследуемого объекта и соответствующую ей плотность распределения $f_\omega(t) = (f_\alpha * f_\beta)(t)$, которая далее и рассматривается как ядро интегральных уравнений.

2. Асимптотические оценки среднего остаточного времени для альтернирующего процесса

Продемонстрируем, как для альтернирующего процесса получить асимптотическую оценку СПОВ:

$$V_{асимп} = \lim_{t\to\infty} V(t); \tag{16}$$

1-й способ:

В пределе (16) перейдем в пространство образов, учитывая (4):

$$\lim_{t\to\infty} V(t) = \lim_{p\to 0} V(p)p = \lim_{p\to 0} p[\frac{G_\alpha(p)}{1-f_\alpha(p)f_\beta(p)}] = \lim_{p\to 0}\frac{M\alpha - P_\alpha(p)}{1-f_\alpha(p)f_\beta(p)}.$$

Обратим внимание, что:

$$\lim_{p\to 0}(M\alpha - P_\alpha(p)) = M\alpha - \lim_{p\to 0}\int_0^\infty e^{-pt}P_\alpha(t)dt = M\alpha - \int_0^\infty P_\alpha(t)dt = 0;$$

$$\lim_{p\to 0} f_\alpha(p) = \lim_{p\to 0}\int_0^\infty e^{-pt}f_\alpha(t)dt = \int_0^\infty f_\alpha(t)dt = 1.$$

Чтобы избавиться от неопределенности вида $\frac{0}{0}$, применяем правило Лапиталя:

$$\lim_{p\to 0} V(p)p = \lim_{p\to 0}\frac{(M\alpha - P_\alpha(p))'}{(1-f_\alpha(p)\cdot f_\beta(p))'} = \lim_{p\to 0}\frac{P'_\alpha(p)}{f_\alpha'(p)\cdot f_\beta(p) + f_\alpha(p)\cdot f_\beta'(p)}.$$

Заметим, что:

$$\lim_{p\to 0} P'_\alpha(p) = -\lim_{p\to 0}\int_0^\infty te^{-pt}P_\alpha(t)dt = -\int_0^\infty tP_\alpha(t)dt = -(\frac{(M\alpha)^2 + D\alpha}{2});$$

$$\lim_{p\to 0} f_\alpha(p) = -\lim_{p\to 0}\int_0^\infty te^{-pt}f_\alpha(t)dt = -\int_0^\infty tf_\alpha(t)dt = -M\alpha;$$

Итоговая оценка для СПОВ:

$$V_{асимп} = \lim_{p\to 0} V(p)p = \frac{(M\alpha)^2 + D\alpha}{2(M\alpha + M\beta)} = \frac{M\alpha^2}{2(M\alpha + M\beta)}; \tag{17}$$

2-й способ:

Альтернирующий процесс можно рассматривать как обобщение классического процесса восстановления [2], тогда получим асимптотическую оценку СПОВ:

$$V_{асимп} = V_\alpha P_\alpha;$$

где P_α – вероятность попадания произвольного момента времени t на интервал работоспособности, V_α – асимптотическая оценка СПОВ для классического процесса, состоящего из последовательности наработок на отказ $\{\alpha_i\}$.

Далее имеем:

$$P_\alpha = \frac{M\alpha}{M\alpha + M\beta}.$$

Согласно [3] асимптотическая оценка для классического процесса:

$$V_\alpha = \frac{M\alpha^2}{2M\alpha} = \frac{(M\alpha)^2 + D\alpha}{2M\alpha};$$

где $M\alpha^2$ – 2-й момент случайной величины α.

Итоговая оценка принимает вид:

$$V_{асимп} = \frac{M\alpha^2}{2(M\alpha + M\beta)}.$$

Данное выражение полностью совпадает с ранее полученной оценкой (17).

Таким образом, задача асимптотической оценки СПОВ в общем случае сводится к оценке моментов случайных величин – длительностей интервалов работоспособности и неработоспособности объекта. Рассуждая аналогично, можно получить:

$$R_{асимп} = V_{асимп} = \frac{M\alpha^2}{2(M\alpha + M\beta)}; \quad (18)$$

$$W_{асимп} = Q_{асимп} = \frac{M\beta^2}{2(M\alpha + M\beta)}; \quad (19)$$

3. Оценки остаточного времени для произвольного процесса

В любой системе возможно проведение технических восстановительных мероприятий. Такие мероприятия могут осуществляться в заранее назначенные и в случайные моменты времени. Типы рассматриваемых стратегий отражают наличие различных типов профилактик (к примеру, плановая/внеплановая, аварийная/предупредительная), контроля, различных типов отказов, восстановления, прочих разнообразных условий эксплуатации. Все вышеописанное порождает огромное количество стратегий обслуживания оборудования и еще большее количество математических моделей для описания происходящих явлений.

Процесс восстановления для произвольной стратегии обслуживания в общем случае можно свести к альтернирующему: обозначив через α_i и β_i общие длительности интервалов работоспособности и неработоспособности объекта соответственно, мы получим процесс восстановления, аналогичный рассмотренному на рисунке 1. Чтобы применить вышеописанный математический аппарат, необходимо построить распределения случайных величин α и β.

Для примера рассмотрим одну из типовых встречающихся на практике стратегий функционирования объекта. Считается, что система в начальный момент времени t_0 находится в работоспособном состоянии и коэффициент готовности системы в точке $t_0 = 0$ равен единице. В системе предусмотрена плановая профилактика, которая осуществляется периодично через промежуток

времени T (период профилактики) и длится случайное время η_m (см. рисунок 2). Если до момента проведения очередной плановой профилактики происходит отказ в случайный момент времени ξ, то проводится аварийное восстановление системы, которое длится случайное время η_f. После аварийного восстановления системы происходит перепланировка момента профилактики, то есть текущий период профилактики сдвигается вправо на промежуток времени $\xi + \eta_f$. После восстановления система продолжает работать до момента ξ, если был отказ, или до очередного момента профилактики T, если отказа не было. Далее происходит соответствующее восстановление и подобный цикл работы начинается снова. Описанная стратегия функционирования представлена на рисунке 3:

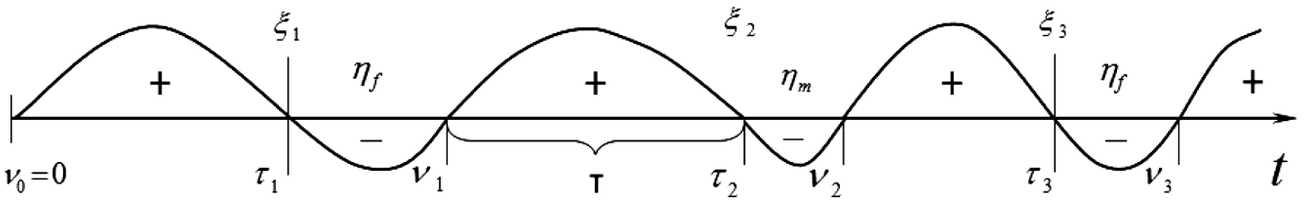


Рис. 3. Стратегия, учитывающая встроенный контроль с профилактическим обслуживанием

Под ξ_i понимаются моменты времени отказа, под τ_i понимаются промежутки времени от начала работы системы до очередного момента отказа системы, под ν_i понимаются промежутки времени от начала работы системы до момента окончания очередной регенерации.

Согласно [6] моменты восстановления и отказа определяются следующим образом:

$$\begin{cases} \tau_i = \nu_0 + T \cdot I\{\xi_i > T\} + \xi_i I\{\xi_i < T\} + \sum_{j=1}^{i-1} I\{\xi_j < T\}(\xi_j + \eta_f) + I\{\xi_j > T\}(T + \eta_m); \\ \nu_i = \nu_0 + I\{\xi_i < T\}(\xi_i + \eta_f) + I\{\xi_i > T\}(T + \eta_m) + \sum_{j=1}^{i-1} I\{\xi_j < T\}(\xi_j + \eta_f) + I\{\xi_j > T\}(T + \eta_m); \end{cases}$$

Отсюда, i-й интервал работоспособного состояния может быть представлен, как

$$\alpha_i = \tau_i - \nu_{i-1} = T \cdot I\{\xi_i > T\} + \xi_i I\{\xi_i < T\};$$

Аналогичным образом получим выражение для i-го интервала неработоспособного состояния:

$$\beta_i = \nu_i - \tau_i = \eta_m I\{\xi_i > T\} + \eta_f I\{\xi_i < T\};$$

Согласно (18-19), для получения асимптотической оценки СПОВ необходимо найти первые и вторые центральные моменты случайных величин α и β. Для неасимптотических оценок в общем случае нам потребуются функции и плотности распределения случайных величин наработки между отказами и времени восстановления. Исследуем случайные величины α и β, заметим, что:

$$F_\alpha(t) = \begin{cases} F_\xi(t), & t < T \\ 1, & t \geq T \end{cases};$$

Отсюда:

$$M\alpha = \int_0^T P_\xi(t)dt; \tag{20}$$

Для получения $M\alpha^2$, запишем функцию распределения в виде:

$$F_\alpha(x) = H(T-x)\cdot F_\xi(x) + H(x-T); \tag{21}$$

где $H(x)$ – функция Хевисайда, далее:

$$f_\alpha(x) = F'_\alpha(x) = H(T-x)\cdot f_\xi(x) - \delta(T-x)\cdot F_\xi(x) + \delta(x-T); \tag{22}$$

где $\delta(x)$ – дельта-функция Дирака.

Получаем:

$$M\alpha^2 = \int_0^\infty x^2 f_\alpha(x)dx = \int_0^\infty x^2 H(T-x)\cdot f_\xi(x)dx - \int_0^\infty x^2\delta(T-x)\cdot F_\xi(x)dx + \int_0^\infty x^2\delta(x-T)dx =$$

$$= \int_0^T x^2 f_\xi(x)dx - T^2F_\xi(T) + T^2; \tag{23}$$

Математическое ожидание величины β:

$$M\beta = M(\eta_m I\{\xi_i > T\}) + M(\eta_f I\{\xi_i < T\}) = M\eta_m P\{\xi_i > T\}) + M\eta_f P\{\xi_i < T\} =$$

$$= M\eta_{mr}(1 - F_\xi(T)) + M\eta_{fr}F_\xi(T); \tag{24}$$

Для получения $M\beta^2$ найдем функцию распределения β:

$$F_\beta(x) = \mathrm{P}(\beta < x) = \mathrm{P}(\{\beta < x\}\cap\{\xi \ge T\}) + \mathrm{P}(\{\beta < x\}\cap\{\xi < T\}) =$$

$$= \mathrm{P}(\{\eta_m < x\}\cap\{\xi \ge T\}) + \mathrm{P}(\{\eta_f < x\}\cap\{\xi < T\}) = F_{\eta_m}(x)(1 - F_\xi(T)) + F_{\eta_f}(x)F_\xi(T);$$

Отсюда:

$$f_\beta(x) = f_{\eta_m}(x)(1 - F_\xi(T)) + f_{\eta_f}(x)F_\xi(T);$$

$$M\beta^2 = \int_0^\infty x^2 f_\beta(x)dx = (1 - F_\xi(T))M\eta_m{}^2 + F_\xi(T)M\eta_f{}^2; \tag{25}$$

С учетом (20), (23), (24), (25) асимптотические оценки принимают вид, пригодный для численных расчетов:

$$R_{асимп} = V_{асимп} = \frac{M\alpha^2}{2(M\alpha + M\beta)} = \frac{\int_0^T x^2 f_\xi(x)dx - T^2 F_\xi(T) + T^2}{2(\int_0^T P_\xi(t)dt + M\eta_m(1 - F_\xi(T)) + M\eta_f F_\xi(T))};$$

$$W_{асимп} = Q_{асимп} = \frac{M\beta^2}{2(M\alpha + M\beta)} = \frac{(1 - F_\xi(T))M\eta_m{}^2 + F_\xi(T)M\eta_f{}^2}{2(\int_0^T P_\xi(t)dt + M\eta_m(1 - F_\xi(T)) + M\eta_f F_\xi(T))};$$

Для получения неасимптотической оценки рассматриваемых в статье характеристик необходимо решить интегральные уравнения (4, 7, 14, 15). Согласно примечанию 1, ядром уравнений во всех четырех случаях является функция $f_\omega(t)$ – плотность распределения случайной величины ω. Для рассматриваемой стратегии имеем:

$$\omega = \begin{cases} \xi + \eta_f, & \xi < T \\ T + \eta_m, & \xi \geq T \end{cases};$$

Найдем функцию распределения этой случайной величины:

$$F_\omega(t) = P(\omega < t) = P(I\{\xi \geq T\}(T + \eta_m) + I\{\xi < T\}(\xi + \eta_f) < t) =$$

$$= P(\eta_m < t - T;\ \xi > T) + P(\eta_f < t - \xi;\ \xi < T) =$$

$$= \iint\limits_{\substack{\xi > T \\ 0 < \eta_m < t - T}} f_\xi(x) f_{\eta_m}(y)dydx + \iint\limits_{\substack{\xi < t\,\hat{}\,T \\ 0 < \eta_f < t - \xi}} f_\xi(x) f_{\eta_f}(y)dydx =$$

$$= \int_T^\infty f_\xi(x) \int_0^{t-T} f_{\eta_m}(y)dydx + \int_0^{t\,\hat{}\,T} f_\xi(x) \int_0^{t-x} f_{\eta_m}(y)dydx = (1 - F_\xi(T))F_{\eta_m}(t - T) + \int_0^{t\,\hat{}\,T} f_\xi(x)F_{\eta_f}(t - x)dx;$$

Искомую плотность распределения получим путем дифференцирования:

$$f_\omega(t) = \frac{dF_\omega(t)}{dt} = (1 - F_\xi(T))f_{\eta_m}(t - T) + \int_0^{t\,\hat{}\,T} f_\xi(x)f_{\eta_f}(t - x)\ \ dx; \qquad (26)$$

Далее найдем свободные члены интегральных уравнений. Для СПОВ свободный член уравнения определен (6), функция распределения и МО случайной величины α определены в (20), (21). Для СООВ свободный член уравнения определен (8). Для СПОВН–имеет вид (13). Для СООВН необходимо найти $(A_\beta * f_\alpha)(t)$. Эта задача усложняется тем, что в найденной формуле

(22) присутствуют дельта-функции Дирака, делающие невозможным корректное численное интегрирование $f_\alpha(x)$. Учитывая (22) и четность дельта-функции, запишем плотность распределения в виде:

$$f_\alpha(x) = H(T-x)f_\xi(x) + \delta(x-T)P_\xi(x) = C(x) + \delta(x-T)P_\xi(x);$$

где $C(x) = H(T-x)f_\xi(x);$

Тогда:

$$(A_\beta * f_\alpha)(t) = \int_0^t A_\beta(t-x)C(x)dx + \int_0^t A_\beta(t-x)\delta(x-T)P_\xi(x)dx =$$

$$= \int_0^t A_\beta(t-x)C(x)dx + A_\beta(t-T)P_\xi(T)H(t-T); \qquad (27)$$

где $A_\beta(t) = t(1-F_\beta(t)) = tP_\beta(t);$

Свободный член по формуле (27) уже можно рассчитать численно.

Таким образом, найдены ядро (26) и свободные члены (6, 8, 13, 27) интегральных уравнений (4, 7, 14, 15) соответственно, в виде, пригодном для численного решения.

4. Пример расчета

Произведем расчеты асимптотической и неасимптотической оценок СПОВ, СООВ, СПОВН, СООВН для стратегии функционирования, описанной в пункте 3. Период профилактики примем равным 7 условных единиц (у.е.) времени. В качестве закона распределения для наработки и плановой профилактики, возьмем двухпараметрическое распределение Вейбулла, для аварийного восстановления – гамма-распределение. Параметры закона распределения указаны в таблице 1:

Таблица 1. Параметры закона распределения случайных величин

Случайная величина	Обозначение	Параметр формы, у.е.	Параметр масштаба, у.е.
Длительность наработки до отказа	ξ	5	6
Длительность плановой профилактики	η_m	2	2
Длительность аварийного восстановления	η_f	3	5

На рисунках 4-5 представлены результаты расчета асимптотической и неасимптотической оценок СПОВ и СООВ, СПОВН и СООВН соответственно. Данные рисунки демонстрируют сходимость асимптотической (пунктир) и неасимптотических (непрерывная линия) оценок:

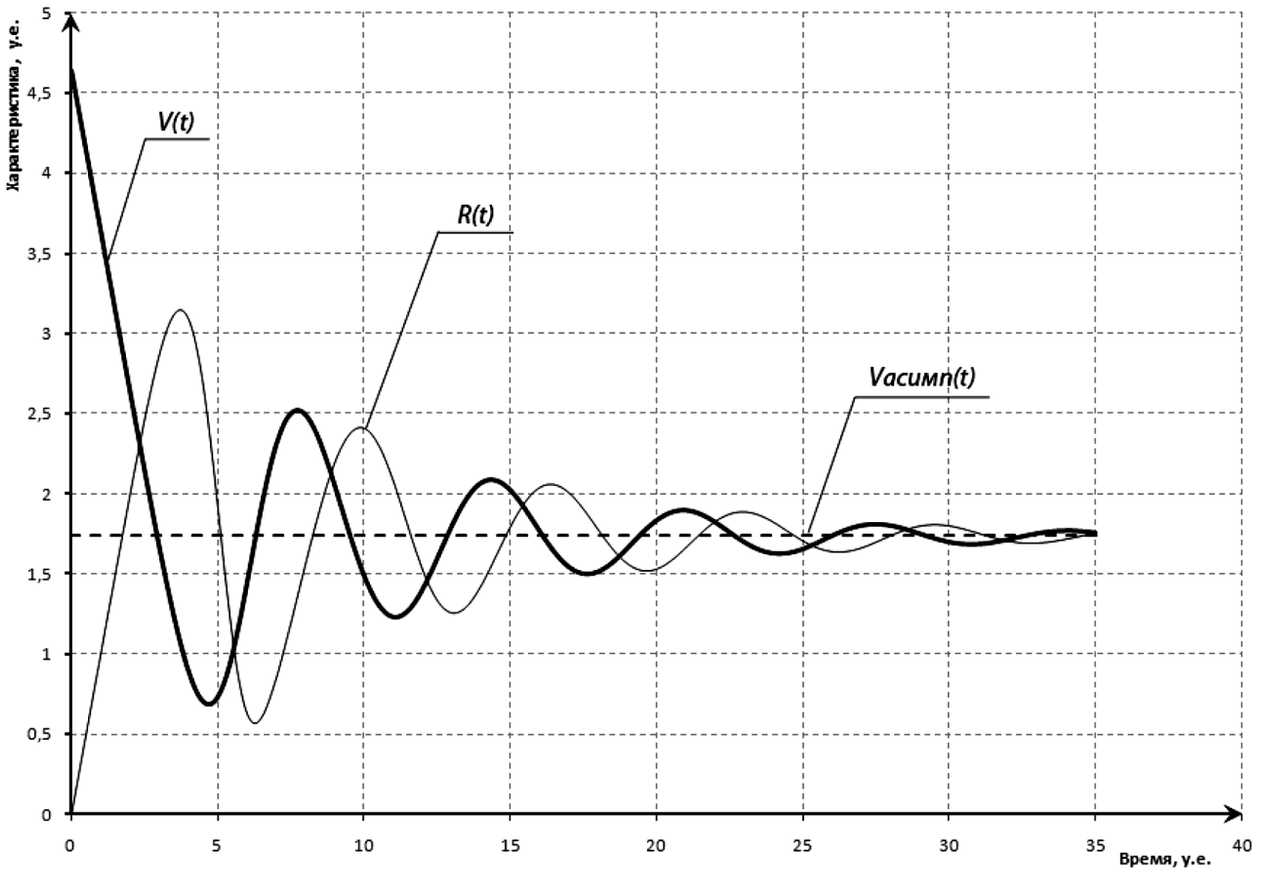


Рис. 4. График поведения оценок математического ожидания СПОВ и СООВ

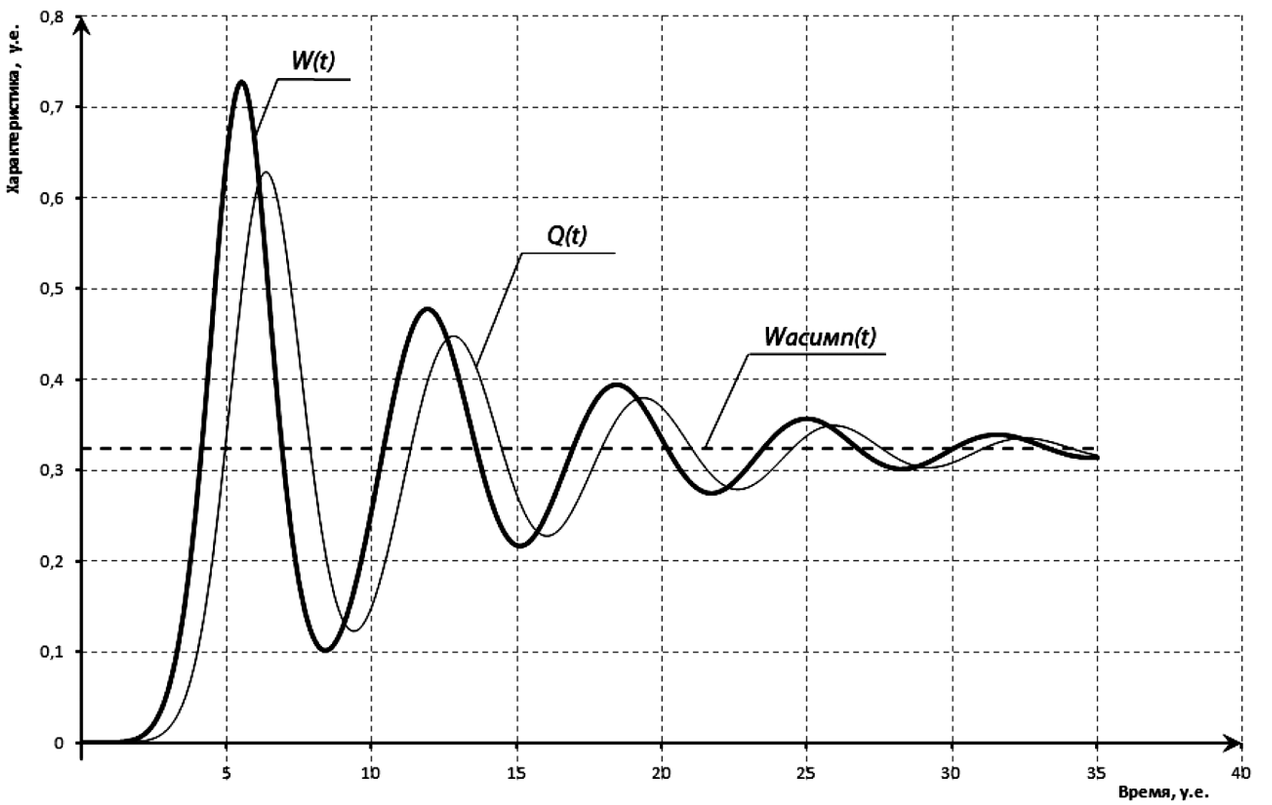


Рис. 5. График поведения оценок математического ожидания СПОВН и СООВН

Заключение

Был разработан обобщенный метод расчета следующих ресурсных характеристик для объекта с произвольной стратегией функционирования:

среднего прямого остаточного времени;

среднего обратного остаточного времени;

среднего прямого остаточного времени неработоспособности;

среднего обратного остаточного времени неработоспособности.

Получены как асимптотические, так и неасимптотические оценки данных показателей. Анализ оценок показывает, что разница между асимптотической и неасимптотической оценкой на начальном промежутке времени может составлять значительную величину, тогда как при длительном функционировании объекта данные оценки сходятся.

Данный метод может быть использован в работах по оценке ресурсных характеристик оборудования АЭС. В том числе – технических систем, для которых характерно наличие периодического или постоянного контроля неисправностей, проведение аварийно-восстановительных работ и т.д. Метод позволяет прогнозировать остаточный ресурс объектов на стадии эксплуатации, определяющий возможную продолжительность эксплуатации объекта с данного момента времени до достижения параметром технического состояния его предельного значения.

Литература

1. **Chin-Diew Lai, Min Xie.** Stochastic ageing and dependence for reliability. –Springer, 2006. – 418 с.

2. **Байхельт Ф., Франкен П**. Надёжность и техническое обслуживание. Математический подход. – М.: Радио и связь, 1988. – 390 с.

3. **Вентцель Е.С., Овчаров Л.А.** Теория случайных процессов и её инженерные приложения. – М.: Наука, 1991. –384с.

4. **Чепурко В.А.** Характеристики надежности систем с учетом неоднородности потока отказов. Диагностика и прогнозирование состояния сложных систем. Сборник научных трудов №17. – Обнинск: ИАТЭ, 2007. – 78 с.

5. **Соколов С.В.** Оценка остаточного ресурса подсистем СУЗ реактора РБМК-1000 первого блока Смоленской АЭС // Известия вузов. Ядерная энергетика. – № 3. – 2009. – С. 37-43.

6. **Дагаев А.В.** Разработка и исследование неасимптотических методов анализа надежности элементов и подсистем ЯЭУ с учетом контроля и профилактики: диссертация на соискание ученой степени канд. техн. наук. / **Дагаев А.В.**; ИАТЭ. Обнинск, 2003. – 159 с.

Chumakov I.A., Chepurko V.A., Antonov A.V.

ESTIMATIONS OF RESIDUAL LIFETIME OF ALTERNATING PROCESS. COMMON APPROACH TO ESTIMATIONS OF RESIDUAL LIFETIME

The paper describes a generalized method of estimating residual lifetime for an object with an arbitrary operating strategy. Asymptotic and non-asymptotic assessments of factors converging in the long-term object operation have been obtained. The main idea of the developed approach is to bring down an arbitrary renewal process to a well-known alternating renewal process. The method makes it possible to predict the residual lifetime of equipment at the operational stage, and it can be used in estimating resource characteristics of nuclear power plant (NPP) equipment.

Keywords*: residual lifetime, alternating process, operating strategy.*

Introduction

Nowadays, the so-called elementary model of repair is used in most cases when carrying out a probabilistic analysis of reliability characteristics. After each failure, a system is brought into sound condition in negligibly short time and immediately comes back into operation. However, the functioning of modern technical systems, as a rule, represents a more complicated process characterized by periodical or constant control of faults, schemes of fail detection, emergency and renewal works, etc.

In addition, it should be noted that when dealing with estimation or prediction of a residual resource, everything generally boils down not to calculations of durability characteristics but to analysis of reliability parameters, such as failure rate, probability of failure-free operation (PFO), availability factor, and based on the results, a conclusion is then made about the technical state of an object. To produce a more accurate study of equipment service life, it is necessary to develop methods for estimating durability characteristics per se. Also, it is necessary to take into account features and modes of equipment functioning that can considerably influence reliability as seen from experience.

As parameters of durability, resource and service life are one of the basic concepts of the reliability theory. Prediction of resource of objects at the operational stage is then of special importance. Subject to estimation is the residual resource which defines possible duration of the operation of an object from the given moment of time and up to the moment when the parameter of technical state achieves its limit value.

The present work presents methods of statistical estimation of residual resource which allow us to take into account the peculiarities of functioning and maintenance of elements as part of complex technical systems.

1. Non-asymptotic estimations of average residual time for alternating process

There are a number of publications in which a lot of attention is paid to such resource characteristics as direct residual time (DRT), reverse residual time (RRT), as well as average direct residual time (ADRT) and average reverse residual time (ARRT). The study [1], for example, considers how to define residual operating time (ADRT) for non-recoverable equipment. In the majority of scientific publications [2, 3] on this issue, the definition of DRT and ADRT (and, accordingly, formulas and calculations) are provided for the case of simple renewal process (it is supposed that time of renewal can be neglected). So, it is necessary to develop methods for estimating residual time for more complicated alternating processes.

A simple process of renewal represents a sequence of times to failure of an object under consideration, with the time of renewal set to zero. In this case, ADRT is an expectation of the remained operating time of system to a next failure, starting from the time point t in which the system was efficient [2]:

$$V(t) = \mathrm{M}\sum_{i=0}^{\infty}(\tau_{i+1} - t)\cdot I\{\tau_i \le t < \tau_{i+1}\}; \tag{1}$$

where τ_i is the time point of *i-th* failure, $I\{A\}$ is function-indicator of the argument validity which is equal to one, if A is true, and to zero if not.

Let's extend the concept "DRT" for the case of any renewal process. In the work [5], ADRT is treated as an expectation of the remained operating time of system to a next failure, starting from the time point t in which the system was efficient:

$$V(t) = \mathrm{M}\sum_{i=0}^{\infty}(\tau_{i+1} - t)\cdot I\{\nu_i \le t < \tau_{i+1}\}; \tag{2}$$

Here ν_i and τ_i are time points of the i-th renewal and i-th failure, $\nu_0 = 0$, $\nu_i \le \tau_{i+1} \le \nu_{i+1}$. It should be noted that in the formula (2) there is a condition of the object being efficient at the time point t.

Let's show the general approach to obtain estimations of residual time for the strategy of functioning described by means of alternating process of object renewal. Such a process is in detail investigated in the theory of renewal [2]. It is considered that at the initial time point $t_0 = 0$ an object is in sound condition. The object functions till the moment of failure τ_i, then the emergency renewal is carried out till the moment of renewal ν_i. After renewal the object continues to work till the next moment of failure, and then there is renewal and transition into efficient state. Random variables α_i and β_i are duration of the *i-th* interval of availability and unavailability respectively. Such a cycle is reproduced again till the chosen moment of time t. The given process is represented in figure 1:

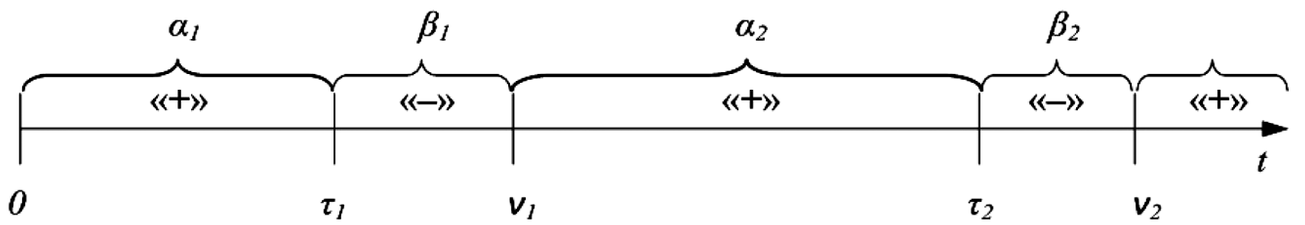


Figure 1. Alternating process of renewal

The formula (2) for the given process can be written down in the form of:

$$V(t) = \mathrm{M}\sum_{i=0}^{\infty}(\nu_i + \alpha_{i+1} - t)\cdot I\{\nu_i \le t < \nu_i + \alpha_{i+1}\}; \tag{3}$$

Alternating process is a special case examined in [5], and based on works [4, 5], it is enough just to obtain non-asymptotic estimation of ADRT in the form of integrated Volterra equation of the second kind in images of the Laplace transform:

$$V(p) = \frac{G_\alpha(p)}{1 - f_\alpha(p) f_\beta(p)}; \tag{4}$$

where $G_\alpha(p) = \dfrac{M\alpha - P_\alpha(p)}{p}$;

And in space of originals (hereinafter the symbol "*" designates operation of integrated convolution):

$$V(t) = G_\alpha(t) + (V * f_\alpha * f_\beta)(t); \tag{5}$$

where $G_\alpha(t)$ is a free member of the equation (5), such that:

$$G_\alpha(t) = \int_0^\infty x g_\alpha(t;x)dx = \int_0^\infty x f_\alpha(t+x)dx = \int_t^\infty P_\alpha(x)dx = M\alpha - \int_0^t P_\alpha(x)dx = M\alpha - t + \int_0^t F_\alpha(x)dx; \tag{6}$$

where $f_\alpha(t)$, $f_\beta(t)$ is the density of durability distribution of the *i-th* interval of availability and unavailability respectively.

Note that such characteristic as reverse residual time (RRT) is poorly studied. By definition RRT is a time from the moment of the last failure till the moment of time *t*. We shall show how to deduce non-asymptotic estimation for an average reverse residual time (ARRT) similar to (5). We shall designate ARRT as $R(t)$ similar to [4-5], so we shall obtain:

$$R(t) = \mathrm{M}\sum_{i=0}^{\infty}(t - \nu_i)\cdot I\{\nu_i \le t < \nu_i + \alpha_{i+1}\} = \sum_{i=0}^{\infty}\varphi_i(t); \tag{7}$$

where

$$\varphi_i(t) = \mathrm{M}[(t-\nu_i)\cdot I\{\nu_i \le t < \nu_i + \alpha_{i+1}\}] = \int_0^\infty\int_0^\infty (t-y)\cdot I\{y \le t < y+x\} f_\alpha(x) f_{\nu_i}(y)dxdy =$$

$$= \int_0^t (t-y) f_{\nu_i}(y) \int_{t-y}^\infty f_\alpha(x)dxdy = \int_0^t (t-y) f_{\nu_i}(y) P_\alpha(t-y)dy = (f_{\nu_i} * A_\alpha)(t);$$

where $A_\alpha(t)=xP_\alpha(x)$; (8)

Let's apply the Laplace transform to $\varphi_i(t,$ so we will get the following:

$$\varphi_i(p) = f_{\nu_i}(p) A_\alpha(p);$$

The Laplace representation for (7) will look as follows:

$$R(p) = \sum_{i=0}^\infty \varphi_i(p) = \sum_{i=0}^\infty f_{\nu_i}(p) A_\alpha(p) = A_\alpha(p) \sum_{i=0}^\infty f_{\nu_i}(p);$$

It should be noted that

$$\nu_i = \sum_{j=1}^i (\alpha_j + \beta_j),\ i = 1,2,\dots,\ \nu_0 = 0.$$

Hence

$$\sum_{i=0}^\infty f_{\nu_i}(p) = \frac{1}{1 - f_\alpha(p)\cdot f_\beta(p)};$$

We obtain

$$R(p) = A_\alpha(p) + R(p) f_\alpha(p) f_\beta(p);$$

Moving to originals, we shall write down the required expression of ADRT:

$$R(t) = A_\alpha(t) + (R * f_\alpha * f_\beta)(t) = tP_\alpha(t) + (R * f_\alpha * f_\beta)(t). \quad (9)$$

By analogy with ARRT and ADRT, we shall introduce and investigate new resource characteristics:

W (t) is average direct residual time of unavailability (ADRTU) – the expectation of remained time of object unavailability before the next renewal, from the time point *t* in which the system is in unavailable state.

