

**УЧРЕДИТЕЛЬ ЖУРНАЛА:**

ООО «Журнал «Надежность».

*Зарегистрирован в Министерстве Российской Федерации по делам печати, телерадиовещания и средств массовых коммуникаций. Регистрационное свидетельство ПИ № 77-9782 от 11 сентября 2001 года.*

*Официальный печатный орган Российской академии надежности*

**Главный редактор**

Шубинский И.Б., д.т.н., проф.

**Редколлегия**

Бочков А.В., к.т.н.

Гапанович В.А., к.т.н.

Дзиркал Э.В., к.т.н.

Замышляев А.М., д.т.н.

Каштанов В.А., д.ф.-м.н., проф.

Климов С.М., д.т.н., проф.

Кофанов Ю.Н., д.т.н., проф.

Лецкий Э.К., д.т.н., проф.

Махутов Н.А., д.т.н., проф.

Нетес В.А., д.т.н., проф.

Розенберг И.Н., д.т.н., проф.

Тарасов А.А., д.т.н., проф.

Уткин Л.В., д.т.н., проф.

Черкесов Г.Н., д.т.н., проф.

Шебе Х., д.ф.-м.н.

Юркевич Е.В., д.т.н., проф.

**Выпускающий редактор**

Патрикеева Е.В.

**Издатель журнала**

ООО «Журнал «Надежность»

**Директор**

Калинина И.В.

Адрес: 109029, г. Москва,  
ул. Нижегородская, д. 27, стр. 1,  
оф. 209

ООО «Журнал «Надежность»  
[www.dependability.ru](http://www.dependability.ru)

**Верстка**

Куртиш Б.С.

Отпечатано в ОАО «Областная типография «Печатный двор».

432049, г. Ульяновск,

ул. Пушкирева, 27.

Тираж 500 экз. Заказ

Статьи рецензируются.

Статьи опубликованы в авторской редакции. Мнение членов редакционного совета может не совпадать с точкой зрения авторов публикаций. Перепечатка материалов допускается только с письменного разрешения редакции. Рукописи не возвращаются.

**ЖУРНАЛ ВКЛЮЧЕН В ПЕРЕЧЕНЬ  
ВЕДУЩИХ ЖУРНАЛОВ И ИЗДАНИЙ  
ВЫСШЕЙ АТТЕСТАЦИОННОЙ  
КОМИССИИ (ВАК)**

ISSN 1729-2646

**THE JOURNAL IS INCLUDED IN THE LIST  
OF THE LEADING JOURNALS AND EDITIONS  
OF THE HIGHER ATTESTATION COMMISSION (VAK)**

**ЖУРНАЛ ИЗДАЕТСЯ ПРИ УЧАСТИИ И ПОДДЕРЖКЕ ОТКРЫТОГО  
АКЦИОНЕРНОГО ОБЩЕСТВА «НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
И ПРОЕКТНО-КОНСТРУКТОРСКИЙ ИНСТИТУТ ИНФОРМАТИЗАЦИИ,  
АВТОМАТИЗАЦИИ И СВЯЗИ НА ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОМ ТРАНСПОРТЕ»  
(ОАО «НИИАС»)**

**И ООО «ИЗДАТЕЛЬСКИЙ ДОМ «ТЕХНОЛОГИИ»**

**THE JOURNAL IS PUBLISHED WITH THE PARTICIPATION  
AND SUPPORT OF THE JOINT-STOCK COMPANY «RESEARCH  
AND DESIGN INSTITUTE OF INFORMATISATION, AUTOMATION  
AND COMMUNICATION ON RAILWAY TRANSPORT»  
(JSC «NIAS») AND LLC PUBLISHING HOUSE «TECHNOLOGY»**

**THE JOURNAL PROMOTER:**

“Journal “Reliability” Ltd

It is registered in the Russian Ministry of Press, Broadcasting and Mass Communications. Registration certificate ПИ 77-9782, September, 11, 2001.

Official organ of the Russian Academy of Reliability

**Editor-in-chief**

I. Shubinsky, Dr. Sci., prof.

**Editorial board**

A. Bochkov, PhD.

E. Dzirkal, PhD.

V.A. Gapanovich, PhD.

V. Kashtanov, Dr. of physical-mathematical science, prof.

J. Kofanov, Dr. Sci., prof.

S. Klimov, Dr. Sci., prof.

E. Letsky, Dr. Sci., prof.

N.A. Makhutov, Dr.Sci., prof.

V. Netes, Dr. Sci., prof.

I. Rozenberg, Dr. Sci., prof.

F. Tarasov, Dr. Sci., prof.

L. Utkin, Dr. Sci., prof.

G. Cherkesov, Dr. Sci., prof.

H. Schaebe, Dr. of physical

and math. science, prof.

E. Jurkevich, Dr. Sci., prof.

A. Zamyshlaev, Dr. Sci.

**Commissioning editor**

E. Patrikeeva

**Publisher of the journal**

LLC Journal “Dependability”

**Director**

I. Kalinina

**The address:**

109029, Moscow,  
Str. Nizhegorodskaya, 27,  
Building 1, 1, office 209  
Ltd Journal “Dependability”  
[www.dependability.ru](http://www.dependability.ru)  
Make-up  
B. Kurtish

Printed by JSC “Regional printing house, Printing place” 432049, Ulyanovsk, Pushkarev str., 27. Circulation: 500 copies.

Printing order

Papers are reviewed.

Papers are published in author's edition. The opinion of members of the editorial board may not coincide with the point of view of authors' publications. The reprint of materials is granted only with the written permission of the editorial board. Manuscripts are not returned.

## СОДЕРЖАНИЕ/CONTENTS

### Структурная надежность. Теория и практика / Structural reliability. The theory and practice

*Каштанов В.А.* УПРАВЛЕНИЕ СТРУКТУРОЙ  
В МОДЕЛЯХ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ  
И НАДЕЖНОСТИ..... 3

*Kashtanov V.A.* STRUCTURE CONTROL  
IN QUEUING AND RELIABILITY MODELS ..... 10

*Ротштейн А.П.* РАНЖИРОВАНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ  
СИСТЕМЫ НА ОСНОВЕ НЕЧЕТКИХ ОТНОШЕНИЙ:  
МЕТОД НАИМЕНЬШЕГО ВЛИЯНИЯ ..... 16

*Rotstein A.P.* RANKING OF SYSTEM ELEMENTS  
ON THE BASIS OF FUZZY RELATIONS: THE LEAST  
INFLUENCE METHOD ..... 23

*Перегуда А.И., Перегуда А.А.* ОЦЕНКА  
ПОКАЗАТЕЛЕЙ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ  
ЭФФЕКТИВНОСТИ СИСТЕМ С НЕЧЕТКИМИ  
ПАРАМЕТРАМИ ..... 30

*Pereguda A.I., Pereguda A.A.* ESTIMATION  
OF ECONOMIC EFFICIENCY INDICATORS  
OF SYSTEMS WITH FUZZY PARAMETERS ..... 39

*Волков А.Н.* АНАЛИЗ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ  
НАДЕЖНОСТИ ДЛИННО-КАНАЛЬНЫХ ПОЛЕВЫХ  
ТРАНЗИСТОРОВ С ПРИМЕНЕНИЕМ СТЕПЕННОЙ  
ЗАВИСИМОСТИ СРОКА СЛУЖБЫ  $T_L$  ОТ ТОКА  
ПОДЛОЖКИ  $I_{SUB}$  ..... 47

*Volkov A.N.* ANALYSIS OF PREDICTION OF  
RELIABILITY OF LONG-CHANNEL FIELD-EFFECT  
TRANSISTORS WITH APPLICATION OF POWER-  
LAW DEPENDENCE OF LIFETIME  $T_L$  ON SUB-  
STRATE CURRENT  $I_{SUB}$  ..... 52

*Баранов Л.А., Ермолин Ю.А.* ОЦЕНКА  
ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ «ЛИНЕЙНО-  
СТАРЕЮЩЕГО» ОБЪЕКТА..... 57

*Baranov L.A., Ermolin Y.A.* ESTIMATION  
OF RELIABILITY INDICES OF A «LINEARLY  
AGEING» OBJECT ..... 61

### Функциональная надежность. Теория и практика / Functional reliability. The theory and practice

*Потапов И.В., Баяева М.А.* ВОПРОСЫ  
ТЕРМИНОЛОГИИ НАДЕЖНОСТИ В ОБЛАСТИ  
ПРОГРАММ И ПРОГРАММНЫХ СРЕДСТВ ..... 65

*Potapov I.V., Baeva M.A.* TERMINOLOGY  
ISSUES RELATED TO RELIABILITY OF PROGRAMS  
AND SOFTWARE ..... 70

*Алпеев А.С.* НАДЕЖНОСТЬ ПРОГРАММНО-  
ГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ УПРАВЛЯЮЩИХ СИСТЕМ  
И БЕЗОПАСНОСТЬ АТОМНЫХ СТАНЦИЙ ..... 75

*Alpeev A.S.* DEPENDABILITY OF CONTROL SYSTEMS  
SOFTWARE AND SAFETY OF NUCLEAR POWER PLANTS..... 78

### Сообщения / Reports

*Тюфанова А.А.* АНАЛИЗ ФАКТОРОВ,  
ВЛИЯЮЩИХ НА ЭКСПЛУАТАЦИОННУЮ  
НАДЕЖНОСТЬ ТЕХНИЧЕСКИХ СРЕДСТВ  
СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЕМ СУДОВ..... 81

*Tyufanova A.A.* ANALYSIS OF FACTORS  
AFFECTING THE OPERATIONAL RELIABILITY OF  
VESSEL TRAFFIC SERVICE TECHNICAL FACILITIES ..... 84

*Антонов А.В., Жарко Е.Ф., Промыслов В.Г.*  
ПРОБЛЕМЫ ОЦЕНКИ НАДЕЖНОСТИ И КАЧЕСТВА  
ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ В АВТОМАТИ-  
ЗИРОВАННЫХ СИСТЕМАХ УПРАВЛЕНИЯ ТЕХНО-  
ЛОГИЧЕСКИМИ ПРОЦЕССАМИ ..... 87

*Antonov A.V., Zharko E.F., Promyslov V.G.*  
PROBLEMS OF EVALUATION OF SOFTWARE  
DEPENDABILITY AND QUALITY IN INDUSTRIAL  
AUTOMATION AND CONTROL SYSTEMS ..... 92

Информация о новой книге И.Б. Шубинского «Надеж-  
ные отказоустойчивые информационные системы.  
Методы синтеза» ..... 97

Information on a new book by I.B. Shubinsky «Reliable  
fail-safe information systems. Synthesis methods»..... 99

Гнеденко Форум ..... 102

Gnedenko Forum..... 103



Каштанов В.А.

## УПРАВЛЕНИЕ СТРУКТУРОЙ В МОДЕЛЯХ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ И НАДЕЖНОСТИ

*С использованием управляемых полумарковских процессов исследуется оптимальная стратегия управления структурой в моделях массового обслуживания и надежности. Доказано, что оптимальную стратегию можно искать в классе пороговых стратегий.*

**Ключевые слова:** управляемый полумарковский процесс, вырожденные и пороговые стратегии управления, системы массового обслуживания, модели надежности и техническое обслуживание.

### Введение

Модели массового обслуживания весьма часто используются для адекватного описания процессов функционирования многих реальных технических и экономических систем. Характерными особенностями систем массового обслуживания (СМО) являются: наличие входного потока заявок, наличие обслуживающих приборов, очереди, из которой заявки поступают на обслуживающие приборы.

Задачи исследования СМО аналогичны задачам технического обслуживания, которые являются неотъемлемой частью математической теории надежности, поскольку перечисленные выше компоненты присущи процессу функционирования любой технической системы. Поток заявок на обслуживание образуют элементы системы (подсистемы), оказавшие в процессе функционирования и требующие восстановления, каналы обслуживания – это ремонтные бригады, осуществляющие ремонт.

При исследовании СМО и надежности важное место занимают проблемы оптимизации. Учитывая характерные особенности исследуемых систем, задача оптимизации может быть поставлена для всех элементов, определяющих систему. В частности, управление структурой системы рассматривается как изменение числа задействованных каналов обслуживания (ремонтных бригад) и числа мест для ожидания.

Следуя общим принципам постановки задачи управления, определим: *объект управления* – управляемый процесс, описывающий эволюцию системы во времени, *стратегии управления* – множество решений и правило принятия этих решений, и *показатель*, характеризующий качество управления.

Задача сводится к определению стратегии управления, для которой показатель, характеризующий качество управления, принимает экстремальное значение.

В настоящей работе использована модель управляемого полумарковского процесса [1] для построения оптимальной стратегии управления структурой. Управляемый полумарковский процесс определяется как процесс, имеющий две ступенчатые компоненты  $X(t) = \{\xi(t), u(t)\}$ ,  $\xi(t) \in E$ ,  $u(t) \in U$ , где  $E$  – пространство состояний,  $U$  – пространство управлений, причем моменты разрывов компонент совпадают и в эти моменты изменения состояний процесс обладает Марковским свойством.

Исходные вероятностные характеристики:

- полумарковское ядро  $Q_{ij}(t, u) = P\{\xi_{n+1}=j, \theta_{n+1} \leq t/\xi_n=i, u_{n+1}=u\}$ , которое равно условной вероятности того, что следующее значение первой компоненты равно  $j$ ,  $\xi_{n+1}=j$ , и произойдет этот переход до момента  $t$ ,  $\theta_{n+1} \leq t$ , при условии, что предыдущее значение первой компоненты равно  $i$ ,  $\xi_n=i$ , и принято решение  $u$ ,  $u_{n+1}=u$ ;

- меры  $G_i(B)$ ,  $i \in E$ ,  $u \in U$ ,  $B \in A$ , которые задают стратегию управления (правило выбора решений). Эти меры определены на измеримых пространствах управлений  $(U, A)$ ,

Показатель качества определяется функциями  $R_{ij}(t, u)$ ,  $i, j \in E$ ,  $u \in U$ ,  $0 \leq t < \infty$ , которые равны математическому ожиданию накопленного эффекта за время пребывания СМО в состоянии  $i$  при условии, что через время  $t$  она перейдет в состояние  $j$  и было принято решение  $u$ .

Введенные выше характеристики позволяют определить математическое ожидание накопленного эффекта за время пребывания процесса в состоянии  $i$

$$s_i = \sum_{j \in E} \int_{u \in U_i} \int_0^\infty R_{ij}(x, u) dQ_{ij}(x, u) G_i(du) \quad (1)$$

и математическое ожидание времени непрерывного пребывания процесса в состоянии  $i$

$$m_i = \sum_{j \in E} \int_{u \in U_i} x dQ_{ij}(x, u) G_i(du). \quad (2)$$

В работах [1, 2, 3] доказаны следующие утверждения:

- Если вложенная цепь Маркова неприводима, то для математического ожидания  $S_i(t)$  накопленного за время  $t$  эффекта при условии старта из состояния  $i \in E$  справедливо асимптотическое равенство при  $t \rightarrow \infty$   $S_i(t) = St + o(t)$ ;

- Зависимость от исходных характеристик функционала  $S$  определяется равенством

$$S(\vec{G}) = \frac{\sum_{i=1}^N s_i \pi_i}{\sum_{i=1}^N m_i \pi_i}, \quad (3)$$

где через  $\pi_i$ ,  $i \in E$  обозначено стационарное распределение вложенной цепи Маркова, которое является нормированным решением алгебраической системы уравнений [4]

$$\begin{aligned} \pi_i &= \sum_{j \in E} \pi_j p_{ji}, \quad \sum_{j \in E} \pi_j = 1, \\ p_{ij} &= \int_{U_i} \left( \lim_{t \rightarrow \infty} Q_{ij}(t, u) \right) G_i(du); \end{aligned} \quad (4)$$

- Функционал  $S(\vec{G})$  есть дробно-линейный функционал относительно распределений  $\vec{G} = (G_1, G_2, \dots, G_N)$ , определяющих Марковскую стратегию управления;

- Если экстремум дробно-линейного функционала существует на множестве допустимых стратегий и все вырожденные стратегии допустимы, то этот экстремум достигается на множестве вырожденных стратегий.