Q (t) is average reverse residual time of unavailability (ARRTU) – the expectation of object unavailability time from the moment of the last failure till the moment of time *t* in which the system is unavailable.

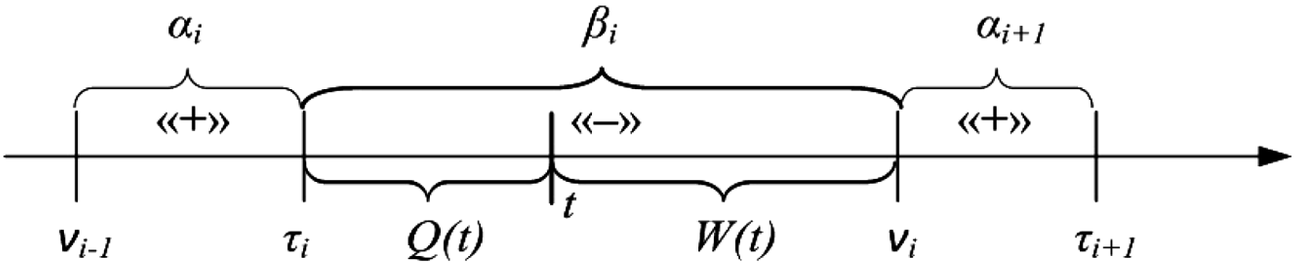


Figure 2. ADRTU and ARRTU

Similarly to (3) and (7), formulas for ADRTU and ARRTU can be written down in the following form:

$$W(t) = \mathrm{M}\sum_{i=0}^{\infty}(\nu_i - t)\cdot I\{\tau_i \le t < \tau_i + \beta_i\};$$

$$Q(t) = \mathrm{M}\sum_{i=0}^{\infty}(t - \tau_i)\cdot I\{\tau_i \le t < \tau_i + \beta_i\};$$

Let's obtain non-asymptotic estimation for *W (t)* similarly to the way how the estimation of ADRT has been obtained above:

$$W(p) = G_\beta(p)\sum_{i=1}^{\infty} f_{\tau_i}(p);$$

where $G_\beta(p)$ is the Laplace image of the function $G_\beta(t)$:

$$G_\beta(t) = M\beta - \int_0^t P_\beta(x)dx; \qquad (10)$$

It should be noticed that

$$\tau_i = \alpha_i + \sum_{j=1}^{i-1}(\alpha_j + \beta_j);$$

$$f_{\tau_i}(p) = f_\alpha(p)\cdot(f_\alpha(p)f_\beta(p))^{i-1};$$

$$\sum_{i=1}^{\infty} f_{\tau_i}(p) = f_\alpha(p)\sum_{i=1}^{\infty}(f_\alpha(p)f_\beta(p))^{i-1} = \frac{f_\alpha(p)}{1 - f_\alpha(p)\cdot f_\beta(p)};$$

Final estimation in space of images:

$$W(p) = G_\beta(p) f_\alpha(p) + W(p) f_\alpha(p) f_\beta(p);$$

In space of originals:

$$W(t) = (G_\beta * f_\alpha)(t) + (W * f_\alpha * f_\beta)(t). \quad (11)$$

The formula (11) can be written down in some other form. Applying Laplace's transformation to (10), we have:

$$G_\beta(p) = \frac{M\beta - P_\beta(p)}{p}; \quad (12)$$

Then:

$$G_\beta(p) f_\alpha(p) = \frac{M\beta - P_\beta(p)}{p} f_\alpha(p) = M\beta \frac{f_\alpha(p)}{p} - P_\beta(p) \frac{f_\alpha(p)}{p};$$

Moving into the space of originals:

$$(G_\beta * f_\alpha)(t) = M\beta F_\alpha(t) - (P_\beta * F_\alpha)(t); \quad (13)$$

The formula (11) becomes as the following:

$$W(t) = M\beta F_\alpha(t) - (P_\beta * F_\alpha)(t) + (W * f_\alpha * f_\beta)(t). \quad (14)$$

Let's more briefly dwell upon the conclusion of non-asymptotic estimation for ARRTU:

$$Q(p) = A_\beta(p) \sum_{i=1}^{\infty} f_{\tau_i}(p);$$

where $A_\beta(p)$ is an image of function $A_\beta(t) = xP_\beta(x)$;

The required equation in images:

$$Q(p) = A_\beta(p) f_\alpha(p) + Q(p) f_\alpha(p) f_\beta(p);$$

And after transition to originals:

$$Q(t) = (A_\beta * f_\alpha)(t) + (Q * f_\alpha * f_\beta)(t). \quad (15)$$

Note 1:

All the four obtained equations (4, 7, 14, 15) of non-asymptotic estimations of investigated resource characteristics are Volterra equations of the second kind with various free members, but with the same kernel – the function $(f_\alpha * f_\beta)(t)$ representing the integrated convolution of distribution densities of object availability and unavailability intervals. In some cases it is convenient to introduce a random variable $\omega_i = \alpha_i + \beta_i$ describing duration of one cycle of investigated object work and its related density of distribution $f_\omega(t) = (f_\alpha * f_\beta)(t$ which further is considered as the kernel of integral equations.

2. Asymptotic estimations of average residual time for alternating process

Let's show how to obtain asymptotic estimation for alternating process of ADRT:

$$V_{асимп} = \lim_{t\to\infty} V(t); \quad (16)$$

The first method:

In the limit (16), we shall pass in space of images taking into account (4):

$$\lim_{t\to\infty} V(t) = \lim_{p\to 0} V(p)p = \lim_{p\to 0} p[\frac{G_\alpha(p)}{1 - f_\alpha(p)f_\beta(p)}] = \lim_{p\to 0} \frac{M\alpha - P_\alpha(p)}{1 - f_\alpha(p)f_\beta(p)};$$

Note that:

$$\lim_{p\to 0}(M\alpha - P_\alpha(p)) = M\alpha - \lim_{p\to 0}\int_0^\infty e^{-pt}P_\alpha(t)dt = M\alpha - \int_0^\infty P_\alpha(t)dt = 0;$$

$$\lim_{p\to 0} f_\alpha(p) = \lim_{p\to 0}\int_0^\infty e^{-pt}f_\alpha(t)dt = \int_0^\infty f_\alpha(t)dt = 1;$$

To get rid of uncertainty of the kind $\frac{0}{0}$, we shall apply L'Hôpital's rule:

$$\lim_{p\to 0} V(p)p = \lim_{p\to 0} \frac{(M\alpha - P_\alpha(p))'}{(1 - f_\alpha(p)\cdot f_\beta(p))'} = \lim_{p\to 0} \frac{P'_\alpha(p)}{f_\alpha'(p)\cdot f_\beta(p) + f_\alpha(p)\cdot f_\beta'(p)};$$

Note that:

$$\lim_{p\to 0} P'_\alpha(p) = -\lim_{p\to 0}\int_0^\infty te^{-pt}P_\alpha(t)dt = -\int_0^\infty tP_\alpha(t)dt = -(\frac{(M\alpha)^2 + D\alpha}{2});$$

$$\lim_{p\to 0} f_\alpha(p) = -\lim_{p\to 0}\int_0^\infty te^{-pt} f_\alpha(t)dt = -\int_0^\infty tf_\alpha(t)dt = -M\alpha;$$

Final estimation for ADRT has the following form:

$$V_{асимп} = \lim_{p\to 0} V(p)p = \frac{(M\alpha)^2 + D\alpha}{2(M\alpha + M\beta)} = \frac{M\alpha^2}{2(M\alpha + M\beta)}; \quad (17)$$

The second method:

An alternating process can be considered as generalization of classical process of renewal [2], then we shall obtain asymptotic estimation for ADRT:

$$V_{асимп} = V_\alpha P_\alpha;$$

where P_α is the probability of any moment of time t falling into the interval of availability, V_α is the asymptotic estimation of ADRT for the classical process consisting of a sequence of time between failures $\{\alpha_i\}$.

Further we have:

$$P_\alpha = \frac{M\alpha}{M\alpha + M\beta};$$

According to [3], an asymptotic estimation for classical process:

$$V_\alpha = \frac{M\alpha^2}{2M\alpha} = \frac{(M\alpha)^2 + D\alpha}{2M\alpha};$$

where $M\alpha^2$ is the 2-nd time moment of a random variable α.

The final estimation takes the following form:

$$V_{асимп} = \frac{M\alpha^2}{2(M\alpha + M\beta)};$$

The given expression completely coincides with the earlier received estimation (17).

Thus, the problem of asymptotic estimation for ADRT is generally reduced to an estimation of the moments of random variables – duration of intervals of object availability and unavailability. By similar reasoning, we can obtain:

$$R_{асимп} = V_{асимп} = \frac{M\alpha^2}{2(M\alpha + M\beta)}; \quad (18)$$

$$W_{асимп} = Q_{асимп} = \frac{M\beta^2}{2(M\alpha + M\beta)}; \quad (19)$$

3. Estimations of residual time for an arbitrary process

In any system it is possible to carry out technical renewal actions. Such actions can be carried out at moments appointed in advance and at random moments. Types of considered strategy reflect presence of various preventive maintenance types (for example, scheduled/corrective, emergency/preventive), control, and various types of failures, renewal, and other various conditions of operation. All aforesaid generates a huge amount of equipment maintenance strategies and even more of mathematical models for the description of occurring events.

Process of renewal for an arbitrary maintenance strategy can be generally reduced to alternating process. By designating as α_i and β_i the general durations of object availability and unavailability intervals respectively, we shall receive the renewal process similar to that in Figure 1. To apply the described mathematical tools, it is necessary to describe distributions of random variables α and β.

As an example, let's consider one strategy of object functioning typically met in practice. The system is deemed to be available at the initial moment of time t_0, and the factor of system availability at the point t_0= 0 is equal to one. The system foresees scheduled preventive maintenance which is carried out periodically in the time interval T (the period of preventive maintenance) and lasts for the random time η_m (see Figure 2). If before the moment of scheduled preventive maintenance there is a failure during the casual moment of time ξ, then the emergency renewal of the system is carried out whose casual time is equal to η_f. After system emergency renewal there is a re-planning of the moment of preventive maintenance that is the current period of preventive maintenance moves to the right at the time interval $\xi + \eta_f$. After renewal the system continues to work till the moment ξ, if there was a failure or till the next moment of preventive maintenance T if a failure did not occur. Further there is a corresponding renewal and a similar cycle of work starts over again. The described strategy of functioning is presented in Figure 3:

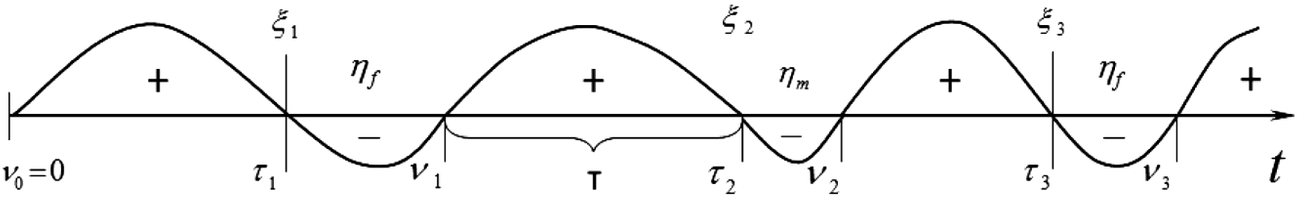


Figure 3. The strategy which takes into account the built-in control with preventive maintenance

ξ_i means the moments of failure, τ_i means time intervals from the beginning of system operation till the moment of the next failure of system, and v_i means time intervals from the beginning of system operation till the end of the next recovery.

According to [6] the moments of renewal and failure are defined as follows:

$$\begin{cases} \tau_i = \nu_0 + T \cdot I\{\xi_i > T\} + \xi_i I\{\xi_i < T\} + \sum_{j=1}^{i-1} I\{\xi_j < T\}(\xi_j + \eta_f) + I\{\xi_j > T\}(T + \eta_m); \\ \nu_i = \nu_0 + I\{\xi_i < T\}(\xi_i + \eta_f) + I\{\xi_i > T\}(T + \eta_m) + \sum_{j=1}^{i-1} I\{\xi_j < T\}(\xi_j + \eta_f) + I\{\xi_j > T\}(T + \eta_m); \end{cases}$$

Hence, the *i-th* interval of availability can be presented as

$$\alpha_i = \tau_i - \nu_{i-1} = T \cdot I\{\xi_i > T\} + \xi_i I\{\xi_i < T\};$$

Similarly, we shall obtain the expression for the *i-th* interval of unavailability:

$$\beta_i = \nu_i - \tau_i = \eta_m I\{\xi_i > T\} + \eta_f I\{\xi_i < T\};$$

According to (18-19), in order to obtain asymptotic estimations of ADRT, it is necessary to find the first and second central moments of random variables α and β. For non-asymptotic estimations, we generally need distribution functions and densities of random variables of mean times between failures and time of renewal. Let's investigate random variables α and β. Note that

$$F_\alpha(t) = \begin{cases} F_\xi(t), & t < T \\ 1, & t \geq T \end{cases};$$

Hence

$$M\alpha = \int_0^T P_\xi(t)dt; \tag{20}$$

To obtain $M\alpha^2$, we shall write down the distribution function in the form of:

$$F_\alpha(x) = H(T-x) \cdot F_\xi(x) + H(x-T); \tag{21}$$

where $H(x)$ is the Heaviside function, then:

$$f_\alpha(x) = F'_\alpha(x) = H(T-x) \cdot f_\xi(x) - \delta(T-x) \cdot F_\xi(x) + \delta(x-T); \tag{22}$$

where $\delta(x)$ is the Dirac delta function.
So, we obtain:

$$M\alpha^2 = \int_0^\infty x^2 f_\alpha(x)dx = \int_0^\infty x^2 H(T-x) \cdot f_\xi(x)dx - \int_0^\infty x^2 \delta(T-x) \cdot F_\xi(x)dx + \int_0^\infty x^2 \delta(x-T)dx =$$

$$= \int_0^T x^2 f_\xi(x)dx - T^2 F_\xi(T) + T^2; \tag{23}$$

The mathematical expectation of the value β is

$$M\beta = M(\eta_m I\{\xi_i > T\}) + M(\eta_f I\{\xi_i < T\}) = M\eta_m P\{\xi_i > T\}) + M\eta_f P\{\xi_i < T\} =$$

$$= M\eta_{mr}(1 - F_\xi(T)) + M\eta_{fr} F_\xi(T); \tag{24}$$

To compute $M\beta^2$, we shall find the function of distribution of β:

$$F_\beta(x) = \mathrm{P}(\beta < x) = \mathrm{P}(\{\beta < x\} \cap \{\xi \geq T\}) + \mathrm{P}(\{\beta < x\} \cap \{\xi < T\}) =$$

$$= \mathrm{P}(\{\eta_m < x\} \cap \{\xi \geq T\}) + \mathrm{P}(\{\eta_f < x\} \cap \{\xi < T\}) = F_{\eta_m}(x)(1 - F_\xi(T)) + F_{\eta_f}(x)F_\xi(T);$$

Hence

$$f_\beta(x) = f_{\eta_m}(x)(1 - F_\xi(T)) + f_{\eta_f}(x)F_\xi(T);$$

$$M\beta^2 = \int_0^\infty x^2 f_\beta(x)dx = (1 - F_\xi(T))M\eta_m{}^2 + F_\xi(T)M\eta_f{}^2; \qquad (25)$$

Considering (20), (23), (24), (25), the asymptotic estimations become suitable for numerical calculations:

$$R_{асимп} = V_{асимп} = \frac{M\alpha^2}{2(M\alpha + M\beta)} = \frac{\int_0^T x^2 f_\xi(x)dx - T^2F_\xi(T) + T^2}{2(\int_0^T P_\xi(t)dt + M\eta_m(1 - F_\xi(T)) + M\eta_f F_\xi(T))};$$

$$W_{асимп} = Q_{асимп} = \frac{M\beta^2}{2(M\alpha + M\beta)} = \frac{(1 - F_\xi(T))M\eta_m{}^2 + F_\xi(T)M\eta_f{}^2}{2(\int_0^T P_\xi(t)dt + M\eta_m(1 - F_\xi(T)) + M\eta_f F_\xi(T))};$$

To obtain non-asymptotic estimations of characteristics studied in this paper, it is necessary to solve integral equations (4, 7, 14, 15). According to Note 1, a kernel of the equations in all four cases is the function $f_\omega(t)$, the density of distribution of a random variable ω. For the strategy under consideration, we have:

$$\omega = \begin{cases} \xi + \eta_f, & \xi < T \\ T + \eta_m, & \xi \geq T \end{cases};$$

Let's find the function of distribution of this random variable:

$$F_\omega(t) = P(\omega < t) = P(I\{\xi \geq T\}(T + \eta_m) + I\{\xi < T\}(\xi + \eta_f) < t) =$$

$$= P(\eta_m < t - T;\ \xi > T) + P(\eta_f < t - \xi;\ \xi < T) =$$

$$= \iint\limits_{\substack{\{\xi > T \\ 0 < \eta_m < t-T\}}} f_\xi(x) f_{\eta_m}(y) dy dx + \iint\limits_{\substack{\{\xi < t \wedge T \\ 0 < \eta_f < t-\xi\}}} f_\xi(x) f_{\eta_f}(y) dy dx =$$

$$= \int_T^\infty f_\xi(x) \int_0^{t-T} f_{\eta_m}(y) dy dx + \int_0^{t \wedge T} f_\xi(x) \int_0^{t-x} f_{\eta_m}(y) dy dx = \left(1 - F_\xi(T)\right) F_{\eta_m}(t-T) + \int_0^{t \wedge T} f_\xi(x) F_{\eta_f}(t-x) dx;$$

We shall obtain the required density of distribution by differentiation:

$$f_\omega(t) = \frac{dF_\omega(t)}{dt} = \left(1 - F_\xi(T)\right) f_{\eta_m}(t-T) + \int_0^{t \wedge T} f_\xi(x) f_{\eta_f}(t-x) \quad dx; \tag{26}$$

Next we shall find free members of the integral equations. For ADRT the free member of the equation is defined (6), the function of distribution and the expectation of the random variable α are defined in (20), (21). For ARRT the free member of the equation is defined in (8). For ADRTU it looks like in (13). For ARRTU it is necessary to find $(A_\beta * f_\alpha)(t)$. This problem becomes complicated by the fact that in the found formula (22) there is a Dirac delta function, thus making the correct numerical integration $f_\alpha(x)$ impossible. Considering (22) and parity of delta function, we shall write down the density of distribution in the following form:

$$f_\alpha(x) = H(T-x) f_\xi(x) + \delta(x-T) P_\xi(x) = C(x) + \delta(x-T) P_\xi(x);$$

where $C(x) = H(T-x) f_\xi(x);$

Then

$$(A_\beta * f_\alpha)(t) = \int_0^t A_\beta(t-x) C(x) dx + \int_0^t A_\beta(t-x) \delta(x-T) P_\xi(x) dx =$$

$$= \int_0^t A_\beta(t-x) C(x) dx + A_\beta(t-T) P_\xi(T) H(t-T); \tag{27}$$

where $A_\beta(t) = t(1 - F_\beta(t)) = t P_\beta(t);$

It is already possible to calculate numerically a free member under the formula (27).

Thus, we have found a kernel (26) and free members (6, 8, 13, 27) of integral equations (4, 7, 14, 15) respectively, in the form that is suitable for numerical solution.

4. An example of calculation

Let's compute asymptotic and non-asymptotic estimations of ADRT, ARRT, ADRTU, and ARRTU for the strategy of object functioning described in Section 3. The period of preventive maintenance will be set to 7 arbitrary units (a.u.) of time. As the law of distribution for time to failure and scheduled preventive maintenance, we shall take a two parameter Weibull distribution, and for emergency renewal we shall take a gamma distribution. Parameters of the distribution law are specified in Table 1:

Table 1 Parameters of the law of distribution of random variables

Random variable	Designation	Parameter of form, a.u.	Parameter of scale, a.u.
Time to failure	ξ	5	6
Duration of scheduled preventive maintenance	η_m	2	2
Duration of emergency renewal	η_f	3	5

Figures 4-5 represent asymptotic and non-asymptotic estimations of ADRT and ARRT, ADRTU and ARRTU respectively. The given figures show convergence of asymptotic (dotted line) and non-asymptotic (continuous line) estimations:

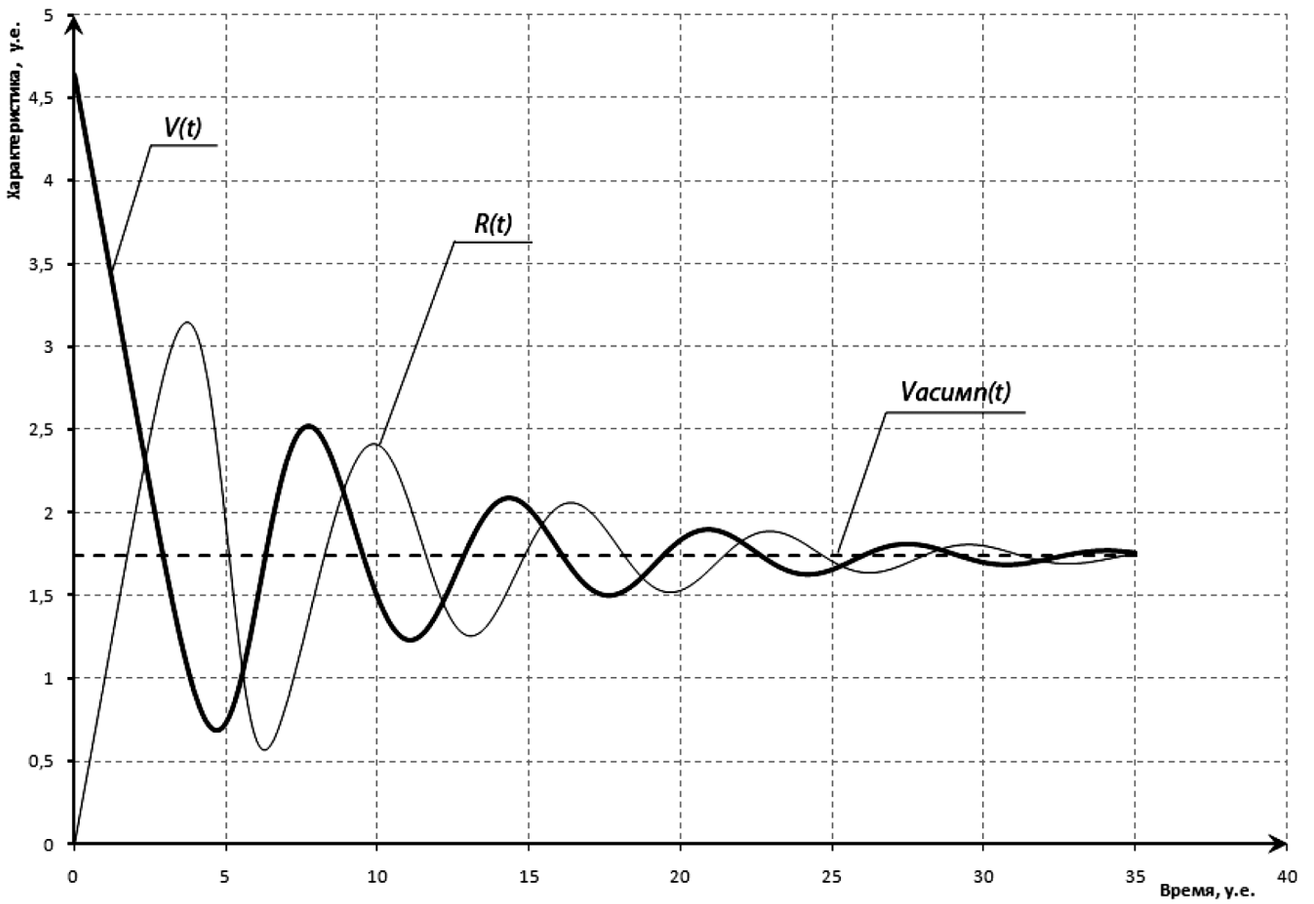


Figure 4. Graph of behavior of estimations of ADRT and ARRT expectations

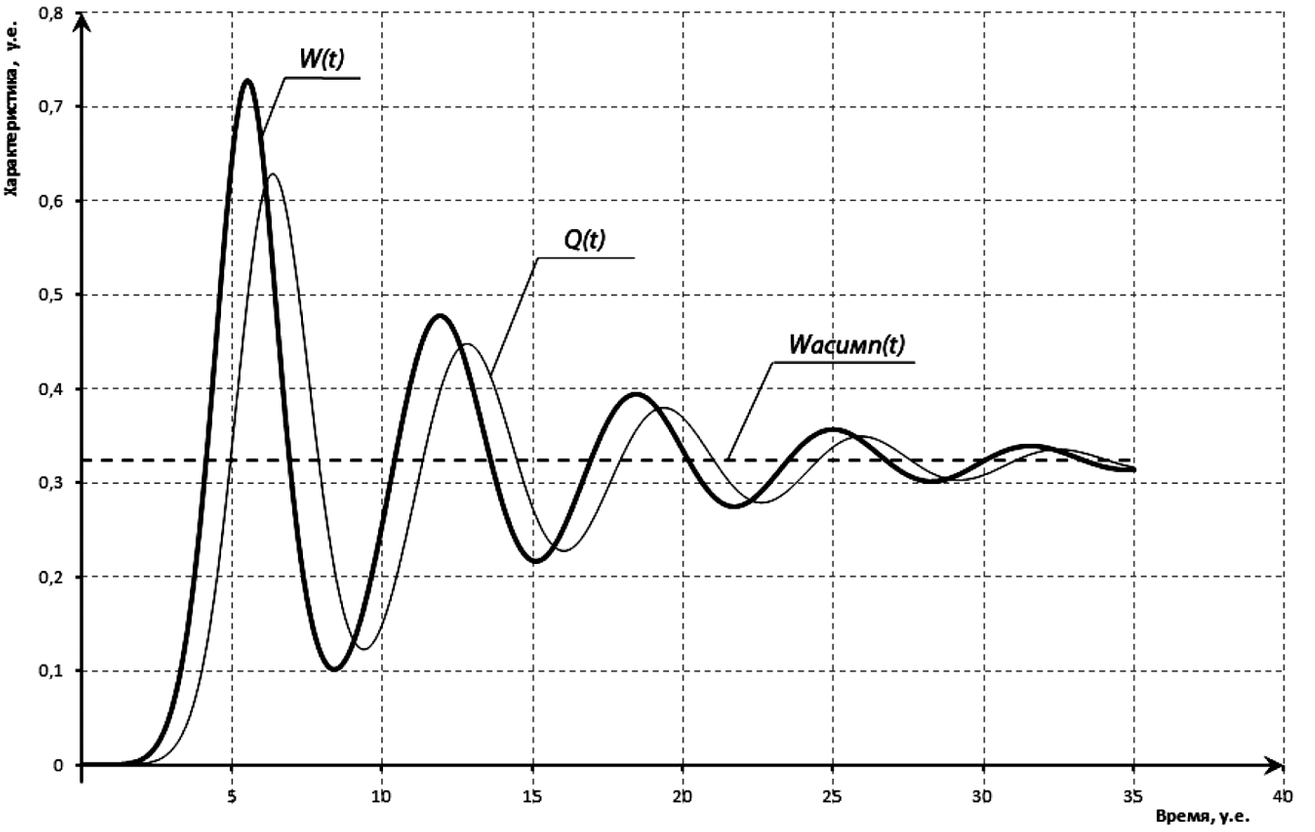


Figure 5. Graph of behavior of estimations of ADRTU and ARRTU expectations

5. Conclusion

We have developed a generalized method for calculating the following resource characteristics for an object with a random strategy of functioning:

1) Average direct residual time;

2) Average reverse residual time;

3) Average direct residual time of unavailability;

4) Average reverse residual time of unavailability.

We have obtained both asymptotic and non-asymptotic estimations of the given parameters. The analysis of estimations shows that the difference between asymptotic and non-asymptotic estimations at the initial time interval can be a significant quantity, whereas in case of long-term functioning of an object the given estimations converge.

The method can be applied for estimating resource characteristics of NPP equipment, including technical systems with periodical or constant control of faults, schemes of fail detection, emergency and renewal works, etc. inherent in them. The method allows us to predict a residual resource of objects at the stage of operation that defines possible duration of the operation of an object from the given moment of time and up to the moment when the parameter of technical state achieves its limit value.

References

1. Chin-Diew Lai, Min Xie. Stochastic ageing and dependence for reliability. – Springer, 2006. – p. 418.

2. Baiehelt F., Franken P. Reliability and maintenance service. The mathematical approach – M: Radio and communication, 1988. – p.390.

3. Ventzel E.S., Ovcharov L.A. The theory of random processes and their engineering applications. – M: Nauka, 1991. – p.384.

4. Chepurko V.A. Characteristics of system dependability in view of heterogeneity of failure flows. Diagnostics and prediction of complex systems' state. The collection of proceedings №17. – Obninsk: INPE. – p 78.

5. Sokolov S.V. Estimation of residual resource of power reactor facility subsystems of the first block reactor RBMK-1000 of the Smolensk atomic power station // News of high schools. Nuclear power. – №3, 2009. – Pp.37-43.

6. Dagaev A.V. Research and development of non-asymptotic methods in the analysis of reliability of elements and power reactor facility subsystems in view of the control and preventive maintenance: The thesis of Cand.Tech.Sci. / Dagaev A.V.: INPE. Obninsk, 2003. – p.159.

Швецова-Шиловская Т.Н., Громова Т.В., Соколов Ф.П., Ратушенко В.Г.

РАСЧЕТНО-ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЙ МЕТОД ОЦЕНКИ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО КОМПЛЕКСА НА ОСНОВЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ЕГО ИСПЫТАНИЙ С УЧЕТОМ АПРИОРНОЙ ИНФОРМАЦИИ О НАДЕЖНОСТИ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ИСПЫТАНИЙ СОСТАВНЫХ ЧАСТЕЙ

В работе предложен расчетно-экспериментальный метод оценки показателей надежности сложных химико-технологических систем на основе результатов испытаний с учетом имеющейся априорной информации о надежности по результатам испытаний составных частей. В результате получено, что учет априорной информации при оценке и контроле надежности системы позволяет существенно сократить объем ее требуемых испытаний.

Ключевые слова: *оценка показателей надежности, расчетно-экспериментальный метод учета априорной информации при оценке надежности сложных систем, результаты испытаний.*

Настоящий расчетно-экспериментальный метод применяется для оценки нижних доверительных границ ВБР (вероятности безотказной работы) и средней наработки на отказ технологического комплекса (системы) на основе результатов испытаний системы на надежность с учетом априорной информации о надежности системы по результатам автономных испытаний составных частей (компонентов). При этом в качестве учитываемой априорной информации о надежности системы используется оценка ВБР в виде доверительного интервала $\left[P_{H0}\left(t_H\right),1\right]$ при доверительной вероятности γ_0, где $P_{H0}\left(t_H\right)$ – априорная оценка нижней доверительной границы ВБР системы. Такая оценка может быть получена с помощью расчетно-экспериментального метода оценки показателей надежности комплекса оборудования по результатам автономных испытаний его составных частей.

Однако в литературе, посвященной методам учета априорной информации при оценке надежности сложных систем [1-6], этот важный для практики случай, когда по результатам предварительных натуральных испытаний известна интервальная оценка ВБР, что имеет место при статистической обработке ограниченного экспериментального материала, рассмотрен только в предположении, что для известного априори доверительного интервала достоверность равна единице [2, 4].

Разработан метод учета априорной информации в виде интервальной оценки ВБР при любом заданном значении доверительной вероятности.

Рассмотрим последовательность из N независимых испытаний системы, в каждом из которых при длительности испытаний t_H возможны два исхода: A и $\overline{A}$ (успех и отказ). Вероятности исходов равны $P(t_H)$ и $Q(t_H)$ соответственно, причем $P(t_H)=1-Q(t_H)$. В каждом испытании вероятность $P(t_H)=P=const$. Испытания по такой схеме называются испытаниями по схеме Бернулли.

Если после проведения N испытаний зарегистрировано *m* отказов, то нижняя граница P_H доверительного интервала находится из классического выражения [7]:

$$1-\gamma=\sum_{k=0}^{m}\binom{N}{k}P^{N-k}(1-P)^{k},$$

где $\binom{N}{k}=\frac{N!}{(N-k)!k!}$.

В случае отсутствия отказов при испытаниях [8]:

$$P_H=\sqrt[N]{1-\gamma}.$$

Пусть $P\in[0,1]$ и известно, что по результатам предварительных автономных испытаний составных частей системы на надежность получена априорная оценка ВБР системы в виде:

$$\text{Вер}\left\{P\in[P_{H0},1]\right\}=\gamma_0,$$

где P_{H0} – априорная нижняя граница P и γ_0 - априорная доверительная вероятность. При этом очевидно, что

$$\text{Вер}\left\{P\in[0,P_{H0}]\right\}=1-\gamma_0,$$

и априорная плотность вероятности записывается в виде [9]:

$$\phi(P)=\begin{cases}\dfrac{1-\gamma_0}{P_{H0}} & \forall P\in[0,P_{H0}]\\ \dfrac{\gamma_0}{1-P_{H0}} & \forall P\in[P_{H0},1]\end{cases}. \qquad (1)$$

Выбор функции плотности вероятности в виде (1) основан на использовании распределения с наибольшим рассеянием при имеющейся априорной информации, что делает расчет обоснованным.