Эти математические результаты используем при исследовании конкретных управляемых моделей массового обслуживания и надежности. В частности, дальнейшие выкладки проведем сразу для вырожденных стратегий управления.

Итак, определение полумарковского ядра и соотношения (1) – (4) формируют последовательность этапов исследования конкретных моделей.

## Постановка задачи

В настоящем разделе будем исследовать СМО, на вход которой поступает рекуррентный поток требований или процесс восстановления. Интервалы между соседними моментами поступления требований обозначим через  $\xi_i$ ,  $i=1, 2, \dots, k, \dots$ , а функцию распределения этих интервалов обозначим через  $F(x) = P\{\xi_i \leq x\}$ ,  $F(0+0)=0$ . Последнее условие означает ординарность входного потока. Длительности обслуживания  $\eta$  имеют экспоненциальное распределение  $G(x) = P\{\eta \leq x\} = 1 - e^{-\mu x}$ ,  $x \geq 0$ . В системе нет очереди. В отличие от классических постановок будем считать структуру системы переменной – число функционирующих каналов в системе меняется, но не может превышать величины  $\eta$ ,  $0 < \eta < \infty$ .

Решение об изменении числа функционирующих каналов в системе принимается в моменты  $t_k$  – моменты прихода очередного требования. Это значит, что в интервале времени  $[t_k, t_{k+1})$  в систему требования не поступают, а в момент  $t_{k+1}$  поступит только одно требование. Число мест для ожидания равно нулю, поэтому пришедшее в момент  $t_{k+1}$  требование теряется, если в момент его прихода все имеющиеся в системе каналы обслуживания заняты, и начинает обслуживаться, если в момент  $t_{k+1}$  есть свободный канал. Наличие в момент  $t_{k+1}$  свободного канала обслуживания увязано с процессом освобождения занятых каналов в интервале времени  $[t_k, t_{k+1})$  и принятием решений о числе функционирующих каналов в момент  $t_k$ .

Будем предполагать, что, если в момент  $t_k$  был подключен свободный канал, то все освободившиеся на периоде  $[t_k, t_{k+1})$  каналы отключаются; если в момент  $t_k$  не был подключен свободный канал, то из освободившихся на периоде  $[t_k, t_{k+1})$  каналов включенным остается первый, а остальные отключаются; если же на периоде  $[t_k, t_{k+1})$  ни один канал не освободился, то пришедшее в момент  $t_{k+1}$  теряется.

Обозначим через  $u_0=0$  решение оставить в системе число каналов, равное числу требований, находящихся в системе в момент  $t_k+0$ , через  $u_1=1$  решение – помимо каналов, занятых обслуживанием имеющихся в момент  $t_k+0$  требований, оставить еще один дополнительный свободный канал (достаточно оставлять свободным только один канал, так как в момент  $t_{k+1}$  поступит только одно требование).



Если в системе в момент принятия решения в СМО находится  $i$  требований, то с вероятностью  $0 \leq p_i \leq 1$  принимается решение  $u_0=0$  и с вероятностью  $0 \leq q_i \leq 1$  принимается решение  $u_1=1$ ,  $p_i+q_i=1$ ,  $i=0,1,2,\dots,n$ . При  $i=n$  имеем  $p_n=1$ ,  $q_n=0$  в силу ограниченности общего числа каналов величиной  $n$ . Если использовать математическую терминологию, при постановке задачи сначала используется класс рандомизированных стратегий управления [1, 2].

Введем стоимостные характеристики, которые определяют функционал, характеризующий качество функционирования и управления. Пусть:  $c_0$  – прибыль за одно обслуженное требование;  $c_1$  – плата за один час работы задействованного канала;  $c_2$  – плата за один час простоя свободного канала,  $c_3$  – плата за потерю одного требования.

Описанная выше модель полностью укладывается в модель дискретного управления полумарковским процессом [1].

## Решение задачи

1. *Построение объекта управления.* Объектом управления будет полумарковский процесс  $X(t)$ , описывающий эволюцию исследуемой системы массового обслуживания во времени. Для его определения введем в рассмотрение последовательность  $t_0=0$ ,  $t_k$ ,  $k=1,2,\dots$ ,  $t_k \leq t_{k+1}$ , соседних моментов поступления заявок в систему. Определим случайный процесс  $X(t)$ , положив  $X(t)=i$ ,  $t \in [t_k, t_{k+1})$ , если в момент  $t_k+0$  в системе находится на обслуживании  $i$  заявок. Из этого определения следует, что введенный выше случайный процесс принимает значения из множества  $E=\{0,1,2,\dots,n\}$ . Заметим, что состояние  $i=0$  реализуется тогда, когда в системе не было требований и пришедшее требование потерялось. Если известно число заявок в системе в момент поступления очередного требования, то при принятых предположениях этот момент является Марковским, поскольку распределение интервала времени, через которое поступит следующая заявка, не зависит от прошлого и распределение числа обслуженных в этом интервале времени заявок так же не зависит от прошлого в силу свойства отсутствия последствия у экспоненциального распределения. Таким образом, справедливо утверждение, что процесс  $X(t)$  является полумарковским.

2. *Определение полумарковской матрицы.* Для исследуемой модели элементы полумарковской матрицы определяются равенствами при  $i \in E$

$$Q_{01}(t,1) = F(t),$$

$$Q_{ij}(t,1) = \int_0^t C_i^{j-1} e^{-(j-1)\mu x} (1 - e^{-\mu x})^{i-j+1} dF(x),$$

$$i = (0, 1, \dots, n-1), \quad 0 < j \leq i+1;$$

$$Q_{ii}(t,0) = \int_0^t [e^{-i\mu x} + i e^{-(i-1)\mu x} (1 - e^{-\mu x})] dF(x),$$

$$i = (0, 1, \dots, n);$$

$$Q_{ij}(t,0) = \int_0^t C_i^{j-1} e^{-(j-1)\mu x} (1 - e^{-\mu x})^{i-j+1} dF(x),$$

$$i = (2, \dots, n), \quad 1 \leq j \leq i-1. \quad (5)$$

остальные элементы полумарковской матрицы равны нулю.

Поясним равенства (5). Если известно, какое решение принято, то известно, сколько заявок обслуживается в момент принятия решения – момент поступления заявки. Если известно, что следующее требование поступит через время  $x$ , то в силу замечательного свойства отсутствия последствия экспоненциального распределения число необслуженных заявок в момент поступления очередной заявки имеет распределение Бернулли с параметром  $e^{-\lambda x}$ . Отсюда и следуют равенства (5).

3. *Описание пространства управлений и пространства стратегий.* Для каждого состояния  $i \in E = \{0,1,2,\dots,n\}$  пространства управлений  $U_i = \{0,1\}$ ,  $i \neq n$ ,  $U_n = \{0\}$ , состоят из двух возможных решений: включать или не включать свободный канал (кроме состояния  $i=n$ , когда свободных не функционирующих каналов нет), следовательно, рандомизированные стратегии определяются вероятностными распределениями  $(p_i, q_i)$ ,  $p_i \geq 0$ ,  $q_i \geq 0$ ,  $p_i+q_i=1$ ,  $i \neq n$ ,  $q_n=0$ . Таким образом, любую рандомизированную стратегию можно представить вектором  $(p_0, p_1, \dots, p_{n-1}, p_n = 1)$ . Пространство вырожденных стратегий с учетом равенства  $p_n = 1$  можно отождествить с множеством  $n$ -мерных векторов из нулей и единиц, содержащим  $2^n$  элементов. В дальнейшем любую вырожденную стратегию будем определять  $(n+1)$ -мерным двоичным вектором, в котором единица в  $k$ -м разряде означает, что в состоянии  $k$  с вероятностью единица принимается решение поставить свободный канал обслуживания, а ноль в  $k$ -м разряде означает, что в состоянии  $k$  с вероятностью единица принимается решение не ставить свободный канал обслуживания. Заметим, что этот двоичный вектор имеет всегда значение последнего разряда равным нулю.

4. *Построение функционала.* Обозначим через  $A_{ij}(t,u)$ ,  $i, j \in E$ ,  $t \geq 0$ ,  $u=0, 1$  событие, состоящее в том, что процесс, пребывающий в состоянии  $i$ , перешел за время  $t$  в состояние  $j$  и было принято решение  $u$ .

Если в состоянии  $i \in E$  принимается решение  $u=0$  и процесс переходит в состояние  $j$ , то:

- при  $i=0$  в начале периода нет обслуживаемых требований, ни один канал не работает, пришедшее требование теряется. Следовательно, при перечисленных условиях математическое ожидание накопленного эффекта, выраженного через доходы и расходы, равно  $R_{00}(t,0)=c_3$ . (6);

- при  $i=1,2,\dots,n$ ,  $j=i$  в начале периода  $i$  требований обслуживаются и свободных каналов нет. Переход в

состояние  $j=i$  возможен в двух случаях: либо в течение этого периода не закончено обслуживание ни одного требования (в этом случае пришедшее требование теряется) – событие  $B_0$ , либо в течение этого периода закончено обслуживание одного требования и пришедшее требование поступило на обслуживание – событие  $B_1$ . Тогда при принятых обозначениях из равенств (5) следует

$$\begin{aligned} p_0 &= P\{B_0 / A_{ii}(t, 0)\} = \frac{e^{-i\mu t}}{e^{-i\mu t} + ie^{-(i-1)\mu t}(1-e^{-\mu t})}, \\ p_1 &= P\{B_1 / A_{ii}(t, 0)\} = \frac{ie^{-(i-1)\mu t}(1-e^{-\mu t})}{e^{-i\mu t} + ie^{-(i-1)\mu t}(1-e^{-\mu t})}. \end{aligned} \quad (7)$$

Далее обозначим через  $v$  число обслуженных требований, а через  $\zeta$  суммарное время работы каналов на периоде между соседними Марковскими моментами прихода требований. Тогда при принятых условиях математическое ожидание накопленного эффекта, выраженного через доходы и расходы, равно

$$R_{ii}(t, 0) = c_0 M[v / A_{ii}(t, 0)] + C_{ii}(t, 0) + c_3(1 - M[v / A_{ii}(t, 0)]), \quad (8)$$

где  $C_{ii}(t, 0)$  – математическое ожидание затрат на работу и простой канала обслуживания на рассматриваемом периоде при тех же условиях. Поэтому имеем

$$\begin{aligned} M[v / A_{ii}(t, 0)] &= \frac{ie^{-(i-1)\mu t}(1-e^{-\mu t})}{e^{-i\mu t} + ie^{-(i-1)\mu t}(1-e^{-\mu t})}, \\ 1 - M[v / A_{ii}(t, 0)] &= \frac{e^{-i\mu t}}{e^{-i\mu t} + ie^{-(i-1)\mu t}(1-e^{-\mu t})}. \end{aligned} \quad (9)$$

Учитывая, что эти затраты пропорциональны суммарному времени работы каналов обслуживания, можно записать

$$C_{ii}(t, 0) = c_1 M(\zeta / A_{ii}(t, 0)) + c_2 [t - M(\zeta / A_{ii}(t, 0))],$$

где  $M(\zeta / A_{ii}(t, 0))$  – математическое ожидание суммарного времени работы каналов обслуживания на рассматриваемом периоде при условии перехода процесса из состояния  $i \in E$  в состояние  $j \in E$  за время  $t$ . Далее заметим, что при принятых предположениях процесс, определяемый как число заявок в системе, описывается Марковским процессом чистой гибели с интенсивностями переходов  $\mu_k = k\mu, j-1 \leq k \leq i$ . Поэтому суммарное время работы каналов обслуживания на рассматриваемом периоде при условии перехода процесса из состояния  $i \in E$  в состояние  $j \in E$  за время  $t$  есть интеграл от траектории  $\xi(t, \omega)$  Марковского процесса чистой гибели с интенсивностями переходов  $\mu_k = k\mu, j-1 \leq k \leq i$ , для которой выполняются условия либо  $\{\xi(0)=i, \xi(t)=i\}$ , либо  $\{\xi(0)=i, \xi(t)=i-1\}$ .

В [2] для условных математических ожиданий интегралов приведены соотношения, из которых следуют равенства

$$\begin{aligned} M\left(\int_0^t \xi(x, \omega) dx / \xi(t) = k, \xi(0) = n\right) &= \\ &= kt + (n-k) \frac{\frac{1}{\mu}(1-e^{-\mu t}) - te^{-\mu t}}{1-e^{-\mu t}}, \quad k \geq n. \end{aligned} \quad (10)$$

Тогда с учетом соотношений (7) и (10) можно записать

$$\begin{aligned} C_{ii}(t, 0) &= c_1 M(\zeta / A_{ii}(t, 0)) + c_2 [it - M(\zeta / A_{ii}(t, 0))] = \\ &= c_1 [p_0 M\left(\int_0^t \xi(x, \omega) dx / \xi(t) = i, \xi(0) = i\right) + \\ &+ p_1 M\left(\int_0^t \xi(x, \omega) dx / \xi(t) = i-1, \xi(0) = i\right) + \\ &+ c_2 [it - p_0 M\left(\int_0^t \xi(x, \omega) dx / \xi(t) = i, \xi(0) = i\right) - \\ &- p_1 M\left(\int_0^t \xi(x, \omega) dx / \xi(t) = i-1, \xi(0) = i\right)] = \\ &= c_1 \frac{ie^{-(i-1)\mu t} + C_i^{i-(i-1)} e^{-(i-1)\mu t}(1-e^{-\mu t}) \left((i-1)t + \left(\frac{1}{\mu} - \frac{te^{-\mu t}}{1-e^{-\mu t}}\right)\right)}{e^{-i\mu t} + ie^{-(i-1)\mu t}(1-e^{-\mu t})} + \\ &+ c_2 \frac{C_i^{i-(i-1)} e^{-(i-1)\mu t} \left(t - \frac{1}{\mu}(1-e^{-\mu t})\right)}{e^{-i\mu t} + ie^{-(i-1)\mu t}(1-e^{-\mu t})}. \end{aligned} \quad (11)$$

Объединяя равенства (8), (9) и (11), получаем

$$\begin{aligned} R_{ii}(t, 0) &= c_3 + (c_0 - c_3) \frac{ie^{-(i-1)\mu t}(1-e^{-\mu t})}{e^{-i\mu t} + ie^{-(i-1)\mu t}(1-e^{-\mu t})} + \\ &+ c_2 \frac{ie^{-(i-1)\mu t} \left(t - \frac{1}{\mu}(1-e^{-\mu t})\right)}{e^{-i\mu t} + ie^{-(i-1)\mu t}(1-e^{-\mu t})} + \\ &+ c_1 \left[ \frac{ite^{-i\mu t}}{e^{-i\mu t} + ie^{-(i-1)\mu t}(1-e^{-\mu t})} + \right. \\ &\left. + \frac{ie^{-(i-1)\mu t}(1-e^{-\mu t}) \left((i-1)t + \left(\frac{1}{\mu} - \frac{te^{-\mu t}}{1-e^{-\mu t}}\right)\right)}{e^{-i\mu t} + ie^{-(i-1)\mu t}(1-e^{-\mu t})} \right]; \end{aligned} \quad (12)$$

При  $2 \leq i < n, 0 < j \leq i-1$  на периоде между соседними моментами поступления требований в систему происходит только обслуживание требований и число требований, находящихся в системе, сокращается. Число обслуженных требований положительно и равно  $i-j+1 \geq 2$ . Следовательно, в момент поступления нового требования будет свободный канал и требование не потеряется. Тогда

$$R_{ij}(t, 0) = c_0(i-j+1) + C_{ij}(t, 0), \quad (13)$$

где через  $C_{ij}(t, 0)$  обозначено математическое ожидание затрат на работу и простой каналов обслуживания на рассматриваемом периоде при условии, что произошло событие  $A_{ij}(t, 0)$ . Число обслуженных требований равно  $i-j+1 \geq 2$ , поэтому условное математическое ожидание суммарного времени работы каналов, определяемое равенством (10), равно

$$M\left(\int_0^t \xi(x, \omega) dx / \xi(t) = j, \xi(0) = i\right) = (j-1)t + (i-j+1) \frac{\frac{1}{\mu}(1-e^{-\mu t}) - te^{-\mu t}}{1-e^{-\mu t}}, \quad (14)$$

поскольку вновь пришедшее требование только начинает обслуживаться.