Апостериорную плотность при испытаниях, проводимых по схеме Бернулли [5-6], можно записать в виде [2]:

$$f(P)=\frac{\phi(P)\cdot P^{N-m}(1-P)^{m}}{\int_0^1 P^{N-m}(1-P)^{m}\cdot\phi(P)dP}. \qquad (2)$$

Выражение (2) с учетом уравнения (1) получаем:

$$f(P)=\begin{cases}(1-\gamma_0)\cdot P^{N-m}(1-P)^m\left(P_{H0}C\right)^{-1}, & \forall P\in[0,P_{H0}]\\ \gamma_0 P^{N-m}(1-P)^m\left(P_{H0}C\right)^{-1}, & \forall P\in[P_{H0},1]\end{cases},$$

где приняты следующие обозначения:

$$C=\frac{1-\gamma_0}{P_{H0}}I_1+\frac{\gamma_0}{1-P_{H0}}I_2;\ I_1=\int_0^{P_{H0}}P^{N-m}(1-P)^m\,dP;\ I_2=\int_{P_{H0}}^{1}P^{N-m}(1-P)^m\,dP.$$

Для удобства вычисления интегралов I_1 и I_2 рассмотрим их представление в общем виде и, применив бином Ньютона, после интегрирования получим:

$$\int_a^b P^{N-m}(1-P)^m\,dP=\sum_{i=0}^{m}\frac{(-1)^i\binom{m}{i}}{N-m+i+1}\left(b^{N-m+i+1}-a^{N-m+i+1}\right) \tag{3}$$

Если в выражении (3) $a=0$ и $b=1$, получим бета-функцию [10]:

$$B(N-m+1,m+1)=\frac{\Gamma(N-m+1)\Gamma(m+1)}{\Gamma(N+2)}, \tag{4}$$

где $\Gamma(\cdot)$ – гамма – функция, определяемая в случае целых положительных чисел ϑ равенством $\Gamma(\vartheta)=(\vartheta-1)$. С учетом этого выражение (4) имеет вид:

$$B(N-m+1,m+1)=\frac{(N-m)!m!}{(N+1)!}=\frac{1}{N(+1)\binom{N}{m}}.$$

Используя формулу (3), можно записать следующее выражение для С:

$$C=\frac{\gamma_0}{1-P_{H0}}\left[\frac{1}{(N+1)\binom{N}{m}}-\left(1-\frac{1-P_{H0}}{\gamma_0}\right)P_{H0}^{N-m}\sum_{i=0}^{m}\frac{(-1)^i\binom{m}{i}P_{H0}^i}{N-m+i+1}\right].$$

Оценку нижней доверительной границы вероятности P_{H1} безотказной работы системы с учетом априорной информации находим из условия:

$$\gamma_1=\int_{P_{H1}}^{1}f(P)dP, \tag{5}$$

где γ_1 – апостериорная доверительная вероятность.

После подстановки в уравнение (5) соответствующего значения $f(P)$ для $P_{H1} \geq P_{H0}$ и интегрирования получим:

$$\gamma_1 = \frac{1-(N+1)\binom{N}{m}P_{H1}^{N-m+1}\sum_{i=0}^{m}\frac{(-1)^i\binom{m}{i}P_{H1}^i}{N-m+i+1}}{1-(N+1)\binom{N}{m}\left(1-\frac{1-P_{H0}}{\gamma_0}\right)P_{H0}^{N-m}\sum_{i=0}^{m}\frac{(-1)\binom{m}{i}P_{H0}^i}{N-m+i+1}}. \quad (6)$$

Используя функцию биномиального распределения B_i [5], уравнение (6) можно представить в более удобном для практического применения виде:

$$B_i(N+1, P_{H1}, m) = 1-\gamma_1', \quad (7)$$

где $\gamma_1' = \gamma_1\left[1-\frac{1}{P_{H0}}\left(1-\frac{1-P_{H0}}{\gamma_0}\right)B_i(N+1, P_{H0}, m)\right]$.

Корень уравнения (7) $P_{H1} = f_1(N+1, m, \gamma_1')$, представляющий собой значение нижней границы доверительного интервала для параметра P с учетом априорной информации, табулирован в [5], что позволяет без особых затруднений получать интервальную оценку надежности системы с учетом текущих опытных данных (N, m), где N – общее число испытаний (тактов функционирования), m – число испытаний, в которых зафиксирован отказ, и априорной информации в виде некоторого доверительного интервала $[P_{H0}, 1]$ при доверительной вероятности γ_0.

На практике применительно к таким технологическим комплексам, например, как объекты по уничтожению химического оружия, используется оборудование в единичных экземплярах, собственно и представляющих собой генеральную совокупность изделий. В данном случае речь идет об объединении однородной информации о надежности (одни и те же составные части в автономном и комплексном виде) а проверку статистической совместимости априорной и текущей информации по результатам испытаний можно не проводить.

В случае использования информации о надежности составных частей и систем-аналогов проверка статистической совместимости априорной и текущей информации по результатам испытаний осуществляется на основе теории проверки статистических гипотез [3]. Исходной гипотезой, при которой может быть применен метод, является гипотеза H_0, заключающаяся в том, что $P_0 = P_T = P$, где P_0, P_T, P – априорное, текущее и истинное значение ВБР системы соответственно. Если гипотеза H_0 отвергается, то принимается одна из двух конкурирующих гипотез $H_1\{P_0 < P_T\}$ или $H_2\{P_0 > P_T\}$.

Возможные методы решения подобного рода задач изложены в [11]. Рассмотрим кратко решение поставленной задачи с учетом специфики имеющихся данных. Множество всех возможных исходов,

определяемых числом безотказных испытаний при N испытаниях, состоит из дискретных точек, $R = \{0,1,2,...,N\}$. Разделим это множество точками r_H и r_B на три подмножества, определяющие соответственно: область нижних критических значений $R_H = \{0,1,2,...,r_H\}$; область допустимых значений $R_Д = \{r_H + 1, r_H + 2,..., r_{B-1}\}$; область верхних критических значений $R_B = \{r_B, r_{B+1},..., N\}$.

Зададимся уровнем значимости $\alpha = \alpha_H + \alpha_B$, из которого можно было бы определять границы области допустимых значений для исходов испытаний при гипотезе H_0.

По определению нижняя критическая область будет выбрана в соответствии с заданным уровнем значимости, если выполняется условие

$$P(r \le r_H / H_0) \le \alpha_H . \tag{8}$$

По отношению к верхней критической области также может быть установлено неравенство

$$P(r \ge r_B / H_0) \le \alpha_B . \tag{9}$$

Эти неравенства при справедливости гипотезы H_0 гарантируют попадание исходов опыта в одну из критических областей с вероятностью не более α.

При независимых исходах испытаний соотношения (8) и (9) могут быть определены на основе биномиального закона распределения в виде:

$$\sum_{i=0}^{r_H} C_N^i P_T^i (1 - P_T)^{N-i} \le \alpha_H \tag{10}$$

$$\sum_{i=r_B}^{N} C_N^i P_T^i (1 - P_T)^{N-i} \le \alpha_B \tag{11}$$

Сопоставляя соотношения (10) и (11) с соответствующими соотношениями для вычисления доверительных пределов, приходим к выводу, что решение поставленной задачи может быть основано на соответствующих таблицах для определения доверительных интервалов [5]. При этом входами в таблицы в рассматриваемом случае должны быть P_T и N, которые при заданном значении α обеспечивают выбор r_H и r_B. На основании этих величин можно определять пределы $P_H = r_H / N$ и $P_B = r_B / N$, в которых должно быть заключено априорное значение надежности, чтобы при выбранном α можно было утверждать о сходимости априорных и текущих опытных данных. При этом уровень значимости α может быть выбран в пределах 0,2 – 0,05 при $\alpha_H = \alpha_B = \alpha / 2$.

Представляет практический интерес применение формулы (7) для случая, когда m =0, то есть

$$\gamma_1 = \frac{1 - P_{H1}^{N+1}}{1 - P_{H0}^{N}\left(1 - \dfrac{1 - P_{H0}}{\gamma_0}\right)},$$

откуда

$$P_{H1} = \sqrt[N+1]{1-\gamma_1\left[1-P_{H0}^{N}\left(1-\frac{1-P_{H0}}{\gamma_0}\right)\right]}. \qquad (12)$$

Как видно из выражения (12), полученная при условии проведения N испытаний системы оценка нижней доверительной границы ВБР P_{H1} будет выше, чем P_{H0}, то есть выше точность интервальной оценки надежности.

Повышение точности оценки при ограниченном объеме испытаний эквивалентно уменьшению объема испытаний при заданной точности.

По уравнению (12) можно найти объем испытаний N, необходимый для подтверждения заданных требований по надежности системы для случая m=0 при условии, что априорное значение доверительного интервала ВБР, полученное с достоверностью $\gamma_0 = 0$ на этапе предварительных испытаний, равно $[P_{H0},1]$.

Таким образом, выражение (12) может быть использовано для оценки надежности сложной системы по результатам ее испытаний (при m=0) с учетом априорной информации, так и при планировании испытаний на надежность сложной системы с учетом априорной информации.

Рассмотрим применение разработанного метода на примере. Пусть по результатам предварительных испытаний составных частей системы получена оценка нижней границы доверительного интервала априорной ВБР на время t_H=2ч $P_{HO}(t_H)$=0,87 с априорной доверительной вероятностью γ_0=0,8. Требуется определить минимальный объем испытаний в виде N циклов испытаний при t_H=2 ч для подтверждения с учетом априорной информации заданного значения нижней границы ВБР системы $P_{H1}(2) = 0,912$ с доверительной вероятностью γ_1=0,8. Так как речь идет о минимальном объеме испытаний, то планирование испытаний осуществляется для случая m=0 и используется формула (12). Подставляя исходные данные в выражение (12) и рассматривая его как неравенство, имеем:

$$0,912 \le \sqrt[N+1]{1-0,8\left[1-0,87^{N}\left(1-\frac{1-0,87}{0,8}\right)\right]},$$

откуда находим N=10 испытаний.

Отметим, что минимальное число испытаний системы для подтверждения заданного в примере уровня надежности без учета априорной информации согласно [12] составляет N=17 безотказных испытаний.

Как видим, учет априорной информации при оценке и контроле надежности системы позволяет существенно сократить объем ее текущих испытаний.

Литература

1. **Прохоренко В.А., Голиков В.Ф.** Учет априорной информации при оценке надежности. Минск: «Наука и техника», 1979, 208 с.

2. **Лукьященко В.И., Терпиловский А.Н.** Об учете предварительной информации при оценке надежности сложных систем. В сб.: О надежности сложных технических систем. – М.: Советское радио, 1966, с. 263-275.

3. **Червоный А.А., Лукьященко В.И., Котин Л.В.** Надежность сложных систем.-М.: Машиностроение, 1976, 288 с.

4. **Судаков Р.С., Чеканов А.Н.** К вопросу об учете предварительной информации в схеме биномиальных испытаний. – Надежность и контроль качества, 1974, № 1, с. 24-28.

5. Статистические задачи обработки систем и таблицы для числовых расчетов показателей надежности. Под ред. **Р.С.Судакова.**- М.: Высшая школа, 1975, 604 с.

6. **Ушаков И.А.** Курс теории надежности систем: учебн. пособие для вузов / М.: Дрофа, 2008. 239 с.

7. **Шор Я.Б., Кузьмин Ф.И.** Таблицы для анализа и контроля надежности. М: Советское радио, 1968, 288 с.

8. **Вентцель Е.С.** Теория вероятности. – М.: Физматгиз, 1962, 564 с.

9. **Плетнев И.Л., Рембеза А.И., Соколов Ю.А.** и др. Эффективность и надежность сложных систем. – М.: Машиностроение, 1977, 216 с.

10. **Прохоров Ю.В., Розанов Ю.А.** Теория вероятностей. – М.: Наука, 1973, 496с.

11. **Гнеденко Б.В., Беляев Ю.К., Соловьев А.Д.** Математические методы в теории надежности. М: «Наука», 1965, 212 с.

12. **Ллойд Д.К., Липов М.** Надежность. Организация исследования, методы, математический аппарат. Пер. с англ. М.: Советское радио, 1964, 687 с.

Shvetsova-Shilovskay T.N., Gromova T.V., Sokolov F.P., Ratyshenko V.G.

COMPUNATIONAL AND EXPERIMENTAL METHOD FOR ESTIMATING RELIABILITY INDICATORS OF TECHNOLOGICAL COMPLEX BASED ON THE RESULTS OF ITS TESTING USING PRIOR INFORMATION ON RELIABILITY DERIVED FROM TESTING OF ITS COMPONENTS

The paper offers a computational and experimental method for estimating reliability indicators of complex chemical technological systems based on the results of tests using available prior information on reliability derived from testing of components. As a result, it has been found that when estimating and controlling the reliability of system using prior information, it allows us to reduce substantially the amount of its required testing.

Keywords: *estimation of reliability indicators, computational and experimental method for estimating the reliability of complex systems using prior information, results of tests.*

This computational and experimental method is used to estimate lower confidence bounds of FFP (fault-free probability) and mean time between failures of technological complex (system) based on the results of system reliability tests using prior information about the reliability of system derived from the results of independent tests of constituents (components). As prior information on the reliability of system taken into account, FFP estimator is used in the form of confidence interval $\left[P_{H0}\left(t_H\right),1\right]$ with the confidence probability γ_0, where $P_{H0}\left(t_H\right)$is a prior estimator of the FFP lower confidence bound of system. Such an estimator can be obtained by means of a computational and experimental method for estimating reliability indicators of technological complex upon results of independent testing of its components.

However, in the literature dedicated to methods of applying prior information for estimating the reliability of complex systems [1-6], this very important in practical terms case when a FFP interval estimator is known due to results of preliminary in-situ tests, which takes place in case of statistical processing of limited experimental material, has been discussed only with the assumption that for a confident interval known a priori, the confidence is equal to one [2, 4].

We have developed a method of applying prior information in the form of a FFP interval estimator for any given value of confidence probability.

Let us consider a sequence of N independent tests of system, in which of them for testing duration t_H there are two outcomes possible: A and $\overline{A}$ (success and failure). The probabilities of the outcomes

are equal to $P(t_H)$ and $Q(t_H)$ respectively, with $P(t_H)=1-Q(t_H)$. For each testing, the probability is $P(t_H)=P=const$. Tests using such a scheme are called trials of the Bernoulli model.

If N trials provide *m* failures, then the lower bound P_H of confident interval is found by the classical expression [7]:

$$1-\gamma=\sum_{k=0}^{m}\binom{N}{k}P^{N-k}(1-P)^{k},$$

where $\binom{N}{k}=\frac{N!}{(N-k)!k!}$.

In case there are no failures during trials [8]:

$$P_H=\sqrt[N]{1-\gamma}.$$

Let $P\in[0,1]$ and it be known that upon results of preliminary independent reliability tests of system, a prior FFP estimator is obtained as:

$$\Pr\{P\in[P_{H0},1]\}=\gamma_0,$$

where P_{H0} is a prior lower bound P, and γ_0 is a confident probability. It is then obvious that

$$\Pr\{P\in[0,P_{H0}]\}=1-\gamma_0,$$

and prior probability density writes down as [9]:

$$\phi(P)=\begin{cases}\dfrac{1-\gamma_0}{P_{H0}} & \forall P\in[0,P_{H0}]\\ \dfrac{\gamma_0}{1-P_{H0}} & \forall P\in[P_{H0},1]\end{cases}. \quad (1)$$

A probability density function in the form (1) is chosen on the basis of using a distribution with the most variance for available prior information, which makes the computation justified.

Posterior density for trials made according to the Bernoulli model [5-6] can be written as follows [2]:

$$f(P)=\frac{\phi(P)\cdot P^{N-m}(1-P)^{m}}{\int_0^1 P^{N-m}(1-P)^{m}\cdot\phi(P)dP}. \quad (2)$$

Expression (2) with equation (1) taken into account yields:

$$f(P)=\begin{cases}(1-\gamma_0)\cdot P^{N-m}(1-P)^m\left(P_{H0}C\right)^{-1}, & \forall P\in[0,P_{H0}]\\ \gamma_0 P^{N-m}(1-P)^m\left(P_{H0}C\right)^{-1}, & \forall P\in[P_{H0},1]\end{cases}$$

where:

$$C=\frac{1-\gamma_0}{P_{H0}}I_1+\frac{\gamma_0}{1-P_{H0}}I_2;\ I_1=\int_0^{P_{H0}}P^{N-m}(1-P)^m\,dP;\ I_2=\int_{P_{H0}}^{1}P^{N-m}(1-P)^m\,dP.$$

For the convenience of computation of integrals I_1 and I_2, let us consider their representation in the general form, and application of Newton's binominal series, after integration, yields:

$$\int_a^b P^{N-m}(1-P)^m\,dP=\sum_{i=0}^{m}\frac{(-1)^i\binom{m}{i}}{N-m+i+1}\left(b^{N-m+i+1}-a^{N-m+i+1}\right) \tag{3}$$

If in expression (3) $a=0$ and $b=1$, we have a beta function [10]:

$$B(N-m+1,m+1)=\frac{\Gamma(N-m+1)\Gamma(m+1)}{\Gamma(N+2)}\quad , \tag{4}$$

where $\Gamma(\cdot)$ is Gamma function defined in case of positive integers ϑ by equation $\Gamma(\vartheta)=(\vartheta-1)$. Considering that, expression (4) looks like:

$$B(N-m+1,m+1)=\frac{(N-m)!m!}{(N+1)!}=\frac{1}{N(+1)\binom{N}{m}}.$$

Using formula (3), we can write the following expression for C:

$$C=\frac{\gamma_0}{1-P_{H0}}\left[\frac{1}{(N+1)\binom{N}{m}}-\left(1-\frac{1-P_{H0}}{\gamma_0}\right)P_{H0}^{N-m}\sum_{i=0}^{m}\frac{(-1)^i\binom{m}{i}P_{H0}^i}{N-m+i+1}\right].$$

The estimator of the lower confidence probability bound P_{H1} of system fault-free operation, with prior information taken into account, yields from the condition:

$$\gamma_1=\int_{P_{H1}}^{1}f(P)dP, \tag{5}$$

where γ_1 is a posterior confident probability.

After substituting the corresponding value $f(P)$ for $P_{H1} \geq P_{H0}$ into equation (5) and integrating, there is:

$$\gamma_1 = \frac{1-(N+1)\binom{N}{m}P_{H1}^{N-m+1}\sum_{i=0}^{m}\frac{(-1)^i\binom{m}{i}P_{H1}^i}{N-m+i+1}}{1-(N+1)\binom{N}{m}\left(1-\frac{1-P_{H0}}{\gamma_0}\right)P_{H0}^{N-m}\sum_{i=0}^{m}\frac{(-1)\binom{m}{i}P_{H0}^i}{N-m+i+1}}. \quad (6)$$

Using the function of binominal distribution B_i [5], equation (6) can be represented in a way more convenient for practical application:

$$B_i(N+1, P_{H1}, m) = 1-\gamma_1', \quad (7)$$

where $\gamma_1' = \gamma_1\left[1-\frac{1}{P_{H0}}\left(1-\frac{1-P_{H0}}{\gamma_0}\right)B_i(N+1, P_{H0}, m)\right]$.

The root of equation (7) $P_{H1} = f_1(N+1, m, \gamma_1')$ representing the value of the lower confidence interval bound for the parameter P with prior information taken into account is tabulated in [5], which permits to quite easily obtain an interval estimator of system reliability considering the current experimental data (N, m), where N is a total number of trials (functioning phases), m is a number of trials wherein a failure is registered, and prior information in the form of some confident level $[P_{H0}, 1]$ with confident probability γ_0.

In practice, as regards such technological complexes as, for example, facilities for destroying chemical weapon, equipment is used in single copies which as such represent a general population of products. In this case we speak about combining homogenous information on reliability (the same components in independent and integrated forms), so we may not carry out verification of statistical compatibility of prior and current information upon results of trials.

In case of using information on reliability of components and analogous systems, verification of statistical compatibility of prior and current information upon results of trials is carried out based on the theory of verification of statistical hypotheses [3]. An initial hypothesis when applying this method is the hypothesis H_0 that consists in that $P_0 = P_T = P$ where P_0, P_T, P is a prior current and true value of system FFP respectively. If the hypothesis H_0 is rejected, then one of the two competing hypotheses $H_1\{P_0 < P_T\}$ or $H_2\{P_0 > P_T\}$ is accepted.

Possible methods for solving problems of such kind are described in [11]. Let us briefly consider the solution of the given problem taking into account the peculiarities of available data. A set of all possible outcomes defined by a number of fault-free trials with N trials consists of discrete points, $R = \{0, 1, 2, ..., N\}$. Divide this set by points r_H and r_B into three subsets defining respectively: the area of lower critical values $R_H = \{0, 1, 2, ..., r_H\}$; the area of acceptable values $R_Д = \{r_H + 1, r_H + 2, ..., r_{B-1}\}$; the area of upper critical values $R_B = \{r_B, r_{B+1}, ..., N\}$.

Let us set a significance level $\alpha = \alpha_H + \alpha_B$, from which we could define bounds of the area of acceptable values for outcomes of trials with the hypothesis H_0.

By definition, the lower critical area will be chosen in compliance with a given significance level, if the condition is fulfilled

$$P\left(r \le r_H / H_0\right) \le \alpha_H . \tag{8}$$

In relation to the upper critical area, we can also set inequality

$$P\left(r \ge r_B / H_0\right) \le \alpha_B . \tag{9}$$

These inequalities with the hypothesis H_0 being true guarantee that outcomes of trials will fall into one of the critical areas with a probability not more than α.

In case of independent testing outcomes, relations (8) and (9) can be defined on the basis of the binominal law of distribution in the form:

$$\sum_{i=0}^{r_H} C_N^i P_T^i \left(1 - P_T\right)^{N-i} \le \alpha_H \tag{10}$$

$$\sum_{i=r_B}^{N} C_N^i P_T^i \left(1 - P_T\right)^{N-i} \le \alpha_B \tag{11}$$

Comparing relations (10) and (11) with the corresponding relations for computing confidence intervals, we come to conclusion that a solution of the given problem can be based on corresponding tables for defining confidence intervals [5]. In this case entries into tables should be P_T and N which with a given value α provide selection between r_H and r_B. Based on these values, we can define the limits $P_H = r_H / N$ and $P_B = r_B / N$, wherein a prior reliability value should be enclosed in order that for a chosen α we can assert convergence of prior and current trial data. A significance level of α can then be chosen within 0.2 – 0.05, with $\alpha_H = \alpha_B = \alpha / 2$.

Of practical interest is the application of formula (7) for the case when m =0, that is

$$\gamma_1 = \frac{1 - P_{H1}^{N+1}}{1 - P_{H0}^{N}\left(1 - \dfrac{1 - P_{H0}}{\gamma_0}\right)},$$

whence

$$P_{H1} = \sqrt[N+1]{1 - \gamma_1\left[1 - P_{H0}^{N}\left(1 - \frac{1 - P_{H0}}{\gamma_0}\right)\right]}. \tag{12}$$

As seen from expression (12), the estimator of the FFP lower confidence bound P_{H1} obtained in case of having N trials will be higher than P_{H0}, i.e. the accuracy of interval reliability estimation is higher.

Increasing the accuracy of estimation in case of a limited amount of trials is equivalent to reducing an amount of trials with a given accuracy.

Using equation (12), we can find the amount of trials N required to verify specified requirements for reliability of system for the case m =0 provided that a prior value of FFP confidence interval obtained with confidence $\gamma_0 = 0$ at the stage of preliminary testing is equal to $[P_{H0},1]$.

Therefore, expression (12) can be used for estimating the reliability of a complex system upon results of its testing (for m =0) with prior information taken into account as well as for planning of reliability testing of a complex system with prior information taken into account.

Let us consider the developed method using some example. Let upon results of preliminary testing of system components there be an estimator of the lower confidence interval bound of prior FFP for the time t_H =2h $P_{HO}(t_H)$ =0.87 with the prior confidence probability γ_0 =0.8. It is required to define a minimum amount of trials in the form of N cycles of trials for t_H =2h to confirm the given value of the FFP lower bound of system $P_{H1}(2) = 0,912$ with confidence probability γ_1 =0.8, with prior information taken into account. Since we speak about a minimum amount of trials, planning of testing is made for the case m =0, using formula (12). Substituting initial data into expression (12) and treating it as inequality, we have

$$0,912 \le \sqrt[N+1]{1-0,8\left[1-0,87^N\left(1-\frac{1-0,87}{0,8}\right)\right]},$$

whence we obtain N =10 trials.

Note that a minimum number of trials of system to confirm a reliability level specified in the example without a prior information taken into account, according to [12], looks like N =17 fault-free trials.

As we can see, application of prior information for estimating and controlling the reliability of system makes it possible to considerably reduce an amount of its current trials.

References

1. **Prokhorenko V.A., Golikov V.F.** Use of prior information for estimation of reliability. Minsk: Nauka i technika, 1979, p. 208.

2. **Lukjyaschenko V.I., Terpilovsky A.N.** About application of prior information for estimation of reliability of complex systems. Collection of works: About reliability of complex systems.: Soviet radio, 1966, pp. 263-275.

3. **Chervony A.A., Lukjyaschenko V.I., Kotin L.V.** Reliability of complex systems. M.: Machinostoroyenie, 1976, p. 288.

4. **Sudakov R.S., Chekanov A.N.** About prior information used in a scheme of binominal testing. – Reliability and quality control, 1974, No. 1, pp. 24-28.

5. Statistical problems of system processing and tables for computations of reliability indicators. Ed. **R.S. Sudakov**.- : Higher school, 1975, p. 604.

6. **Ushakov I.A.** Course of the theory of system reliability: Textbook for higher schools. M.: Drofa, 2008, p. 239.

7. **Shor Y.B., Kuzmin F.I.** Tables for reliability analysis and control.: Soviet radio, 1968, p. 288.

8. **Ventzel E.S.** The probability theory.: Fizmatgiz, 1962, p. 564.

9. **Pletnev I.L., Rembeza A.I., Sokolov Y.A.**, etc. Efficiency and reliability of complex systems. M.: Machinostoroyenie, 1977, p. 216.

10. **Prokhorov Y.V., Rosanov J.A.** The theory of probabilities.: Nauka, 1973, p. 496.

11. **Gnedenko B.V., Belyaev Y.K., Soloviev A.D.** Mathematical methods in the reliability theory. M.: Nauka, 1965, p. 212.

12. **Lloyd D.K., Lipov M.** Reliability. Organization of research, methods, mathematical tools. Trans. from English. M.: Soviet radio, 1964, p. 687.

Климов С.М., Котяшев Н.Н.

МЕТОД РЕГУЛИРОВАНИЯ РИСКОВ КОМПЛЕКСОВ СРЕДСТВ АВТОМАТИЗАЦИИ В УСЛОВИЯХ КОМПЬЮТЕРНЫХ АТАК

Статья посвящена методу регулирования рисков комплексов средств автоматизации в условиях компьютерных атак на основе динамического управления и минимизации рисков нарушения информационных ресурсов. В методе предложены аналитические выражения для целевых функционалов и допусков на факторы риска, позволяющие формировать рациональные решения по управлению рисками комплексов средств автоматизации.

Ключевые слова: *комплекс средств автоматизации, компьютерная атака, регулирование рисков.*

Актуальной проблемой информационной безопасности является обоснование требований к регулированию рисков (управлению рисками) применения комплексов средств автоматизации реального масштаба времени (КСА) в условиях компьютерных атак.

Под КСА будем понимать критически важные сегменты автоматизированных систем, функционирующие в режимах, близких к реальному масштабу времени, выход параметров (времени сбора, обработки, передачи информации и выдачи управляющих воздействий) которых за установленные пределы приводит к нарушению устойчивости функционирования.

Регулирование рисков рассмотрим для проектируемых КСА, состояние которых динамически изменяется во времени в условиях компьютерных атак.

Сущность метода регулирования рисков КСА состоит в минимизации рисков вида $R=PY \rightarrow \min$, где P – вероятность события реализации компьютерной атаки нарушителем за период времени обнаружения; Y – математическое ожидание ущерба от воздействия компьютерной атаки. Пусть имеется достигнутый уровень этого риска $R_0=P_0*Y_0$. Тогда регулирование рисков заключается в целенаправленном изменении факторов риска до уровня возможности выполнения целевой функции КСА по двум возможным критериям: снижение уровня риска до требуемых значений или минимизация риска при имеющихся ограничениях на информационные ресурсы.

Задача регулирования рисков КСА решается в линейной и нелинейной постановке. В работах [1, 2] рассмотрены примеры регулирования рисков в линейной постановке при малых ограничениях на факторы риска, которые сведены к задаче линейного программирования в нормированном пространстве функционала затрат и ограничений.

$$\overline{S}\left(\overline{P},\overline{Y}\right)=\left(1-a\right)\cdot\overline{P}+\left(1-b\right)\cdot\overline{Y} \quad (1)$$

где $\overline{X}=\left(X-X_0\right)/X_0$; $\overline{X}_1\le\overline{X}\le\overline{X}_2$, a, b – коэффициенты затрат на уменьшение факторов риска.

Аддитивное представление функционала получено путем записи и раскрытия мультипликативной формы вида (P0+dP)(Y0+dY) с отбрасыванием членов второго порядка малости и добавлением (с обратным знаком) управляющих затратами составляющих a(P-P0)Y0 и b(Y-Y0)P0.

Ввиду того, что оператор нормирования не меняет положения экстремума, эта задача разрешима и для ненормированных факторов риска, что упрощает задачу

$$S(P,Y)=(1-a)\cdot P+(1-b)\cdot Y \text{ , где } X_1\le X\le X_2.$$

Проверка подобной замены осуществляется путем проверки равенства частных производных от функционалов по факторам риска нарушения устойчивости функционирования КСА в условиях компьютерных атак не только для линейных, но и для произвольных функционалов, а также взаимообратимости ограничений. Данное утверждение вытекает из положений теории чувствительности, определяющих соотношения для функционала и факторов риска.

Регулирование рисков КСА в условиях вероятностной неопределенности в задании факторов риска и их малых вариациях на основе использования функций чувствительности первого порядка [3] выполняется следующим образом.

Пусть риск обеспечения устойчивости функционирования КСА в условиях компьютерных атак описывается выражением

$$R=Y\cdot P,$$

где Y и P – средние значения для вероятности реализации компьютерных атак и ущерба.

Запишем разложение функции риска в ряд Тейлора с удержанием в нем только линейных членов

$$R\left(P,Y\right)=R_0\left(P_0,Y_0\right)+\left(1-\frac{dR}{dP}\right)\cdot dP+\left(1-\frac{dR}{dY}\right)\cdot dY.$$

Пусть также заданы их исходные значения R0 и Y0 и, значит, исходный уровень риска R0=P0*Y0.

Соответствующими функциями чувствительности по параметрам риска будут

$$FZp=\left.\frac{\partial R}{P}\right|_{R_0}=\left.\frac{\partial(P\cdot Y)}{P}\right|_{R_0}=Y_0,$$

и

$$FZp=\left.\frac{\partial R}{Y}\right|_{R_0}=\left.\frac{\partial(P\cdot Y)}{Y}\right|_{R_0}=P_0.$$

Уровень вероятностной неопределенности отдельных факторов риска при нормальном законе распределения погрешностей их задания составит соответственно

$$\delta P=\chi_q\cdot\sigma_p,$$

$$\delta Y = \chi_q \cdot \sigma_y ,$$

где χ_q и χ_y, а также σ_q и σ_y – соответствующие квантили и средние квадратические отклонения (СКО) распределения погрешностей задания этих факторов.

Тогда функциями влияния на функцию риска указанных неопределенностей будут

$$FWp = FZp \cdot \delta P$$

и

$$FWy = FZy \cdot \delta Y .$$

В зависимости от функциональных особенностей КСА они могут складываться либо арифметически (наихудший случай), либо геометрически

$$FW_1 = FZp \cdot dP + FZy \cdot dY,$$

$$FW2 = \sqrt{(FZp \cdot dP)^2 + (FZy \cdot dY)^2}.$$

В общем случае гарантированный риск составит

$$R_\Gamma = R_0 + FW.$$

Так, например, для P_0=0.5 и Y_0=20, следовательно R_0=10, FZp=20, FZy=0.5, СКО σ_p=0.1 и σ_y=1, а также неопределенности с уровнем доверия 0.993 гарантированный уровень риска будет равен для наихудшего случая только Rг=16.75.

При этом методическая ошибка линеаризации определяется выражением

$$dR_г = R_г - P_г \cdot Y_г = P_0 \cdot Y_0 - (P_0 - \delta P) \cdot (Y_0 - \delta Y)$$

и составит хотя и вполне допустимую величину – 0.729, но способную изменить направление управления по выражению (1).

Для компенсации этой суммарной неопределенности в задании только одного фактора риска, например, управления, потребуется введение следующих управлений

$$dPu = \frac{-1}{FZp} \cdot FW,$$

и

$$dYu = \frac{-1}{FZy} \cdot FW.$$

В обоих случаях будем иметь новый гарантированный риск, равный исходному среднему значению

$$R_г^н = P_г \cdot Y_г = (P_0 - \delta P) \cdot Y_0 + FW = P_0 \cdot (Y_0 - \delta) + FW = R_0.$$

Формирование КСА с минимальным риском нарушения устойчивости функционирования на основе использования функций чувствительности, когда требуется уменьшить уровень риска до некоторого требуемого значения Rtr, осуществляется следующим образом.

Составим систему алгебраических уравнений с учетом равенства вкладов факторов риска в функцию риска сложных КСА

$$FZ_p \cdot (P - P_0) = FZ_y \cdot (Y - Y_0)$$

и заданного ограничения на величину функции риска $P \cdot Y = Rtr$

$$\begin{cases} FZ_p \cdot (P - P_0) = FZ_y \cdot (Y - Y_0), \\ P \cdot Y = Rtr. \end{cases}$$

С учетом $Ytr(Rtr) = Rtr / Ptr$ приведем первое уравнение к виду

$$FZ_p \cdot (Ptr - P_0) - (FZ_y \cdot (\frac{Rtr}{Ptr} - Y_0) = 0.$$

Корень этого уравнения и будет искомой величиной Ptr (находится с использованием средств компьютерной математики MathCad «root») из ограничения на величину функции риска

$$Ytr(Rtr) = \frac{Rtr}{Ptr(Rtr)}.$$

Пусть Rtr=1. Элементарные вычисления дают

Ptr(Rtr)=0.158 и Ytr(Rtr)=6.35.

при условии, что $Ptr(Rtr) \cdot Ytr(Rtr) = 1$.

Значения факторов риска чувствительны к своим начальным уровням и к уровню требований для функции риска (рис. 1).

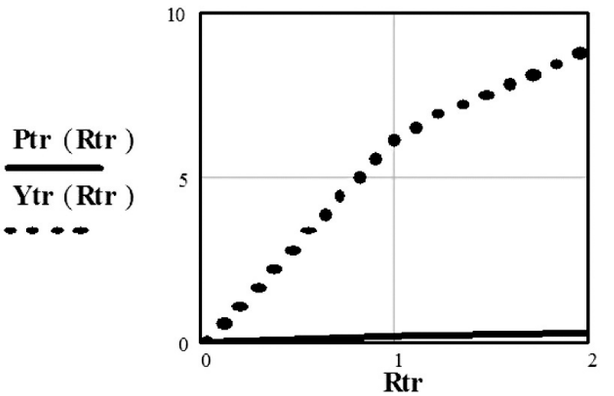


Рис. 1. Зависимости факторов риска от требований к уровням риска

Весьма важно аналитическое решение для определения значений рассматриваемых рисков с использованием функций чувствительности и затрат при ограничениях на уровень неопределенности

риска. Пусть требуется уменьшить гарантированный уровень риска обеспечения устойчивости функционирования КСА

$$R_г = P_0 \cdot Y_0 + FZ_p \cdot dP + FZ_y \cdot dY.$$

Имеющийся уровень неопределенности снизим наиболее экономичным образом до некоторого заданного уровня Rtr. Минимизируем функционал стоимости вида

$$C_s = C_p \cdot \left(P_0 / dP \right)^{\nu} + C_y \cdot \left(Y_0 / dY \right)^{\nu},$$

где C_p и C_y – коэффициенты затрат, ν – коэффициент, обеспечивающий выбор наилучших аппроксимаций. Зададим также уровень неопределенности вида

$$FZ_p \cdot dP + FZ_y \cdot dY = eps.$$

Задача сводится к поиску безусловного экстремума с использованием принципа Лагранжа. Запишем лагранжиан вида

$$FL(dP, dY, \lambda) = Cp \cdot \left(P0 / dP \right)^{\nu} + Cy \cdot \left(Y0 / dY \right)^{\nu} + \lambda \cdot \left[\left(FZp \cdot dP + FZy \cdot dY \right) - eps \right]$$

Имеется аналитическое решение

$$dP = \frac{eps \cdot \left[Cp \cdot \left(P0^{\nu} / dP \right) \right]^{\frac{1}{1+\nu}}}{FZp \cdot \left[Cp \cdot \left(P0^{\nu} / dP \right) \right]^{\frac{1}{1+\nu}} + FZy \cdot \left[Cy \cdot \left(Y0^{\nu} / dY \right) \right]^{\frac{1}{1+\nu}}},$$

$$dY = \frac{eps \cdot \left[Cy \cdot \left(Y0^{\nu} / dY \right) \right]^{\frac{1}{1+\nu}}}{FZp \cdot \left[Cp \cdot \left(P0^{\nu} / dP \right) \right]^{\frac{1}{1+\nu}} + FZy \cdot \left[Cy \cdot \left(Y0^{\nu} / dY \right) \right]^{\frac{1}{1+\nu}}}.$$

Из зависимостей видно, что увеличение исходных вероятностей и уменьшение уровней неопределенности увеличивает затраты Z(dP, dY) (рис. 2).

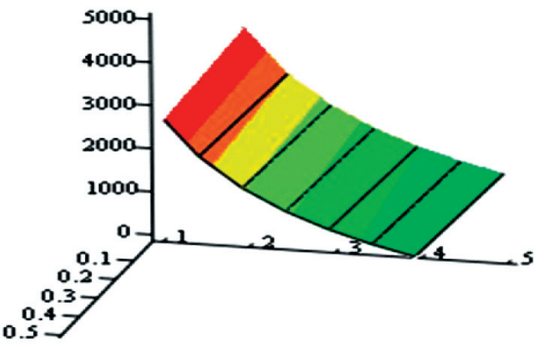


Рис. 2. Зависимость возрастания затрат от снижения уровней неопределенности в оценках риска

Не изменяя принятых исходных предположений и принимая eps=1, Ср=20, Су=1, будем иметь

$$dP = 0.036,\ dY = 0.561 \text{ и } CS = 5.502 \cdot 10^4.$$

Уровень нового гарантированного риска составит

$$(P_0 + dP) \cdot (Y_0 + dY) = 11.02.$$

Как видим, погрешность линеаризации относительно номинального риска и принятого ограничения и в этом случае незначительна (0.02).

Для проверки правильности аналитического решения был проведен численный эксперимент. Вычисления оптимальных вариаций факторов риска осуществлялись с использованием директивы «Given» и процедуры «Minimise» в средствах компьютерной математики MathCad. Результаты решения практически (с точностью до машинного представления чисел) совпадают. Та же задача, но при ограничении в виде геометрической суммы функций влияния

$$\sqrt{(FZp \cdot dP)^2 + (FZy \cdot dY)^2} = eps,$$

обеспечивает такой же уровень гарантированного риска при более высоких значениях факторов риска в сравнении с наихудшим случаем

$$dP = 0.047,\ dY = 0.691 \text{ и } CS = 242.068.$$

Уровень гарантированного риска составит

$$R_г = 11.317$$

Риск невыполнения расчетной функциональной задачи КСА может быть определён через произведение вероятности возникновения опасного события на величину ущерба [4]. Наиболее существенным является получение функции риска с учетом состояния информационного ресурса КСА. Зависимости для состояния информационных ресурсов (при показательном законе распределения компьютерных атак) и функции распределения времени реализации процесса в КСА, а также средний ущерб представлены на рисунке 3.

Функцию риска с учетом состояния информационных ресурсов КСА можно представить в следующем виде:

$$R(t) = \begin{cases} 0 \quad при \ \ t \le t[N(t) = РФЗ], \\ FR(t \le T_{фз}) \cdot [РФЗ - N(t)] \quad при \quad t > t[N(t) = РФЗ], \end{cases}$$

где $FR(t)$ – функция распределения времени формирования набора операций по управлению информационными ресурсами КСА;

$N(t)$ – текущий информационный ресурс КСА;

РФЗ – уровень расчетной функциональной задачи;

$T_{фз}$ – момент времени, когда текущий уровень информационных ресурсов КСА достигает уровня, минимально необходимого для решения функциональной задачи.

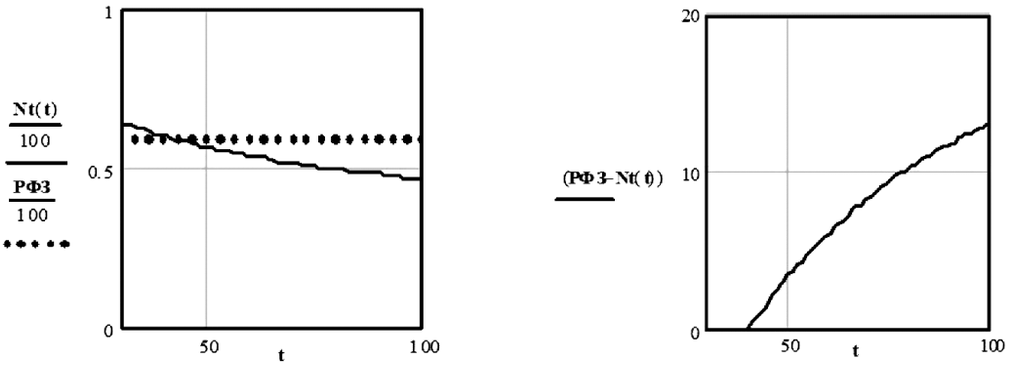


Рис. 3. Зависимости функции риска с учетом состояния информационного ресурса КСА

На рисунке 4 представлены функции среднего риска, включая риск относительно расчетной функциональной задачи для непрерывных КСА в условиях компьютерных атак, а также их нижние и верхние границы.

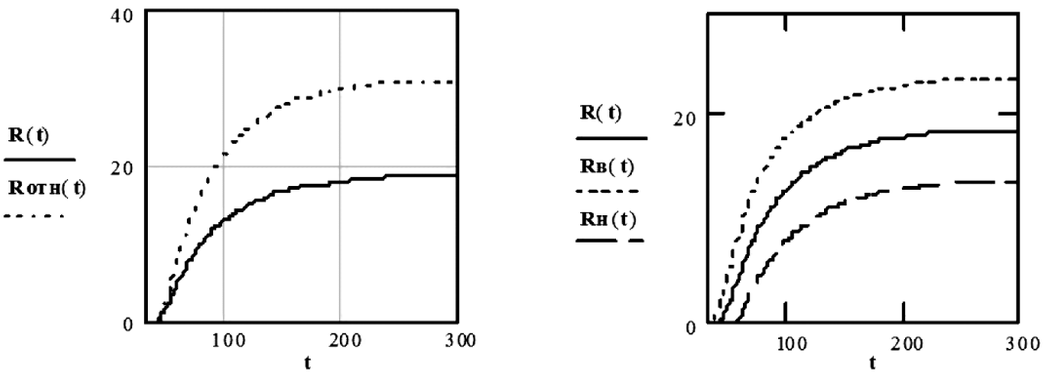


Рис. 4. Функции для среднего риска применения непрерывных КСА

Значения функций на рисунке 4 определяются выражениями

$$R_н(t) = \begin{cases} 0 \quad при \quad t \le t\left[N_в(t) = РФЗ\right], \\ FR(t \le T_{фз}) \cdot \left[РФЗ - N_в(t)\right] \quad при \quad t > t\left[N_в(t) = РФЗ\right], \end{cases}$$

$$R_в(t) = \begin{cases} 0 \quad при \quad t \le t\left[N_н(t) = РФЗ\right], \\ FR(t \le T_{фз}) \cdot \left[РФЗ - N_н(t)\right] \quad при \quad t > t\left[N_н(t) = РФЗ\right], \end{cases}$$

где Nн(t) и Nв(t) – нижняя и верхняя границы разброса информационных ресурсов КСА.

На практике регулирование рисков нарушения устойчивости функционирования КСА в условиях компьютерных атак обеспечивается:

– поддержанием в КСА необходимого уровня информационных ресурсов при априорно заданном законе распределения компьютерных атак;

– активным противодействием источникам компьютерных атак;

– повышением оперативности вычислительных процессов управления и расчетных функциональных задач КСА.

Таким образом, предложен метод регулирования рисков КСА в условиях компьютерных атак, основанный на аналитических выражениях для целевых функционалов и допусков на факторы риска и позволяющий формировать рациональные решения по управлению рисками КСА.

Литература

1. **Волков Л.И.** Безопасность и надежность систем. М.: СИП РИА. 2003.-268 с.

2. **Василенко В.В., Глухов А.П., Котяшев Н.Н.** Управление рисками применения проектируемых систем в условиях воздействий //Стратегическая стабильность, №1, 2008г. – с. 39-46.

3. **Розенвассер Е.Н., Юсупов Р.М.** Чувствительность систем управления. М.: Наука. 1981. – 464 с.

4. **Шубинский И.Б.** Функциональная надежность информационных систем. Методы анализа. – Ульяновск: Областная типография «Печатный двор», 2012. – 296 с., ил.

Klimov S.M., Kotyashev N.N.

METHOD OF RISK MANAGEMENT FOR AUTOMATED SYSTEMS UNDER CONDITIONS OF CYBER ATTACKS

The paper considers a method for managing risks of automated systems under conditions of cyber attacks based on dynamic control and risk minimization of information resource violations. The method offers analytical expressions for target functionality and tolerances of risk factors enabling to make reasonable decisions on risk management of automated systems.

Keywords: *automated system, cyber attack, risk management.*

A topical issue of information security is justification of risk management requirements for application of automated systems (AS) in real time mode under conditions of cyber attacks.

By AS, we shall mean critical parts of automated systems that operate in modes near to real time, and with their parameters exceeding specified limits (time of collection, processing and transmission of information and issue of control actions), it leads to operation stability violation.

In this paper, we shall consider risk management for designed automated systems, whose state dynamically changes over time under conditions of cyber attacks.

The essence of AS risk management method is to minimize risks of the form R = PY → min, where P is the probability of the event that an intruder realizes a cyber attack within the time of detection; Y is the mathematical expectation of damage due to the impact of a cyber attack. Let there be an achieved risk level $R_0=P_0*Y_0$. Then the risk management consists in purposefully changing risk factors to the level that allows AS to realize its functionality according to the two possible criteria: reducing a risk to the desired values or minimizing a risk under existing limits of information resources.

The problem of AS risk management is solved in linear and nonlinear formulations. The studies [1, 2] have considered examples of risk management in linear formulation at low limits of risk factors that are reduced to a linear programming problem in normalized space of functional cost and limitations

$$\overline{S}\left(\overline{P},\overline{Y}\right)=\left(1-a\right)\cdot\overline{P}+\left(1-b\right)\cdot\overline{Y} \qquad (1)$$

where $\overline{X}=\left(X-X_0\right)/X_0$; $\overline{X}_1\le\overline{X}\le\overline{X}_2$, a,b are coefficients of costs for reducing risk factors.

Additive representation of the functional is obtained by writing and revealing the multiplicative form of the type (P0+dP)(Y0+dY) along with discarding the terms of the second order of smallness and adding (with the opposite sign) cost managerial constituents $a(P-P_0)Y0$ and $b(Y-Y_0)P_0$.

Due to the fact that the normalization operator does not change the position of an extreme point, this problem is also solvable for non-normalized risk factors, which simplifies the problem

$$S(P,Y) = (1-a)\cdot P + (1-b)\cdot Y \text{ , where } X_1 \le X \le X_2 .$$

Proof of such a substitution is done by verification of equality of partial derivatives of the functionals as per risk factors of AS operation stability under conditions of cyber attacks not only for linear functionals but also for arbitrary functionals as well as mutual reversibility of limitations. This statement follows from the propositions of the sensitivity theory that define relations between a functional and risk factors.

Risk management of AS under conditions of probabilistic uncertainty in specifying risk factors and their small variations using the sensitivity functions of the first order [3] is carried out as follows.

Let the risk of ensuring AS sustainability under cyber attacks is described by the expression

$$R = Y \cdot P$$

where Y and R are mean values for the probability of cyber attack realization and damage.

Write the expansion of a risk function in a Taylor series while retaining only linear terms in it

$$R(P,Y) = R_0(P_0,Y_0) + \left(1 - \frac{dR}{dP}\right)\cdot dP + \left(1 - \frac{dR}{dY}\right)\cdot dY .$$

Let also their initial values R_0 and Y_0 and hence the initial level of risk $R_0 = P_0 * Y_0$ be set.

The corresponding functions of sensitivity as for parameters of risk will be

$$FZp = \left.\frac{\partial R}{P}\right|_{R_0} = \left.\frac{\partial (P\cdot Y)}{P}\right|_{R_0} = Y_0$$

And

$$FZp = \left.\frac{\partial R}{Y}\right|_{R_0} = \left.\frac{\partial (P\cdot Y)}{Y}\right|_{R_0} = P_0 .$$

The level of probabilistic uncertainty of individual risk factors in case of the normal error distribution of their specification will be respectively

$$\delta P = \chi_q \cdot \sigma_p$$

$$\delta Y = \chi_q \cdot \sigma_y$$

where χ_q and χ_y as well as σ_q and σ_y are corresponding quantiles and mean square deviations of the error distribution for these factors.

Then, the influence functions for the risk function of the above uncertainties will be

$$FWp = FZp \cdot \delta P$$

and

$$FWy = FZy \cdot \delta Y$$

Depending on the functional features of AS, they can be summed up arithmetically (the worst case) or geometrically

$$FW_1 = FZp \cdot dP + FZy \cdot dY,$$

$$FW_2 = \sqrt{(FZp \cdot dP)^2 + (FZy \cdot dY)^2}.$$

In general, the guaranteed risk will be

$$R_{\Gamma} = R_0 + FW.$$

So, for example, for $P_0 = 0.5$ and $Y_0 = 20$, therefore, $R_0 = 10$, FZp = 20, FZy = 0.5, the mean square deviation σ_p=0.1 and σ_y=1 as well as for uncertainty with the confidence of 0.993, the guaranteed level of risk for the worst case will be equal only to Rr=16.75.

The procedure error of linearity is found by the following expression

$$dR_{\varepsilon} = R_{\varepsilon} - P_{\varepsilon} \cdot Y_{\varepsilon} = P_0 \cdot Y_0 - (P_0 - \delta P) \cdot (Y_0 - \delta Y)$$

and will make up albeit quite a permissible value, 0.729, but it can change the management direction as per expression (1).

To compensate this total uncertainty in specifying only a single risk factor, such as management, it will require the introduction of the following managements

$$dPu = \frac{-1}{FZp} \cdot FW$$

and

$$dYu = \frac{-1}{FZy} \cdot FW.$$

In both cases, we will have a new guaranteed risk equal to the initial mean value

$$R_{\varepsilon}^{u} = P_{\varepsilon} \cdot Y_{\varepsilon} = (P_0 - \delta P) \cdot Y_0 + FW = P_0 \cdot (Y_0 - \delta) + FW = R_0.$$

AS construction with minimal risk of operation stability violation through the use of sensitivity functions when there is a need to reduce a risk level to the desired value Rtr, is carried out as follows.

Let us set up a system of algebraic equations taking into account the equality of contributions of risk factors in the risk function of complex automated systems

$$FZ_p \cdot (P - P_0) = FZ_y \cdot (Y - Y_0)$$

and specified limits of the risk function value $P \cdot Y = Rtr$

$$\begin{cases} FZ_p \cdot (P - P_0) = FZ_y \cdot (Y - Y_0), \\ P \cdot Y = Rtr. \end{cases}$$

In view of $Ytr(Rtr) = Rtr / Ptr$, we shall reduce the first equation to the form

$$FZ_p \cdot (Ptr - P_0) - (FZ_y \cdot (\frac{Rtr}{Ptr} - Y_0)) = 0.$$

The root of this equation is the required value of Ptr (it is found using the computer mathematics means of MathCad «root») from the limit of the risk function value

$$Ytr(Rtr) = \frac{Rtr}{Ptr(Rtr)}.$$

Let Rtr = 1. Elementary calculations yield

Ptr(Rtr)=0.158 and Ytr(Rtr)=6.35.

Provided that $Ptr(Rtr) \cdot Ytr(Rtr) = 1$.

The values of risk factors are sensitive to their initial levels and to the level of requirements for the risk function (Fig. 1).

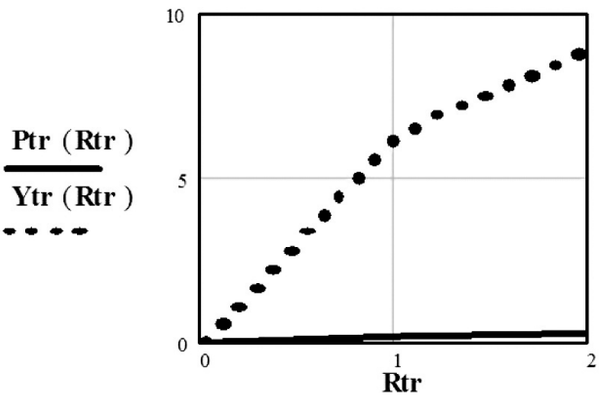


Fig. 1. Dependence of risk factors on the required levels of risk

It is quite important to have some analytical solution for defining values of the considered risks using sensitivity functions and costs under limits of a risk uncertainty level. Suppose it is required to reduce the guaranteed risk level of providing operation stability of AS.

$$R_z = P_0 \cdot Y_0 + FZ_p \cdot dP + FZ_y \cdot dY.$$

Let us reduce the current level of uncertainty in the most economical way to some predetermined level Rtr. First, we shall minimize the value of the functional of the following form

$$C_s = C_p \cdot \left(P_0 / dP\right)^{\nu} + C_y \cdot \left(Y_0 / dY\right)^{\nu}$$

where C_p and C_y are cost coefficients, v is the coefficient that provides the best approximation option. We also define the level of uncertainty of the following form

$$FZ_p \cdot dP + FZ_y \cdot dY = eps.$$

The problem is reduced to finding the unconditional extremum using Lagrange's principle. We write the Lagrangian of the form

$$FL(dP, dY, \lambda) = Cp \cdot (P0/dP)^v + Cy \cdot (Y0/dY)^v + \\ + \lambda \cdot \left[(FZp \cdot dP + FZy \cdot dY) - eps \right]$$

There is an analytical solution

$$dP = \frac{eps \cdot \left[Cp \cdot \left(P0^v / dP \right) \right]^{\frac{1}{1+v}}}{FZp \cdot \left[Cp \cdot \left(P0^v / dP \right) \right]^{\frac{1}{1+v}} + FZy \cdot \left[Cy \cdot \left(Y0^v / dY \right) \right]^{\frac{1}{1+v}}}$$

$$dY = \frac{eps \cdot \left[Cy \cdot \left(Y0^v / dY \right) \right]^{\frac{1}{1+v}}}{FZp \cdot \left[Cp \cdot \left(P0^v / dP \right) \right]^{\frac{1}{1+v}} + FZy \cdot \left[Cy \cdot \left(Y0^v / dY \right) \right]^{\frac{1}{1+v}}}$$

From these dependencies it is evident that the increase of initial probabilities and the reduction of levels of uncertainty increase the costs Z (dP, dY) (Fig. 2).

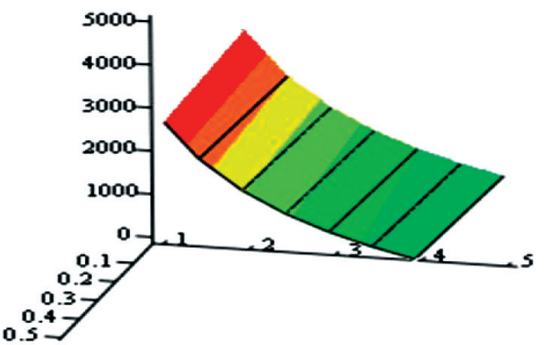


Fig. 2. Relationship between the increase of costs and the reduction of uncertainty levels in risk assessments

Without changing the adopted assumptions and taking eps=1, Cp=20, Cy=1, we will have

$$dP = 0.036\,,\ dY = 0.561 \text{ and } CS = 5.502 \times 10^4.$$

The level of a new guaranteed risk will make up

$$(P_0 + dP)\cdot(Y_0 + dY) = 11.02.$$

As we can see, the error of linearization in regard to the nominal risk and adopted limits in this case is also negligible (0.02).

To verify the analytical solution, some computational experiment has been carried out. Calculations of the optimal variations of risk factors were performed using the directive «Given» and the procedure «Minimise» of MathCad. Results of the solution practically (up to the machine representation of numbers) are the same. The same problem but in view of limitation in the form of the geometric sum of influence functions

$$\sqrt{(FZp\cdot dP)^2 + (FZy\cdot dY)^2} = eps$$

provides the same level of a guaranteed risk at higher values of risk factors, compared to the worst-case scenario

$$dP = 0.047\,,\ dY = 0.691 \text{ and } CS = 242.068.$$

The level of the guaranteed risk will make up

$$R_z = 11.317$$

The risk of non-fulfilment of the design functional task of AS can be defined as the product of the probability of a hazardous event by the size of damage [4]. The most important thing is to obtain a risk function taking into account the information resource state of AS. Dependences for the state of information resources (with exponentially distributed cyber attacks) and the distribution function of time for process execution in AS, as well as the mean damage are shown in Fig. 3.

Risk function in view of the state of AS information resources can be represented in the following form:

$$R(t) = \begin{cases} 0 \quad npu \quad t \le t\left[N(t) = P\Phi 3\right], \\ FR(t \le T_{\phi 3})\cdot\left[P\Phi 3 - N(t)\right] \quad npu \quad t > t\left[N(t) = P\Phi 3\right], \end{cases}$$

where *FR(t)* is the distribution function of time of generating a set of actions to manage AS information resources; *N(t)* is the current AS information resource; РФЗ is the level of the design functional task; $T_{\phi 3}$ is the time point when the current level of AS information resources reaches the level minimally necessary for the solution of a functional task.

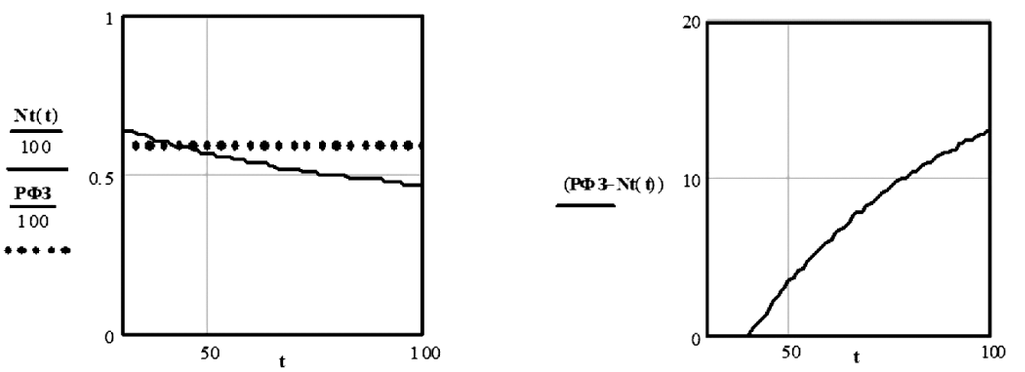


Fig. 3. Dependences of a risk function in view of AS information resource

Fig.4 shows functions of the average risk, including the risk relative to the design functional task for continuous AS under conditions of cyber attacks, and their lower and upper limits.

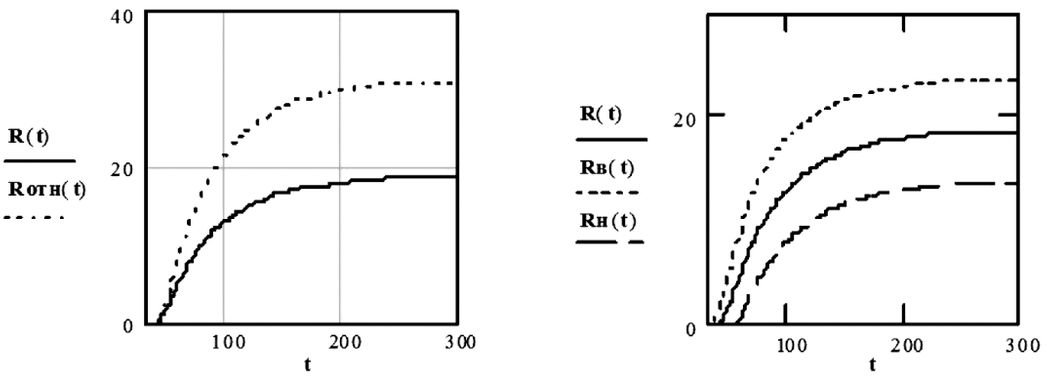


Fig. 4. Functions for the average risk of continuous AS application

Values of functions in Fig. 4 are defined by the following expressions

$$R_H(t) = \begin{cases} 0 \quad при \quad t \le t\left[N_в(t) = РФЗ\right], \\ FR(t \le T_{фз}) \cdot \left[РФЗ - N_в(t)\right] \quad при \quad t > t\left[N_в(t) = РФЗ\right], \end{cases}$$

$$R_в(t) = \begin{cases} 0 \quad при \quad t \le t\left[N_H(t) = РФЗ\right], \\ FR(t \le T_{фз}) \cdot \left[РФЗ - N_H(t)\right] \quad при \quad t > t\left[N_H(t) = РФЗ\right], \end{cases}$$

where N_H (t) and $N_в$(t) are the upper and the lower boundaries of a spread of AS information resources.

In practice, risk management of AS operation stability violations under conditions of cyber attacks is provided by

– Maintaining the required level of AS information resources with a priori given distribution of cyber attacks;

– Actively counteracting against sources of cyber attacks;

– Increasing the speed of computational processes of AS management and design functional tasks.

Therefore, we proposed a method for managing AS risks under conditions of cyber attacks based on analytical expressions for target functionality and tolerances of risk factors enabling us to make reasonable decisions on risk management of automated systems.

References

1. Volkov L.I. System safety and reliability. M. CIP RIA. 2003. p. 268.

2. Vasilenko V.V., Glukhov A.P., Kotyashev N.N. Risk management of application of designed systems under conditions of impacts / / Strategic stability, No.1, 2008. p. 39-46.

3. Rozenvasser E.N., Yusupov R.M. Sensitivity of control systems. Nauka. 1981. p. 464.

4. Shubinsky I.B. Functional dependability of information systems. Methods of analysis. – Ulyanovsk Regional Press “Printing House,” 2012. p.296

Йенс Брабанд[1], Хендрик Шебе[2]

ОЦЕНКА НАЦИОНАЛЬНЫХ ЭТАЛОННЫХ ЗНАЧЕНИЙ ДЛЯ ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОЙ БЕЗОПАСНОСТИ. СТАТИСТИЧЕСКАЯ ТРАКТОВКА

В настоящей работе обсуждается процедура принятия решения, используемая в Решении Комиссии [1] для определения национальных эталонных значений (NRV – national reference values). В соответствии с директивой в области безопасности, для каждого государства-члена ЕС ежегодно полагается рассчитывать показатели безопасности. В решении для расчетов показателей безопасности и оценки наличия возможной деградации безопасности использована фиксированная процедура. При оценке безопасности решение вместо среднеарифметического значения использует взвешенную сумму.

В этой связи интересно изучить особенности такой процедуры принятия решения, а также преимущества и недостатки данного метода. В данной работе двояким образом рассматривается несколько упрощенная версия процедуры. Во-первых, анализируется взвешенная сумма и выводится ее параметр эффективности. Затем она сравнивается путем разброса с обычным выборочным средним. Теоретические результаты подкрепляются простым имитационным моделированием, проводимым с целью оценки вероятностей ошибок первого и второго рода. В частности конструируются аномальные альтернативные распределения, которые не распознаются процедурой принятия решения.

Ключевые слова: *национальные эталонные значения, показатели железнодорожной безопасности, робастные оценки.*

1. Введение

В Решении Комиссии [1] для каждого государства-члена ЕС определяется набор так называемых значений NRV (национальных эталонных значений), который выводится на основе данных о происшествиях за несколько лет. Статистика происшествий измеряется в показателях FWSI (фатальные случаи и взвешенные серьезные травмы) для разных категорий людей – для пассажиров, персонала, участников дорожного движения на железнодорожных переездах, прочих граждан, лиц с несанкционированным доступом, для общества в целом. Выбор в качестве критерия показателя FWSI пассажиров оправдан тем, что происшествия, связанные с отдельными людьми, имеют относительно высокую вероятность и незначительные последствия в сравнении с проис-

[1] Siemens AG, Брауншвейг, Германия
[2] TÜV Rheinland InterTraffic GmbH, Кёльн, Германия

шествиями, связанными, например, со скоростными поездами, которые происходят редко, но потенциально означают весьма серьезные последствия. Впрочем, в данной работе рассматривается не конкретное значение NRV, а изучается общий подход и его особенности. Значения NRV затем устанавливаются в качестве целевых значений для последующих лет. Таким образом, ежегодно для каждого государства-члена ЕС и для каждого значения NRV должна оцениваться следующая гипотеза: «H_0: Имеются ли свидетельства того, что показатели безопасности государства-члена ЕС с учетом значения NRV ухудшились?»

Данная гипотеза как таковая хорошо известна при решении проблем, связанных с контролем качества. В этом случае оцениваются такие, например, параметры, как длина, ширина и т.д. Метод выборки применяется для того, чтобы выяснить, не появляются ли в процессе производства изделия, которые не соответствуют спецификации. При этом для контролируемого параметра постулируется существование нормального распределения со средним значением μ и разбросом σ, после чего рассчитываются предельные значения, и если определенное число изделий выходит за данные границы, считается, что процесс не контролируется. Подробное описание можно найти в многочисленных изданиях, посвященных статистическим методам контроля качества, например в [5]. В целях мониторинга процесса производства используются карты контроля качества, куда заносятся значения измерений наряду с порядковым номером или временем проведения измерения. Затем, в соответствии с применимыми правилами, на картах чертятся предупредительные границы и пределы, при выходе за которые требуется вмешательство в производственный процесс. В дальнейшем данные карты контроля качества были уточнены и компьютеризированы.

Таким образом, проблема, трактуемая в директиве [1] ERA (Европейского Железнодорожного Агентства), схожа с проблемой хорошо известных карт контроля качества.

Однако ERA [1] предлагается новый алгоритм, который никогда не анализировался со статистической точки зрения. Это как раз и является предметом рассмотрения настоящей статьи.

Во втором разделе будет описан подход, используемый ERA для мониторинга вводимых агентством показателей. В третьем разделе будет дан теоретический анализ основного этапа процедуры принятия решения ERA. После чего, в четвертом разделе, анализ будет подкреплен имитационным моделированием правила с использованием метода Монте-Карло. Последний раздел будет посвящен выводам.

2. Подход, используемый ERA

ERA намерено тестировать гипотезу H_0: «Показатели безопасности государства-члена ЕС не ухудшились с учетом значения NRV» путем использования процедуры, которая на самом деле является комплексным статистическим тестом, состоящим из нескольких этапов. Сначала мы дадим общее определение проблемы, которую хотим обсудить в данной статье:

Пусть X_i – годовые значения. Тогда конкретное скользящее взвешенное среднее (MWA) можно определить как взвешенную сумму:

$$\mathrm{MWA}_{q,p} = \frac{\sum_{i=p}^{q} w_{p,q}(i) X_i}{\sum_{i=p}^{q} w_{p,q}(i)}. \qquad (1)$$

Веса определяются следующим образом:

$$W_{p,q}(i) = 1/\max(\varepsilon;|X_i - \overline{X}_{p,q}|) \quad (2)$$

$$\text{где } \overline{X}_{p,q} = \frac{1}{q-p+1}\sum_{i=p}^{q} X_i \quad (3)$$

как арифметическое среднее. Значение ε полагается равным 0,01 в [1], вероятно, на основе эвристического рассуждения. Отметим, что ERA рассчитывает MWA только на основе пяти последних лет, которые обозначим здесь как $MWA_{n,n-4}$, после чего можем найти выражение правила многоступенчатого принятия решения, которое, по сути, обретает силу закона, будучи директивой ЕС, в следующем алгоритме:

Алгоритм

ЕСЛИ $NRV \geq X_n$ ИЛИ $NRV \geq MWA_{n,n-4}$, ТО ПРИНИМАЕМ H_0 ДРУГОЕ.

ЕСЛИ $NRV \times 1.2 \geq MWA_{n,n-4}$, ТО ПРИНИМАЕМ H_0 ДРУГОЕ.

ЕСЛИ «Первое отклонение (в шагах 1 или 2) за последние три года», ТО ПРИНИМАЕМ H_0 ДРУГОЕ.

ЕСЛИ «Число значительных происшествий не возросло», ТО ПРИНИМАЕМ H_0 ДРУГОЕ.

ОТБРАСЫВАЕМ гипотезу о том, что показатели безопасности не ухудшились.

Этот алгоритм был напрямую получен из описания, приводимого в [1]. При этом в [1] не приводится обоснование алгоритма. Следовательно, объясним, как этот алгоритм работает со статистической точки зрения. В настоящей статье нас особенно интересуют вероятности ошибок первого и второго рода, а именно что H_0 отбрасывается в случае, когда оно справедливо, и что H_0 принимается, будучи ложным. Обозначим совпадающие ошибки α и β, как вероятность ошибки первого и второго рода соответственно.

Начнем с простых наблюдений, сделанных нами во время анализа алгоритма, состоящего из шагов 1-5:

- Шаг 1 дает более или менее случайный результат с вероятностью принятия порядка 0.25 – 0.5 при разумных допущениях; таким образом, он не является важным показателем и не принимается здесь в расчет.
- В шаге 2 постоянное поле допуска кажется совершенно эвристическим.
- Шаг 3 также может считаться малоинформативным, так как данные последующих лет будут иметь зависимости, и вряд ли может дать какой-то ощутимый результат.
- В шаге 4 ERA эксплицитно рекомендует применение статистического теста и предлагает распределение Пуассона для числа серьезных происшествий в качестве нулевой гипотезы.