В то же время первый освободившийся канал остался включенным и простаивал в нерабочем состоянии до момента прихода очередного требования. В [2] было определено математическое ожидание  $M(\xi_{i,t} / \xi(t) = j-1, \xi(0) = i)$  времени работы первого освободившегося канала

$$M(\xi_{i,t} / \xi(t) = j-1, \xi(0) = i) = \int_0^t \left( \frac{e^{-\mu x} - e^{-\mu t}}{1 - e^{-\mu t}} \right)^{i-j+1} dx. \quad (15)$$

Используя равенства (14) и (15), получаем при  $2 \leq i < n$ ,  $0 < j \leq i-1$

$$\begin{aligned} C_{ij}(t, 0) &= c_1 M\left(\int_0^t \xi(x, \omega) dx / \xi(t) = j, \xi(0) = i\right) + \\ &= c_2 \left[ t - M(\xi_{i,t} / \xi(t) = j-1, \xi(0) = i) \right] = \\ &= c_1 \left[ (j-1)t + (i-j+1) \frac{\frac{1}{\mu}(1-e^{-\mu t}) - te^{-\mu t}}{1-e^{-\mu t}} \right] + \\ &+ c_2 \left[ t - \int_0^t \left( \frac{e^{-\mu x} - e^{-\mu t}}{1 - e^{-\mu t}} \right)^{i-j+1} dx \right]. \end{aligned} \quad (16)$$

Тогда при  $2 \leq i < n$ ,  $0 < j \leq i-1$  имеем из (13) и (16)

$$\begin{aligned} R_{ij}(t, 0) &= c_0(i-j+1) + \\ &+ c_1 \left[ (j-1)t + (i-j+1) \frac{\frac{1}{\mu}(1-e^{-\mu t}) - te^{-\mu t}}{1-e^{-\mu t}} \right] + \\ &+ c_2 \left[ t - \int_0^t \left( \frac{e^{-\mu x} - e^{-\mu t}}{1 - e^{-\mu t}} \right)^{i-j+1} dx \right]. \end{aligned} \quad (17)$$

Таким образом, вычислены все искомые математические ожидания при принятии решения  $u=0$ . Для остальных

значений параметров  $i, j \in E$  вычислять эти характеристики нет необходимости, поскольку соответствующие элементы полумарковского ядра (5) равны нулю.

Если в состоянии  $i \in E$  принимается решение  $u=1$  и процесс переходит в состояние  $j$ , то:

- при  $i=0$  в начале периода нет обслуживаемых требований, ни один канал не работает, включен один свободный канал, пришедшее требование не теряется, поскольку был включен свободный канал. Следовательно, при перечисленных условиях математическое ожидание накопленного эффекта, выраженного через доходы и расходы, равно

$$R_{01}(t, 1) = c_2 t; \quad (18)$$

- при  $i=n$  решение о постановке свободного канала не может быть принято. При  $n-1 \geq 1$  в начале периода  $i$  требований обслуживаются и есть один свободный канал, в течение периода закончено обслуживание  $i-j+1 \geq 0$  требований и, наконец, пришедшее в конце периода требование не теряется. Тогда при перечисленных условиях математическое ожидание накопленного эффекта, выраженного через доходы и расходы, равно  $R_{ij}(t, 1) = c_0(i-j+1) + C_{ij}(t, 1) + c_2 t$  где, как и ранее, через  $C_{ij}(t, 1)$  обозначено математическое ожидание затрат на работу каналов обслуживания на рассматриваемом периоде при тех же условиях, то есть произошло событие  $A_{ij}(t, 1)$ .

Используя равенство (10), получаем при  $n \geq i+1 \geq j \geq 1$  математическое ожидание суммарного времени работы каналов обслуживания

$$\begin{aligned} C_{i,j}(t, 1) &= c_1 \left[ (j-1)t + (i-j+1) \frac{\frac{1}{\mu}(1-e^{-\mu t}) - te^{-\mu t}}{1-e^{-\mu t}} \right] \\ \text{Следовательно,} \\ R_{ij}(t, 1) &= c_0(i-j+1) + c_2 t + \\ &+ c_1 \left[ (j-1)t + (i-j+1) \frac{\frac{1}{\mu}(1-e^{-\mu t}) - te^{-\mu t}}{1-e^{-\mu t}} \right]. \end{aligned} \quad (19)$$

Остальные математические ожидания вычислять не надо, поскольку соответствующие элементы полумарковского ядра равны нулю.

*Вычисление математических ожиданий времени непрерывного пребывания процесса в фиксированном состоянии.* Математические ожидания  $m_i(u)$ ,  $i \in E$ ,  $u=0, 1$  с учетом равенств (2) и (5) для исследуемой модели определяются равенствами

$$m_i(u) = \int_0^\infty t dF(t) = M, \quad i \in E, \quad u = 0, 1. \quad (20)$$

*Вычисление математических ожиданий дохода.* Математические ожидания  $s_i(u)$ ,  $i \in E$ ,  $u=0, 1$  прибыли за время непрерывного пребывания процесса с учетом равенств (1), (5), (12) и (17)-(19) определяются равенствами

$$\begin{aligned}
s_i(1) &= c_0 \int_0^\infty (1 - e^{-\mu t}) dF(t) + c_2 \int_0^\infty t dF(t) + \\
&+ c_1 \int_0^\infty t e^{-\mu t} dF(t) + c_1 \frac{i}{\mu} \int_0^\infty (1 - (1 + \mu t) e^{-\mu t}) dF(t) = \\
&= c_0 \int_0^\infty (1 - e^{-\mu t}) dF(t) + c_2 \int_0^\infty t dF(t) + c_1 \frac{i}{\mu} \int_0^\infty (1 - e^{-\mu t}) dF(t) = \\
&= \int_0^\infty i \left( c_0 + \frac{c_1}{\mu} \right) (1 - e^{-\mu t}) dF(t) + c_2 \int_0^\infty t dF(t), \quad (21)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
s_i(0) &= i c_0 \int_0^\infty (1 - e^{-\mu t}) dF(t) + c_3 \int_0^\infty e^{-i \mu t} dF(t) + \\
&+ \frac{i c_1}{\mu} \int_0^\infty (1 - e^{-\mu t}) dF(t) + c_2 \int_0^\infty \left( t - \frac{(1 - e^{-i \mu t})}{i \mu} \right) dF(t), \quad 1 \leq i \leq n, \\
s_0(0) &= c_3, \quad i = 0. \quad (22)
\end{aligned}$$

Вычисление стационарных вероятностей состояний вложенной цепи Маркова.

С учетом соотношений (5) для элементов матрицы  $P$  переходных вероятностей следуют равенства

$$p_{01}(1) = Q_{01}(\infty, 1) = 1,$$

$$\begin{aligned}
p_{ij}(1) &= Q_{ij}(\infty, 1) = \int_0^\infty C_i^{j-1} e^{-(j-1)\mu x} (1 - e^{-\mu x})^{i-j+1} dF(x), \\
i &= (0, 1, \dots, n-1), \quad 0 < j \leq i+1;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
p_{ii}(0) &= Q_{ii}(\infty, 0) = \int_0^\infty [e^{-i \mu x} + i e^{-(i-1)\mu x} (1 - e^{-\mu x})] dF(x), \\
i &= (0, 1, \dots, n);
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
p_{ij}(0) &= Q_{ij}(\infty, 0) = \int_0^\infty C_i^{j-1} e^{-(j-1)\mu x} (1 - e^{-\mu x})^{i-j+1} dF(x), \\
i &= (2, \dots, n), \quad 1 \leq j \leq i-1. \quad (23)
\end{aligned}$$

Далее рассмотрим множество вырожденных стратегий, для которых решение включать свободный канал с вероятностью единица принимается для состояний  $i$ ,  $0 \leq i \leq k-1$ . Эти вырожденные стратегии выражаются двоичными векторами, у которых первые  $k$  компонент принимают значение единица,  $k+1$ -я компонента принимает значение ноль, а остальные компоненты принимают любые значения, кроме  $u_n=0$ , то есть все множества вырожденных стратегий разбивается при различных  $0 \leq k \leq n$  на непересекающиеся подмножества вида  $(1, 1, \dots, 1, 0, u_{k+1}, \dots, u_{n-1}, 0)$ . Для любой стратегии из этого множества  $u_k=0$  и  $p_{k,k+1}(0)=0$ .

Тогда при  $0 \leq k \leq n$  стационарные вероятности состояний вложенной цепи Маркова  $\pi_i$ ,  $i \in E$  удовлетворяют

системе алгебраических уравнений (5), где переходные вероятности определяются равенствами (23).

При  $p_{k,k+1}(0)=0$  переходы из состояний  $E_0=\{0, 1, \dots, k\}$  в состояния из множества  $E_1=\{k+1, \dots, n\}$  невозможны. Следовательно, множество  $E_1=\{k+1, \dots, n\}$  есть множество несущественных состояний, а множество  $E_0=\{0, 1, \dots, k\}$  образует замкнутый класс сообщающихся состояний [4] и существует единственное стационарное распределение, для которого выполняются соотношения

$$\pi_i > 0, \quad i \in E_0 = (0, 1, \dots, k), \quad \pi_i = 0,$$

$$i \in E_1 = (k+1, \dots, n), \quad \sum_{i=0}^k \pi_i = 1.$$

Для определения стационарного распределения  $\pi_i > 0$ ,  $i \in E_0$ , необходимо найти нормированное решение системы

$$\begin{aligned}
\pi_0 &= \sum_{j=0}^{k-1} \pi_j p_{j0}(1) + \pi_k p_{k0}(0), \\
\pi_i &= \sum_{j=i-1}^{k-1} \pi_j p_{ji}(1) + \pi_k p_{ki}(0), \quad i = 1, 2, \dots, k, \quad (24)
\end{aligned}$$

которое обозначим  $\pi_i^{(k)}$ ,  $0 \leq k \leq i \leq n$ .

Равенство (24) доказывает, что для любой вырожденной стратегии из выделенных множеств, стационарные распределения вложенной цепи Маркова одинаковы.

Вычисление показателя качества и выбор оптимальной стратегии управления. Для рассматриваемого случая множество состояний процесса образует один класс сообщающихся состояний. Поэтому для вычисления показателя качества используем равенство (3). Подставляем нормированное решение алгебраической системы уравнений (24) и выражения (20) – (22) в (3), получаем  $S^{(0)}=c_3$ ,  $k=0$  и при  $1 \leq k \leq n$

$$\begin{aligned}
S^{(k)} &= \frac{\sum_{i=0}^{k-1} \pi_i^{(k)} s_i(1) + \pi_k^{(k)} s_k(0)}{\int_0^\infty x dF(x)} = \\
&= \frac{\sum_{i=0}^{k-1} \pi_i^{(k)} \left( \int_0^\infty i \left( c_0 + \frac{c_1}{\mu} \right) (1 - e^{-\mu t}) dF(t) + c_2 \int_0^\infty t dF(t) \right)}{\int_0^\infty x dF(x)} + \\
&+ \frac{\pi_k^{(k)}}{\int_0^\infty x dF(x)} \left( k c_0 \int_0^\infty (1 - e^{-\mu t}) dF(t) + c_3 \int_0^\infty e^{-i \mu t} dF(t) + \right. \\
&+ \left. \frac{k c_1}{\mu} \int_0^\infty (1 - e^{-\mu t}) dF(t) + c_2 \int_0^\infty \left( t - \frac{(1 - e^{-k \mu t})}{k \mu} \right) dF(t) \right).
\end{aligned}$$

Выбираем  $\max(S^{(0)}, S^{(10)}, \dots, S^{(n-1)}, S^{(n)})=S^{(k_0)}$  и номер  $k_0$ , на котором этот максимум достигается. Таким образом, построена пороговая оптимальная стратегия, для которой надо подключать свободный канал обслуживания в состояниях  $i=0, 1, \dots, k_0-1$ , а в состоянии  $i=k_0$  не надо подключать свободный канал обслуживания.

## Литература

1. Вопросы математической теории надежности / **Барзилович Е.Ю., Беляев Ю.К., Каштанов В.А.** и др.: Под ред. Гнеденко Б.В. – М.: Радио и связь, 1983- 376с.
2. **Каштанов В.А.** Элементы теории случайных процессов. Учебное пособие. Москва: МИЭМ, 2010. – 113 с.
3. **Джевелл В.С.** Управляемые полумарковские процессы. // Киберн. сб., новая серия. – М.: Мир, 1967, – № 4.
4. **Ширяев А.Н.** Вероятность. В 2-х кн. – 3-е изд., перераб. и доп. Кн. 2. М.: МЦНМО, 2004. 408с.



**Kashtanov V.A.**

## STRUCTURE CONTROL IN QUEUEING AND RELIABILITY MODELS

*The optimal strategy of the structure control in queue and reliability model is studied by using controlled semi-Markov processes. The optimal strategy has been proved to be looked for in the class of threshold strategies.*

**Keywords:** *controlled semi-Markov process, degenerated and threshold control strategies, queueing systems, reliability models and service.*

### Introduction

Queue models are quite frequently used for adequate description of the functioning processes of various real technical and economic systems. The specific features of queueing systems (QS) are the presence of an input stream of requests, serving devices, a queue which distributes the requests to serving devices.

The tasks of QS analysis are similar to the service tasks, which are an integral part of the mathematical theory of reliability, as the abovelisted components reside in the process of functioning of any technical system. The stream of service requests is composed by the elements of a system (subsystem) failed during operation and requiring recovery and service channels are the service teams responsible for repair.

When analyzing QS and reliability, the optimization problems hold an important place. Considering the characteristic features of systems under study, an optimization task can be set for all the components which determine the system. In particular, the control of system's structure is considered as a change of the number of involved service channels (service teams) and of the number of waiting facilities.

Following the general principles of the control task assignment, let us define that a *control object* is a controlled process describing the system evolution with time, *control strategies* is a set of decisions and the decision rule, and a *measure*, specifying the control quality.

The task is to define the control strategy, for which a measure specifying the control quality takes on an extremum value.

This paper represents the model of the controlled semi-Markov process [1] necessary to construct an optimal strategy for the system structure control. The controlled semi-Markov process is defined as the process with two consecutive components  $X(t) = \{\xi(t), u(t)\}$ ,  $\xi(t) \in E$ ,  $u(t) \in U$ , where  $E$  is a state space,  $U$  is a control space, where the moments of discontinuity of the components do coincide, and at these moments of the state change the process possesses a Markov property.

Initial probabilistic characteristics:

- Semi-Markov kernel  $Q_{ij}(t, u) = P\{\xi_{n+1}=j, \theta_{n+1} \leq t / \xi_n=i, u_{n+1}=u\}$ , which is equal to a conditional probability of the fact that the following value of the first component is  $j$ ,  $\xi_{n+1}=j$ , and this transition shall happen up to the moment  $t$ ,  $\theta_{n+1} \leq t$ , provided that the previous value of

the first component is equal to  $i$ ,  $\xi_n=i$ , and then the decision is taken  $u$ ,  $u_{n+1}=u$ ;

- The measures  $G_i(B)$ ,  $i \in E$ ,  $u \in U$ ,  $B \in A$ , which define the control strategy (decision rule). These measures are defined on measurable control spaces  $(U, A)$

Quality indicator is defined by the functions  $R_{ij}(t, u)$ ,  $i, j \in E$ ,  $u \in U$ ,  $0 \leq t < \infty$ , which are equal to the mathematical expectation of the accumulated effect for the duration of QS being in state  $i$  provided that in time  $t$  it shall pass into state  $j$  and then the decision  $u$  is taken.

The above integrated characteristics let us define the mathematical expectation of the accumulated effect for the duration of the process being in state  $i$

$$s_i = \sum_{j \in E} \int_{u \in U_i} \int_0^\infty R_{ij}(x, u) dQ_{ij}(x, u) G_i(du) \quad (1)$$

and the mathematical expectation of the process continuously being in state  $i$

$$m_i = \sum_{j \in E} \int_{u \in U_i} x dQ_{ij}(x, u) G_i(du). \quad (2)$$

Papers [1, 2, 3] prove the following statements:

- If an imbedded Markov chain is irreducible, then for the mathematical expectation  $S_i(t)$  accumulated during the time  $t$  of the effect, provided it starts from the state  $i \in E$ , an asymptotic equation holds true with  $t \rightarrow \infty$   $S_i(t) = St + o(t)$ ;

- Dependence on the initial characteristics of the functional  $S$  is defined by the equation

$$S(\vec{G}) = \frac{\sum_{i=1}^N s_i \pi_i}{\sum_{i=1}^N m_i \pi_i}, \quad (3)$$

where  $\pi_i$ ,  $i \in E$  denotes a stationary distribution of the imbedded Markov chain, which is a normalized solution of the algebraic system of equations [4]

$$\pi_i = \sum_{j \in E} \pi_j p_{ji}, \quad \sum_{j \in E} \pi_j = 1, \quad (4)$$

$$p_{ij} = \int_{U_i} \left( \lim_{t \rightarrow \infty} Q_{ij}(t, u) \right) G_i(du);$$

- The functional  $S(\vec{G})$  is a linear fractional functional with regard to the distributions  $\vec{G} = (G_1, G_2, \dots, G_N)$ , specifying the Markov control strategy;

- If the extremum of a linear fractional functional does exist on the set of the acceptable strategies and all the degenerated strategies are acceptable, then this extremum shall be reached on the set of degenerated strategies.

These mathematical results shall be used for analysis of the exact controlled queue models and models of reliability. Particularly, the further calculations shall be made directly for degenerated control strategies.

Now then, the definition of a Semi-Markov kernel and formulas (1) – (4) prescribe the sequence of the stages for the analysis of the exact models.

## Task definition

This section will be dedicated to the analysis of QS which receives a recurrent flow of demands or a recovery process at its input. Intervals between the neighboring moments of the demands entries shall be specified through  $\xi_i$ ,  $i=1, 2, \dots, k, \dots$ , and the function of distribution of these intervals shall be specified through  $F(x) = P\{\xi_i \leq x\}$ ,  $F(0+0)=0$ . The latter condition means the ordinarity of the arrival stream. The durations of service  $\eta$  have exponential distribution  $G(x) = P\{\eta \leq x\} = 1 - e^{-\mu x}$ ,  $x \geq 0$ . There is no queue in the system. Unlike classical arrangements, let us consider the system structure to be variable – the number of functioning channels varies in the system, but it can not exceed the value  $\eta$ ,  $0 < \eta < \infty$ .

The decision to change the number of functioning channels in the system is taken in the moments  $t_k$  – the moments of entry of a recurrent demand. It means that within the time interval  $[t_k, t_{k+1})$  there are no demands to the system, but at the moment of  $t_{k+1}$  there is only *one* demand entry. The number of waiting facilities is equal to zero, that is why the demand received at the moment of  $t_{k+1}$  is lost, if at the moment of its entry all the available service channels are occupied, and it is taken into service if there is an available free channel at the moment of  $t_{k+1}$ . The availability of a free service channel at the moment of  $t_{k+1}$  is linked to the release of the occupied channels within the time interval  $[t_k, t_{k+1})$  and to the decisions taken about the number of functioning channels at the moment of  $t_k$ .

Let us assume that if at the moment of  $t_k$  a free channel is connected, all the channels released within the period  $[t_k, t_{k+1})$  are disconnected; if at the moment of  $t_k$  a free channel is not connected, then among the channels released within the period  $[t_k, t_{k+1})$  the first channel remains active, and all the other channels disconnect; if within the period  $[t_k, t_{k+1})$  none of the channels release, any requirement received at the moment of  $t_{k+1}$  is lost.

Let us use  $u_0=0$  to specify the decision to retain the number of channels, equal to the number of demands present in the system at the moment of  $t_k+0$ , using  $u_1=1$  decision to retain one more additional free channel along with the channel occupied with service operation of the demands current at the moment of  $t_k+0$  (it is sufficient to retain just one free channel as at the moment of  $t_{k+1}$  there will be only one demand entry).

If at the moment of decision making there is  $i$  of demands in QS, then with the probability  $0 \leq p_i \leq 1$  the decision  $u_0=0$  is made, and with the probability  $0 \leq q_i \leq 1$  the decision  $u_1=1$ ,  $p_i + q_i = 1$ ,  $i=0, 1, 2, \dots, n$  is made. With  $i=n$  we have  $p_n=1$ ,  $q_n=0$  due to the limited total number of the channels of value  $n$ . Using mathematical terminology, at first, a class of randomized control strategies is used [1, 2] under the task definition.

Let us enter the cost performance characteristics which define the functional, specifying the quality of performance and control. Let us assume that  $c_0$  is the profit per one served demand;  $c_1$  is a pay for one hour of the involved channel operation;  $c_2$  is a pay for one hour of a free channel downtime;  $c_3$  is a pay for the loss of one demand.

The model described above fully stays within a model of discrete control of a semi-Markov process [1].

### Task solution

1. *Construction of a control object.* The control object shall be a semi-Markov process  $X(t)$ , describing the evolution of the respective queuing system with time. In order to define it, let us introduce the sequence  $t_0=0, t_k, k=1, 2, \dots, t_k \leq t_{k+1}$  of neighboring moments of the demands entries into the system. Let us define a stochastic process  $X(t)$ , with  $X(t)=i, t \in [t_k, t_{k+1})$ , if at the moment of  $t_k + 0$  there are  $i$  requests under operation. This means that above introduced stochastic process takes the values from the range  $E=\{0, 1, 2, \dots, n\}$ . We shall note that the state  $i=0$  is realized when there were no demands, and when the arrived demand was not lost. If we know the number of demands in the system at the moment of entry of a recurrent demand, then under the taken expectations this process is a Markov process, as the distribution of the time interval followed by the next request, does not depend on the past, and the distribution of the number of the demands served in this time interval does not depend on the past either, due to the absence of consequence of the exponential distribution. Therefore, this is true that the process  $X(t)$  is semi-Markov.

2. *Definition of a semi-Markov matrix.* For the model under analysis, the elements of a semi-Markov matrix are defined by the equations with  $i \in E$

$$\begin{aligned} Q_{01}(t, 1) &= F(t), \\ Q_{ij}(t, 1) &= \int_0^t C_i^{j-1} e^{-(j-1)\mu x} (1 - e^{-\mu x})^{i-j+1} dF(x), \\ i &= (0, 1, \dots, n-1), \quad 0 < j \leq i+1; \\ Q_{ii}(t, 0) &= \int_0^t [e^{-i\mu x} + i e^{-(i-1)\mu x} (1 - e^{-\mu x})] dF(x), \\ i &= (0, 1, \dots, n); \\ Q_{ij}(t, 0) &= \int_0^t C_i^{j-1} e^{-(j-1)\mu x} (1 - e^{-\mu x})^{i-j+1} dF(x), \\ i &= (2, \dots, n), \quad 1 \leq j \leq i-1. \end{aligned} \quad (5)$$

Other elements of a semi-Markov matrix are equal to zero.

Let us clarify the equations (5). If we know the taken decision, then we also know the number of requests being served at the moment of decision-making – the moment of the request entry. If we know that the next demand shall arrive at time  $x$ , then, due to a wonderful property of the absence of consequence of exponential distribution, at the moment of a recurrent request the number of unserved demands has the Bernoulli distribution with a parameter  $e^{-\lambda x}$ . It leads to formulas (5).

3. *Description of control space and strategies space.* For each state  $i \in E = \{0, 1, 2, \dots, n\}$  the control spaces  $U_i = \{0, 1\}$ ,  $i \neq n$ ,  $U_n = \{0\}$ , are composed of two possible decisions: to link a free channel, or not to link it (except for the state

$i=n$ , when there are no free functioning channels available), therefore, randomized strategies are defined by probabilistic distributions  $(p_i, q_i), p_i \geq 0, q_i \geq 0, p_i + q_i = 1, i \neq n, q_n = 0$ . Thus, any of the randomized strategies can be expressed by a vector  $(p_0, p_1, \dots, p_{n-1}, p_n = 1)$ . Space of degenerated strategies, with consideration of  $p_n = 1$  can be equated with a set of  $n$ -dimensional vectors of zeros and ones, containing  $2^n$  of elements. We shall further define any degenerated strategy by  $(n+1)$ -dimensional dyadic vector, in which the one in the  $k$ -th bit means that in the state  $k$  with probability one, the decision is taken to link a free service channel, and a zero in the  $k$ -th position means that in the state  $k$  with probability one, the decision is taken not to link a free service channel. Let us note that this dyadic vector does always have the value of the last bit equal to zero.

4. *Construction of the functional.* Let us use  $A_{ij}(t, u), i, j \in E, t \geq 0, u = 0, 1$  to specify the event of the process in the state  $i$ , passed during the time  $t$  into the state  $j$  and the decision  $u$  was taken.

If in the state  $i \in E$  the decision  $u=0$  is taken and the process passed into the state  $j$ , then:

- with  $i=0$  there are no demands in service at the beginning of the period, none of the channels is activated, the arrived demand is lost. Consequently, under the listed conditions, a mathematical expectation of the accumulated effect, expressed through income and efforts, is equal to

$$R_{00}(t, 0) = c_3. \quad (6)$$

- with  $i=1, 2, \dots, n, j=i$  at the beginning of the period the  $i$  of demands are in service and there are no free channels. The transition into the state  $j=i$  is possible in two cases: either during this period no demand is completely served (in this case the arrived demand is lost) – the event  $B_0$ , or during this period one demand is completely served and the arrived demand entered the service – the event  $B_1$ . Thus under the accepted specifications the equations (5) lead to

$$\begin{aligned} p_0 &= P\{B_0 / A_{ii}(t, 0)\} = \frac{e^{-i\mu t}}{e^{-i\mu t} + i e^{-(i-1)\mu t} (1 - e^{-\mu t})}, \\ p_1 &= P\{B_1 / A_{ii}(t, 0)\} = \frac{i e^{-(i-1)\mu t} (1 - e^{-\mu t})}{e^{-i\mu t} + i e^{-(i-1)\mu t} (1 - e^{-\mu t})}. \end{aligned} \quad (7)$$

Further on let us use  $v$  to specify the number of demands after service, and  $\zeta$  could be used to specify the total time of channels operation on the period between the neighboring Markov moments of the demand entries. Then under the accepted conditions, the mathematical expectation of the accumulated effect, expressed through income and efforts, is equal to

$$R_{ii}(t, 0) = c_0 M[v / A_{ii}(t, 0)] + C_{ii}(t, 0) + c_3 (1 - M[v / A_{ii}(t, 0)]), \quad (8)$$

where  $C_{ii}(t, 0)$  is the mathematical expectation of the efforts on the operation and the down time of a service channel on the period under consideration under the same conditions. That is why we have

$$M[v / A_{ii}(t, 0)] = \frac{ie^{-(i-1)\mu t}(1-e^{-\mu t})}{e^{-i\mu t} + ie^{-(i-1)\mu t}(1-e^{-\mu t})}, \quad (9)$$

$$1 - M[v / A_{ii}(t, 0)] = \frac{e^{-i\mu t}}{e^{-i\mu t} + ie^{-(i-1)\mu t}(1-e^{-\mu t})}.$$

Considering that these efforts are proportional to the total time of operation of the service channels, we can write

$$C_{ii}(t, 0) = c_1 M(\zeta / A_{ii}(t, 0)) + c_2 [t - M(\zeta / A_{ii}(t, 0))],$$

where  $M(\zeta / A_{ii}(t, 0))$  is the mathematical expectation of the total time of the operation of the service channels on the considered period provided the transition of the process from the state  $i \in E$  to the state  $j \in E$  during  $t$  time. Let us further note that under the accepted statements, the process defined as the number of requests in the system is described by the Markov process of death with the transitions rates  $\mu_k = k\mu, j-1 \leq k \leq i$ . That is why the total time of operation of service channels on the considered period providing the process transition from the state  $i \in E$  to the state  $j \in E$  during  $t$  time is the integral of the path  $\xi(t, \omega)$  of the Markov process of death with the transitions rates  $\mu_k = k\mu, j-1 \leq k \leq i$ , for which either  $\{\xi(0)=i, \xi(t)=i\}$  condition, or  $\{\xi(0)=i, \xi(t)=i-1\}$  condition are fulfilled.

The paper [2] contains the correlations for integral conditional mathematical expectations, and these correlations lead to the formulas

$$M\left(\int_0^t \xi(x, \omega) dx / \xi(t) = k, \xi(0) = n\right) =$$

$$= kt + (n-k) \frac{\mu}{1-e^{-\mu t}} - te^{-\mu t}, \quad k \geq n. \quad (10)$$

Then, with account of correlations (7) and (10) we can write

$$C_{ii}(t, 0) = c_1 M(\zeta / A_{ii}(t, 0)) + c_2 [it - M(\zeta / A_{ii}(t, 0))] =$$

$$= c_1 [p_0 M\left(\int_0^t \xi(x, \omega) dx / \xi(t) = i, \xi(0) = i\right) +$$

$$+ p_1 M\left(\int_0^t \xi(x, \omega) dx / \xi(t) = i-1, \xi(0) = i\right) +$$

$$+ c_2 [it - p_0 M\left(\int_0^t \xi(x, \omega) dx / \xi(t) = i, \xi(0) = i\right) -$$

$$- p_1 M\left(\int_0^t \xi(x, \omega) dx / \xi(t) = i-1, \xi(0) = i\right)] =$$

$$= c_1 \frac{itC_i^{i-i}e^{-i\mu t} + C_i^{i-(i-1)}e^{-(i-1)\mu t}(1-e^{-\mu t})\left((i-1)t + \left(\frac{1}{\mu} - \frac{te^{-\mu t}}{1-e^{-\mu t}}\right)\right)}{e^{-i\mu t} + ie^{-(i-1)\mu t}(1-e^{-\mu t})} +$$

$$+ c_2 \frac{C_i^{i-(i-1)}e^{-(i-1)\mu t}\left(t - \frac{1}{\mu}(1-e^{-\mu t})\right)}{e^{-i\mu t} + ie^{-(i-1)\mu t}(1-e^{-\mu t})}. \quad (11)$$

By combination of the equations (8), (9) and (11), we can get

$$R_{ii}(t, 0) = c_3 + (c_0 - c_3) \frac{ie^{-(i-1)\mu t}(1-e^{-\mu t})}{e^{-i\mu t} + ie^{-(i-1)\mu t}(1-e^{-\mu t})} +$$

$$+ c_2 \frac{ie^{-(i-1)\mu t}\left(t - \frac{1}{\mu}(1-e^{-\mu t})\right)}{e^{-i\mu t} + ie^{-(i-1)\mu t}(1-e^{-\mu t})} +$$

$$+ c_1 \left[ \frac{ite^{-i\mu t}}{e^{-i\mu t} + ie^{-(i-1)\mu t}(1-e^{-\mu t})} + \right.$$

$$\left. + \frac{ie^{-(i-1)\mu t}(1-e^{-\mu t})\left((i-1)t + \left(\frac{1}{\mu} - \frac{te^{-\mu t}}{1-e^{-\mu t}}\right)\right)}{e^{-i\mu t} + ie^{-(i-1)\mu t}(1-e^{-\mu t})} \right]; \quad (12)$$

• with  $2 \leq i < n, 0 < j \leq i-1$  in the period between the neighboring moments of demand entries into the system, only the demands are being served and thus the number of the demands reduces. The number of the served demands is positive and is equal to  $i-j+1 \geq 2$ . Consequently, at the moment of a new demand entry, there will be a free channel available and the demand won't be lost. Thus,

$$R_{ij}(t, 0) = c_0(i-j+1) + C_{ij}(t, 0), \quad (13)$$

where using  $C_{ij}(t, 0)$  we shall specify the mathematical expectation of the efforts for operation and down time of service channels on the considered period provided there occurred the event  $A_{ij}(t, 0)$ . The number of the served demands is equal to  $i-j+1 \geq 2$ , that is why the mathematical expectation of the total time of service operation, defined by the formula (10), is equal to

$$M\left(\int_0^t \xi(x, \omega) dx / \xi(t) = j, \xi(0) = i\right) =$$

$$= (j-1)t + (i-j+1) \frac{\mu}{1-e^{-\mu t}} - te^{-\mu t}, \quad (14)$$

as a newly arrived demand just starts being served.