Основываясь на последнем наблюдении, можно сделать вывод, что ERA предлагает в качестве нулевой гипотезы составной процесс Пуассона, где N_t представляет собой количество происшествий до момента времени t, а S_1, S_2,… – независимую и одинаково распределенную (н.о.р.) последовательность случайных переменных, характеризующую степень серьезности происшествий, как было рассмотрено нами в [6]. Происшествия возникают с частотой λ(t) в моменты времени T_1, T_2 и т.д., где i – индекс происшествия. Для каждого происшествия с индексом i существует некоторая «высота прыжка» S_i, являющаяся степенью тяжести. Степень тяжести измеряется числом проис-

шествий с фатальным исходом (или эквивалентным ущербом). Таким образом, для фиксированного интервала [0,t] процесс X_t описывает сводное количество происшествий с фатальным исходом, а N_t – общее число происшествий.

Данный составной процесс Пуассона может использоваться для расчетов параметров коллективного риска.

Таким образом, исходя из нулевой гипотезы, наблюдаемая величина X_t является случайной переменной, которая, как можно предположить, распределяется следующим образом:

$$\sum_{i=1}^{N_t} S_i \,. \tag{4}$$

при постоянной частоте происшествий $\lambda(t) = \lambda$.

Следовательно,

$$E(X_t) = \lambda t E(S_1) \text{ и } V(X_t) = \lambda t E(S_1^2) \tag{5}$$

остаются верными, когда допускаем, что существуют моменты S_1. При условии достаточного числа происшествий в год, можно применить предельные теоремы для распределения X_t, например, центральную предельную теорему.

В следующем разделе будет проанализирована с теоретической точки зрения оценка (1), после чего будет исследован весь процесс принятия решения с привлечением статистического имитационного моделирования.

3. Теоретический анализ шага 2 алгоритма

При рассмотрении (1) с теоретической точки зрения, видно, что

a) число наблюдений в выборке мало, поскольку используется всего 5 значений,

b) среднее (1) – взвешенное среднее, где сам вес (2) выводится из выборки,

c) вес (2) усечен снизу, с тем чтобы отграничить его от ноля, а выбор константы усечения ε несколько произволен,

d) вес (2) снижает влияние больших наблюдений, так как обратно пропорционален разнице между наблюдением и выборочным средним.

Форма оценки (1) хорошо известна в робастной статистике. Ее можно встретить в [2], Раздел 2.3d, в виде так называемой W-оценки Тьюки, введенной Тьюки [3] с весовой функцией (2). Тем самым результаты из [2] можно напрямую использовать для специальной формы (1) данной W-оценки. Было продемонстрировано в [2], что статистическое поведение (1) точно такое же, как и поведение M-оценки Хьюбера с функцией $\psi(u)=u\,w(u)$. Следует напомнить, что M-оценка Хьюбера определяется как оценка T_n, удовлетворяющая равенству

$$\sum_{i=1}^{n} \psi(X_i; T_n) = 0 \,, \tag{6}$$

Рассмотрим, например, [2]. Теперь теорию робастных оценок можно просто применить к (1), чтобы посмотреть, каковы свойства. Двумя основными свойствами являются робастность и эффективность.

а) Робастность

Оценка называется робастной, если она устойчива к выбросам, присутствующим в выборке. Выбросы – это значения, выпадающие из нормального пространства значений выборки, которое состоит из одинаково распределенных случайных переменных.

Могут применяться два основных параметра робастности оценки. Первый – так называемая точка срыва. Это тот порог выбросов в выборке, до которого оценка все еще дает непротиворечивые результаты. То есть, несмотря на то что какая-то часть данных в выборке выпадает из совокупности, параметры совокупности оцениваются корректно. После некоторых расчетов можно обнаружить, что точка срыва определятся на уровне 50%. Это справедливо для выборки любого размера. Любое наблюдение, если оно достаточно крупное, разделяется своим абсолютным отличием от выборочного среднего. Выборочное среднее подвергается искажению только в том случае, если более половины наблюдений X_i являются выбросами.

Второй важной характеристикой является функция влияния, введенная Хампелем. Для статического значения T, построенного на основе независимых и одинаково распределенных случайных переменных с общей функцией распределения F, и выброса y она определяется как

$$ЕСЛИ(y;T;F)=\lim_{t\to 0}\frac{T(1-t)F+t\Delta_y)-T(F)}{t} \tag{7}$$

См. [2, Раздел 2.1b]. Δ_y означает распределение вероятности приведения массы 1 к точке y. Функция влияния показывает, насколько сильно единичное наблюдение может повлиять на саму оценку. Это можно легко посчитать, если дать одному наблюдению стремиться к бесконечности и посмотреть, как при этом меняется оценка. Если y – значение выброса, а m – выборочное среднее значений X_i, можно увидеть, что функция влияния среднеарифметического (3)

$$ЕСЛИ(y)=\lim_{t\to 0}\frac{(1-t)m+ty-m}{t}=y-m. \tag{8}$$

Как правило, робастная оценка характеризуется ограниченной функцией влияния. Можно заметить, что функция влияния нормального выборочного среднего не ограничена и возрастает вместе со значением выброса y. Вот почему выборочное среднее не является робастной оценкой среднего совокупности.

Оценка (1) может выражаться в виде

$$T(F)=\frac{\int w(x)xdF(x)}{\int w(x)dF(x)},$$

где

$$w(x)=\frac{1}{\left|x-\int xdF(x)\right|}.$$

Здесь и далее целые располагаются на всей вещественной оси.

Для оценки (1) функция влияния выглядит как

$$ЕСЛИ(y) = y\frac{\int wdF(x)\int \beta^2 x\,|x-y|\,dF(x) - \int wxdF(x)\int \beta^2\,|x-y|\,dF}{\beta^2} + O(1), \quad (9)$$

где m – среднее F, w – взвешенная функция и β = |x-m|. Кроме того, O(1) означает член порядка 1 по сравнению с y, когда y стремится к бесконечности.

Функция влияния (9) не ограничена, если y возрастает. Следовательно, одно единичное наблюдение X_i может повлиять на оценку среднего таким образом, что если единичное наблюдение стремится к бесконечности, то и оценка среднего тоже.

Вывод этого небольшого исследования состоит в том, что оценка (1) не является робастной.

b) Эффективность

Для того чтобы получить дисперсию оценки (1), результаты [2] просто используются для оценок типа местоположения в Разделе 2.2b. Дисперсия (variance) выводится следующим образом

$$Var(\psi, F) = \frac{\int \psi^2 dF}{\left(\int \psi' dF\right)^2}. \quad (10)$$

Теперь, памятуя о том, что ψ(u)= u w(u), при w(u) = max(εm;|u-m|), видим, что

$$\psi'(u) = w(u) + u\,w'(u) = \begin{cases} \max(\varepsilon m, |u-m|) + u \text{ for } \varepsilon m < |u-m| \\ \max(\varepsilon m, |u-m|) \quad \text{иначе} \end{cases} \quad (11)$$

Если пренебречь влиянием ε, которое в любом случае мало, и попросту считать его равным нолю, получаем

$$Var(\psi, F) = \frac{\int x^2 (x-m)^2 dF}{\left(\int (u+|u-m|)dF\right)^2}. \quad (12)$$

Можно пренебречь ε, поскольку оно, похоже, введено для того, чтобы избежать деления на ноль и сделать вычисление возможным.

Отметим, что данное значение должно быть поделено на n, чтобы получить дисперсию оценки, построенной на выборке размера n. Эту величину необходимо сравнить с дисперсией простого среднеарифметического, то есть

$$Var(F) = \int (x-m)^2 dF = \sigma^2. \quad (13)$$

Из равенства (12) получаем

$$Var(\psi, F) = \frac{m_4 - 2m_3 m + m^4}{\left(m + \int |x-m|\,dF\right)^2}, \quad (14)$$

где m_4 и m_3 – обычные четвертые и третьи моменты распределения. Так как значения X суть суммы других случайных переменных, нормальное распределение может считаться хорошим приближением. Не забудьте, что мы допустили существование моментов значений S, так что гарантируется слабая сходимость к нормальному распределению. Правда, приближение будет хорошим только тогда, когда число событий достаточно велико. Так что для малого числа событий приближение будет грубым. Теперь для нормального распределения (14) получаем

$$Var(\psi;F)=(2m^4 + 6m^2\sigma^2 + 3\sigma^4)/(m+2\sigma)^2. \quad (15)$$

Делим (15) на (13) и получаем

$$Eff = (2+6v^2+3v^4)/(v^2+4v^3+4v^4), \quad (16)$$

при $v = \sigma/m$ в качестве коэффициента вариации. Eff представляет собой относительную эффективность робастной оценки, связанную с нормальным выборочным средним. Можно заметить, что она стремится к бесконечности, как v стремится к нолю, т.е. оценка (1) имеет гораздо больший разброс, чем обычное выборочное среднее. Даже при v=1 можно видеть, что Eff = 11/7, т.е. дисперсия робастной оценки примерно на 57% больше, чем дисперсия обычной оценки.

Следовательно, чем больше число наблюдений за единичный год, тем меньше значение v и, таким образом, тем больше потеря эффективности оценки (1).

Примечания:

1. Мы пренебрегли тем фактом, что оценка (1) не является итерированной оценкой, т.е. среднее вычисляется для оценки (1) один раз, и вычисление оценки не повторяется при получении нового среднего, после того как (1) рассчитано для улучшения оценки. Правда, введенная при этом погрешность имеет порядок 1/n, где n – размер выборки.
2. При вычислении эффективности мы заменили выборочное среднее средним совокупности в весовой функции, тем самым введя погрешность порядка 1/n.
3. Целые числа без указания пределов располагаются на всем пространстве определения функции распределения F.

В заключение нашего теоретического исследования, мы видим, что оценка (1) утратила эффективность, применяет меньшие веса к большим наблюдениям, но не является робастной. Что это означает на практике? Внезапное изменение статистики за один год или несколько лет не окажет влияния на статистику так, как это произошло бы в случае с невзвешенной оценкой, т.е. выборочным средним. Кроме того, разброс оценки гораздо больше, чем разброс обычного выборочного среднего. Это означает, что мы наблюдали бы гораздо больше «случайного шума» в нашем скользящем взвешенном среднем MWA, т.е. в MWA могли бы присутствовать ненужные случайные колебания, в отличие от использования выборочного среднего.

4. Результаты имитационного моделирования

Для подкрепления теоретических изысканий Раздела 2 был проведен ряд имитационных тестов на разных моделях функций распределения.

Моделируются ежегодные н.о.р. наблюдения заданного распределения со средним NRV, чтобы проверить нулевую гипотезу σ. Некоторые эксперименты оставили впечатление, что для такого симметричного распределения с таким регулярным поведением не было заметно какой-то большой разницы между решениями, основанными на нормальном усреднении (3) и взвешенном

скользящем среднем (1). Так что в качестве верхнего предела α можем постулировать нормальное приближение

$$P(N > \frac{NRV}{\sigma\sqrt{5}}), \tag{17}$$

где N – стандартная нормальная случайная переменная. Данная аппроксимация выводится из того факта, что мы усредняем 5 значений NRV согласно (1) и допускаем нормальное приближение. Наши имитационные тесты подтверждают, что распределение MWA, действительно, более плотно центрируется вокруг NRV, при этом погрешность на удивление мала. Это вполне логично, ведь MWA складывается из нескольких значений NRV.

Для второго эксперимента берем гамма-распределение в качестве несимметрического решения и сравниваем результаты перекоса распределения для равного σ.

Результаты в таблице 1 показывают большую зависимость вероятностей погрешности для шага 2 от σ. При малом σ, α практически равно нолю, но при изменениях в среднем значении менее чем на 20%, β близко к 1, в то время как при большем σ, α возрастает, а β убывает. Заметим, что среднее было выбрано равным единице, так что σ также является коэффициентом дисперсии.

Таблица 1. Результаты имитационного моделирования вероятности ошибки первого рода α

Эксперимент	σ=20%	σ=30%	σ=50%
Нормальное приближение	0,013	0,068	0,19
Нормальное MWA	0,01	0,074	0,18
Нормальные шаги с 1 по 3	0,0043	0,032	0,08
Гамма-MWA	0,029	0,084	0,15
Гамма-шаги 1-3	0,011	0,032	0,06

Диапазон значений σ, представленный в таблице 1, может считаться вполне репрезентативным, как демонстрирует подробная оценка швейцарской статистики происшествий. К сожалению, детали результатов являются конфиденциальными. Результаты также показывают адекватность нормального приближения, в особенности для больших значений σ. Они также показывают, что шаги 1 и 3 при комбинировании только обеспечивают фактор между 2 и 3, что указывает на высокую степень зависимости. Отметим, что мы не моделировали шаг 4, поскольку для этого случая значение α определено ERA как равное 0,05, но также с высокой степенью зависимости. Кроме того, нам пришлось бы сделать гораздо больше допущений в отношении составного процесса Пуассона.

Также были проведены и другие качественные эксперименты, чтобы выявить некую «плохую» альтернативную гипотезу, которую вряд ли можно распознать во время процедуры принятия решения. В этих экспериментах н.о.р. наблюдения были искажены фиксированными или рандомизированными линеарными трендами либо периодически возникающими выбросами, репрезентирующими крупномасштабные происшествия. Общее наблюдение таково: процедура принятия решения довольно медленно обнаруживает линеарный тренд, и требуется, как правило, от 4 до 5 лет, чтобы нулевая гипотеза была отвергнута процедурой, после того как тенденция уже стала заметной в данных. Этот эффект можно объяснить комбинированным действием подавления выбросов скользящим усреднением в шаге 2 и «однократным» исключением в шаге 3. Как и ожидалось, выбросы также довольно хорошо подавляются процедурой принятия решения, например, при низком σ, скажем 10% от NRV, процедура принятия решения допускает крупные выбросы, случающиеся не реже, чем раз в три года, что на практике не могло бы допускаться.

5. Заключение

В настоящей статье рассмотрена, как с точки зрения теоретической трактовки, так и путем имитационного моделирования с использованием метода Монте-Карло, процедура принятия решения, представленная в [1]. Выяснилось, что взвешенная сумма (MWA), используемая в процедуре, имеет больший разброс, чем обычное выборочное среднее. Заметим, что оценка максимального правдоподобия всегда асимптотически эффективна, при условии, что выполняются условия регулярности. В нашем случае оценка максимального правдоподобия – выборочное среднее, и оно оказывается эффективной оценкой. Оценка применяет меньшие веса к более крупным наблюдениям, но не является робастной. Метод MWA дает хорошее усредненное значение, но теряет эффективность, в отличие от выборочного среднего. Также оказалось, что если вероятность ошибки первого рода довольно мала для типичных параметров, то вероятность ошибки второго рода может быть весьма высокой, так как, в частности, большие значения при этом не принимались бы в расчет малыми весами, а следовательно, тенденции в альтернативных гипотезах не распознавались бы на ранней стадии.

Для статистических процедур принятия решений также не свойственно учитывать в процедуре выборочную вариацию, а значит, в самой процедуре не было предусмотрено какого-либо фиксированного целевого значения для вероятности погрешности первого рода.

Если бы нужна была оценка с ограниченной робастностью, то можно было бы использовать так называемое α-усеченное среднее. Данная оценка пренебрегает наименьшими γ/*100% и наибольшими γ/*100% наблюдениями в выборке и рассчитывает только среднее значение по отношению к оставшимся элементам выборки. Такая оценка гораздо проще, а ее точку срыва (2γ) можно изменить в зависимости от усечения. В этом случае не надо было бы применять взвешивание, а потеря эффективности была бы гораздо меньшей, чем в случае с настоящей оценкой.

Благодарность

Авторы выражают благодарность двум анонимным рецензентам за помощь в редактировании статьи.

Литература

1. Решение Комиссии от 5 июня 2009 года о принятии единого метода безопасности при оценке соответствия целевым показателям безопасности, в соответствии со Статьей 6 Директивы 2004/49/ ЕС Европейского Парламента и Совета; 2009/460/ЕС.

2. **F.R. Hampel, E.M. Ronchetti, P.J. Rosseeuw, W.A.Stahel**, Robust Statistics – The Approach based on Influence Functions, Wiley 1986 [**Хампель Ф., Рончетти Э., Рауссеу П., Штаэль В. Робастность** в статистике. Подход на основе функций влияния].

3. **J.W. Tukey**, Exploratory Data Analysis, Addison Wesley 1977 [Тьюки Дж.Н. Анализ результатов наблюдений].

4. Директива 2004/49/ЕС Европейского Парламента и Совета от 29 апреля 2004 года о безопасности железных дорог.

5. **A.J. Duncan,** Quality Control and Industrial Statistics, Homewood / Illinois 1965 [Дункан А.Дж. Контроль качества и промышленная статистика].

6. **J. Braband, H. Schäbe**, The collective risk, the individual risk and their dependence on exposition time, ESREL 2011, Proceedings , Advances in Safety, Reliability and Risk Management, pp. 1783-1787 [**Брабанд Й. Шебе Х.** Коллективный риск, индивидуальный риск и их зависимость от времени их изложения].

Jens Braband[1], *Hendrik Schebe*[2]

ASSESSMENT OF NATIONAL REFERENCE VALUES FOR RAILWAY SAFETY A STATISTICAL TREATMENT

We discuss the decision procedure used in the Commission Decision [1] for national reference values (NRV). According to the safety directive, every year seven safety indicators have to be computed for every member state. In the decision a fixed procedure has been presented for computing the safety indicators and to assess whether there is a possible deterioration in safety. In the safety assessment, the decision depends on a weighted sum in place of an arithmetic mean.
It is then of interest how such a decision procedure would behave and what would be the advantages and disadvantages of the particular method. In this paper, we study a slightly simplified version of the procedure by two means. First, we analyse the weighted sum and derives its characteristic as efficiency. Moreover, we compare it via a spread with an ordinary sample mean. We support the theoretical results with the help of a simple simulation study in order to estimate failure probabilities of the first and second kinds. In particular, we construct bad alternative distributions which the decision procedure cannot distinguish.

Keywords: *national reference values, railway safety indicator, robust estimators.*

1. Introduction

In the Commission Decision [1], a set of so-called NRV (national reference values) for each member state of the EU is estimated from accident data for several years. The accident data is measured in FWSIs (fatalities and weighted serious injuries) for different categories of persons: passengers, employees, level-crossing users, others, unauthorized persons, society as a whole. The choice of measures as the passenger FWSI is motivated by the fact that individual accidents have a relatively high frequency and low consequences compared with rare but potentially very high consequence accidents, such as high speed train collisions. However, for the purpose of this paper, we do not consider a particular NRV but concentrate on the generic approach and its properties. These NRV are then set as targets for the following years. In each year for each state and each NRV there the following hypothesis has to be assessed: "H_0: Is there evidence that the safety performance of the member state with respect to NRV has deteriorated?"

This hypothesis as such is well-known for problems of quality control. There, parameters as e.g. lengths, widths etc. are monitored. A sampling technique is applied to judge whether the process produces items that are out of specification. For this sake, a normal distribution with mean value μ and a spread σ is supposed

[1] Siemens AG, Брауншвейг, Германия
[2] TÜV Rheinland InterTraffic GmbH, Кёльн, Германия

to exist for the parameter to be monitored. Then, limits are computed and if a certain number of items are outside the limits, the process is assumed to be out of control. Details can be found in many books on statistical quality control, as e.g. [5]. In order to monitor the process, quality control charts are used, where the measurement values are registered together with a running number or the time, the measurement was carried out. Then, on the control charts the warning limits and the action limits are drawn according to the rules applied. Later on, these control charts have been refined and computerized.

So, the problem treated by the ERA (European Railway agency) in its directive [1] is similar to that of the well-known control charts.

However, the algorithm proposed by the ERA [1] is new and has never been analysed from a statistical point of view. This is subject of the present paper.

In section two we will describe the approach used by the ERA to monitor their indicators. In the third section we will provide a theoretical analysis of the main step of the decision procedure of the ERA. This will then be supported by a Monte-Carlo simulation of the rule in section four. The last section is dedicated to conclusions.

2. The Approach Used by the ERA

The ERA wishes to test the H_0:hypothesis:

'The safety performance of the member state has not deteriorated with respect to the NRV"

by use of a procedure, which is in fact a complex statistical test consisting of several steps. We first give a generic definition of the problem we want to discuss in this paper:

Let the yearly values be denoted by X_i. Then, a particular moving weighted average (MWA) can be defined as a weighted sum:

$$\mathrm{MWA}_{q,p} = \frac{\sum_{i=p}^{q} w_{p,q}(i) X_i}{\sum_{i=p}^{q} w_{p,q}(i)}. \tag{1}$$

The weights are defined in the following manner:

$$W_{p,q}(i) = 1/\max(\varepsilon; |X_i - \overline{X}_{p,q}|) \tag{2}$$

$$\text{with } \overline{X}_{p,q} = \frac{1}{q-p+1} \sum_{i=p}^{q} X_i \tag{3}$$

as the arithmetic mean. The value ε has been set to a value of 0.01 in [1], probably based on a heuristic argument. Note that ERA calculates the MWA only based on the five most recent years, which we designate $\mathrm{MWA}_{n,'n-4}$ here. Then, we can express the multi-step decision rule which has in fact become law as a EU regulation in the following algorithm:

Algorithm
IF NRV≥X_n OR NRV≥ $MWA_{n,n-4}$, THEN ACCEPT H_0 ELSE.
IF NRVx1.2 ≥ $MWA_{n,n-4}$, THEN ACCEPT H_0 ELSE.
IF "First deviation (in steps 1 or 2) in the last three years", THEN ACCEPT H_0ELSE.
IF "Number of significant accidents not increased", then ACCEPT H_0ELSE.
REJECT the hypothesis that safety performance has not deteriorated.

This algorithm has been generated directly from the description given in [1]. A justification for this algorithm is not provided in [1]. Therefore, we will give explanations on how the algorithm works from a statistical point of view. In this paper, we are particularly interested in the failure probabilities of the first and second kinds, namely that H_0 is rejected in case it holds true and that H_0 is accepted while being false. We denote the coinciding failures by α and β as the probability of error of first and second kind, respectively.

We start with some simple observations that we have made when analysing the algorithm consisting of steps 1-5:

Step 1 yields a more or less random result with a probability of acceptance in the order of 0.25 to 0.5 under reasonable assumptions; so, it is not an important factor and is discarded here.

In step 2, the constant tolerance band seems completely heuristic.

Step 3 could also be uninteresting as there will be dependencies in the data of subsequent years and it cannot be expected to contribute much.

In step 4, ERA explicitly calls for a statistical test to be applied and assumes a Poisson distribution for the number of significant accidents as the null hypothesis

On the basis of the last observation, we may conclude that ERA assumes a compound Poisson process as the null hypothesis with N_t depicting the number of accidents until time t and S_1, S_2,… an independent, identically distributed (i.i.d.) sequence of random variables describing the severity of the accidents as we have studied in [6]. The accidents occur with a rate of occurrence of $\lambda(t)$ at time T_1, T_2, etc., where i is the index of the accident. For each accident with index i there exists a certain „jump height" S_i, which is the severity. The severity is measured as the number of fatalities (or equivalent fatalities). So, for a fixed interval [0,t], the process X_t describes the cumulated number of fatalities and N_t describes the accumulated number of accidents.

This compound Poisson process can be used to derive characteristics for collective risk.

So, under the null hypothesis, the observables X_t is a random variables that can be assumed to be distributed as

$$\sum_{i=1}^{N_t} S_i \,. \tag{4}$$

With a constant accident rate $\lambda(t) = \lambda$.
Thus

$$E(X_t) = \lambda t E(S_1) \text{ and } V(X_t) = \lambda t E(S_1^2) \tag{5}$$

holds, where we assume that the moments of S_1 exist. Given a sufficient number of accidents per year, limit theorems for the distribution of X_t may apply, e.g. central limit theorem.

In the following section, we will analyze the estimator (1) from a theoretical point of view and afterwards explore the complete decision process by statistical simulation.

3. Theoretical Analysis of Step 2 of the algorithm

When looking at (1) from a theoretical point of view we see that

a) the number of observations in the sample is small, since only 5 values are used,

b) the mean (1) is a weighted mean, where the weight (2) itself is also computed from the sample,

c) the weight (2) is truncated from below, ensuring that it is bounded away from zero, where the choice of the truncation constant ε is somewhat arbitrary,

d) the weight (2) reduces the influence of large observations since it is proportionally to the inverse of the difference of the observation and the sample mean.

The form of the estimator (1) is well-known in robust statistics. It can be found in [2], Section 2.3d, as the so-called Tukey's W-estimator, as introduced by Tukey [3] with weight function (2). So, the results from [2] can be directly used for the specific form (1) of this W-estimator. It has been shown in [2] that the statistical behavior of (1) is the same as that of Huber's M-estimator with function $\psi(u)=u\,w(u)$. It is to be recalled that Huber's M-estimator is defined as an estimator T_n satisfying the equation

$$\sum_{i=1}^{n}\psi(X_i;T_n)=0\,, \tag{6}$$

See, for example, [2]. Now, the theory of robust estimators can simply be applied to (1) to see what its properties are. The two main properties are robustness and efficiency.

a) Robustness

An estimator is called robust if it is not susceptible to the presence of outliers in the sample. Outliers are elements of the sample that do not belong to the normal sample space which consists of identically distributed random variables.

Two main characteristics for the robustness of an estimator can be applied. The first is the so-called breakdown point. This is the fraction of outliers in the sample up to which the estimator still yields a consistent result. That means, although a certain fraction of data in the sample does not belong to the population, parameters of the population are estimated correctly. After some algebra, the breakdown point can be found to be at 50%. This holds for any sample size. Any observation, if it is large enough, is divided by its absolute difference from the sample mean. The sample mean is only influenced if more than half of the observations X_i are outliers.

The second important characteristic is the influence function, introduced by Hampel. It is defined for a statistic value T constructed on independent, identically distributed random variables with a common distribution function F and for an outlier y as

$$IF\,(y;T;F)=\lim_{t\to 0}\frac{T(\,1-t)F+t\Delta_y)-T(F)}{t}, \tag{7}$$

See [2, Section 2.1b]. By Δ_y, we denote a probability distribution putting mass 1 to point y. The influence function shows how much a single observation can influence the estimator itself. It can easily

be computed by letting one observation tend to infinity and seeing how the estimator changes. If y is the value of the outlier and m denotes the sample mean of the values X_i, it can be seen that the influence function of the arithmetic mean (3) is

$$IF(y) = \lim_{t \to 0} \frac{(1-t)m + ty - m}{t} = y - m. \tag{8}$$

Usually, a robust estimator is characterized by a limited influence function. It may be noted that the influence function of the normal sample mean is not limited and increases together with the value of the outlier y. That is why the sample mean is not a robust estimator of the population mean.

The estimator (1) can be expressed in the form

$$T(F) = \frac{\int w(x)\, x dF(x)}{\int w(x)\, dF(x)},$$

with

$$w(x) = \frac{1}{\left| x - \int x dF(x) \right|}.$$

Here, and furthermore, the integrals are over the entire real axis.

For the estimator (1), we derive the influence function as

$$IF(y) = y \frac{\int w dF(x) \int \beta^2 x \,|\, x - y \,|\, dF(x) - \int w x dF(x) \int \beta^2 \,|\, x - y \,|\, dF}{\beta^2} + O(1), \tag{9}$$

with m being the mean of F, w being the weight function and $\beta = |x\text{-}m|$. Furthermore, O(1) denotes a term that is of order 1, compared with y when y tends to infinity.

The influence function (9) is not limited if y increases. Therefore, one single observation X_i can influence the estimator of the mean such that if a single observation would tend to infinity, the estimator of the mean would do the same.

The conclusion from this short study is that the estimator (1) is not robust.

b) Efficiency

In order to obtain the variance of estimator (1), simply the results of [2] are used for location-type estimators in Section 2.2b.The variance is given by

$$Var(\psi, F) = \frac{\int \psi^2 dF}{\left(\int \psi' dF \right)^2}. \tag{10}$$

Now, remembering $\psi(u) = u\, w(u)$ with $w(u) = \max(\varepsilon m; |u\text{-}m|)$, we see that

$$\psi'(u) = w(u) + u\, w'(u) = \begin{cases} \max(\varepsilon m, |u - m|) + u & \text{for } \varepsilon m < |u - m| \\ \max(\varepsilon m, |u - m|) & \text{otherwise} \end{cases} \tag{11}$$

If we neglect the influence of ε which is small anyway, and simply set it to zero, we obtain

$$Var(\psi, F) = \frac{\int x^2 (x-m)^2 dF}{\left(\int (u+|u-m|) dF\right)^2}. \tag{12}$$

We can neglect ε since it seems to be introduced to avoid division by zero and make the computation feasible.

Note that this value has to be divided by n to obtain the variance of an estimator constructed from a sample of size n. This quantity has to be compared with the variance of the simple arithmetic mean, viz.

$$Var(F) = \int (x-m)^2 dF = \sigma^2. \tag{13}$$

Equation (12) yields

$$Var(\psi, F) = \frac{m_4 - 2m_3 m + m^4}{\left(m + \int |x-m| dF\right)^2}, \tag{14}$$

where m_4 and m_3 are the ordinary fourth and third moments of the distribution. Since the values X are sums of other random variables, a normal distribution can be assumed as a good approximation. Remember, that we have assumed the existence of the moments of the S values so that weak convergence to the normal distribution is guaranteed. The approximation, however, would only be a good one, if the number of events is large enough. So for small numbers of events, it will be just a rough approximation. Now, for a normal distribution, (14) yields

$$Var(\psi;F) = (2m^4 + 6m^2\sigma^2 + 3\sigma^4)/(m+2\sigma)^2. \tag{15}$$

Dividing (15) by (13), we arrive at

$$\text{Eff} = (2+6v^2+3v^4)/(v^2+4v^3+4v^4), \tag{16}$$

with $v = \sigma/m$ as the coefficient of variation. Eff is the relative efficiency of the robust estimator, related to the normal sample mean. It may be noted that it tends to infinity as v tends to zero, i.e. the estimator (1) has a much larger spread than the ordinary sample mean. Even for v=1, it may be observed that Eff = 11/7, i.e. the variance of the robust estimator is about 57% larger than that of the ordinary estimator.

So, the larger the number of observations in a single year, the smaller the value of v and thus the larger the loss of efficiency of the estimator (1).

Notes:

1. We have neglected the fact that estimator (1) is not an iterated estimator, i.e. the average is computed once for estimator (1) and computation of the estimator is not repeated with the new mean, after (1) has been computed for improving the estimate. However, the failure introduced is of order 1/n, where n is the sample size.

2. When computing the efficiency, we have replaced the sample mean by the population mean in the weight function, thus introducing an error of order 1/n.

3. Integrals without indication of the limits are over the entire domain of definition of the distribution function F.

As a conclusion of our theoretical study, we see that estimator (1) has lost efficiency, applies smaller weights to larger observations but is not robust. What does that mean practically? A sudden change in one or several years of the statistics would not influence the statistics in the same manner as for an unweighted estimator, e.g. the sample mean. In addition, the spread of the estimator is much larger than that of the ordinary sample mean. That means we would observe much more "random noise" in our MWA, i.e. there might be unnecessary random fluctuations in the MWA compared with the use of the sample mean.

4. Simulation Results

A number of simulations with different models of distribution functions have been carried out to support the theoretical results of Section 2.

We simulate i.i.d. annual observations from a given distribution with the mean NRV to test the null hypothesis. We start with a normal distribution and vary the standard deviation σ. From some experiments, we have gained the impression that, for such a well behaved and symmetric distribution, not a great difference between the decisions based on the normal average (3) and the weighted moving average (1) was visible. So, as an upper limit for α, we can postulate the normal approximation

$$P(N > \frac{NRV}{\sigma\sqrt{5}}), \tag{17}$$

where N is a standard normal random variable. This approximation is derived from the fact that we average 5 values of NRV's according to (1) and assume a normal approximation. Our simulations confirm that in fact the distribution of the MWA is centered more tightly around the NRV, but the error is surprisingly small. This is only logic, since the MWA is built from several values of the NRV.

For a second experiment, we take the gamma distribution as a non-symmetric solution and compare the results of the skewness of the distributions for equal σ.

The results in table 1 show the great dependency of the failure probabilities for step 2 on σ. For small σ, α is virtually zero, but, for changes in the mean of less than 20%, β is close to 1, while, for larger σ, α is increasing and β is decreasing. Note that, the mean has been chosen to be one, so that σ is also the coefficient of variation.

Table 1 Results of simulation for first kind error probability α

Experiment	σ=20%	σ=30%	σ=50%
Normal approximation	0.013	0.068	0.19
Normal MWA	0.01	0.074	0.18
Normal steps 1 to 3	0.0043	0.032	0.08
Gamma MWA	0.029	0.084	0.15
Gamma steps 1 to 3	0.011	0.032	0.06

The range of σ values shown in table 1 can be regarded as quite representative, as a detailed evaluation of Swiss accident statistics has demonstrated. Unfortunately the detailed results are confidential. The results also show the adequacy of the normal approximation, in particular for larger values of σ. They also show that steps 1 and 3 when combined only contribute by a factor of between 2 and 3, indicating that there is a high degree of dependency. Note that we have not simulated step 4 as, for this case, α has been fixed by ERA to 0.05, but also with a high degree of dependency. Also, we would have had to make many more assumptions on the compound Poisson process.

Also other qualitative simulations have been performed to find some "bad" alternative hypothesis that the decision procedure can hardly distinguish. In these experiments the i.i.d. observations have been distorted by fixed or randomised linear trends or by periodically recurring outliers, representing large scale accidents. The general observation is that the decision procedure is quite slow in detecting a linear trend, it generally takes 4 to 5 years until the decision procedure rejects the null hypothesis, after the trend has become visible in the data. This effect can be explained by a combined effect from the suppression of outliers by the moving average in step 2 and the "one off" exception in step 3. As expected also outliers are suppressed quite well by the decision procedure, e. g. for low σ, say 10% of the NRV, large outliers are tolerated by the decision procedure occurring as often as every third year, which in practice could not be tolerated.

5. Conclusions

In this paper, we have discussed, both by theoretical argument and by Monte Carlo simulation, the decision procedure as introduced in [1]. It has turned out that the weighted sum (MWA) used in the procedure has more spread than the ordinary sample mean. . Note that, the maximum likelihood estimator is always asymptotically efficient, provided the regularity conditions are fulfilled. In our case, the maximum likelihood estimator is the sample mean and this is the efficient estimator. The estimator applies smaller weights to large observations, but is not robust. The MWA gives a good average value but loses efficiency compared with the sample mean. It has also turned out that, while the error probability of the first kind is quite small for typical parameters, the error probability of the second kind can be very high, in particular as large values would be discounted by small weights and therefore, trends in alternative hypotheses would not be detected early.

It is also uncommon for statistical decision procedures that the sample variation is not taken into account in the procedure and that no target value for the error probability of the first kind has been fixed in the design of the procedure.