At the same time, the first released channel remained being linked but was in a down state up the moment of a new demand entry. The paper [2] defines the mathematical expectation  $M(\xi_{i,t} / \xi(t) = j-1, \xi(0) = i)$  of the first released channel operation time

$$M(\xi_{i,t} / \xi(t) = j-1, \xi(0) = i) = \int_0^t \left( \frac{e^{-\mu x} - e^{-\mu t}}{1-e^{-\mu t}} \right)^{i-j+1} dx. \quad (15)$$

Using the equations (14) and (15), we get with  $2 \leq i < n, 0 < j \leq i-1$

$$\begin{aligned}
 C_{ij}(t, 0) &= c_1 M \left( \int_0^t \xi(x, \omega) dx / \xi(t) = j, \xi(0) = i \right) + \\
 &= c_2 \left[ t - M(\xi_{i,t} / \xi(t) = j-1, \xi(0) = i) \right] = \\
 &= c_1 \left( (j-1)t + (i-j+1) \frac{\frac{1}{\mu}(1-e^{-\mu t}) - te^{-\mu t}}{1-e^{-\mu t}} \right) + \\
 &\quad + c_2 \left( t - \int_0^t \left( \frac{e^{-\mu x} - e^{-\mu t}}{1-e^{-\mu t}} \right)^{i-j+1} dx \right). \quad (16)
 \end{aligned}$$

Then with  $2 \leq i < n$ ,  $0 < j \leq i-1$  from (13) и (16) we shall have

$$\begin{aligned}
 R_{ij}(t, 0) &= c_0(i-j+1) + \\
 &+ c_1 \left( (j-1)t + (i-j+1) \frac{\frac{1}{\mu}(1-e^{-\mu t}) - te^{-\mu t}}{1-e^{-\mu t}} \right) + \\
 &\quad + c_2 \left( t - \int_0^t \left( \frac{e^{-\mu x} - e^{-\mu t}}{1-e^{-\mu t}} \right)^{i-j+1} dx \right). \quad (17)
 \end{aligned}$$

So we have calculated all desired mathematical expectations under the decision  $u=0$ . It is not necessary to perform these calculations for other parameter values  $i, j \in E$ , because the respective elements of a semi-Markov kernel (5) are equal to zero.

If in the state  $i \in E$  the decision  $u=1$  is taken and the process passes to the state  $j$ , then:

- with  $i=0$  at the beginning of the period there are no demands in service, none of the channels is activated, one free channel is linked, the arrived demand is not lost, as there was a free channel available. Consequently, under the listed conditions, a mathematical expectation of the accumulated effect, expressed through income and efforts is equal to

$$R_{01}(t, 1) = c_2 t; \quad (18)$$

- with  $i=n$  a decision on the fitting of a free channel can not be made. With  $n-1 \geq i \geq 1$  at the beginning of the period the demands in the amount of  $i$  are being served and there is one free channel, during the period the demands in the amount of  $i-j+1 \geq 0$  are completely served and, at last, the demand arrived in the end of the period is not lost. Thus, under the listed conditions, the mathematical expectation of the accumulated effect expressed through income and efforts is equal to  $R_{ij}(t, 1) = c_0(i-j+1) + C_{ij}(t, 1) + c_2 t$ , where, as before, the  $C_{ij}(t, 1)$  is used to specify mathematical expectation of the efforts on the service channels operation on the considered period under the same conditions, i.e. the event  $A_{ij}(t, 1)$  occurred.

Using the equation (10), with  $n \geq i+1 \geq j \geq 1$  we get the mathematical expectation of the total time of service channel operation

$$C_{i,j}(t, 1) = c_1 \left( (j-1)t + (i-j+1) \frac{\frac{1}{\mu}(1-e^{-\mu t}) - te^{-\mu t}}{1-e^{-\mu t}} \right).$$

It leads to

$$\begin{aligned}
 R_{ij}(t, 1) &= c_0(i-j+1) + c_2 t + \\
 &+ c_1 \left( (j-1)t + (i-j+1) \frac{\frac{1}{\mu}(1-e^{-\mu t}) - te^{-\mu t}}{1-e^{-\mu t}} \right). \quad (19)
 \end{aligned}$$

It is not necessary to calculate the rest of mathematical expectations, as the respective elements of a semi-Markov kernel are equal to zero.

5. *Calculation of mathematical expectations of time of the process continuously being at a fixed state.* For the model under analysis, mathematical expectations  $m_i(u)$ ,  $i \in E$ ,  $u=0, 1$  with consideration of (2) and (5) are defined by the equations

$$m_i(u) = \int_0^\infty t dF(t) = M, \quad i \in E, \quad u = 0, 1. \quad (20)$$

6. *Calculation of mathematical expectations of income.* Mathematical expectations  $s_i(u)$ ,  $i \in E$ ,  $u=0, 1$  of the income for the time of the process continuously being with consideration of (1), (5), (12) and (17)-(19) are defined by the equations

$$\begin{aligned}
 s_i(1) &= c_0 i \int_0^\infty (1-e^{-\mu t}) dF(t) + c_2 \int_0^\infty t dF(t) + \\
 &+ c_1 i \int_0^\infty t e^{-\mu t} dF(t) + c_1 \frac{i}{\mu} \int_0^\infty (1-(1+\mu t)e^{-\mu t}) dF(t) = \\
 &= c_0 i \int_0^\infty (1-e^{-\mu t}) dF(t) + c_2 \int_0^\infty t dF(t) + c_1 \frac{i}{\mu} \int_0^\infty (1-e^{-\mu t}) dF(t) = \\
 &= \int_0^\infty i \left( c_0 + \frac{c_1}{\mu} \right) (1-e^{-\mu t}) dF(t) + c_2 \int_0^\infty t dF(t), \quad (21)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 s_i(0) &= i c_0 \int_0^\infty (1-e^{-\mu t}) dF(t) + c_3 \int_0^\infty e^{-i\mu t} dF(t) + \\
 &+ \frac{i c_1}{\mu} \int_0^\infty (1-e^{-\mu t}) dF(t) + c_2 \int_0^\infty \left( t - \frac{(1-e^{-i\mu t})}{i\mu} \right) dF(t), \quad 1 \leq i \leq n, \\
 s_0(0) &= c_3, \quad i = 0. \quad (22)
 \end{aligned}$$

7. *Calculation of steady-state probabilities of an imbedded Markov chain.*

With consideration of correlations (5) for the matrix elements  $P$  of transition probabilities the following equations follow



$$p_{01}(1) = Q_{01}(\infty, 1) = 1,$$

$$p_{ij}(1) = Q_{ij}(\infty, 1) = \int_0^\infty C_i^{j-1} e^{-(j-1)\mu x} (1 - e^{-\mu x})^{i-j+1} dF(x),$$

$$i = (0, 1, \dots, n-1), \quad 0 < j \leq i+1;$$

$$p_{ii}(0) = Q_{ii}(\infty, 0) = \int_0^\infty [e^{-i\mu x} + i e^{-(i-1)\mu x} (1 - e^{-\mu x})] dF(x),$$

$$i = (0, 1, \dots, n);$$

$$p_{ij}(0) = Q_{ij}(\infty, 0) = \int_0^\infty C_i^{j-1} e^{-(j-1)\mu x} (1 - e^{-\mu x})^{i-j+1} dF(x),$$

$$i = (2, \dots, n), \quad 1 \leq j \leq i-1. \quad (23)$$

Let us further consider the set of degenerated strategies, for which the decision to link a free channel with probability one is taken for the states  $i$ ,  $0 \leq i \leq k-1$ . These degenerated strategies are expressed by dyadic vectors, first  $k$  of components of which take on the value of one, the  $k+1$ -th component takes on the value of zero, and the rest components takes on any values except  $u_n=0$ , i.e. all the sets of degenerated strategies under different  $0 \leq k \leq n$  divide into disjoint sub-sets of the type  $(1, 1, \dots, 1, 0, u_{k+1}, \dots, u_{n-1}, 0)$ . For any strategy of this set  $u_k=0$  and  $p_{k,k+1}(0)=0$ .

Thus, under  $0 \leq k \leq n$ , stationary probabilities of the states of the imbedded Markov chain  $\pi_i$ ,  $i \in E$  correspond to the system of algebraic expressions (5), where the transition probabilities are defined by the equations (23).

Under  $p_{k,k+1}(0)=0$  transitions from the states  $E_0=\{0, 1, \dots, k\}$  into the states from the set  $E_1=\{k+1, \dots, n\}$  are impossible. Therefore, the set  $E_1=\{k+1, \dots, n\}$  is the set of nonexistent states, and the set  $E_0=\{0, 1, \dots, k\}$  forms a closed class of communicating states [4] and there is the only steady-state distribution, for which the following correlations are valid:

$$\pi_i > 0, \quad i \in E_0 = (0, 1, \dots, k), \quad \pi_i = 0,$$

$$i \in E_1 = (k+1, \dots, n), \quad \sum_{i=0}^k \pi_i = 1.$$

To define steady-state distribution of  $\pi_i > 0$ ,  $i \in E_0$ , it is necessary to find a system's normalized solution

$$\pi_0 = \sum_{j=0}^{k-1} \pi_j p_{j0}(1) + \pi_k p_{k0}(0),$$

$$\pi_i = \sum_{j=i-1}^{k-1} \pi_j p_{ji}(1) + \pi_k p_{ki}(0), \quad i = 1, 2, \dots, k, \quad (24)$$

which shall be specified by  $\pi_i^{(k)}$ ,  $0 \leq k \leq i \leq n$ .

The equation (24) proves that for any degenerated strategy of the selected sets, the steady-state distributions of the impeded Markov chain are common.

8. *Calculation of the quality indicator and selection of optimal control strategy.* For the case under consideration, the set of process states forms a single class of communicating states. That is why we shall use the equation (3) for calculation of quality indicator. Let us plug a normalized solution of algebraic system of equations (24) and expressions (20) – (22) into (3), then we have  $S^{(0)}=c_3$ ,  $k=0$  and under  $1 \leq k \leq n$

$$S^{(k)} = \frac{\sum_{i=0}^{k-1} \pi_i^{(k)} s_i(1) + \pi_k^{(k)} s_k(0)}{\int_0^\infty x dF(x)} =$$

$$= \frac{\sum_{i=0}^{k-1} \pi_i^{(k)} \left( \int_0^\infty i \left( c_0 + \frac{c_1}{\mu} \right) (1 - e^{-\mu t}) dF(t) + c_2 \int_0^\infty t dF(t) \right)}{\int_0^\infty x dF(x)} +$$

$$+ \frac{\pi_k^{(k)}}{\int_0^\infty x dF(x)} \left( k c_0 \int_0^\infty (1 - e^{-\mu t}) dF(t) + c_2 \int_0^\infty e^{-i\mu t} dF(t) + \right.$$

$$\left. + \frac{k c_1}{\mu} \int_0^\infty (1 - e^{-\mu t}) dF(t) + c_2 \int_0^\infty \left( t - \frac{(1 - e^{-k\mu t})}{k\mu} \right) dF(t) \right).$$

Let us choose the  $\max(S^{(0)}, S^{(10)}, \dots, S^{(n-1)}, S^{(n)})=S^{(k0)}$  and the number  $k_0$ , this maximum is achieved at. Thus, there is a threshold optimal strategy, for which it is necessary to link a free service channel in the states  $i=0, 1, \dots, k_0-1$ , and in the state  $i=k_0$  it is not necessary to link a free service channel.

## References

1. Issues of mathematical theory of reliability / **Barzilovich E.Y., Belyaev Y.K., Kashtanov V.A.** and others.: Under the editorship of Gnedenko B.V. – M.: Radio and communication, 1983- 376p.
2. **Kashtanov V.A.** Elements of theory of stochastic processes. Study guide. Moscow: MIEM, 2010. – 113 p.
3. **Jewell V.S.** Controlled semi-Markov processes. // Cybern., a new series. – M.: World, 1967, – No.4.
4. **Shiryaev A.N.** Probability. In two vol. – 3-d edition., revised and enlarged. Vol. 2. M.: MCCME, 2004. 408p.

**Ротштейн А.П.**

## РАНЖИРОВАНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ СИСТЕМЫ НА ОСНОВЕ НЕЧЕТКИХ ОТНОШЕНИЙ: МЕТОД НАИМЕНЬШЕГО ВЛИЯНИЯ

*В этой статье предложен новый метод ранжирования элементов при обеспечении надежности систем с применением теории нечетких отношений. Задача ранжирования сведена к автоматической классификации на основе транзитивного замыкания нечеткого отношения сходства. Это позволяет разбивать множество элементов системы на непересекающиеся классы, не различимые по важности.*

*Для построения нечеткого отношения сходства каждый элемент системы представляется в виде вектора влияний. Мерой сходства пары элементов является расстояние между двумя векторами. Степень влияния каждого элемента предложено вычислять методом наименьшего влияния, который использует экспертные знания о наименьшем влиянии элемента и сравнение с ним других влияний по 9-бальной шкале Саати.*

*Предложенный метод свободен от допущения о независимости элементов и бинарном характере надежности: «есть отказ – нет отказа». Возможными сферами применения предложенного метода являются системы с плохо определенной структурой и многофункциональными элементами: организационные, эргатические, военные и т.п.*

**Ключевые слова:** система, надежность, важность элемента, нечеткое отношение влияния, транзитивное замыкание, кластерный анализ.

### 1. Введение

На ранних этапах проектирования системы возникает необходимость оценки рангов ее элементов. Ранг – это количественная характеристика важности элемента, которая используется при решении следующих задач:

- формирование требований к надежности элементов, исходя из заданных требований к надежности системы в целом;
- распределение средств на повышение надежности системы между ее элементами.

Классический подход к вычислению рангов использует чувствительность функции надежности системы к изменению надежности ее элементов. Альтернативой этому подходу являются экспертные оценки, формализуемые средствами нечеткой (fuzzy) математики.

Широко известным примером экспертного ранжирования элементов является крылатое и ставшее шутливо-ироническим выражение В.И. Ленина «о почте и телеграфе» из работы «Советы постороннего»: «... чтобы непременно были заняты а) почта, б) телеграф, в) железнодорожные станции ...» (первые, обязательные согласно Ленину, условия успешного восстания).

Идея написания этой статьи возникла в ходе дискуссии по докладу профессора И.Б. Герцбаха (Кармиель, Израиль, 2013), в котором ранги элементов использовались

для распределения средств на повышение надежности дорог и сооружений в сейсмоопасном районе.

В этой статье анализируются подходы к ранжированию элементов системы и предлагается метод вычисления рангов на основе теории нечетких отношений. Предполагается, что важность элемента определяется его влиянием на другие элементы: больше влияние – больше важность.

Исходная информация о структуре системы формализуется в виде *нечеткого отношения влияния*, которое преобразуется в *нечеткое отношение сходства* и его *транзитивное замыкание*. Это позволяет разбить множество элементов системы на классы, эквивалентные по важности.

Для вычисления степеней влияния элемента системы на другие элементы предлагается специальный метод, использующий информацию о наименьшем влиянии и сравнение с ним по 9-бальной шкале Саати. Отсюда название: *метод наименьшего влияния*.

В разделе 2 анализируются подходы к ранжированию элементов системы, исходя из причинно-следственных связей между отказами.

В разделе 3 вводится нечеткое отношение влияния как модель структуры системы.

В разделе 4 предлагается метод наименьшего влияния для формализации экспертных знаний о системе.

В разделе 5 определяется переход от нечеткого отношения влияния к нечеткому отношению сходства.

В разделе 6 приводятся формулы для транзитивного замыкания нечеткого отношения сходства и его  $\alpha$ -уровней, позволяющие выявлять классы элементов, эквивалентных по важности.

В разделе 7 рассматривается пример, иллюстрирующий алгоритм применения предложенного метода для системы из 5-ти элементов.

## 2. Внешний и внутренний подходы

Известные подходы к ранжированию элементов системы можно разделить на два класса, исходя из типа причинно-следственных связей между отказами. Назовем эти подходы внешним и внутренним (табл. 1).

Таблица 1. Подходы к ранжированию элементов

| Подход     | Причины                | Следствия              |
|------------|------------------------|------------------------|
| Внешний    | Отказ $i$ -го элемента | Отказ системы          |
| Внутренний | Отказ $i$ -го элемента | Отказ $j$ -го элемента |

### 2.1. Внешний подход

Этот подход восходит к работе [1] и использует чувствительность надежности системы к изменению надежности ее элементов (см. также [2]). Рассмотрим функцию надежности

$$P_s = f(P_1, P_2, \dots, P_n), \quad (1)$$

которая связывает вероятности безотказной работы системы ( $P_s$ ) и ее элементов ( $P_i$ ). Представим эту функцию в виде ряда:

$$P_s = b_0 + \sum_{i=1}^n b_i P_i + \sum_{i,j=1}^n b_{ij} P_i P_j + \dots, \quad (2)$$

коэффициенты которого имеют смысл частных производных:

$$b_i = \frac{\partial P_s}{\partial P_i}, \quad b_{ij} = \frac{\partial^2 P_s}{\partial P_i \partial P_j}. \quad (3)$$

Коэффициент  $b_i$  в (3) соответствует индексу важности  $i$ -го элемента (reliability importance index), введенному в работе [1]. Коэффициент  $b_{ij}$  в (3) соответствует индексу важности совместного влияния  $i$ -го и  $j$ -го элементов (joint reliability importance), введенному в работе [3].

Для систем, надежность которых моделируется методом Monte-Carlo, индексы важности (3) вычисляются в работах [4, 5].

В работе [6] рассматривается метод вычисления важности элементов системы непосредственно на основе логической (или структурной [2]) функции

$$\alpha_s = f_L(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n), \quad (4)$$

где  $\alpha_s(\alpha_i) = 1(0)$ , если система ( $i$ -й элемент) работает (отказал),  $f_L$  – булева функция.

Ограничения рассмотренной группы методов (внешний подход) состоят в следующем:

1. Бинарный характер модели надежности (1 – нет отказа, 0 – есть отказ) не позволяет учитывать промежуточные состояния элементов, которые лишь снижают эффективность работы системы, но не приводят к ее полному отказу.

2. Предположение о независимости элементов не позволяет учитывать влияние нарушений в работе элементов друг на друга.

3. Адекватность модели надежности (1), на основе которой вычисляются индексы важности (3), сильно зависит от квалификации эксперта, записывающего структурную функцию (4). Это порождает противоречие между строгостью операции дифференцирования (3) и субъективизмом модели (1), к которой эта операция применяется. В результате, получаемые индексы важности элементов могут не обладать свойством робастности: они слишком чувствительны к изменениям в структуре и параметрах модели (1). В общем виде такие противоречия Л. Заде (L. Zadeh) сформулировал как *принцип несовместимости* (incompatibility) высокой сложности и высокой точности [7]. Применительно к индексам важности (3) это означает, что с повышением сложности и неопределенности системы, стремление к точности вычислений теряет смысл. Здесь уместно напомнить известный афоризм: «математики делают все так, как нужно, но только то, что можно».

### 2.2. Внутренний подход

Этот подход восходит к оценке значимости элементов на основе теории отношений и графов. Перенос теории

отношений в теорию надежности впервые выполнил В.И. Нечипоренко [8, 9].

Внутренний подход не требует построения структурной функции (4) и функции надежности (1). Он опирается на информацию о структуре системы, т.е. состав ее элементов и связей между ними. При этом могут использоваться знания о влиянии нарушений в одних элементах на возникновение нарушений в других элементах. Например, «уход параметров  $i$ -го элемента приводит к уходу параметров  $j$ -го элемента, что в свою очередь приводит к отказу  $k$ -го элемента, и т.д.». Таким образом, может учитываться «эффект домино».

Носителем информации для вычисления рангов в [8,9] служит матрица связей

$$A = [\alpha_{ij}], i, j = 1, 2, \dots, n, \quad (5)$$

в которой  $\alpha_{ij} = 1(0)$ , если  $i$ -й элемент связан (не связан) с  $j$ -м элементом.

Ранг  $i$ -го элемента вычисляется как сумма элементов  $i$ -й строки матрицы

$$D = A + A^2, \quad (6)$$

которая учитывает одношаговые и двухшаговые влияния нарушений в  $i$ -м элементе системы.

Ограничение подхода [8, 9] состоит в бинарном характере матрицы (5), которая не позволяет учитывать силу связей (или влияний) между элементами. Поэтому возникает интерес к обобщению этого подхода на случай нечетких отношений [7]. Следует заметить, что соотношение (6) по своей структуре напоминает отношение транзитивного замыкания (transitive closure), которое используется в кластерном анализе [10]. Это наводит на мысль, что задача ранжирования элементов может формулироваться как задача автоматической классификации, которая состоит в разбиении множества элементов на классы, эквивалентные по важности.

Ниже предлагается решение задачи ранжирования элементов на основе нечеткого транзитивного замыкания [11, 12] и специальных процедур построения нечетких отношений влияния и сходства.

### 3. Нечеткое отношение влияния

Пусть  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  – множество элементов системы. Влияние элемента  $x_i \in X$  на остальные элементы зададим нечетким множеством:

$$I_i = \left\{ \frac{\mu_{i1}}{x_1}, \frac{\mu_{i2}}{x_2}, \dots, \frac{\mu_{in}}{x_n} \right\}, \quad (7)$$

где  $\mu_{ij}$  – число в интервале  $[0,1]$ , которое характеризует степень влияния элемента  $x_i \in X$  на элемент  $x_j \in X$ ;  $i, j = 1, 2, \dots, n$ .

Будем предполагать, что влияние элемента  $x_i \in X$  на самого себя отсутствует, т.е.

$$\mu_{ii} = 0, i = 1, 2, \dots, n. \quad (8)$$

Совокупность степеней влияния  $\mu_{ij}$  из (7) для всех элементов  $x_i \in X$  образует *нечеткое отношение влияния*  $I$ , заданное на декартовом произведении  $X \times X$ , т.е.  $I \subset X \times X$ :

$$I = \left[ \frac{\mu_{ij}}{(x_i, x_j)} \right], i, j = 1, 2, \dots, n. \quad (9)$$

Число  $\mu_{ij}$ , которое ставится в соответствие каждой паре элементов  $(x_i, x_j)$ , может задаваться экспертно, либо методом *наименьшего влияния*, который предлагается ниже. Заметим, что подобная процедура вычисления степеней принадлежности использовалась ранее в работе [13].

### 4. Метод наименьшего влияния

Пусть  $f_{ij}$  – сила влияния элемента  $x_i \in X$  на элемент  $x_j \in X$ , причем выполняется условие: «чем больше сила  $f_{ij}$ , тем больше степень влияния  $\mu_{ij}$ », т.е. имеет место соотношение:

$$\frac{\mu_{i1}}{f_{i1}} = \frac{\mu_{i2}}{f_{i2}} = \dots = \frac{\mu_{il}}{f_{il}} = \dots = \frac{\mu_{in}}{f_{in}}. \quad (10)$$

Предполагается, что в соответствии с (8):

$$f_{ii} = 0, i = 1, 2, \dots, n. \quad (11)$$

Пусть  $x_l$  – элемент, на который элемент  $x_i$  имеет наименьшее влияние. Из (10) имеем:

$$\mu_{i1} = \mu_{il} \frac{f_{i1}}{f_{il}}, \mu_{i2} = \mu_{il} \frac{f_{i2}}{f_{il}}, \dots, \mu_{in} = \mu_{il} \frac{f_{in}}{f_{il}}. \quad (12)$$

Подставляя (12) в требование

$$\mu_{i1} + \mu_{i2} + \dots + \mu_{in} = 1, i = 1, 2, \dots, n,$$

получаем наименьшую степень влияния элемента  $x_i \in X$  в системе:

$$\mu_{il} = \left( \frac{f_{i1}}{f_{il}} + \frac{f_{i2}}{f_{il}} + \dots + \frac{f_{in}}{f_{il}} \right)^{-1}. \quad (13)$$

Соотношения (13) и (12) позволяют вычислять степени влияния в нечетком отношении (9) путем сравнения сил влияний  $f_{ij}$  с наименьшей силой влияния  $f_{il}$  для каждого элемента  $x_i \in X$ . Для этого используется 9-бальная шкала Саати [14]

$$\frac{f_{ij}}{f_{il}} = 1, 3, 5, 7, 9, \quad (14)$$

если влияние « $ij$ » (элемента  $x_i$  на элемент  $x_j$ ) по сравнению с наименьшим влиянием « $il$ » (элемента  $x_i$  на элемент  $x_l$ ): 1 – такое же, 3 – немного больше, 5 – больше, 7 – значительно больше, 9 – абсолютно больше (возможны промежуточные оценки: 2, 4, 6, 8).

### 5. Нечеткое отношение сходства

Меру сходства по степени влияния между элементами  $x_i \in X$  и  $x_j \in X$  определим величиной

$$r_{ij} = 1 - d_{ij}, \quad (15)$$

где  $d_{ij}$  – расстояние между нечеткими множествами влияния элементов  $x_i$  и  $x_j$ :

$$I_i = \left\{ \frac{\mu_{i1}}{x_1}, \frac{\mu_{i2}}{x_2}, \dots, \frac{\mu_{in}}{x_n} \right\},$$

$$I_j = \left\{ \frac{\mu_{j1}}{x_1}, \frac{\mu_{j2}}{x_2}, \dots, \frac{\mu_{jn}}{x_n} \right\}.$$

Для вычисления  $d_{ij}$  могут использоваться относительные расстояния по Хеммингу ( $d_{ij}^{(h)}$ ) или по Евклиду ( $d_{ij}^{(e)}$ ):

$$d_{ij}^{(h)} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n |\mu_{ik} - \mu_{jk}|, \quad (16)$$

$$d_{ij}^{(e)} = \frac{1}{n} \sqrt{\sum_{k=1}^n (\mu_{ik} - \mu_{jk})^2}, \quad (17)$$

Совокупность величин  $r_{ij}$  для всех пар  $(x_i, x_j) \in X \times X$  образует нечеткое отношение сходства  $R \subset X \times X$ :

$$R = [r_{ij} / (x_i, x_j)], \quad (18)$$

которое обладает свойствами:

- (а) *рефлексивность*, т.е.  $r_{ij} = 1$ , для всех  $x_i \in X$ ,
- (б) *симметричность*, т.е.  $r_{ij} = r_{ji}$ , для всех  $x_i, x_j \in X$ .

## 6. Классификация и ранжирование элементов

Для разбиения множества  $X$  на непересекающиеся классы элементов, сходных по степени влияния, необходимо придать исходному нетранзитивному отношению сходства  $R$  свойство транзитивности. Такое преобразование обеспечивает операция транзитивного замыкания нечеткого отношения, впервые рассмотренная в [11, 12].

Транзитивным замыканием отношения  $R$  называется отношение  $\hat{R}$ , определяемое следующим образом:

$$\hat{R} = R^1 \cup R^2 \cup \dots \cup R^k \cup \dots, \quad (19)$$

где отношения  $R^k$  определяются рекурсивно:

$$R^1 = R, \quad R^k = R^{k-1} \circ R, \quad k = 2, 3, \dots, n;$$

$\cup$  – операция объединения нечетких отношений;

$\circ$  – операция нечеткой композиции.

Операции над матрицами отношений выполняются по схеме:

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \cup \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \vee e & b \vee f \\ c \vee g & d \vee h \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \circ \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ((a \wedge e) \vee (b \wedge g)) | ((a \wedge f) \vee (b \wedge h)) \\ ((c \wedge e) \vee (d \wedge g)) | ((c \wedge f) \vee (d \wedge h)) \end{bmatrix}$$

$$\wedge = \min, \quad \vee = \max.$$

Эта схема вычислений, которая для простоты изложения показана на примере матрицы  $2 \times 2$ , сохраняется для матриц произвольной размерности.

Естественно предположить, что ранг элемента  $x_i$  зависит от количества его связей с другими элементами системы, сходными по степени влияния,  $i = 1, 2, \dots, n$ . Поэтому, учитывая транзитивные связи, ранг элемента определим суммой элементов  $i$ -й строки матрицы отношения  $\hat{R}$  (19).

Классы элементов, сходных по степени влияния, образуются путем разложения отношения  $\hat{R}$  по  $\alpha$ -уровням (срезам):

$$\hat{R} = \bigcup_{\alpha} \alpha \hat{R}_{\alpha}, \quad \alpha \in [0, 1], \quad (20)$$

где  $\hat{R}_{\alpha}$  –  $\alpha$ -уровень отношения  $\hat{R}$ .

Для нечеткого отношения  $\hat{R}$  (19), записанного в виде

$$\hat{R} = \left[ \frac{\hat{r}_{ij}}{(x_i, x_j)} \right], \quad (x_i, x_j) \in X \times X, \quad i, j = 1, 2, \dots, n,$$

обычное отношение  $\hat{R}_{\alpha}$  состоит из таких пар  $(x_i, x_j)$ , у которых степень принадлежности не меньше, чем  $\alpha$ , т.е.

$$\hat{R}_{\alpha} = \left[ \frac{1(0)}{(x_i, x_j)} \right], \quad \text{здесь } r_{ij} \geq \alpha \quad (r_{ij} < \alpha). \quad (21)$$

## 7. Пример

Рассмотрим систему из 5-ти элементов, т.е.  $X = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}$ . Экспертная информация, необходимая для вычисления отношения (9) методом наименьшего влияния, представлена в табл.2.

Таблица 2. Исходные данные для метода наименьшего влияния

| $x_i$ | $x_l$ | $ij / il$ |       |       |       |       |
|-------|-------|-----------|-------|-------|-------|-------|
|       |       | $x_1$     | $x_2$ | $x_3$ | $x_4$ | $x_5$ |
| $x_1$ | $x_2$ |           |       |       |       |       |
| $x_2$ | $x_1$ |           |       |       |       |       |
| $x_3$ | $x_5$ |           |       |       |       |       |
| $x_4$ | $x_2$ |           |       |       |       |       |
| $x_5$ | $x_1$ |           |       |       |       |       |

Второй столбец табл.2 ( $x_l$ ) содержит элементы, на которые соответствующие элементы первого столбца ( $x_i$ ) имеют наименьшее влияние:  $x_1$  наименее влияет на  $x_2$ ,  $x_2$  наименее влияет на  $x_1$ , ...,  $x_5$  наименее влияет на  $x_1$ . Источником этой информации является эксперт.

Ячейки табл.2 содержат экспертные сравнения сил влияний  $f_{ij}$  с наименьшими силами влияния  $f_{il}$ . Для краткости, вместо  $f_{ij}/f_{il}$  записано  $ij/il$ :

– запись ??? обозначает, что влияние элемента  $x_1$  на элемент  $x_3$  *больше* (5), чем влияние  $x_1$  на  $x_2$ ;

– запись ??? обозначает, что влияние элемента  $x_5$  на элемент  $x_3$  *абсолютно больше* (9), чем влияние  $x_5$  на  $x_1$ , и т.д.

Нулевые значения в ячейках табл.2 соответствуют тому, что  $f_{ii} = 0$  для всех  $i = 1, 2, \dots, 5$ .



Пользуясь данными из табл.2 и формулами (13) и (12), вычислим степени влияния  $\mu_{ij}$  для отношения (9).  
Здесь  $\mu_{ii} = 0$ .