If an estimator with limited robustness were needed, the so-called α-trimmed mean could be used. This estimator neglects the γ/*100% smallest and γ/*100% largest observations in a sample and computes the

mean only with regard to the remaining elements of the sample. Such an estimator is much simpler and its breakdown point (2γ) could be changed, depending on the trimming. Then, no weighting would need to be applied and the loss of efficiency would be much smaller than with the present estimator.

Acknowledegement
Thre authors are grateful to two anonymous referees that helped to improve the paper.

References

1. Commission Decision of 5 June 2009 on the adaption of a common safety method for assessment of achievement of safety targets, as referred to in Article 6 of Directive 2004/49/EC of the European Parliament and the Council; 2009/460/EC.

2. **F.R. Hampel, E.M. Ronchetti, P.J. Rosseeuw, W.A.Stahel, Robust Statistics** – The Approach based on Influence Functions,. Wiley 1986.

3. **J.W. Tukey**, Exploratory Data Analysis, Addison Wesley 1977.

4. Directive 2004/49/EC of the European Parliament and of the Council of 29 April 2004 on safety on the Community's railways.

5. A**.J. Duncan, Quality Control and Industrial Statistics,** Homewood / Illinois 1965.

6. **J. Braband, H. Schäbe,** The collective risk, the individual risk and their dependence on exposition time, ESREL 2011, Proceedings , Advances in Safety, Reliability and Risk Management, pp. 1783-1787).

Горяинов А.В., Замышляев А.М., Платонов Е.Н.

АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ ФАКТОРОВ НА УЩЕРБ ОТ ПРОИСШЕСТВИЙ НА ТРАНСПОРТЕ С ПОМОЩЬЮ РЕГРЕССИОННЫХ МОДЕЛЕЙ[1]

Статья посвящена анализу происшествий на транспорте. Для анализа влияния различных факторов на безопасность движения предлагается использовать методы регрессионного анализа. Предлагается использовать модель зависимости ущерба, нанесённого транспортным происшествием, от набора факторов, влияющих на его возникновение. Для построения модели используется нелинейная регрессионная модель с точкой разрыва. Модель строится с целью получения данных о фактическом или прогнозируемом уровне безопасности движения поездов. Эти данные необходимы для оценки достаточности мероприятий, направленных на обеспечение нормативного уровня безопасности, для минимизации ресурсов, выделяемых на решение задач безопасного движения поездов, в том числе для обоснования приоритетов при распределении ресурсов. В работе рассмотрено два примера. В первом примере приведены результаты расчетов по реальным данным о происшествиях на железнодорожном транспорте США. Второй пример построен на основе результатов численного моделировании величины ущерба и факторов.

Ключевые слова: *железнодорожный транспорт, безопасность движения, регрессионный анализ.*

Введение

Известно, что обеспечение безопасности движения является одним из приоритетных направлений функционирования железнодорожного транспорта. Федеральный Закон «О железнодорожном транспорте в Российской Федерации» определяет безопасность движения, как состояние стабильности перевозочного процесса, при котором отсутствует недопустимый риск возникновения транспортных происшествий и их последствий, влекущий за собой причинение вреда жизни и здоровью граждан, окружающей среде, имуществу физических и юридических лиц.

В работе [1] предложена методика оценки уровня опасности возникновения транспортных происшествий на основе анализа их связи с факторами, влияющими на их возникновение. Различные методы анализа безопасности на железнодорожном транспорте представлены в [2–7]. При анализе безопасности на железнодорожном транспорте кроме вероятности появления самого транспортного происшествия следует учитывать и величину ущерба, который нанесен этим происшествием. Для анализа ущерба предлагается использовать методы регрессионного анализа [8, 9].

[1] Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 12-07-13114-офи_м_РЖД)

1. Анализ ущерба от транспортных происшествий

О необходимости учета величины ущерба можно судить из гистограммы ущерба (см. рис. 1), нанесенного задержками поездов на железнодорожном транспорте США в 2010 году [10].

Видно, что ущерб очень сильно различается от происшествия к происшествию, поэтому учет транспортных происшествий, как равноправных наблюдений может привести к тому, что мы будем принимать меры, направленные на снижение числа происшествий, ущерб от которых невелик. Это произойдет из-за того, что число происшествий с небольшим ущербом на порядок больше, чем происшествий с большим ущербом. При этом суммарный ущерб от происшествий с небольшим ущербом, наоборот, в несколько раз меньше. Аналогичная картина наблюдается и по другим видам транспортных происшествий.

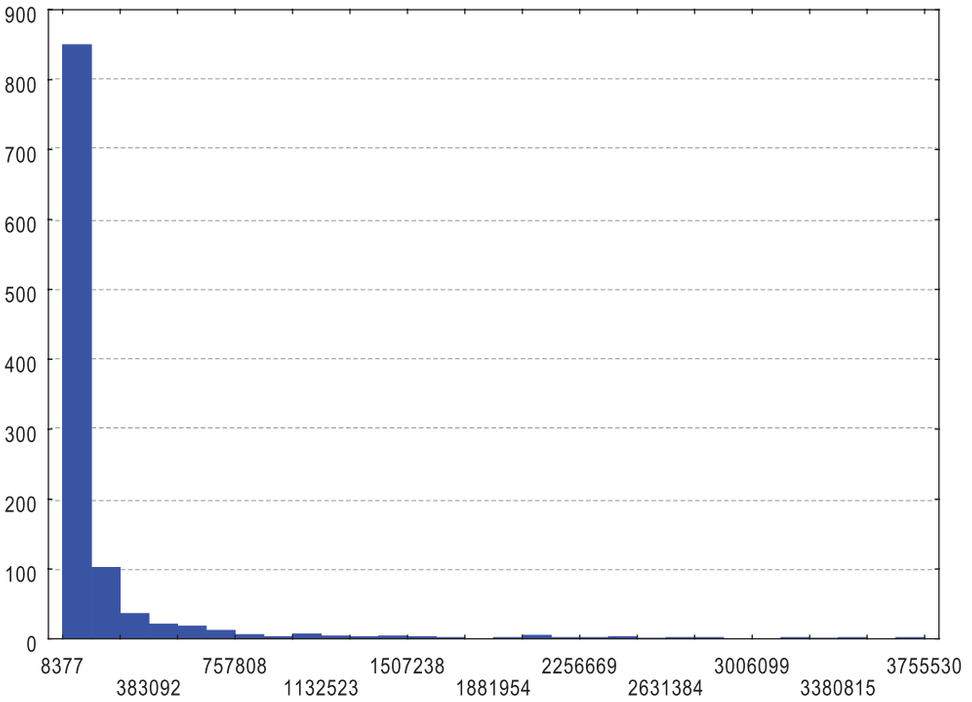


Рис. 1. Гистограмма ущерба от задержек поездов

Величину ущерба можно учесть, если построить регрессионную зависимость от набора факторов. Такие модели широко используются при анализе безопасности на транспорте [3–7].

Пусть X – скалярная переменная, описывающая величину ущерба, нанесенного транспортным происшествием некоторого вида. Это может быть ущерб от крушения поезда, бокового столкновения поездов, задержки прибытия поезда и т.д.

Мы предполагаем, что X зависит от m-мерного вектора F некоторых факторов в том смысле, что изменения вектора F вызывают вполне определенные изменения величины X.

Последнее предположение математически можно представить в виде функциональной зависимости

$$X = f(F), \quad X \in R^1, F \in R^m, \tag{1}$$

где $f(F)$ – некоторая числовая функция, зависящая от m переменных.

Одной из важнейших задач является решение проблемы определения функции $f(F)$, описывающей связь между переменной X и переменными F по результатам наблюдений за X и F.

Предположим, что у нас имеется возможность получить совместные наблюдения $\{X_k, F_k\}$, $k = 1,\ldots,n$ за X и F в n опытах.

С учетом введенной выше связи между X и F, связь между результатами отдельных наблюдений можно представить в виде

$$X_k = f(F_k) + \varepsilon_k, \quad k = 1,\ldots,n,$$

где ε_k – случайная ошибка (шум) k-го наблюдения.

Если нам удастся построить хорошее приближение к неизвестной функции $f(F)$, то мы получим возможность по значению наблюдаемого или предполагаемого вектора факторов F анализировать возможное значение ущерба от происшествия. Мы сможем понять, какие из факторов оказывают наибольшее влияние на величину ущерба и, соответственно, сосредоточиться на борьбе с этими факторами.

Естественно, без каких-либо предварительных договоренностей о возможном виде функции $f(F)$задача ее восстановления по результатам наблюдений, число которых конечно, представляется практически неразрешимой. Обычно предполагают, что функция $f(F)$ является линейной по переменным $F_1,\ldots F_m$ [8,9].

Рассмотрим линейную функцию $f(F)$ и соответственно линейную модель регрессии:

$$f(\theta, F) = \theta_0 + \theta_1 F_1 + \theta_2 F_2 + \cdots + \theta_m F_m,$$

где $\theta = [\theta_0, \theta_1, \ldots, \theta_m]^T$ – вектор неизвестных параметров.

2. Модель регрессии с точкой разрыва

В качестве альтернативы линейной функции рассмотрим кусочно-линейную модель или модель регрессии с точкой разрыва [9, 11, 12]:

$$f(\alpha, \beta, b, F) = \begin{cases} \alpha_0 + \alpha_1 F_1 + \alpha_2 F_2 + \cdots + \alpha_m F_m, & \text{если } f(\alpha, \beta, b, F) \le b, \\ \beta_0 + \beta_1 F_1 + \beta_2 F_2 + \cdots + \beta_m F_m, & \text{если } f(\alpha, \beta, b, F) > b, \end{cases} \qquad (2)$$

где $\alpha = [\alpha_0, \alpha_1, \ldots \alpha_m]^T, \beta = [\beta_0, \beta_1, \ldots \beta_m]^T$ – неизвестные параметры модели, b – неизвестная точка разрыва функции $f(\alpha, \beta, b, F)$.

Оценки неизвестных параметров будем искать как решение задач оптимизации с квадратичной функции потерь:

$$\hat{\theta} \in \arg\min_{\theta} \sum_{k=1}^{n} \left(X_k - f(\theta, F_k)\right)^2 \quad u \quad \begin{bmatrix} \hat{\alpha} \\ \hat{\beta} \\ \hat{b} \end{bmatrix} \in \arg\min_{\alpha,\beta,b} \sum_{k=1}^{n} \left(X_k - f(\alpha, \beta, b, F_k)\right)^2. \tag{3}$$

Оценка $\hat{\theta}$ называется оценкой метода наименьших квадратов и находится аналитически [8]. Для построения оценок в кусочно-линейной модели используются итерационные численные методы, например, метод квази – Ньютона [8, 9].

В качестве примера применения указанных моделей рассмотрим задачу восстановления зависимости ущерба от задержек поездов по данным за 2010 год для железнодорожного транспорта США [13].

Рассмотрим следующий набор факторов:

F_1 – температура по Фаренгейту, F_2 – освещенность, F_3 – погодные условия, F_4 – скорость движения поезда в момент транспортного происшествия, F_5 – тоннаж поезда.

Всего имеется 1546 наблюдений.

Линейная модель регрессии оказывается неадекватной и плохо соответствует наблюдаемым значениям. Для нее коэффициент детерминации $R^2 \in [0;1]$ оказывается равным всего лишь 0,612, а значение квадратичной функции потерь (3) в 4,05 раза больше, чем для нелинейной модели. Коэффициент детерминации показывает, в какой степени рассматриваемая модель «лучше объясняет» величину X, чем тривиальная модель (т.е. X не зависит от объясняющих переменных и $\theta = \theta_0$). Чем ближе R^2 к 1, тем большее превосходство имеет наша регрессия над тривиальной регрессией. Наоборот, если R^2 близок к нулю, то это означает, что модель линейной регрессии плохо описывает объясняемую переменную X.

Приведем результаты оценивания для кусочно-линейной регрессии. После применения метода квази-Ньютона [11,12] получены следующие результаты:

$$\hat{b} = 1006970, \quad \hat{\alpha} = \begin{bmatrix} 5080{,}6 \\ -4{,}236 \\ 1374{,}9 \\ 2963{,}0 \\ 5814{,}6 \\ 5{,}428 \end{bmatrix}, \quad \hat{\beta} = \begin{bmatrix} -466770 \\ -600{,}2 \\ 361254 \\ -48123 \\ 33206 \\ 26{,}95 \end{bmatrix}. \tag{4}$$

Точность оценивания можно охарактеризовать величиной объясненной дисперсии $D \in [0;1]$ и коэффициентом детерминации R^2 – чем ближе эти величины к единице, тем точнее подобранная функция f(F) объясняет наблюдения.

Для нашей модели эти характеристики равны $D = 0{,}845,\ R^2 = 0{,}919.$

Видно, что оценки параметров регрессии значительно различаются для происшествий с ущербом менее миллиона долларов и более миллиона.

К сожалению, имеющаяся статистика не содержит подробной информации о значении таких факторов, как техническое состояние поезда, дорожного полотна и сооружений, квалификация персонала и т.д. Поэтому построить адекватную регрессионную модель влияния факторов на размер ущерба от задержки поезда для железнодорожной сети США не представляется возможным.

3. Численное моделирование факторов

Для того, чтобы преодолеть недостатки имеющейся реальной статистики, проведём численное моделирование факторов, влияющих на возникновение транспортных происшествий, а также величины ущерба от этих происшествий. Моделирование можно рассматривать как основу для будущего мониторинга за факторами. После проведения мониторинга уточняются модели факторов, затем с использованием этих моделей строится модель для ущерба, которая в дальнейшем может быть использована в двух направлениях.

«Историческое» моделирование проводится, когда число реальных наблюдений недостаточно для построения адекватной модели функционирования системы и построенная модель может быть использована для увеличения объёма выборки.

Построение прогнозных значений ущерба для текущих значений факторов и прогнозных значений для теоретических значений факторов позволит проанализировать общую ситуацию с безопасностью и выработать рекомендации по наиболее проблемным факторам, влияющим на уровень безопасности движения.

Факторы, которые могут привести к транспортному происшествию, моделируются как независимые друг от друга случайные функции времени. Для каждого фактора указывается критический уровень, при превышении которого фактор начинает представлять существенную опасность. Случайные длины промежутков времени, в течение которых его значения выше (ниже) критического уровня (т.е. время ожидания пересечения фактором критического уровня), имеют для каждого из факторов экспоненциальное распределение со своим параметром. В случае, если в течение какого-то промежутка времени значения одного фактора или нескольких факторов одновременно превышают критический уровень, то считается, что это может привести к транспортному происшествию с некоторой вероятностью. Для каждого такого промежутка времени моделируется время ожидания происшествия – также случайная величина с экспоненциальным законом распределения. Параметр распределения зависит от того, какие именно факторы превысили критическое значение, иначе говоря, для каждой комбинации факторов имеется своя интенсивность появления происшествий. Происшествие считается произошедшим в том случае, когда время ожидания оказалось короче рассматриваемого промежутка (т.е. случайная величина попала в отрезок, на котором значения рассматриваемых факторов превышали критические).

Для упрощения моделирования факторов были предложены три модели:

1) Кусочно-линейная «зигзагообразная» функция. Локальные максимумы – середины промежутков времени, на которых значение фактора выше критического, локальные минимумы – середины промежутков времени, на которых значение фактора ниже критического.

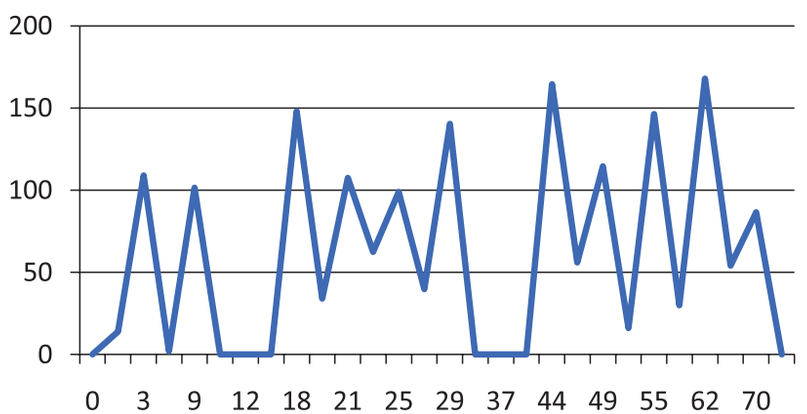


Рис. 2. Фактор первого типа

На Рис. 2 представлен график функции, моделирующей поведение фактора первого типа. Подобный вид фактора может использоваться при моделировании погодных условий и других природных факторов.

2) Кусочно-постоянная функция. На отрезках, для которых значение фактора выше критического, значение фактора – случайная величина, равномерно распределённая на отрезке от критического значения до 100. На отрезках, для которых значение фактора ниже критического, значение фактора – случайная величина, равномерно распределённая на отрезке от 0 до критического значения.

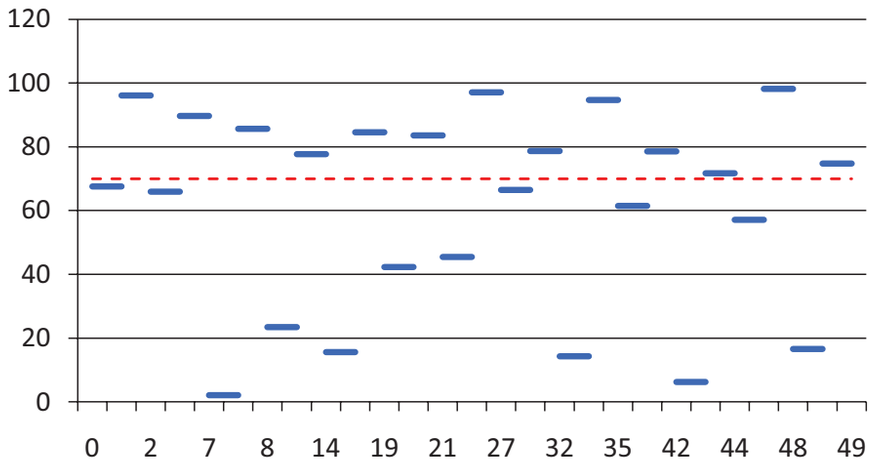


Рис. 3. Фактор второго типа

Этот вид функции может характеризовать факторы, отвечающие за техническое состояние оборудования. Значение фактора остается неизменно ниже критического уровня до тех пор, пока какое-то событие не приведет к резкому ухудшению его состояния. После этого состояние оборудования остаётся неизменным до тех пор, пока не будет устранена неисправность.

3) Факторы третьего типа моделируются схожим образом, однако зависимость в данном случае является не кусочно-постоянной, а кусочно-линейной. В начале каждого промежутка фактор, как и в предыдущем случае, принимает значение, равномерно распределённое на отрезке от критического уровня до 100 или от 0 до критического уровня, а затем линейно возрастает со случайным угловым коэффициентом (случайная величина с равномерным распределением от 0 до $\pi/6$).

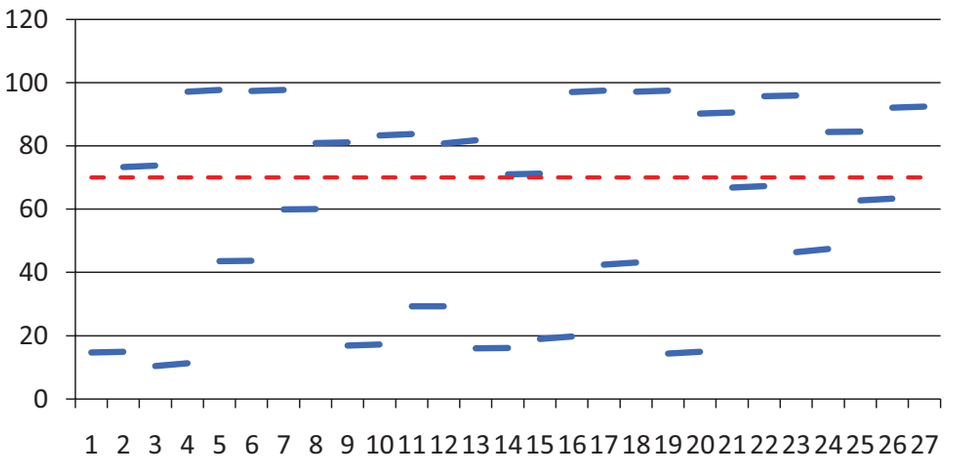


Рис. 4. Фактор третьего типа

Этот тип фактора можно использовать при моделировании состояния подвижного состава и дорожного полотна, а также человеческих факторов. Разрывы соответствуют поломкам и ремонтам, а медленное возрастание – постепенному изнашиванию оборудования.

4. Моделирование ущерба от транспортного происшествия

Из-за отсутствия большого массива реальных данных по происшествиям на российских железных дорогах, величина ущерба рассчитывалась на основе статистических данных о железнодорожных происшествиях в США. Ущерб моделируется как линейная комбинация факторов с аддитивной помехой (шумом). Шум моделируется на основе оценки закона распределения остатков при построении модели для ущерба на основе статистических данных о происшествиях в США.

Пусть X – случайная величина, плотность распределения $f(x)$ которой мы хотим оценить. Оценка плотности вероятности находится по формуле

$$\hat{f}(x) = \frac{1}{nh}\sum_{i=1}^{n} K\left(\frac{X_i - x}{h}\right),$$

где X_i – наблюдение за случайной величиной X, n – объём выборки, h – ширина окна, $K(z)$ – ядерная функция. Эту оценку часто называют оценкой Розенблатт-Парзена [16, 17].

Ядерную функцию можно выбирать в достаточно широких пределах, эта функция в основном отвечает за гладкость и дифференцируемость оценки $\hat{f}(x)$. В нашем случае в качестве ядерной функции была выбрана стандартная гауссовская плотность $K(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}}$

В отличие от выбора ядерной функции выбор ширины окна h является ключевой проблемой при построении ядерной оценки $\hat{f}(x)$. Существуют различные способы выбора ширины окна, широко освещённые в литературе [18]. В нашем случае h выбиралась методом подстановки.

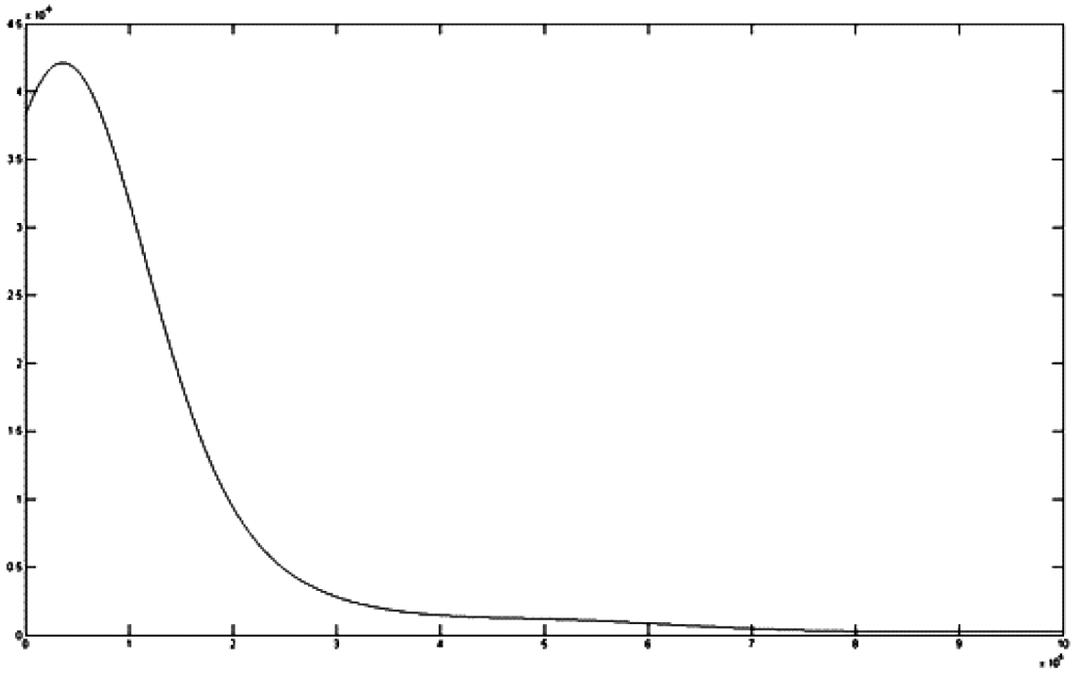


Рис. 5. Ядерная оценка плотности распределения ущерба по данным США

Итоговое распределение для шума было получено следующим образом:

- построена оценка $\hat{f}(x)$ плотности распределения ущерба по данным США;
- смоделирована реализация выборки, соответствующей случайной величине с плотностью $\hat{f}(x)$;
- построена линейная регрессия ущерба от значений факторов (реализация факторов была смоделирована в соответствии с ранее изложенным алгоритмом);
- вычислены остатки для построенной регрессии;
- на основе полученных остатков построена ядерная оценка плотности распределения шума $\hat{f}_\varepsilon(x)$;
- итоговый ущерб моделируется как линейная комбинация факторов с заданными коэффициентами плюс реализация случайной величины с плотностью $\hat{f}_\varepsilon(x)$.

5. Модельный пример

Рассмотрим линейную модель наблюдения

$$X_k = \theta_0 + \theta_1 F_1 + \theta_2 F_2 + \cdots + \theta_m F_m + \varepsilon_k \quad k = 1, \ldots, n,$$

где X_k – ущерб от k-го происшествия, F_i – фактор, влияющий на возникновение транспортного происшествия и величину ущерба, θ_i – неизвестные параметры, ε_k – случайный шум.

Смоделируем 260 наблюдений со значениями параметров линейной модели

$$\theta = \begin{bmatrix} 0 & 300 & 350 & 400 & 2500 & 500 & 100 \end{bmatrix}^T.$$

Оценка параметров линейной регрессии с помощью метода наименьших квадратов:

$$\hat{\theta} = \begin{bmatrix} 133331 & 0,027 & 0,036 & -0,091 & 0,243 & -0,011 & -0,041 \end{bmatrix}^T.$$

Коэффициент детерминации $R^2 = 0{,}28$, что говорит о плохой точности линейной модели.

Теперь по наблюдениям построим модель регрессии с точкой разрыва:

$$\hat{b} = 237768, \quad \hat{\alpha} = \begin{bmatrix} -19400 \\ 284{,}2 \\ 254{,}8 \\ 338{,}2 \\ 2121{,}1 \\ 423{,}5 \\ 136{,}2 \end{bmatrix}, \quad \hat{\beta} = \begin{bmatrix} 1433733 \\ -1522 \\ -1092 \\ -3921 \\ -5496 \\ -733 \\ -3311 \end{bmatrix}$$

Характеристики точности оценивания: $D = 0{,}54$, $R^2 = 0{,}74$.

Суммы квадратов остатков для обычной линейной модели в 9 раз больше, чем для модели с точкой разрыва.

Смоделируем еще 40 наблюдений с теми же значениями коэффициентов, что и ранее, и построим прогноз ущерба, используя модель с точкой разрыва.

При прогнозировании с использованием модели с точкой разрыва необходимо решить, к какой части регрессии относятся наблюдения, так как у нас нет значения ущерба и мы не можем использовать значение $\hat{b}$ для выбора вектора $\hat{\alpha}$ или $\hat{\beta}$. Для решения этой проблемы можно воспользоваться следующим алгоритмом.

1. Разделить имеющиеся наблюдения на две группы. К первой группе относятся те наборы значений факторов, для которых ущерб Y_k меньше значения $\hat{b}$. Ко второй группе относятся наборы значений факторов, для которых ущерб Y_k больше или равен, значению $\hat{b}$.

2. Вычислить для каждого фактора выборочное среднее по наборам из одной группы $\overline{F}_i^I = \frac{1}{n_1}\sum_{k=1}^{n_1} F_{i,k}$, $i = 1,\ldots,m$, где n_1 – количество наблюдения в первой группе, $F_{i,k}$ – значения фактора с номером i в k-м наблюдении. Аналогично вычисляются выборочные средние $\overline{F}_i^{II}$, $i = 1,\ldots,m$ для второй группы наблюдений.

3. При построении прогноза ущерба для наблюдений со значениями факторов $F_{1,pr},\ldots,F_{6,pr}$ выбираются оценки $\hat{\alpha}$ для наблюдений, отнесённых к первой группе и $\hat{\beta}$ для второй группы. Наблюдение относится к первой группе, если $\sum_{i=1}^{6}\left|F_{i,pr} - \overline{F}_i^I\right| \le \sum_{i=1}^{6}\left|F_{i,pr} - \overline{F}_i^{II}\right|$ и ко второй группе, если $\sum_{i=1}^{6}\left|F_{i,pr} - \overline{F}_i^I\right| > \sum_{i=1}^{6}\left|F_{i,pr} - \overline{F}_i^{II}\right|$.

Вычислим относительную погрешность прогноза по сравнению с истинными значениями ущерба, которые были также смоделированы. Обозначим прогноз через $\widetilde{X}$, тогда величина погрешности для одного наблюдения X определяется по формуле $\Delta = \frac{\left|\widetilde{X} - X\right|}{X}$.

Посчитаем среднюю относительную погрешность прогноза по 40 наблюдениям за факторами $\overline{\Delta} = \frac{1}{40}\sum_{k=1}^{40}\Delta_k$. Эта величина для модели с точкой разрыва составила 0,15. Процент ошибок при выборе группы, к которой относится наблюдения, составляет примерно 5%. Линейная модель сильно проигрывает по величине средней относительной погрешности, для неё она составила 0,52.

Стоит отметить, что точность прогноза значений для группы с большими значениями ущерба заметно уступает точности прогноза для наблюдений первой группы. Если строить прогнозы, используя только оценки $\hat{\alpha}$, то относительная погрешность составит 0.17. Дальнейшие исследования могут быть направлены на то, что после разделения наблюдения на две группы следует задуматься над тем, чтобы изменить способ построения модели для наблюдений с большими значениями ущербов.

Литература

1. **Розенберг Е.Н., Замышляев А.М., Прошин Г.Б.** Определение опасности возникновения транспортных происшествий и событий на основе контроля состояния факторов, влияющих на их возникновение // Надежность, 2009, № 3 (31). С. 37–50.

2. **Замышляев А.М., Кан Ю.С., Кибзун А.И., Шубинский И.Б.** Статистическая оценка опасности возникновения происшествий на железнодорожном транспорте // Надежность, 2012, № 2 (41). С. 104-117.

3. **Горяинов А.В., Кан Ю.С., Платонов Е.Н.** Регрессионные факторные модели для оценки рисков на железнодорожном транспорте. Труды и пленарные доклады участников конференции УКИ'12 / Научное издание. Электрон. текстовые дан. – М.:ИПУ РАН, 2012 – ISBN 978-5-91450-100-3 – С. 314-320.

4. **Xuedong Y.E., Radwan, M. Abdel-Aty.** Characteristics of rear-end accidents at signalized intersections using multiple logistic regression model // Accident Analysis and Prevention. Vol. 37. 2005, P. 983–995.

5. **Joshua S., Garber N.** Estimating truck accident rate and involvement using linear and Poisson regression models // Transportation Planning and Technology. Vol. 15, 1990, P. 41–58.

6. **Jutaek O., Washington S.P., Doohee N.** Accident prediction model for railway-highway interfaces // Accident Analysis and Prevention. Vol. 38(2), 2006. P. 346–356.

7. **Loeb P.D., Clarke W.A.** The determinants of truck accidents // Transportation Research Part E. Vol. 43 (4), 2007. P. 442-452.

8. **Демиденко Е.З.** Линейная и нелинейная регрессии. – М.: Финансы и статистика, 1981 г.

9. **Netter J., Wasserman W., Kutner M.H.** Applied linear statistical model: Regression, analysis of variance, and experimental designs. Homewood, IL: Irwin. 1985.

10. Railroad Safety Statistics 2010, Rail Eqipment Acident Report 6180.54. U.S. Department of Transportation (http://safetydata.fra.dot.gov).

11. **Victor E. McGee, Willard T.C.** Piecewise Regression // Journal of the American Statistical Association. Vol. 65. 1970, № 331. P. 1109–1124.

12. **Martinez-Beneito M.A., García-Donato G., Salmerón D.A.** Bayesian Joinpoint regression model with an unknown number of break-points // The Annals of Applied Statistics. Vol. 5, 2011, № 3. P. 2150–2168.

13. **Rosenblatt M.** Remarks on Some Nonparametric Estimates of a Density Function, The Annals of Mathematical Statistics. Volume 27, № 3 (1956). P. 832-837.

14. **Parzen E.** On Estimation of a Probability Density Function and Mode, The Annals of Mathematical Statistics. Volume 33, № 3 (1962). P. 1065-1076.

15. **Расин Дж.** Непараметрическая эконометрика: вводный курс, Квантиль, № 4. С. 7–56.

Goryainov A.V., Zamyshlyaev A.M., Platonov E.N.

ANALYSIS OF THE INFLUENCE OF FACTORS ON DAMAGE CAUSED BY TRANSPORT ACCIDENTS USING REGRESSION MODELS[1]

The paper analyzes accidents on transport. It offers to use regression analysis methods to analyze the impact of various factors on traffic safety. The authors propose to apply a model of the dependence of damages caused by transport accidents on a set of negative factors that influence its occurrence. A non-linear regression model with discontinuity is applied for construction of the model. The model is constructed to obtain data on actual or predictable levels of train traffic safety. These data are necessary to assess the adequacy of measures aimed at ensuring the standard safety level to minimize the resources allocated to the tasks of safe train operations, including justification of priorities in the allocation of resources. In the paper, we consider two examples. The first example shows the results of calculations based on real data about accidents on the USA railways. The second example is constructed using the results of computational simulation of the degree of damage and factors.

Keywords*: railway transport, traffic safety, regression analysis.*

Introduction

It is known that train traffic safety is one of the priorities for railway transportation. The Federal Law "About Railway Transport in the Russian Federation" defines train operation safety as a condition of stability of the transportation process, wherein there is no unacceptable risk of accidents and their consequences entailing damage to life and health, to environment and to property of individuals and legal entities.

The study [1] offers a method of assessing a risk level of occurrence of railway accidents based on their relation to factors affecting their occurrence. Various methods of analysis of railway safety are presented in [2 – 7]. When analyzing railway safety, in addition to the probability of an accident occurrence, the size of damage that is caused by this accident should be considered. For the analysis of damage, it is offered to use regression analysis methods [8, 9].

1. Damage analysis caused by transportation accidents

The need to consider the size of damage can be seen from the histogram of damage (see Fig. 1) caused by delays of trains on the USA railway transport in 2010 [10].

[1] The research has been made with RFFI's financial support.

It can be seen that the damage is very different from an accident to an accident, so record keeping of traffic accidents as equal observations may lead to the fact that we will take action to reduce the number of accidents, the damage from which is small. This will happen because the number of accidents with insignificant damage is much higher than that of accidents with great damage, while the total damage from accidents with little damage is much less. The picture is similar for other types of transport accidents.

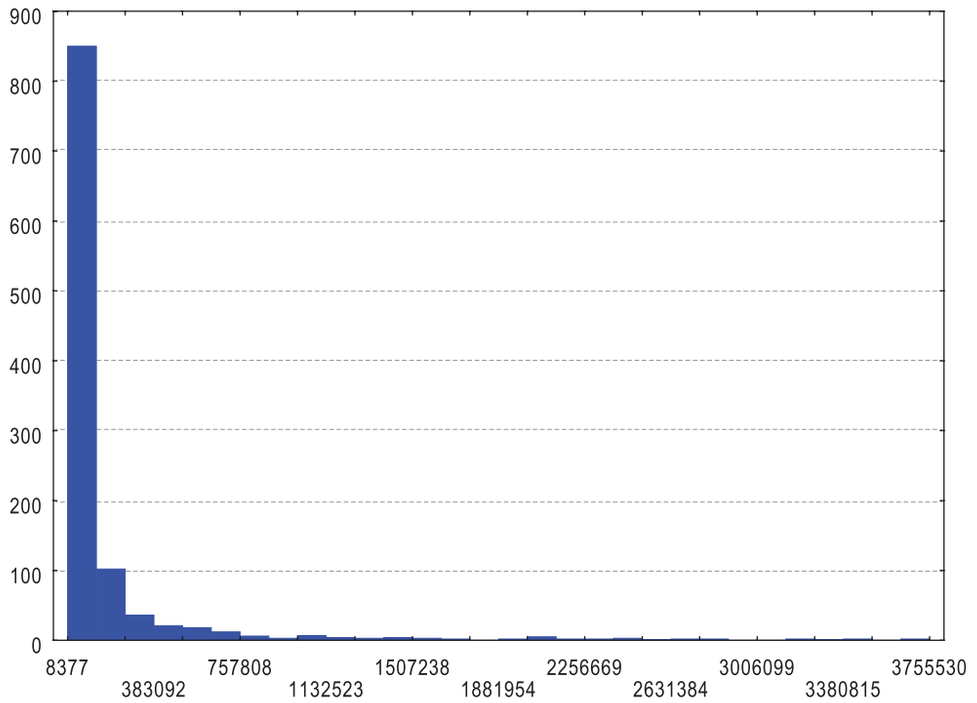


Fig.1. Histogram of damage from train delays

The value of damage can be taken into account if we build a regression dependence on a set of factors. Such models are widely used in the analysis of transport safety [3-7].

Let X be a scalar variable describing the size of damage caused by transport accident of some kind. This may be the damage from a train derailment, a side collision of trains, train arrival delays, etc.

We assume that X depends on m-dimensional vector F of some factors in the sense that the change of the vector F causes some definite changes of the value X.

The latter assumption can be mathematically represented in the form of functional dependence

$$X = f(F), \quad X \in R^1, F \in R^m, \tag{1}$$

where $f(F)$ is a numerical function that depends on m variables.

One of the major tasks is to solve the problem related to definition of the function $f(F)$ that describes the relationship between the variable X and variables F as a result of observations of X and F.

Suppose that we have an opportunity to get simultaneous observations $\{X_k, F_k\}$, $k = 1,\ldots,n$ of X and F in n trials.

Remembering that we introduced the above relationship between X and F, the relation between the results of individual observations can be presented as

$$X_k = f(F_k) + \varepsilon_k, \quad k = 1,\ldots,n,$$

where ε_k is a random error (noise) of the k-th observation.

If we manage to construct a good approximation to the unknown function *f(F)*, then we will have an opportunity to analyze a possible value of accident damage using the value of an observed or supposed vector of factors *F*. We will be able to understand which factors have the greatest effect on the value of damage, and therefore focus on countermeasures against these factors.

Of course, without any prior agreements about a possible form of the function *f(F)*, the problem of its reconstruction based on observations whose number is finite, could be almost impossible. It is usually assumed that the function *f(F)* is linear on variables $F_1,\dots F_m$ [8,9].

Let us consider the linear function $f(F)$ and thus a linear regression model:

$$f(\theta,F)=\theta_0+\theta_1F_1+\theta_2F_2+\cdots+\theta_mF_m,$$

where $\theta=[\theta_0,\theta_1,\dots,\theta_m]^T$ is a vector of unknown parameters.

2. Regression model with discontinuity

Let us consider a piecewise linear model or regression model with discontinuity as an alternative to a linear function [9, 11, 12]:

$$f(\alpha,\beta,b,F)=\begin{cases}\alpha_0+\alpha_1F_1+\alpha_2F_2+\cdots+\alpha_mF_m, & if\ f(\alpha,\beta,b,F)\le b,\\ \beta_0+\beta_1F_1+\beta_2F_2+\cdots+\beta_mF_m, & if\ f(\alpha,\beta,b,F)>b,\end{cases} \tag{2}$$

where $\alpha=[\alpha_0,\alpha_1,\dots\alpha_m]^T$, $\beta=[\beta_0,\beta_1,\dots\beta_m]^T$ are unknown parameters of the model, *b* is an unknown discontinuity point of the function $f(\alpha,\beta,b,F)$.

We'll look for estimators of unknown parameters as the solution for optimization problems with a quadratic loss function:

$$\hat\theta\in\arg\min_{\theta}\sum_{k=1}^{n}\left(X_k-f(\theta,F_k)\right)^2 \quad and \quad \begin{bmatrix}\hat\alpha\\ \hat\beta\\ \hat b\end{bmatrix}\in\arg\min_{\alpha,\beta,b}\sum_{k=1}^{n}\left(X_k-f(\alpha,\beta,b,F_k)\right)^2. \tag{3}$$

The estimator $\hat\theta$ is called as the estimator of the least-squares method and is defined analytically [8]. To construct estimators in a piecewise linear model, iterative numerical methods such as quasi-Newton methods are used [8, 9].

As an example of the application of these models, we shall consider the task of reconstructing damage dependence on train delays using the U.S. railway transport data as of 2010 [13].

Let us consider the following set of factors:

F_1 is Fahrenheit temperature, F_2 is illumination, F_3 is weather conditions, F_4 is train speed at the moment of a transport accident, F_5 is train tonnage.

There are totally 1546 observations.

A linear regression model turns out to be inadequate and poorly corresponds to the observed values. For this model, the coefficient of determination $R^2\in[0;1]$ is set only to 0.612, while the value of the quadratic loss function (3) is 4.05 times greater than that for a non-linear model. The coefficient of determination indicates the extent to which the considered model "better explains" the value of *X* than a trivial model (i.e. *X* is independent of explaining variables and $\theta=\theta_0$). The closer R^2 is to 1, the greater superiority our regression has over trivial regression. And vice versa, if R^2 is close to zero, this means that a linear regression model poorly describes the variable *X* to be explained.

Let us present the results of estimation for a piecewise linear regression. We have applied the quasi-Newton method [11,12] to obtain the following results:

$$\hat{b} = 1006970, \quad \hat{\alpha} = \begin{bmatrix} 5080{,}6 \\ -4{,}236 \\ 1374{,}9 \\ 2963{,}0 \\ 5814{,}6 \\ 5{,}428 \end{bmatrix}, \quad \hat{\beta} = \begin{bmatrix} -466770 \\ -600{,}2 \\ 361254 \\ -48123 \\ 33206 \\ 26{,}95 \end{bmatrix}. \tag{4}$$

The estimation accuracy can be characterized by the value of the explained variance $D \in [0;1]$ and the coefficient of determination R^2, and the closer these values are to one, the better the chosen function *f(F)* explains the observations.

For our model, these characteristics are set as $D = 0{,}845$, $R^2 = 0{,}919$.

It is evident that the estimates of the regression parameters differ considerably for accidents with damage less than a million dollars and those with damage more than a million dollars.

Unfortunately, the available statistics does not contain detailed information on the importance of factors such as the technical condition of a train, railroad bed and facilities, staff skills, etc. Therefore, it does not seem possible to construct an adequate regression model of the influence of factors on the size of damage caused by train delays for the U.S. railway network.

3. Computational simulation of factors

In order to overcome the shortcomings of the available real statistics, we shall carry out computational simulation of factors affecting the occurrence of transport accidents, as well as the size of damage from these accidents. The simulation can be considered as a basis for future monitoring of the factors. After monitoring, the models of factors are refined, then using these models, the damage model is constructed that can later be used in two ways.

When the actual number of observations is not sufficient for construction of an adequate model of system operation, the "historical" simulation is carried out and the constructed model can be used to increase the sample size.

Construction of predictive values of damage for the current values of factors and predictive values of damage for the theoretical values of factors will allow us to analyze the general safety situation and to make recommendations on the most problematic factors affecting the level of traffic safety.

Factors that may cause a transport accident are simulated as random time functions, independent of each other. For each factor, we identify a critical level, above which the factor becomes a significant hazard. Random lengths of time during which its value above (below) the critical level (i.e. time of waiting for a factor to cross the critical level), have an exponential distribution with its own parameter for each of the factors. In case the value of one or several factors simultaneously exceeds the critical level within a certain time interval, this is supposed to be able to lead to a railway accident with some probability. Expectation time of an accident (also a random variable with an exponential distribution) is modeled for each such time interval. The distribution parameter depends on which factors have exceeded the critical value, in

other words, for each combination of factors there is its own occurrence rate of accidents. The accident is considered as occurred if expectation time was shorter than the time interval under consideration (i.e. a random variable hit the segment on which the values of considered factors exceeded the critical ones).

To simplify the simulation of factors, three models have been proposed.

1) Piecewise-linear «zigzag» function. Local maximums are the middle intervals of time, on which the value of factor exceeds the critical one; the local minimums are the middle intervals of time, on which the value of factor is below than the critical one.

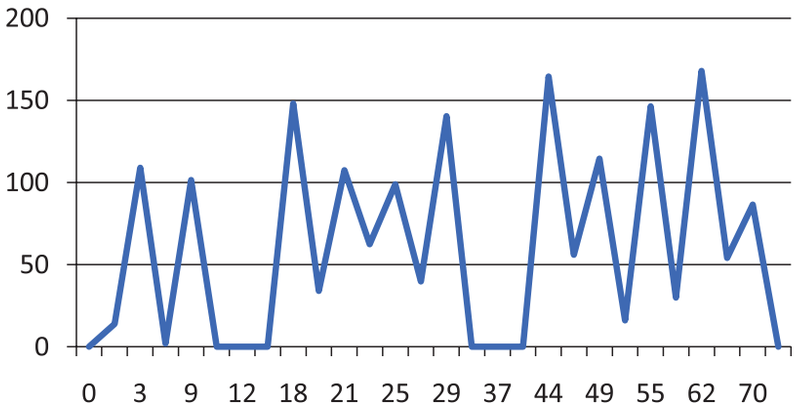


Fig.3. Factor of the first kind

Fig. 3 shows the function graph simulating the behavior of the first type factor. This kind of factor can be used to simulate weather conditions and other natural factors

2) Piecewise constant function. On segments for which the value of a factor is above the critical one, the value of a factor is a random variable identically distributed on the segment from the critical value up to 100. On segments for which the value of factor is below the critical one, the value of factor is a random variable identically distributed on the segment from 0 up to the critical value.

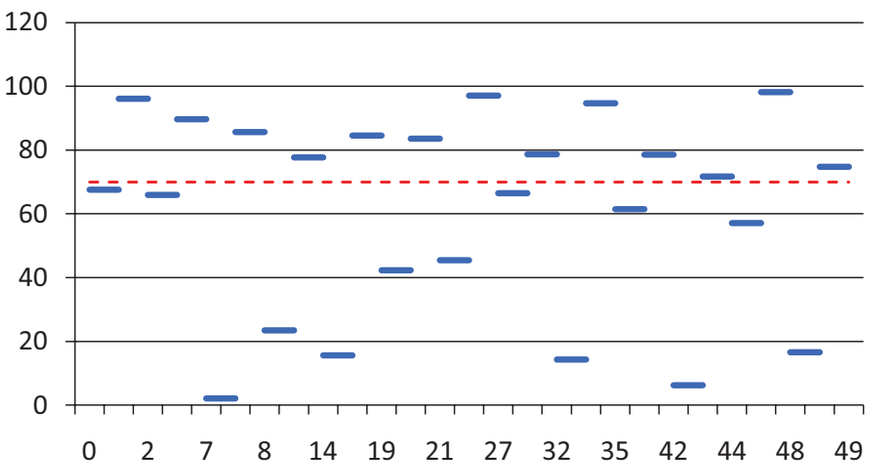


Fig.4. Factor of the second kind

This kind of function can characterize factors responsible for equipment condition. The value of a factor remains consistently below the critical level until some event leads to jump deterioration in its condition. After that the state of the equipment remains the same till the fault is eliminated.

3) The third type of factors are simulated in a similar way, however in this case the dependence is not piecewise constant but is piecewise linear. At the beginning of each interval, as in the previous case, the factor possesses the value identically distributed on the interval from the critical level to 100 or from 0 to the critical level, and then increases linearly with a random angular coefficient (a random value with identical distribution between 0 and π/6).

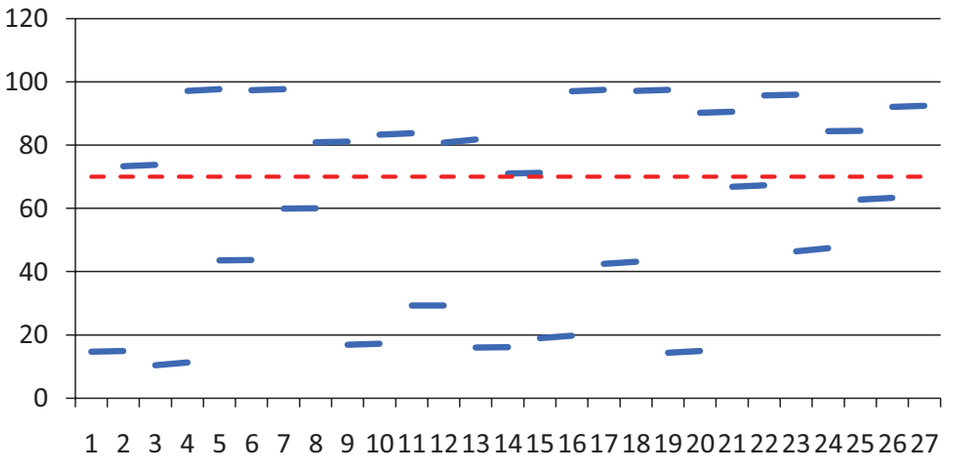


Fig.5. Factor of the third kind

This type of factor can be used for simulating the condition of rolling stock and railroad bed, as well as human factors. Discontinuities correspond to breakdowns and repairs, and the slow growth corresponds to gradual wear and tear of equipment.

4. Simulation of damage caused by a transport accident

Because of the lack of a large array of real data about accidents on Russian railways, the size of damage was calculated based on statistical data on railway accidents in the United States. The damage is modeled as a linear combination of factors with additive interference (noise). The noise is simulated based on an estimator of the distribution law of residuals for construction of the damage model using statistical data on accidents in the United States.

Denote a random variable whose distribution of density *f(x)* we want to estimate, as X. The estimator of the probability density is computed as follows

$$\hat{f}(x) = \frac{1}{nh}\sum_{i=1}^{n} K\left(\frac{X_i - x}{h}\right),$$

where X_i is observation of the random variable *X*, *n* is a sample size, *h* is a window width, *K (z)* is a kernel function. This estimator is often called a Rosenblatt-Parzen estimator [16, 17].

A kernel function can be selected at fairly wide ranges. This function is primarily responsible for smoothness and differentiability of the estimator $\hat{f}(x)$. In our case, the kernel function was chosen as a standard Gaussian density

$$K(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}}.$$

Unlike selection of a kernel function, selection of the window width h is a key problem in the construction of the kernel estimator $\hat{f}(x)$. There are different ways to choose a window width, and they are widely covered in the literature [18]. In our case h is selected by a method of substitution.

The final distribution for noise was obtained as follows:

- We constructed the estimator $\hat{f}(x)$of damage density distribution according to the U.S. data;
- Then we simulated the sample implementation corresponding to a random value with density $\hat{f}(x)$;
- We constructed linear regression of damage from the values of factors (the implementation of factors was simulated according to the previously described algorithm);
- The residuals for the constructed regression were computed;
- Base on obtained residuals, we constructed a kernel estimator of noise density distribution $\hat{f}_{\varepsilon}(x)$;
- The final damage is modeled as a linear combination of factors with given coefficients plus implementation of a random quantity with density $\hat{f}_{\varepsilon}(x)$.

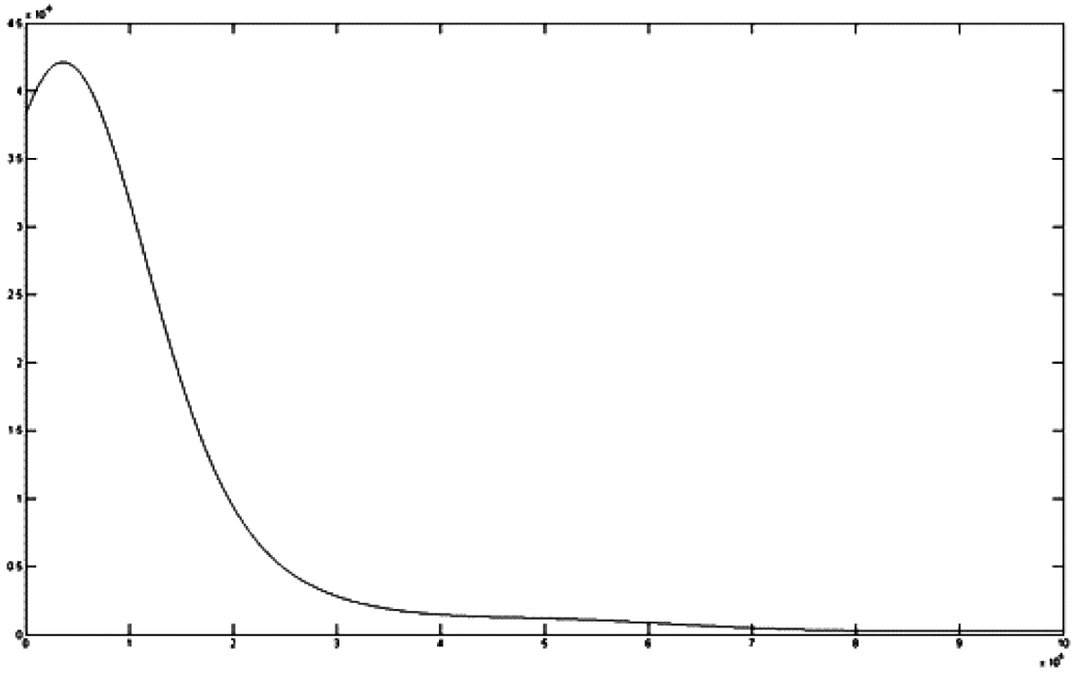


Fig.6. Kernel estimation of damage distribution according to the U.S. data

5. An example of simulation

Let us consider a linear model of observation

$$X_k = \theta_0 + \theta_1 F_1 + \theta_2 F_2 + \cdots + \theta_m F_m + \varepsilon_k \quad k = 1, \ldots, n,$$

where X_k is damage due to the k-th accident, F_i is a factor influencing the occurrence of a transport accident and the size of damage, θ_i is unknown parameters, ε_k is random noise.

Let us simulate 260 observations with parameter values of a linear model as

$$\theta = [0 \quad 300 \quad 350 \quad 400 \quad 2500 \quad 500 \quad 100]^T.$$

Estimation of linear regression parameters using the least squares method is

$$\hat{\theta} = \begin{bmatrix} 133331 & 0,027 & 0,036 & -0,091 & 0,243 & -0,011 & -0,041 \end{bmatrix}^T.$$

The coefficient of determination is $R^2 = 0{,}28$, which means poor accuracy of a linear model.

Now, based on the observations we'll construct a regression model with a discontinuity point:

$$\hat{b} = 237768, \quad \hat{\alpha} = \begin{bmatrix} -19400 \\ 284{,}2 \\ 254{,}8 \\ 338{,}2 \\ 2121{,}1 \\ 423{,}5 \\ 136{,}2 \end{bmatrix}, \quad \hat{\beta} = \begin{bmatrix} 1433733 \\ -1522 \\ -1092 \\ -3921 \\ -5496 \\ -733 \\ -3311 \end{bmatrix}$$

Characteristics of estimation accuracy are $D = 0{,}54$, $R^2 = 0{,}74$.

The sums of squared residuals for an ordinary linear model are 9 times greater than those for a model with discontinuity.

Now we shall model other 40 observations with the same values of coefficients as before and construct prediction of damage using a model with discontinuity.

In prediction using the model with a discontinuity point, it is necessary to decide, which part of the regression the observations relate to, as we do not have the value of damage and we cannot use the value $\hat{b}$ to select a vector $\hat{\alpha}$ or $\hat{\beta}$. To solve this problem, you can take advantage of the following algorithm.

1. Divide the available observations into two groups. The first group includes those sets of values of factors for which the damage Y_k is less than the value $\hat{b}$. The second group includes sets of values of factors for which the damage Y_k is greater than or equal to the value $\hat{b}$.

2. Calculate for each factor a sample mean on the sets from the one group $\overline{F}_i^I = \frac{1}{n_1}\sum_{k=1}^{n_1} F_{i,k}$, $i = 1, \ldots, m$, where n_1 is the number of observations in the first group, $F_{i,k}$ is the values of a factor with the number i in the k-th observation. Sample means $\overline{F}_i^{II}$, $i = 1, \ldots, m$ for the second group are computed in a similar way.

3. When constructing the prediction of damage for observations with the values of factors $F_{1,pr}, \ldots, F_{6,pr}$, estimators $\hat{\alpha}$ are chosen for observations belonging to the first group, and estimators $\hat{\beta}$ are chosen for those belonging to the second group. Observations belong to the first group if $\sum_{i=1}^{6}\left|F_{i,pr} - \overline{F}_i^I\right| \le \sum_{i=1}^{6}\left|F_{i,pr} - \overline{F}_i^{II}\right|$, and to the second group if $\sum_{i=1}^{6}\left|F_{i,pr} - \overline{F}_i^I\right| > \sum_{i=1}^{6}\left|F_{i,pr} - \overline{F}_i^{II}\right|$.

Let us compute a relative prediction error compared to the real values of damage that were also simulated. Denote the prediction as $\tilde{X}$, then the value of the error for one observation X is defined by the formula $\Delta = \frac{\left|\tilde{X} - X\right|}{X}$.

Let us now compute the mean relative error of prediction for 40 observations of factors $\overline{\Delta} = \frac{1}{40}\sum_{k=1}^{40}\Delta_k$. This value for the model with a point of discontinuity amounted to 0.15. Percentage of errors in selecting a group, where observations belong to, amounts to about 5%. The linear model loses much as regards a mean relative error. For this model it amounted to 0.52.

It should be noted that the accuracy of prediction values for the group with large sizes of damage is noticeably lower than the accuracy of prediction for observations of the first group. If you build predictions using only the estimators $\hat{\alpha}$, the relative error will make up 0.17. Further research may be focused on the fact that after separation of observations into two groups one should think over the way how to change the method of constructing a model for observations with large sizes of damage.

References

1. **Rosenberg E.N., Zamyshlyaev A.M., Proshin G.B.** Identification of hazard occurrence of railway accidents and events based on control of factors' state influencing their occurrence / / Dependability, 2009, No. 3 (31).p. 37-50.

2. **Zamyshlyaev A.M, Kan U.S., Kibzun A.I., Shubinsky I.B.** Statistical assessment of hazard occurrence of accidents on railways / / Dependability, 2012, No. 2 (41). p. 104-117.

3. **Goryanov A.V., Kan U.S., Platonov E.N.** Regression factor models for assessing risks on railways. Proceedings and plenary lectures of conference participants UKI'12 / Research publication. Electron. text data. -: M RAS' Institute of Control Sciences, 2012 - ISBN 978-5-91450-100-3 - p. 314-320.

4. **Xuedong Y.E., Radwan M. Abdel-Aty.** Characteristics of rear-end accidents at signalized intersections using multiple logistic regression model // Accident Analysis and Prevention. Vol. 37. 2005, P. 983–995.

5. **Joshua S., Garber N.** Estimating truck accident rate and involvement using linear and Poisson regression models // Transportation Planning and Technology. Vol. 15, 1990, P. 41–58.

6. **Jutaek O., Washington S.P., Doohee N.** Accident prediction model for railway-highway interfaces // Accident Analysis and Prevention. Vol. 38(2), 2006. P. 346–356.

7. **Loeb P.D., Clarke W.A.** The determinants of truck accidents // Transportation Research Part E. Vol. 43 (4), 2007. P. 442-452.

8. **Demidenko E.Z.** Linear and nonlinear regression. Moscow: Finance and statistics, 1981

9. **Netter J., Wasserman W., Kutner M.H.** Applied linear statistical model: Regression, analysis of variance, and experimental designs. Homewood, IL: Irwin. 1985.

1O. Railroad Safety Statistics 2010, Rail Equipment Accident Report 6180.54. U.S. Department of Transportation (http://safetydata.fra.dot.gov).

11. **Victor E. McGee, Willard T.C**. Piecewise Regression // Journal of the American Statistical Association. Vol. 65. 1970, № 331. P. 1109–1124.

12. **Martinez-Beneito M.A., García-Donato G., Salmerón D.** A Bayesian Joinpoint regression model with an unknown number of break-points // The Annals of Applied Statistics. Vol. 5, 2011, № 3. P. 2150–2168.

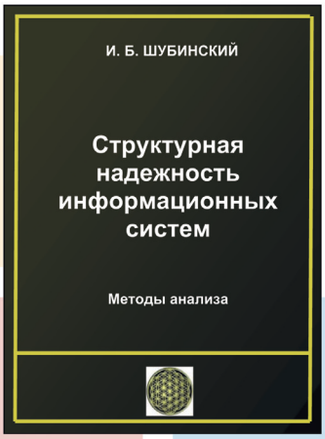
13. **Rosenblatt M.** Remarks on Some Nonparametric Estimates of a Density Function, The Annals of Mathematical Statistics. Volume 27, № 3 (1956). P. 832-837.

14. **Parzen E.** On Estimation of a Probability Density Function and Mode, The Annals of Mathematical Statistics. Volume 33, No. 3 (1962). P. 1065-1076.

15. **Racine J.** Nonparametric econometrics: Introductory Course, Quantile, No.4. P. 7-56.

НАДЁЖНОСТЬ
ISSN 1729-2646
НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

ПРЕДСТАВЛЯЕТ



Приобрести издание можно через редакцию ООО «Журнал «Надежность»

8 (495) 967-77-05, доб.186
8-916-105-81-31
(Патрикеева Евгения)

E.Patrikeeva@gismps.ru,
www.dependability.pro

Шубинский Игорь Борисович

СТРУКТУРНАЯ НАДЕЖНОСТЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМ
Методы анализа

Редактор: Патрикеева Евгения Владимировна
Компьютерная верстка: Куртиш Борис Сергеевич
Корректор: Комарова Екатерина Евгеньевна

Подписано в печать 12.07.2012. Формат издания 70x100/16.
Печать офсетная. Бумага офсетная. Усл. печ. л. 17,55.
Тираж 700 экз. Заказ № 1452.

ООО «Журнал «Надежность»,
109029, г. Москва,
ул.Нижегородская, д.27, стр.1, офис 209
Тел./факс: +7 499 262 53 20
E-mail: E.Patrikeeva@gismps.ru

И.Б.Шубинский
«Структурная надежность информационных систем»
2012г.

В книге приведены основные понятия и показатели структурной надежности информационных систем, показана общность и специфические отличия показателей надежности, применяемых в отечественных и международных стандартах. Отражены недавние изменения в подходах к моделированию надежности. Подробно описаны Марковские модели надежности и графовые полумарковские методы расчета надежности, которые проиллюстрированы многочисленными примерами. Значительное внимание уделено инженерным методам расчета и приближенного прогнозирования структурной надежности информационных систем, оценкам погрешностей расчетов, а также статистической оценке показателей надежности. В конце каждой главы содержатся контрольные вопросы по наиболее сложному и значимому материалу главы.

Книга рассчитана, в первую очередь, на специалистов, занимающихся практической работой по разработке, производству, эксплуатации и модификации информационных систем. Она предназначена научным работникам в области структурной надежности различных дискретных систем, преподавательскому составу, аспирантам и студентам, специализирующимся в области информационных систем, а также в области автоматизированных систем управления.

Приобрести издание можно через редакцию журнала «Надежность»
по тел. 8 (495) 967-77-05, доб.186; 8-916-105-81-31 (Патрикеева Евгения),
e-mail: E.Patrikeeva@gismps.ru, www.dependability.pro

Igor B. Shubinsky
STRUCTURAL DEPENDABILITY OF INFORMATION SYSTEMS
2012

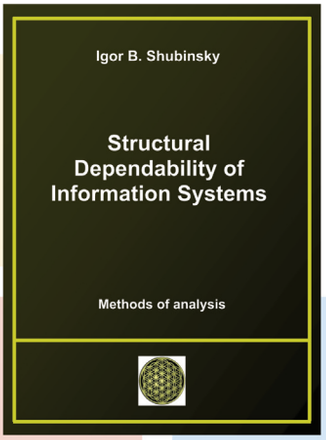
The book presents the basic concepts and parameters of the structural dependability of information systems. It discusses general and specific differences in dependability indices used in domestic and international standards, along with recent developments in approaches to dependability modeling. Markov reliability models together with graph semi-Markov methods for calculating reliability are described in detail and illustrated by numerous examples. Considerable attention is paid to the engineering methods of calculation and the approximate prediction of structural dependability and error estimation of information systems as well as to the statistical assessment of dependability parameters. At the end of each chapter there are checklists of the most complex and significant subjects of the chapter.

The book is intended primarily for professionals involved in practical work on the development, production, operation and modification of information systems. It is designed for scientists in the field of structural dependability of various discrete systems, academic staff and graduates (students) specializing in information systems as well as in the field of automated control systems.

Publication can be purchased through the editorial board of Journal Dependability Ltd.
by phone 8 (495) 967-77-05, ext.186; 8-916-105-81-31 (Patrikeeva Evgenia)
e-mail: E.Patrikeeva@gismps.ru, www.dependability.pro

НАДЁЖНОСТЬ
DEPENDABILITY
ISSN 1729-2646
SCIENTIFIC AND TECHNICAL JOURNAL

REPRESENTS



Publication can be purchased through the editorial board of Journal Dependability Ltd.

8 (495) 967-77-05, ext.186;
8-916-105-81-31
(Patrikeeva Evgenia)

E.Patrikeeva@gismps.ru,
www.dependability.pro

Igor B. Shubinsky

STRUCTURAL DEPENDABILITY OF INFORMATION SYSTEMS
Methods of analysis

Editor: Patrikeeva Evgenia
Make-up: Kurtish Boris S.
Proofreading: Komarova Catherine E.

Copy deadline 12.07.2012. Format of the edition 70x100/16.
Offset printing. Offset paper. Conv. Sheet l. 24,05.
Circulation of 700 copies. Order number 1452.

Journal Dependability Ltd.
109029, Moscow,
Nizhegorodskaya str., 27, bldg. 1, office 209
Tel. / Fax: +7 499 262 53 20
E-mail: E.Patrikeeva@gismps.ru

НАДЁЖНОСТЬ
ISSN 1729-2646
НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ
ПРЕДСТАВЛЯЕТ

Приобрести издание можно через редакцию ООО «Журнал «Надежность»

8 (495) 967-77-05, доб.186
8-916-105-81-31
(Патрикеева Евгения)

E.Patrikeeva@gismps.ru,
www.dependability.pro

И.Б.Шубинский
«Функциональная надежность информационных систем»
2012г.

В книге впервые представлена теория функциональной надежности информационных систем как составная часть общей теории надежности. Она включает понятия и определения; основные угрозы нарушения функциональной надежности информационных систем; систему показателей; методы оценки функциональной надежности цифровых устройств; методы и модели оценки функциональной надежности программного обеспечения. В отдельной главе рассмотрена функциональная надежность критически важных информационных систем, в том числе понятие критически важной системы, особенности оценки сбойных ошибок, оценки функциональной надежности операторов, оценки опасных отказов и рисков, требования к функциональной надежности и к архитектуре программного обеспечения критически важных информационных систем.

В конце каждой главы содержатся контрольные вопросы по наиболее сложному и значимому материалу главы.

Книга рассчитана, в первую очередь, на специалистов, занимающихся практической работой по разработке, производству, эксплуатации и модификации информационных технологий и информационных систем. Она предназначена научным работникам в области надежности программно – аппаратных средств информационных систем, преподавательскому составу, аспирантам и студентам, специализирующимся в области информационных технологий, а также в области автоматизированных систем управления.

Приобрести издание можно через редакцию журнала «Надежность»
по тел. **8 (495) 967-77-05, доб.186; 8-916-105-81-31** (Патрикеева Евгения),
e-mail: **E.Patrikeeva@gismps.ru, www.dependability.pro**

ООО «Журнал «Надежность»,
109029, г. Москва,
ул.Нижегородская, д.27, стр.1, офис 209
Тел./факс: +7 499 262 53 20
E-mail: E.Patrikeeva@gismps.ru

Шубинский Игорь Борисович

ФУНКЦИОНАЛЬНАЯ НАДЕЖНОСТЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМ
Методы анализа

Редактор: Патрикеева Евгения Владимировна
Компьютерная верстка: Куртиш Борис Сергеевич
Корректор: Комарова Екатерина Евгеньевна

Подписано в печать 12.07.2012. Формат издания 70x100/16.
Печать офсетная. Бумага офсетная. Усл. печ. л. 24,05.
Тираж 700 экз. Заказ № 1453.

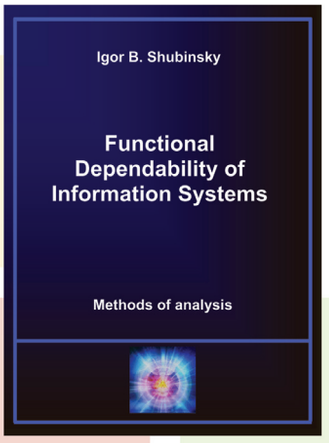
Igor B. Shubinsky
FUNCTIONAL DEPENDABILITY OF INFORMATION SYSTEMS
2012

For the first time, this book presents the theory of functional dependability of information systems as a component of the general dependability theory. The book comprises basic concepts and definitions, major threats for the functional dependability of information systems, system parameters, methods for estimating the functional dependability of digital devices, and methods and models of estimating software functional dependability. A separated chapter considers the functional reliability of critical information systems, including the concept of a critical system, features of faults, estimation of functional reliability of operators, estimation of hazardous failures and risks, the requirements of functional dependability and the software architecture of critical information systems. A checklist of the most complex and significant subjects is provided at the end of each chapter.