Для элемента  $x_1$  ( $i = 1, \ell = 2$ ) имеем:

$$\mu_{11} = 0,$$

$$\mu_{12} = \left( \frac{f_{11}}{f_{12}} + \frac{f_{12}}{f_{12}} + \frac{f_{13}}{f_{12}} + \frac{f_{14}}{f_{12}} + \frac{f_{15}}{f_{12}} \right)^{-1} = \frac{1}{0+1+5+3+1} = \frac{1}{10},$$

$$\mu_{13} = \mu_{12} \frac{f_{13}}{f_{12}} = \frac{1}{10} \cdot 5 = \frac{5}{10},$$

$$\mu_{14} = \mu_{12} \frac{f_{14}}{f_{12}} = \frac{1}{10} \cdot 3 = \frac{3}{10},$$

$$\mu_{15} = \mu_{12} \frac{f_{15}}{f_{12}} = \frac{1}{10} \cdot 1 = \frac{1}{10}.$$

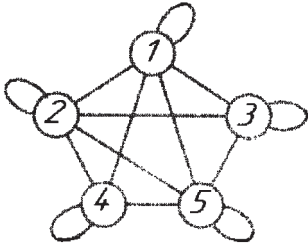
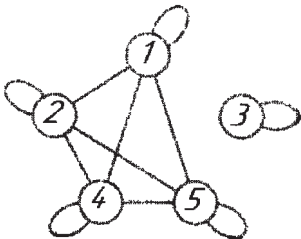
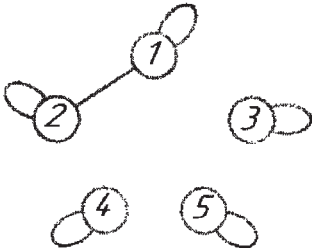
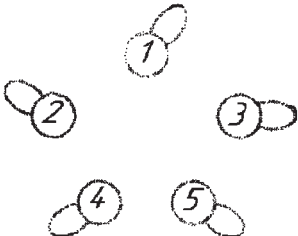
Аналогично получены остальные степени принадлежности, которые образуют нечеткое отношение влияния:

$$I = \begin{array}{c|ccccc} & x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 \\ \hline x_1 & 0 & 1/10 & 5/10 & 3/10 & 1/10 & \max = 5/10 \\ x_2 & 1/14 & 0 & 9/14 & 3/14 & 1/14 & \max = 9/14 \\ x_3 & 9/15 & 3/15 & 0 & 2/15 & 1/15 & \max = 9/15 \\ x_4 & 1/12 & 1/12 & 7/12 & 0 & 3/12 & \max = 7/12 \\ x_5 & 1/22 & 5/22 & 9/22 & 7/22 & 0 & \max = 9/22 \end{array} \quad (22)$$

Для нормализации отношения (22) разделим элементы каждой строки на максимальное значение и получим:

$$I = \begin{array}{c|ccccc} & x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 \\ \hline x_1 & 0 & 0,2 & 1 & 0,6 & 0,2 \\ x_2 & 0,11 & 0 & 1 & 0,33 & 0,11 \\ x_3 & 1 & 0,33 & 0 & 0,22 & 0,11 \\ x_4 & 0,14 & 0,14 & 1 & 0 & 0,43 \\ x_5 & 0,11 & 0,56 & 1 & 0,78 & 0 \end{array} \quad (23)$$

Таблица 3. Отношения  $\alpha$ -уровня и их графы

| $\alpha$ | $R_\alpha$ |   |   |   |   | Граф |                                                                                       |
|----------|------------|---|---|---|---|------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| 0,53     |            | 1 | 2 | 3 | 4 | 5    |   |
|          | 1          | 1 | 1 | 1 | 1 | 1    |                                                                                       |
|          | 2          | 1 | 1 | 1 | 1 | 1    |                                                                                       |
|          | 3          | 1 | 1 | 1 | 1 | 1    |                                                                                       |
|          | 4          | 1 | 1 | 1 | 1 | 1    |                                                                                       |
|          | 5          | 1 | 1 | 1 | 1 | 1    |                                                                                       |
| 0,83     |            | 1 | 2 | 3 | 4 | 5    |  |
|          | 1          | 1 | 1 | 0 | 1 | 1    |                                                                                       |
|          | 2          | 1 | 1 | 0 | 1 | 1    |                                                                                       |
|          | 3          | 0 | 0 | 1 | 0 | 0    |                                                                                       |
|          | 4          | 1 | 1 | 0 | 1 | 1    |                                                                                       |
|          | 5          | 1 | 1 | 0 | 1 | 1    |                                                                                       |
| 0,87     |            | 1 | 2 | 3 | 4 | 5    |  |
|          | 1          | 1 | 1 | 0 | 0 | 0    |                                                                                       |
|          | 2          | 1 | 1 | 0 | 0 | 0    |                                                                                       |
|          | 3          | 0 | 0 | 1 | 0 | 0    |                                                                                       |
|          | 4          | 0 | 0 | 0 | 1 | 0    |                                                                                       |
|          | 5          | 0 | 0 | 0 | 0 | 1    |                                                                                       |
| 1        |            | 1 | 2 | 3 | 4 | 5    |  |
|          | 1          | 1 | 0 | 0 | 0 | 0    |                                                                                       |
|          | 2          | 0 | 1 | 0 | 0 | 0    |                                                                                       |
|          | 3          | 0 | 0 | 1 | 0 | 0    |                                                                                       |
|          | 4          | 0 | 0 | 0 | 1 | 0    |                                                                                       |
|          | 5          | 0 | 0 | 0 | 0 | 1    |                                                                                       |

Нечеткое отношение сходства (18), полученное из (23), имеет вид:

$$R = \begin{matrix} & \begin{matrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 \end{matrix} \\ \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0,87 & 0,48 & 0,76 & 0,83 \\ 0,87 & 1 & 0,53 & 0,83 & 0,44 \\ 0,48 & 0,53 & 1 & 0,48 & 0,44 \\ 0,79 & 0,83 & 0,48 & 1 & 0,67 \\ 0,83 & 0,78 & 0,44 & 0,67 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (24)$$

Степени принадлежности в (24) получены из (23) с использованием расстояния по Хеммингу (16). Например,  $r_{12} = 1 - d_{12}$ , где

$$\begin{aligned} d_{12} &= \frac{1}{5} [(0, 0, 2, 1, 0, 6, 0, 2) - (0, 11, 0, 1, 0, 33, 0, 1)] = \\ &= \frac{1}{5} [|0 - 0,11| + |0,2 - 0| + |1 - 1| + |0,6 - 0,33| + |0,2 - 0,1|] = \\ &= \frac{1}{5} [0,11 + 0,1 + 0 + 0,27 + 0,09] = 0,13 \end{aligned}$$

Для получения транзитивного замыкания отношения сходства (19) из отношения (24), находим:

$$R^2 = R \circ R = \begin{matrix} & \begin{matrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 \end{matrix} \\ \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0,87 & 0,53 & 0,83 & 0,83 \\ 0,87 & 1 & 0,53 & 0,83 & 0,83 \\ 0,53 & 0,53 & 1 & 0,53 & 0,53 \\ 0,83 & 0,83 & 0,53 & 1 & 0,79 \\ 0,83 & 0,83 & 0,53 & 0,79 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

$$\begin{aligned} R^3 &= R^2 \circ R = \\ &= \begin{matrix} & \begin{matrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 \end{matrix} \\ \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0,87 & 0,53 & 0,83 & 0,83 \\ 0,87 & 1 & 0,53 & 0,83 & 0,83 \\ 0,53 & 0,53 & 1 & 0,53 & 0,53 \\ 0,83 & 0,83 & 0,53 & 1 & 0,83 \\ 0,83 & 0,83 & 0,53 & 0,83 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix} = \\ &= R^4 = R^5 = \dots = R^\infty. \end{aligned} \quad (25)$$

Поэтому транзитивное замыкание (19) в нашем случае имеет вид:

$$\hat{R} = R \cup R^2 \cup R^3 \cup \dots \cup R^k \cup \dots = R^3, \quad (26)$$

т.е. совпадает с отношением (25).

Суммируя значения строк матрицы (25), получаем количественные значения рангов элементов:

$$\begin{aligned} \rho_1 &= 1 + 0,87 + 0,53 + 0,83 = 4,06, \\ \rho_2 &= 4,06, \rho_3 = 3,12, \rho_4 = 4,02, \rho_5 = 4,02. \end{aligned} \quad (27)$$

Нечеткое отношение (26) можно разложить по  $\alpha$ -уровням следующим образом:

$$\hat{R} = \bigcup_{\alpha} \alpha R_{\alpha} = 0,53R_{0,53} \cup 0,83R_{0,83} \cup 0,87R_{0,87} \cup R_1,$$

где четкие отношения  $\alpha$ -уровня  $R_{\alpha}$  и их графы представлены в табл. 3. Здесь для краткости элемент  $x_i$  обозначается символом  $i$ ,  $i = 1, 2, \dots, 5$ . Четкие отношения  $\alpha$ -уровня (табл. 3) образуют классы элементов, эквивалентных по важности (табл. 4). Дерево декомпозиции множества элементов системы на классы эквивалентности представлено на рис. 1.

Таблица 4. Классы элементов, эквивалентных по важности

| Уровень         | Число классов | Классы элементов                              |
|-----------------|---------------|-----------------------------------------------|
| $\alpha = 0,53$ | 1             | $\{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}$                 |
| $\alpha = 0,83$ | 2             | $\{x_1, x_2, x_4, x_5\}, \{x_3\}$             |
| $\alpha = 0,87$ | 4             | $\{x_1, x_2\}, \{x_3\}, \{x_4\}, \{x_5\}$     |
| $\alpha = 1$    | 5             | $\{x_1\}, \{x_2\}, \{x_3\}, \{x_4\}, \{x_5\}$ |

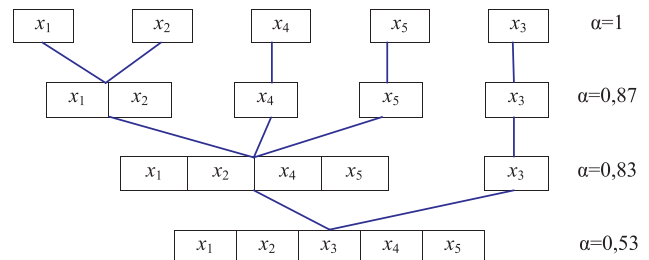


Рис. 1 Дерево декомпозиции на классы эквивалентности

Число  $\alpha$  может интерпретироваться как уровень определенности наших знаний о системе, а  $(1 - \alpha)$  – уровень неопределенности. Естественно, чем сложнее система и чем большее число реальных не учитывается при моделировании, тем больше неопределенность и ниже число  $\alpha$ .

Из рис. 1 видно, что при максимальной определенности ( $\alpha = 1$ ) каждый из элементов  $x_i$  представляет собой уникальный класс важности. Однако на уровне  $\alpha = 0,53$  все элементы системы не различимы по рангам. С учетом количественных оценок (27) для практических расчетов можно выбрать уровень определенности  $\alpha = 0,83$ , на котором:

$$\rho_1 = \rho_2 = \rho_4 = \rho_5 \approx 4, \rho_3 \approx 3.$$

Если  $C_0$  – допустимые затраты на обеспечение надежности системы, то с учетом рангов элементов эти затраты должны распределяться так:

$$\sum_{i=1}^5 C_i = C_0, \quad C_1 = C_2 = C_4 = C_5 = \frac{4}{19} C_0, \quad C_3 = \frac{3}{19} C_0.$$

Аналогично, если  $\lambda_0$  – требуемая интенсивность отказов системы, то для экспоненциального закона надеж-

ности и простейшей последовательной схемы получаем требуемые  $\lambda$ -характеристики элементов:

$$\sum_{i=1}^5 \lambda_i = \lambda_0, \quad \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_4 = \lambda_5 = \frac{4}{19} \lambda_0, \quad \lambda_3 = \frac{3}{19} \lambda_0.$$

## 8. Заключение

Ранжирование элементов системы на этапе ее надежного проектирования может выполняться с применением двух принципиально разных подходов: внешнего и внутреннего.

Внешний подход использует чувствительность надежности системы к изменению надежности ее элементов. Внутренний подход основан на знаниях о влиянии отказов каждого из элементов на отказы других элементов.

В рамках внутреннего подхода в этой статье предложен новый метод ранжирования элементов с применением теории нечетких отношений. Задача ранжирования сведена к автоматической классификации на основе транзитивного замыкания нечеткого отношения сходства. Это позволяет разбивать множество элементов системы на непересекающиеся классы, не различимые по важности.

Для построения нечеткого отношения сходства каждый элемент системы представляется в виде вектора влияний. Мерой сходства пары элементов является расстояние между двумя векторами. Степень влияния каждого элемента на другие элементы предложено вычислять методом наименьшего влияния. Этот метод использует экспертные знания о наименьшем влиянии элемента и сравнение с ним других влияний по 9-бальной шкале Саати.

Предложенный метод свободен от ограничений, присущих методам внешнего подхода, которые связаны с допущениями о независимости элементов и бинарным характером надежности: «есть отказ – нет отказа». Возможными сферами применения предложенного метода являются системы с плохо определенной структурой и многофункциональными элементами: организационные, эргатические, военные и т.п.

## Литература

1. **Birnbaum Z.W.** On the importance of different components in a multicomponent system. In P.R.Krishnaiah (ed), Multivariate analysis – 2, New York : Academic Press, 1969, pp. 581-592
2. **Barlow R. and Proschan F.** Statistical theory of reliability and life testing. New York: Holt, Rinehart and Winston, 1975
3. **Hong J.S. and Lie C.H.** Joint reliability importance of two edges in undirected network. IEEE transaction on reliability 42 (1), 1993, pp.17-23
4. **Gertsbakh I. B. and Shpungin Y.** Combinatorial approach to component importance indexes in coherent systems. Probability in the Engineering and Information Sciences, 2011. Pp.1-12
5. **Gertsbakh I. and Shpungin Y.** Network reliability and resilience. Springer Heidelberg, 2011
6. **Ryabinin I. A.** Reliability of engineering systems. Principles and Analysis. Moscow . Mir, 1976
7. **Zadeh L. A.** The concept of linguistic variable and its application to approximate reasoning. Memorandum ERL-M411, Berkely, October , 1973
8. **Нечипоренко В.И.** Структурный анализ и методы построения надежных систем. М. Советское радио , 1968
9. **Нечипоренко В.И.** Структурный анализ систем. Эффективность и надежность . М. Советское радио , 1977
10. **Парницкий Г.** Основы статистической информатики. М. Финансы и статистика , 1981
11. **Zadeh L.** Similarity relations and fuzzy orderings, Information Sciences, Vol.3, 1971, pp. 177-200
12. **Tamura S., Higuchi S. and Tanaka K.** Pattern classification based on fuzzy relations, IEEE transaction on Systems, man and Cybernetics, vol. SMC-1, Nu.1, 1971, pp.61-66
13. **Rotshtein A., Shnaider E., Schneider M. and Kandel A.** Fuzzy multicriterial selection of alternatives : The worst-case method, International journal of intelligent systems, 01/2010, pp.948-957
14. **Saaty T.L.** Mathematical models of arms control and disarmament. John Willey & Sons, 1968

**Rotstein A.P.**

## RANKING OF SYSTEM ELEMENTS ON THE BASIS OF FUZZY RELATIONS: THE LEAST INFLUENCE METHOD

*This paper proposes a new method of ranking of elements to ensure the reliability of systems with application of the fuzzy relations theory. The ranking problem is formulated as automatic classification on the basis of the transitive closure of similarity fuzzy relation. It makes possible to divide a set of system's elements into disjoint classes undistinguishable by importance.*

*For construction of a similarity fuzzy relation, each element of a system is represented in the form of a vector of influences. A measure of similarity of pair of elements is the distance between two vectors. Degree of influence of each element is proposed to be calculated by a method of the least influence, which uses expert knowledge about the least influence of an element and comparison of other influences with it by the 9-point Saaty scale.*

*The proposed method is free from assumption on independence of elements and binary character of reliability: «there is a fault – there is no fault». Possible fields of application of the proposed method are systems with ill-defined structure and multifunctional elements, e.g. organizational, ergatic, military ones, etc.*

**Keywords:** system, reliability, importance of element, fuzzy relation of influence, transitive closure, cluster analysis.