The book is primarily intended for experts who are engaged in practical development, manufacture, operation and updating of information technologies and information systems. It is intended for researchers in the field of software-hardware of information systems, academic staff, post-graduate students and students specializing in the field of information technologies as well as those working in the field of automated control systems.

Publication can be purchased through the editorial board of Journal Dependability Ltd.
by phone 8 (495) 967-77-05, ext.186; 8-916-105-81-31 (Patrikeeva Evgenia)
e-mail: E.Patrikeeva@gismps.ru, www.dependability.pro

НАДЁЖНОСТЬ
ISSN 1729-2646
DEPENDABILITY SCIENTIFIC AND TECHNICAL JOURNAL
REPRESENTS



Publication can be purchased through the editorial board of Journal Dependability Ltd.

8 (495) 967-77-05, ext.186;
8-916-105-81-31
(Patrikeeva Evgenia)

E.Patrikeeva@gismps.ru,
www.dependability.pro

Journal Dependability Ltd.
109029, Moscow,
Nizhegorodskaya str., 27, bldg. 1, office 209
Tel. / Fax: +7 499 262 53 20
E-mail: E.Patrikeeva@gismps.ru

Igor B. Shubinsky

STRUCTURAL DEPENDABILITY OF INFORMATION SYSTEMS
Methods of analysis

Editor: Patrikeeva Evgenia
Make-up: Kurtish Boris S.
Proofreading: Komarova Catherine E.

Copy deadline 12.07.2012. Format of the edition 70x100/16.
Offset printing. Offset paper. Conv. Sheet l. 24,05.
Circulation of 700 copies. Order number 1452.

Объединение Технического Надзора ТЮФ Рейнланд Групп (TÜV Rheinland Group) – независимая экспертная организация

В Западной Европе допуск железнодорожных систем в эксплуатацию возможен только с сертификатом независимой экспертной организации, например, такой как ТЮФ Рейнланд.

Составной частью работы ТЮФ Рейнланд являются:

• экспертиза, аудит и сертификация железнодорожных и промышленных систем безопасности и систем управления качеством;

• проверка анализов дерева отказов;

• проведение анализа на обнаружение неустойчивых, слабых и опасных мест в системе; проверка концептов безопасности для железнодорожных систем;

• экспертиза концептов взаимодействия различных частей системы (целостность системы);

• контроль качества и приёмка (приёмочные испытания) механических, электрических и др. компонентов системы;

• и многое другое.

Эти услуги широко востребованы:

• производителями железнодорожного оборудования и поставщиками комплектующих к нему;

• операторами железнодорожных сетей;

• организациями, которые контролируют и наблюдают за (железнодорожным) транспортом;

• и другие организации.

На территории Российской Федерации компания ЗАО «ИБ Транс» аккредитована в качестве независимой испытательной лаборатории при ТЮФ Рейнланд.

Приглашаем принять участие в образовательном семинаре программы повышения знаний

«Надежность информационных систем»

Руководитель семинара – профессор, д.т.н. Шубинский Игорь Борисович,
главный редактор журнала «Надежность», эксперт научного совета Совета Безопасности РФ

Семинар пройдет во втором полугодии 2013 г.
по адресу: Москва, набережная академика Туполева, д. 15, строение 29, офис 117

Программа семинара

1-й день. Структурная надежность информационных систем

1. Стандарты МЭК и СЕНЕЛЕК по методологии RAMS (безотказности, готовности, ремонтопригодности и безопасности).
2. Показатели RAMS
a. Безотказности
b. Готовности
c. Ремонтопригодности
d. Безопасности
3. Марковские и полумарковские модели надежности и функциональной безопасности
a. Общие понятия
b. Уравнения Колмогорова
c. Графовые методы
d. Примеры построения и решения моделей
4. Стандартные методы расчета надежности структур информационных систем
a. Блок – схемы надежности
b. Данные
c. Экспериментальная оценка данных и показателей надежности
d. Погрешности расчетов
5. Обеспечение структурной надежности
a. Классификация методов структурного резервирования
b. Модели структурного резервирования без восстановления
c. Модели структурного резервирования с восстановлением
d. Предельные оценки надежности систем со структурным резервом.
6. Обеспечение отказоустойчивости
a. Методы обеспечения отказоустойчивости
b. Принципы активной защиты от отказов
c. Технические решения по реализации активной защиты от отказов
d. Оценки эффективности активной защиты от отказов

2-й день. Функциональная надежность информационных систем

1. Введение в функциональную надежность
a. Понятие функциональной надежности
b. Функциональная надежность и безопасность
c. Сбойные ошибки
d. Ошибки данных
e. Программные ошибки
f. Ошибки операторов
g. Систематические отказы
h. Ошибки вследствие информационных атак
2. Показатели функциональной надежности
a. Требования к показателям
b. Единичные показатели функциональной надежности
c. Комплексные показатели
3. Количественная оценка сбойных ошибок
a. Метод расчета правильности выполнения логических функций
b. Пример расчета показателей правильности выполнения логических функций
c. Порядок оценки влияния сбоев на надежность цифровых устройств
4. Качество и надежность программных средств
a. Характеристики качества
b. Методы оценки качества программ
c. Свойства надежности программ
d. Показатели надежности программ
e. Пример расчета надежности программы

5. Обеспечение функциональной надежности

a. Постулаты функциональной надежности

b. Надежность и избыточность. Виды избыточности

c. Информационная, функциональная, алгоритмическая и программная избыточности

d. Ошибкоустойчивость, отказобезопасность

e. Наблюдаемость и управляемость

f. Информационная защищенность

6. Повышение надежности программного обеспечения

a. V-диаграмма разработки программных средств

b. Жизненный цикл функциональной надежности программных средств

c. Программа обеспечения и доказательство надежности программных средств

d. Спецификация требований к надежным программам

e. Методы предупреждения ошибок в программах

f. Методы обнаружение ошибок

g. Методы исправление ошибок

h. Методы обеспечения устойчивости программ к ошибкам

Участники семинара получают соответствующее свидетельство
(Лицензия об образовательной деятельности № 027825 от 20.12.2010 г.)
Стоимость участия в семинаре 12 000 руб., без НДС

Для участия в семинаре заполните приведенную далее форму и отправьте по электронной почте mary230@yandex.ru

Заявка на участие в семинаре

Наименование предприятия/ организации	
Почтовый адрес предприятия/ организации	
Контактный телефон, e-mail	
Реквизиты организации (юридический адрес, ИНН/КПП, ОГРН, номер расчетного счета и наименование банка)	
ФИО лица, подписывающего договор, и основание полномочий	
Ф.И.О., должности сотрудников, которые будут принимать участие в семинаре	1. 2. 3.
Необходимость бронирования мест в гостинице	

После поступления заявки по электронной почте будет выслан счет для оплаты участия в семинаре, а также сообщен точный адрес места проведения.

Директор НОЧУ «НИШ» Петришина Марина

Телефоны для справок 8(985) 134-43-67, 8(926) 726-09-67

ТРЕБОВАНИЯ РЕДАКЦИИ ПО ОФОРМЛЕНИЮ СТАТЕЙ В ЖУРНАЛАХ ИЗДАТЕЛЬСКОЙ ГРУППЫ IDT PUBLISHERS

Письмо от организации, где работает автор(ы), либо лично от автора(ов) с предложением о публикации статьи направляется в редакцию журнала по фактическому адресу: 107078, г.Москва, Орликов переулок, д.5, офис 755 ООО «ЖУРНАЛ «НАДЕЖНОСТЬ» или по адресу e-mail: E.Patrikeeva@gismps.ru (в отсканированном виде). Для журналов издательской группы IDT PUBLISHERS по адресу: 105005, г.Москва, набережная академика Туполева, д.15, корп. 29 ООО «Издательский дом «Технологии» или по адресу e-mail: knstas@yahoo.com (в отсканированном виде).

К письму прилагается в электронном виде (на CD или по приведенному выше E-mail) текст статьи с аннотацией и ключевыми словами, информацией об авторах, с пристатейным библиографическим списком, предоставляется с одним комплектом рисунков

Внимание! Названия статьи, ФИО авторов, аннотация и ключевые слова обязательно представляются в соответствии с требованиями ВАК на русском и английском языках.

Информация о каждом авторе должна содержать следующие стандартные сведения:

- Фамилия, имя, отчество;
- Ученая степень, ученое звание, почетное звание;
- Членство в общественных союзах и т.д.;
- Место работы, должность;
- Перечень и номера журналов IDT Publishers, в которых ранее публиковались статьи автора;
- Сведения для контактов.

Текст необходимо набирать в редакторе Word 97-2003 шрифтом № 12; текст не форматируется. Абзацы организуются путем нажатия клавиши Enter. Текст статьи набирается через два интервала на странице формата А4; слева должно быть поле 4 см; страницы нумеруются, «красная строка» обязательна. Все буквенные обозначения, приведенные на рисунках, необходимо пояснять в основном или подрисуночном тексте. Недопустимы отличия в обозначениях на рисунках и в тексте. Нумеровать следует только те формулы и уравнения, на которые есть ссылка в тексте.

Непосредственно в тексте набираются простые формулы (например, m^2; n^2t, $C = 1 + DDF – A_2$), греческие буквы и символы, например, β, © — шрифтом Symbol. То, что невозможно набрать непосредственно в текстовом редакторе, — с использованием редактора формул Microsoft Equation (входящего в комплект поставки Microsoft Office) или редактора формул Mathtype.

Не допускается представление текста, в котором формулы представлены в виде изображения. Фотографии и рисунки к статьям предоставляются отдельными файлами с расширением TIF, или EPS или JPEG с разрешением не менее 300 dpi .

Список использованной литературы составляется в порядке цитирования и дается в конце статьи. Ссылки на литературу в тексте отмечаются порядковыми цифрами в квадратных скобках.

Вниманию авторов, публикующихся в журналах IDT Publishers.

Представленная информация о каждом авторе помимо журнала будет размещаться на сайте techizdat.ru в разделе “Авторы” на отдельной интернет-странице.

Авторам также предоставляется возможность при публикации своих статей направить в редакцию свою электронную фотографию и дополнительные материалы для размещения их на этой индивидуальной Интернет-визитке. По своему усмотрению автор может рассказать более подробно о себе, об интересных примерах и историях решения технических проблем, о современных задачах - в соответствии с тематикой соответствующего журнала - и т.п. Желательный объем этого материала – не более 1000 знаков с пробелами.

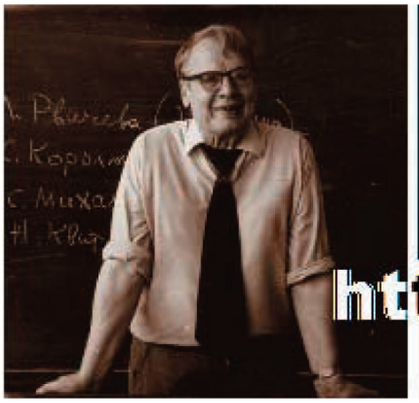
ПОДПИСКА НА ЖУРНАЛ «НАДЕЖНОСТЬ»

Подписаться на журнал на 2013 год можно:

- Через агентство «Роспечать» – индекс 81733;
- По каталогу «Пресса России» агентства «Книга-Сервис» – индекс 11804
- Через редакцию на любой срок

тел.: 8-916-105-8131

e-mail: E.Patrikeeva@gismps.ru



Gnedenko e-Forum

International Group on Reliability

http://Gnedenko-Forum.org/

Дорогие коллеги!

В 2005 году была основана неформальная Ассоциация специалистов по надежности, прикладной вероятности и статистике (I.G.O.R.), которая имеет свой сайт в Интернете GNEDENKO FORUM. Сайт назван в честь выдающегося математика Бориса Владимировича Гнеденко (1912-1995). Целью Форума является улучшение профессиональных и персональных контактов специалистов по математической статистике, теории вероятностей и их важных ветвей, как Теория надежности и контроля качества, Теория массового обслуживания, Теории управления запасами и т.п.

Начиная с января 2006 года Форум издает ежеквартальный Международный электронный журнал

«Надежность: Теория и приложения» ("Reliability: Theory & Applications").

Журнал зарегистрирован в Библиотеке Конгресса США (ISSN 1932-2321). Все права сохраняются за авторами, так что статьи затем могут быть свободно опубликованы в любых других изданиях или представлены на конференции.

Вступайте в Форум Гнеденко!

Добро пожаловать!

В наших рядах уже более 500 специалистов из 44 стран мира.

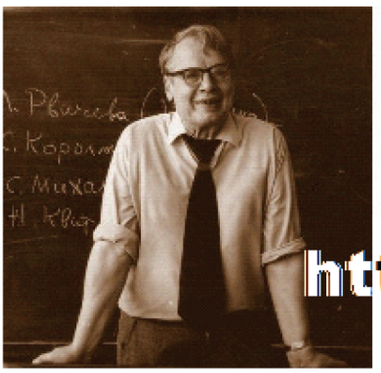
Для вступления в Форум присылайте фото и краткое резюме по адресу:

Проф. Игорь Ушаков, igusha22@gmail.com

или

к.т.н. Александр Бочков, a.bochkov@gmail.com

Membership is free.



Gnedenko e-Forum

International Group on Reliability

http://Gnedenko-Forum.org/

Dear colleagues!

In 2005 the informal Association of Experts in Reliability, Applied Probability and Statistics (I.G.O.R.) was established with its own Internet website GNEDENKO FORUM. The site has been named after the outstanding mathematician Boris Vladimirovich Gnedenko (1912-1995). The Forum's purpose is an improvement of personal and professional contacts between experts in the mathematical statistics, probability theory and their important branches, such as reliability theory and quality control, the theory of mass service, storekeeping theory, etc.

Since January 2006, the Forum has published a quarterly international electronic magazine

"Reliability: Theory and Applications".

The magazine is registered with the Library of Congress in the USA (ISSN 1932-2321). All rights reserved for authors so that articles can be freely published in any other publications or presented at conferences.

Join Gnedenko Forum!

Welcome!

More than 500 experts from 44 countries worldwide have already joined us!

To join the Forum, send a photo and a short CV to the following address:

Prof. Igor Ushakov, igusha22@gmail.com

or

Alexander Bochkov, PhD

a.bochkov@gmail.com

Membership is free.

REQUIREMENTS OF EDITION ON EXECUTION OF PAPERS IN JOURNALS OF PUBLISHING GROUP OF IDT PUBLISHERS

A letter from the organisation where the author (s) works or from the author (s) personally with the paper offered for publication should be sent to the de facto editorial office address: 107078, Moscow, 5 Orlikov lane, Office 755, LLC "JOURNAL DEPENDABILITY" or e-mail: E.Patrikeeva@gismps.ru (in scanned form).
For journals of the publishing group of "IDT PUBLISHERS" the paper offered for publication should be sent to the address: 105005, Moscow, 15 Quay of Academician Tupolev, building 29, LLC "the publishing house Technology» or e-mail to: knstas@yahoo.com <mailto:knstas@yahoo.com> (in scanned form).
The letter should be attached to a paper text containing the summary and keywords, information on authors, bibliographic list, and one complete set of figures. All listed items are to be presented in an electronic form (on CD or via the e-mail address provided above).
Attention! Titles of papers, names of authors, summary and keywords must be presented, in Russian and English languages, according to the requirements of the Higher Attestation Commission. The information on each author should contain the following standard data:

- Surname, name, patronymic;
- Scientific degree, academic status, honorary title;
- Membership of relevant public unions, etc.;
- Place of employment, position;
- The list and numbers of Journals of IDT Publishers in which papers of the author have been previously published;
- Contact information.

Texts should be presented in Word 97-2003 format in a 12-point typeface; the text should not be formatted. Paragraphs should be arranged by pressing the "return" key. The text of the paper should be double-spaced on pages of A4; on the left there should be a margin of 4 cm; pages should be numbered, the «first line indent» is obligatory.

All alphabetical designations represented in figures should be explained in the body text or in a legend. Inconsistencies between designations in figures and in the text are inadmissible. Numbering should only be applied to those formulas and equations that are referred to in the text.
Simple formulas appearing directly in the text (for example, m^2, n^2t, $c = 1 + DDF - A_2$), and the Greek letters and symbols, for example, β, © may be typed using the Symbol font. When it is not possible to type directly in the text editor, use the "Microsoft Equation" formula editor (available with the complete installation of Microsoft Office) or the "Mathtype" formula-editing program. Representation of formulae in the text in the form of images is not admissible. Photos and figures for papers should be provided in individual files with extension TIF, EPS or JPG with a resolution of not less than 300 dpi. The list of literature referred to in the paper (bibliography) is presented according to order of citation and provided at the end of paper. References to the literature in the text are marked by serial numerals in square brackets.

To authors that are published in journals of "IDT Publishers".
In addition to the journal, information on each author will be presented at the techizdat.ru site in the «Authors» section on the individual web page.
Authors of papers for publication have the opportunity to send an electronic photo and additional material to appear on this individualised Internet-business card. At their own discretion, authors can present more details about themselves, interesting examples and stories of solutions to technical problems, about contemporary problems according to subjects of corresponding journal, etc. This material should not exceed 1000 characters including spaces.

SUBSCRIPTION TO THE JOURNAL «RELIABILITY»

It is possible to subscribe to the journal for 2013:

- Through the agency «Rospechat»
  – for the first half of the year: an index 81733;

- Under the catalogue "Press of Russia" of the agency «Books-services»:
  – for half a year: an index 11804

- Through the editorial office:
  – for any time-frame
  tel.: 8-916-105-8131; e-mail: E.Patrikeeva@gismps.ru

АВТОРЫ НОМЕРА / AUTHORS OF THIS ISSUE

Антонов Александр Владимирович
доктор технических наук, профессор, декан факультета «Кибернетики» Обнинского института атомной энергетики (ИАТЭ НИЯУ МИФИ)
e-mail: antonov@iate.obninsk.ru

Брабанд Йенс (Jens Braband)
профессор, Siemens AG, Industry Sector, Mobility Division (Германия)
тел.: +49 531 226 32 31, факс: +49 531 226 48 79
e-mail: jens.braband@siemens.com

Володарский Владислав Афанасьевич
кандидат технических наук, старший научный сотрудник, доцент кафедры транспортных систем Красноярского института железнодорожного транспорта
тел. (8391) 221-60-72
e-mail: volodarsky.vladislav@yandex.ru

Громова Татьяна Владимировна
кандидат химических наук, начальник лаборатории Государственного научного центра Российской Федерации (ГНЦ РФ) Федеральное государственное унитарное предприятие «Государственный научно-исследовательский институт органической химии и технологии» (ФГУП «ГосНИИОХТ»)
тел.: +7 (495) 673-50-10, 55
e-mail: dir@gosniiokht.ru

Горяинов Александр Владимирович
кандидат физико-математических наук, доцент Московского авиационного института
e-mail: agoryainov@gmail.com

Замышляев Алексей Михайлович
кандидат технических наук, руководитель научно-технического комплекса ОАО «НИИАС»
тел.: (495) 967-77-02
e-mail: A.Zamyshlaev@gismps.ru

Климов Сергей Михайлович
доктор технических наук, старший научный сотрудник ОАО “ЭКА”
тел. +7-985-928-13-55
e-mail: klimov.serg2012@yandex.ru

Котяшев Николай Николаевич
доктор технических наук, профессор ОАО “ЭКА”
тел. +7-903-004-08-50
e-mail: knn1941@gmail.com

Платонов Евгений Николаевич
кандидат физико-математических наук, доцент Московского авиационного института
e-mail: en.platonov@gmail.com

Ратушенко Валентин Георгиевич
кандидат химических наук, главный конструктор, начальник отделения Государственного научного центра Российской Федерации (ГНЦ РФ) Федеральное государственное унитарное предприятие «Государственный научно-исследовательский институт органической химии и технологии» (ФГУП «ГосНИИОХТ»)
тел.: +7 (495) 673-78-45
e-mail: dir@gosniiokht.ru

Соколов Федор Павлович
кандидат технических наук, Государственный научный центр Российской Федерации (ГНЦ РФ) Федеральное государственное унитарное предприятие «Государственный научно-исследовательский институт органической химии и технологии» (ФГУП «ГосНИИОХТ»)
тел.: +7 (495) 673-50-10, 55

Чепурко Валерий Анатольевич
кандидат физико-математических наук, доцент кафедры «АСУ» Обнинского института атомной энергетики (ИАТЭ НИЯУ МИФИ)
e-mail: chepurko@iate.obninsk.ru

Черкесов Георгий Николаевич
Профессор кафедры информационных и управляющих систем факультета технической кибернетики Санкт-Петербургского государственного политехнического университета (СПбГПУ), доктор технических наук, профессор
Председатель ТК 119 «Надежность техники»
e-mail: cherkes@robotek.neva.ru

Чумаков Илья Александрович
аспирант кафедры «АСУ» Обнинского института атомной энергетики (ИАТЭ НИЯУ МИФИ)
e-mail: antonov@iate.obninsk.ru

Швецова-Шиловская Татьяна Николаевна
доктор технических наук, профессор, начальник отделения Государственного научного центра Российской Федерации (ГНЦ РФ) Федеральное государственное унитарное предприятие «Государственный научно-исследовательский институт органической химии и технологии» (ФГУП «ГосНИИОХТ»)
тел. +7 (495) 673-75-55
e-mail: dir@gosniiokht.ru

Шебе Хендрик
доктор физико-математических наук,
заведующий отделом анализа рисков и опасностей
TÜV Rheinland InterTraffic, Cologne, Germany, Am Grauen Stein, D-51105 Köln, (Германия)
тел.: +49 221 806 2466, факс: +49 221 806 3940
e-mail: schaebe@de.tuv.com

Antonov Alexander V.
Doctor of technical sciences, professor, head of chair of cybernetics, Obninsk Institute of Atomic Energy, National Research Nuclear University MIFI
E-mail: antonov@iate.obninsk.ru

Braband Jens
Professor, Siemens AG, Industry Sector, Mobility Division (Germany)
Tel. +49 531 226 32 31, fax +49 531 226 48 79
E-mail: jens.braband@siemens.com

Volodarsky Vladislav A.
PhD in engineering, senior researcher, associate professor of chair of transport systems, Krasnoyarsk Institute of Railway Transport
Tel. (8391) 221-60-72
E-mail: volodarsky.vladislav@yandex.ru

Gromova Tatyana V.
PhD in chemistry, head of laboratory, State Scientific Centre of Russian Federation, Federal State Unitary Enterprise “State Research and Design Institute of Organic Chemistry and Technology” (FGUP NIIOKHT)
Tel. +7 (495) 673-50-10, 55
E-mail: dir@gosniiokht.ru

Goryainov Alexander V.
PhD, associate professor of Moscow Aviation Institute
E-mail: agoryainov@gmail.com

Zamyshlyaev Alexey M.
PhD in engineering, head of scientific and technical complex, JSC NIIAS
Tel. (495) 967-77-02
E-mail: A.Zamyshlaev@gismps.ru

Klimov Sergey M.
Doctor of technical sciences, senior researcher of JSC EKA
Tel. +7-985-928-13-55
E-mail: klimov.serg2012@yandex.ru

Kotyashev Nikolay N.
Doctor of technical sciences, professor of JSC EKA
Tel. +7-903-004-08-50
E-mail: knn1941@gmail.com

Platonov Evgeny N.
PhD, associate professor of Moscow Aviation Institute
E-mail: en.platonov@gmail.com

Ratushenko Valentin G.
PhD in chemistry, chief, head of department, State Scientific Centre of Russian Federation, Federal State Unitary Enterprise “State Research and Design Institute of Organic Chemistry and Technology” (FGUP NIIOKHT)
Tel. +7 (495) 673-78-45
E-mail: dir@gosniiokht.ru

Sokolov Fedor P.
PhD, State Scientific Centre of Russian Federation, Federal State Unitary Enterprise “State Research and Design Institute of Organic Chemistry and Technology” (FGUP NIIOKHT)
Tel. +7 (495) 673-50-10, 55

Chepurko Valery A.
PhD, associate professor of chair of automated control systems, Obninsk Institute of Atomic Energy, National Research Nuclear University MIFI
E-mail: chepurko@iate.obninsk.ru

Cherkesov Georgy N.
Doctor of technical sciences, professor of chair of information and control systems, faculty of technical cybernetics, Saint Petersburg State Polytechnical University
Chairman of TC 119 Reliability of equipment
E-mail: cherkes@robotek.neva.ru

Chumakov Ilya A.
Postgraduate student of chair of automated control systems, Obninsk Institute of Atomic Energy, National Research Nuclear University MIFI
E-mail: antonov@iate.obninsk.ru

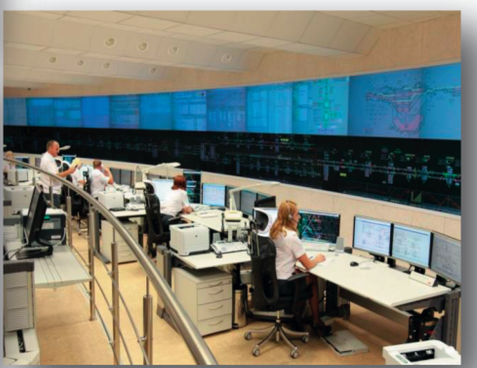
Shvetsova-Shilovskaya Tatyana N.
Doctor of technical sciences, professor, head of department, State Scientific Centre of Russian Federation, Federal State Unitary Enterprise “State Research and Design Institute of Organic Chemistry and Technology” (FGUP NIIOKHT)
Tel. +7 (495) 673-75-55
E-mail: dir@gosniiokht.ru

Shöbe Hendrik
Doctor of Physics and Mathematics, Head of Risk and Hazard Analysis Division
TÜV Rheinland InterTraffic, Cologne, Germany
Tel. +49 221 806 2466, fax +49 221 806 3940
E-mail: schaebe@de.tuv.com

ЖУРНАЛ ИЗДАЕТСЯ ПРИ УЧАСТИИ И ПОДДЕРЖКЕ

ОТКРЫТОГО АКЦИОНЕРНОГО ОБЩЕСТВА «НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ И ПРОЕКТНО-КОНСТРУКТОРСКИЙ ИНСТИТУТ ИНФОРМАТИЗАЦИИ, АВТОМАТИЗАЦИИ И СВЯЗИ НА ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОМ ТРАНСПОРТЕ»
(ОАО «НИИАС»)

ОАО «НИИАС» – ведущее предприятие ОАО «РЖД» в области создания комплексов и систем обеспечения безопасности движения, управления движением, геоинформационного обеспечения, мониторинга состояния подвижного состава и инфраструктуры железных дорог



Цели:
- ❑ эффективность,
- ❑ безопасность
- ❑ надежность

перевозок

Основные направления деятельности

- •Интеллектуальные системы управления
- •Технологии управления перевозками и транспортного обслуживания
- •Системы автоматики и телемеханики
- •Центры автоматизированного управления
- •Информационные системы
- •Геоинформационные системы и спутниковые технологии
- •Системы транспортной безопасности
- •Системы управления инфраструктурой
- •Системы управления топливно-энергетическими ресурсами
- •Испытания, сертификация и экспертиза
- •Информационная безопасность
- •Нормативно-правовое обеспечение

www.vniias.ru

ОСНОВНЫЕ НАПРАВЛЕНИЯ ПУБЛИКАЦИЙ В ЖУРНАЛЕ «НАДЕЖНОСТЬ»

СТРУКТУРНАЯ НАДЕЖНОСТЬ
ТЕОРИЯ И ПРАКТИКА

- Методы расчета, технологии и методы моделирования, пакеты прикладных программ, практические расчеты надежности сложных систем.
- Математическая теория технического обслуживания, практические результаты эксплуатации сложных систем, жизненный цикл систем, оптимизация надежности и стоимости на всех этапах жизненного цикла.
- Методы испытаний, критерии принятия решений по результатам испытаний, ускоренные испытания, методы оценки надежности систем по результатам испытаний, практический опыт испытаний на надежность.

ФУНКЦИОНАЛЬНАЯ НАДЕЖНОСТЬ
ТЕОРИЯ И ПРАКТИКА

- Объект, предмет и цели исследования, показатели функциональной надежности, терминология, принципы и методы расчета.
- Методы оценки и прогнозирования надежности программного обеспечения, методы расчета надежности выполнения информационных процессов в программно – аппаратных комплексах с учетом сбойных, программных ошибок, ошибок операторов, ошибок во входной информации.
- Технологии и методы обеспечения функциональной надежности – технологии построения функционально надежного программного обеспечения, методы построения нечувствительных к сбойным ошибкам и ошибкам операторов алгоритмов обработки информации и управления, методы и способы защиты от ошибок во входной информации, практические результаты.

ФУНКЦИОНАЛЬНАЯ БЕЗОПАСНОСТЬ СИСТЕМ
ТЕОРИЯ И ПРАКТИКА

- Объект, предмет и цели исследования, показатели функциональной безопасности; функции безопасности, полнота безопасности, терминология в области функциональной безопасности.
- Риски, постулаты и принципы безопасности, остаточные риски, методы оценки рисков, доказательство безопасности. Практические результаты ранжирования опасностей и оценки рисков.
- Математические методы и модели задания требований к полноте безопасности и допустимому времени обнаружения опасного отказа, модели функциональной безопасности многоканальных и многоуровневых систем.
- Технологии обеспечения функциональной безопасности систем на всех этапах жизненного цикла.

ОТКАЗОУСТОЙЧИВОСТЬ СИСТЕМ
ТЕОРИЯ И ПРАКТИКА

- Методы пассивной защиты от отказов, математические модели структурного резервирования, постепенной деградации избыточных систем, маскирования неисправностей, практические результаты применения пассивной защиты от отказов.
- Методы активной защиты от структурных отказов и ошибок в выполнении информационных процессов, принципы и способы активной защиты, теоретические основы активной защиты, технические решения, оценки эффективности активной защиты.

СЕРТИФИКАЦИЯ
ТЕОРИЯ И ПРАКТИКА

- Аккредитация органов по сертификации и испытательных лабораторий – состояние проблемы в России и за рубежом. Как добиться взаимопризнания результатов испытаний в России и за рубежом? Пути сертификации программно – аппаратных комплексов по требованиям международных стандартов по функциональной безопасности.
- Обязательная и добровольная сертификации – опыт, мнения, предложения.
- Сертификация в области качества и надежности систем – требования стандартов, методики испытаний, практические результаты.
- Сертификация функциональной безопасности систем на основе V-технологии – философия, способы сертификации, практические результаты выборочных глубоких проверок доказательственной базы разработчика.

СТАНДАРТИЗАЦИЯ В ОБЛАСТИ НАДЕЖНОСТИ И ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ БЕЗОПАСНОСТИ

- Влияние закона «О техническом регулировании» на развитие теории и практики надежности и функциональной безопасности.
- Стандарты RAMS (IEC 62278, EN 50126 и др.) и их отражение в стандартах ГОСТ Р, развитие стандарта ГОСТ 27.002-89 с учетом терминов и определений стандартов RAMS.
- Состояние и перспективы стандартизации в области надежности.
- Основные принципы и базовые положения стандартов по функциональной безопасности ГОСТ Р /МЭК 61508, IEC 61511, EN 50126, IEC 62278, IEC 62280, EN 50128, IEC 62279, EN 50129, EN 50159 (1.2) и др.
- Состояние и перспективы стандартизации в области функциональной безопасности.

GUIDELINES FOR PUBLICATION IN THE JOURNAL «DEPENDABILITY»

STRUCTURAL RELIABILITY
THE THEORY AND PRACTICE

- Methods of calculation, technologies and methods of modeling, packages of applied programs, practical calculations of reliability of complex systems.
- The mathematical theory of maintenance service, practical results of complex system operations, life cycle of systems, optimization of reliability and costs at all stages of life cycle.
- Test methods, criteria of decision-making by test results, accelerated tests, methods of reliability assessment of systems by test results, practical experience of reliability tests.

FUNCTIONAL RELIABILITY
THE THEORY AND PRACTICE

- Object, subject and purposes of research, parameters of functional reliability, terminology, principles and calculation methods.
- Methods of assessment and forecasting of software reliability, methods of calculation of information processes reliability performance in software-hardware complexes taking into account faulty program errors, errors of operators, errors of input information.
- Technologies and methods of ensuring functional reliability – technologies of functionally reliable software development, methods of construction of algorithms of information processing and management tolerant to faulty errors and to errors of operators and methods and ways of error protection in input information, practical results.

FUNCTIONAL SAFETY OF SYSTEM
THE THEORY AND PRACTICE

- Object, subject and the purposes of research, parameters of functional safety; functions of safety, completeness of safety, terminology in the field of functional safety.
- Risks, postulates and principles of safety, residual risks, methods of an estimation of risks, the proof of safety. Practical results of ranging of dangers and estimations of risks.
- Mathematical methods and models of the task of requirements to completeness of safety and admissible time of detection of dangerous refusal, model of functional safety of multichannel and multilevel systems.
- Technologies for ensuring functional safety of systems at all stages of life cycle.

FAULT TOLERANCE OF SYSTEMS
THE THEORY AND PRACTICE

- Methods of passive protection against failures, mathematical models of structural redundancy, gradual degradation of redundant systems, fault masking, practical results of application of passive protection against failures.
- Methods of active protection against structural failures and errors in performance of information processes, principles and methods of active protection, theoretical bases of active protection, technical decisions, estimations of active protection efficiency.

CERTIFICATION
THE THEORY AND PRACTICE

- Accreditation of certification bodies and test laboratories – a problem state in Russia and abroad. How to achieve mutual recognition of test results in Russia and abroad? Methods of certification of software – hardware complexes under requirements of international standards on functional safety.
- Obligatory and voluntary certifications – experience, opinions, offers.
- Certification in the field of quality and reliability of systems – requirements of standards, techniques of tests, practical results.
- Certification of functional safety of systems on the basis of V-technology – philosophy, certification methods, practical results of selective deep checks of a developer evidentiary base.

STANDARDIZATION IN THE FIELD OF RELIABILITY AND FUNCTIONAL SAFETY

- Influence of the law «Of technical regulation» on development of the theory and practice of reliability and functional safety.
- RAMS standards (IEC 62278, EN 50126, etc.) and their reflection in standards of GOST R, development of the standard GOST 27.002-89 in view of terms and definitions of RAMS standards.
- States and prospects of standardization in the field of reliability.
- Main principles and basic regulations of standards on functional safety GOST R/МЭК 61508, IEC 61511, EN 50126, IEC 62278, IEC 62280, EN 50128, IEC 62279, EN 50129, EN 50159 (1.2), etc.
- Condition and prospects of standardization in the field of functional safety.