### 1. Introduction

At early stages of system design there is a necessity of evaluation of ranks of its elements. The rank is a quantitative characteristic of element's importance, which is used for solution of the following tasks:

- Development of requirements for reliability of elements on the basis of specified requirements for the reliability of a system as a whole;
- Distribution of resources to increase system's reliability between its elements.

The classical approach for evaluation of ranks uses sensitivity of function of system's reliability to changes of the reliability of its elements. An alternative to this approach are expert opinions formalized by means of fuzzy mathematics.

A widely known example of expert ranking of elements is a popular expression of V.I. Lenin "about post office and telegraph" from his work «Advices of an outsider», which became facetious/ironical "... that it was necessary by all means to capture post office, telegraph, railway stations ..." (according to Lenin, these are the first and obligatory conditions of a successful revolt).

The idea of writing this paper appeared during discussions over the report of professor I.B. Herzbach (Karmiel, Israel, 2013), in which ranks of elements were used for distribution of resources aimed at the increase of reliability of roads and buildings in a seismic hazardous area.

In this paper approaches to ranking of system's elements are analyzed and a method of evaluation of ranks on the basis of the theory of fuzzy relations is proposed. It is supposed

that importance of an element is defined by its influence on other elements: the more the influence is, the more the importance is.

Initial information on system's structure is formalized in the form of *fuzzy relation of influence*, which is transformed into *fuzzy relation of similarity* and its *transitive closure*. It makes possible to divide a set of system's elements into classes, equivalent in importance.

For calculation of the degrees of influence of system's element on other elements, a special method is proposed using information on the least influence and comparison with it by the 9-point Saaty scale. From here follows the title: *method of least influence*.

In section 2, approaches to ranking of system's elements are analyzed on the basis of cause-and-effect relations between failures.

In section 3, fuzzy relation of influence is introduced as a model of system's structure.

In section 4, method of least influence for formalization of expert knowledge of system is proposed.

In section 5, transition from fuzzy relation of influence to fuzzy relation of similarity is defined.

In section 6, equations for transitive closure of fuzzy relation of similarity and its  $\alpha$ -levels are given making it possible to expose classes of elements equivalent in importance.

In section 7, an example illustrating algorithm of application of the proposed method for the system of 5 elements is considered.

## 2. External and internal approaches

The known approaches to the ranking of system's elements can be divided into two classes on the basis of the type of cause-and-effect relations between failures. We would call these approaches external and internal (Table 1).

**Table 1. Approaches to the ranking of elements**

| Approach | Causes                         | Consequences                   |
|----------|--------------------------------|--------------------------------|
| External | Failure of the $i$ -th element | Failure of the system          |
| Internal | Failure of the $i$ -th element | Failure of the $j$ -th element |

### 2.1. External approach

This approach goes back to paper [1] and uses sensitivity of system's reliability to changes of the reliability of its elements (see also [2]). Let us consider the reliability function

$$P_s = f(P_1, P_2, \dots, P_n), \quad (1)$$

which connects probabilities of non-failure system operation ( $P_s$ ) and its elements ( $P_i$ ). Let us present this function in the form of a series:

$$P_s = b_0 + \sum_{i=1}^n b_i P_i + \sum_{i,j=1}^n b_{ij} P_i P_j + \dots, \quad (2)$$

which factors are partial derivatives:

$$b_i = \frac{\partial P_s}{\partial P_i}, \quad b_{ij} = \frac{\partial^2 P_s}{\partial P_i \partial P_j}. \quad (3)$$

Factor  $b_i$  in (3) corresponds to the index of importance of the  $i$ -th element (reliability importance index) introduced in paper [1]. Factor  $b_{ij}$  in (3) corresponds to index of importance of joint influence of the  $i$ -th and  $j$ -th elements (joint reliability importance) introduced in paper [3].

For systems, whose reliability is modeled by a Monte-Carlo method, indices of importance (3) are calculated in papers [4, 5].

Paper [6] contains the analysis of the method of evaluation of the system's elements importance directly on the basis of logic (or structural [2]) function

$$\alpha_s = f_L(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n), \quad (4)$$

where  $\alpha_s(\alpha_i) = 1(0)$ , if the system (the  $i$ -th element) works (fails),  $f_L$  is the Boolean function.

Limitations of the considered group of methods (external approach) consist in the following:

1. Binary character of reliability model (1 – no failure, 0 – failure) does not make it possible to consider intermediate conditions of elements, which only reduce system's efficiency, but do not lead to its complete failure.

2. Supposition about independence of elements does not make it possible to consider the influence of violations in the work of elements on each other.

3. Adequacy of the reliability model (1), on which basis indices of importance (3) are calculated, strongly depends on qualification of an expert writing down a structural function (4). It generates a contradiction between the severity of a differentiation operation (3) and the subjectivity of a model (1), to which this operation is applied. As a result, the received indices of importance of elements cannot possess the property of robustness: they are too sensitive to changes in the structure and parameters of a model (1). In general, L. Zadeh formulated such contradictions as *an incompatibility principle* of high complexity and high accuracy [7]. With reference to indices of importance (3), it means that with increase of system's complexity and uncertainty aspiration for accuracy of calculations loses sense. Here it is pertinent to remind a known aphorism: "mathematicians do everything the right way, but only the thing which is possible to do".

### 2.2. Internal approach

This approach goes back to evaluation of importance of the elements on the basis of theory of relations and graphs. Transfer of the relations theory into the theory of reliability for the first time was made by V.I. Nechiporenko [8, 9].

The internal approach does not require construction of a structural function (4) and the function of reliability (1).



It relies on the information about a system's structure, i.e. the structure of its elements and links between them. In the meantime, knowledge of influence of violations in some elements on the origination of violations in other elements can be used. For example, "a drift of parameters of the  $i$ -th element leads to a drift of parameters of the  $j$ -th element, which leads to a failure of the  $k$ -th element, etc." Thus, the "domino effect" can be considered.

The constraint matrix serves as a data carrier for evaluation of ranks in [8,9]

$$A = [\alpha_{ij}], i, j = 1, 2, \dots, n, \quad (5)$$

in which  $\alpha_{ij} = 1$  (0), if the  $i$ -th element is connected (not connected) with the  $j$ -th element.

The rank of the  $i$ -th element is calculated as the sum of elements of the  $i$ -th row of a matrix

$$D = A + A^2, \quad (6)$$

which considers one-step and two-step influences of violations in the  $i$ -th system's element.

The limitation of approach [8, 9] consists in the binary character of the matrix (5), which does not make it possible to consider the force of connections (or influences) between elements. Therefore, there is an interest for generalization of this approach for the case of fuzzy relations [7]. It is necessary to note that the correlation (6) by its structure reminds of a relation of transitive closure, which is used in cluster analysis [10]. It suggests that the task of ranking of elements can be formulated as a problem of automatic classification, which consists in division of a set of elements in classes, equivalent by importance.

Below there is a proposed solution of the problem of ranking of elements on the basis of fuzzy transitive closure [11, 12] and special procedures of construction of fuzzy relations of influence and similarity.

### 3. Fuzzy relation of influence

Let the  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  be a set of system's elements. Let us set the influence of the element  $x_i \in X$  on other elements by a fuzzy set:

$$I_i = \left\{ \frac{\mu_{i1}}{x_1}, \frac{\mu_{i2}}{x_2}, \dots, \frac{\mu_{in}}{x_n} \right\}, \quad (7)$$

where  $\mu_{ij}$  is the number in the range of  $[0,1]$  which characterizes degree of influence of element  $x_i \in X$  on element  $x_j \in X$ ;  $i, j = 1, 2, \dots, n$ .

Let us assume that the influence of element  $x_i \in X$  on itself is absent, i.e.

$$\mu_{ii} = 0, i = 1, 2, \dots, n. \quad (8)$$

Collection of degrees of influence  $\mu_{ij}$  from (7) for all elements  $x_i \in X$  forms *fuzzy relation of influence*  $I$  specified on a Cartesian product  $X \times X$ , i.e.  $I \subset X \times X$ :

$$I = \left[ \frac{\mu_{ij}}{(x_i, x_j)} \right], i, j = 1, 2, \dots, n. \quad (9)$$

Number  $\mu_{ij}$ , which is put in correspondence to each pair of elements  $(x_i, x_j)$ , can be set by experts or by a method of *least influence*, which is proposed below. Let us note that similar procedure of calculation of membership degrees was used earlier in the paper [13].

### 4. Method of least influence

Let  $f_{ij}$  be the force of influence of element  $x_i \in X$  on element  $x_j \in X$ , and the condition is satisfied: "the more is the force  $f_{ij}$ , the more is the degree of influence  $\mu_{ij}$ ", i.e. the correlation takes place:

$$\frac{\mu_{i1}}{f_{i1}} = \frac{\mu_{i2}}{f_{i2}} = \dots = \frac{\mu_{in}}{f_{in}}. \quad (10)$$

It is supposed that according to (8):

$$f_{ii} = 0, i = 1, 2, \dots, n. \quad (11)$$

Let  $x_l$  be an element, on which the element has the least influence. From (10) we have:

$$\mu_{i1} = \mu_{il} \frac{f_{i1}}{f_{il}}, \mu_{i2} = \mu_{il} \frac{f_{i2}}{f_{il}}, \dots, \mu_{in} = \mu_{il} \frac{f_{in}}{f_{il}}. \quad (12)$$

Substituting (12) in the requirement

$$\mu_{i1} + \mu_{i2} + \dots + \mu_{in} = 1, i = 1, 2, \dots, n,$$

we receive the least degree of influence of element  $x_i \in X$  in the system:

$$\mu_{il} = \left( \frac{f_{i1}}{f_{il}} + \frac{f_{i2}}{f_{il}} + \dots + \frac{f_{in}}{f_{il}} \right)^{-1}. \quad (13)$$

Correlations (13) and (12) make it possible to calculate influence degrees in fuzzy relation (9) by comparison of forces of influences  $f_{ij}$  with the least force of influence  $f_{il}$  for each element  $x_i \in X$ . The 9-point Saaty scale [14] is used for this purpose [14]

$$\frac{f_{ij}}{f_{il}} = 1, 3, 5, 7, 9, \quad (14)$$

if influence « $ij$ » (element  $x_i$  on element  $x_j$ ) in comparison with the least influence « $il$ » (element  $x_i$  on element  $x_l$ ): 1 – the same, 3 – little more, 5 – more, 7 – much more, 9 – absolutely more (intermediate estimations are possible: 2, 4, 6, 8).

## 5. Fuzzy relation of similarity

The measure of similarity by degree of influence between elements  $x_i \in X$  and  $x_j \in X$  shall be defined by the value

$$r_{ij} = 1 - d_{ij}, \quad (15)$$

where  $d_{ij}$  is a distance between fuzzy sets of influence of elements  $x_i$  and  $x_j$ :

$$I_i = \left\{ \frac{\mu_{i1}}{x_1}, \frac{\mu_{i2}}{x_2}, \dots, \frac{\mu_{in}}{x_n} \right\},$$

$$I_j = \left\{ \frac{\mu_{j1}}{x_1}, \frac{\mu_{j2}}{x_2}, \dots, \frac{\mu_{jn}}{x_n} \right\}.$$

For calculation  $d_{ij}$ , relative distances as per Hamming ( $d_{ij}^{(h)}$ ) or as per Euclid ( $d_{ij}^{(e)}$ ) can be used:

$$d_{ij}^{(h)} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n |\mu_{ik} - \mu_{jk}|, \quad (16)$$

$$d_{ij}^{(e)} = \frac{1}{n} \sqrt{\sum_{k=1}^n (\mu_{ik} - \mu_{jk})^2}, \quad (17)$$

Collection of values  $r_{ij}$  for all pairs  $(x_i, x_j) \in X \times X$  forms fuzzy relation of similarity  $R \subset X \times X$ :

$$R = [r_{ij} / (x_i, x_j)], \quad (18)$$

which possesses the following properties:

- (a) *reflexivity*, i.e.  $r_{ij} = 1$ , for all  $x_i \in X$ ,
- (b) *symmetry*, i.e.  $r_{ij} = r_{ji}$ , for all  $x_i, x_j \in X$ .

## 6. Classification and ranking of elements

For dividing a set  $X$  into non-intersected classes of elements similar by degree of influence, it is necessary to give to the initial intransitive relation of similarity  $R$  the property of transitivity. Such transformation is ensured by operation of a transitive closure of fuzzy relation, for the first time considered in [11, 12].

Transitive closure of relation  $R$  is the relation  $\hat{R}$  defined as follows:

$$\hat{R} = R^1 \cup R^2 \cup \dots \cup R^k \cup \dots, \quad (19)$$

where relations  $R^k$  are defined recursively:

$$R^1 = R, \quad R^k = R^{k-1} \circ R, \quad k = 2, 3, \dots, n;$$

$\cup$  – Operation of combination of fuzzy relations;

$\circ$  – Operation of a fuzzy composition.

Operations on matrices of relations are carried out according to the scheme:

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \cup \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \vee e & b \vee f \\ c \vee g & d \vee h \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \circ \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ((a \wedge e) \vee (b \wedge g)) & ((a \wedge f) \vee (b \wedge h)) \\ ((c \wedge e) \vee (d \wedge g)) & ((c \wedge f) \vee (d \wedge h)) \end{bmatrix},$$

$$\wedge = \min, \quad \vee = \max.$$

This computational scheme, which is exemplified by the matrix  $2 \times 2$ , remains the same for matrices of arbitrary dimension.

It is natural to assume that the rank of the element  $x_i$  depends on the quantity of its links with other system's elements similar by degree of influence,  $i = 1, 2, \dots, n$ . Therefore, considering transitive connections, the element's rank will be defined as the sum of elements of the  $i$ -th row of  $\hat{R}$  matrix (19).

Classes of elements similar by degree of influence are organized by expansion of relation  $\hat{R}$  on  $\alpha$ -levels (sections):

$$\hat{R} = \bigcup_{\alpha} \alpha \hat{R}_{\alpha}, \quad \alpha \in [0, 1], \quad (20)$$

where  $\hat{R}_{\alpha}$  is  $\alpha$ -level of relation  $\hat{R}$ .

For a fuzzy relation  $\hat{R}$  (19) written in the form

$$\hat{R} = \left[ \frac{\hat{r}_{ij}}{(x_i, x_j)} \right], \quad (x_i, x_j) \in X \times X, \quad i, j = 1, 2, \dots, n,$$

a common relation  $\hat{R}_{\alpha}$  consists of the pairs  $(x_i, x_j)$ , whose membership degree is not less than  $\alpha$ , i.e.

$$\hat{R} = \left[ \frac{1(0)}{(x_i, x_j)} \right], \quad \text{здесь } r_{ij} \geq \alpha \quad (r_{ij} < \alpha). \quad (21)$$

## 7. Example

Let us consider the system of 5 elements, i.e.  $X = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}$ . Expert information necessary for calculation of relation (9) by the method of least influence is presented in Table 2.

**Table 2. Initial data for the least influence method**

| $x_i$ | $x_l$ | $ij / il$ |       |       |       |       |
|-------|-------|-----------|-------|-------|-------|-------|
|       |       | $x_1$     | $x_2$ | $x_3$ | $x_4$ | $x_5$ |
| $x_1$ | $x_2$ |           |       |       |       |       |
| $x_2$ | $x_1$ |           |       |       |       |       |
| $x_3$ | $x_5$ |           |       |       |       |       |
| $x_4$ | $x_2$ |           |       |       |       |       |
| $x_5$ | $x_1$ |           |       |       |       |       |

The second column of Table 2 ( $x_l$ ) contains elements, on which corresponding elements of the first column ( $x_i$ ) have the least influence:  $x_1$  influences slightest on  $x_2$ ,  $x_2$  influences slightest on  $x_1$ , ...,  $x_5$  influences slightest on  $x_1$ . An expert is a source of this information.

Cells of Table 2 contain expert comparisons of influence forces  $f_{ij}$  with the smallest forces of influence  $f_{il}$ . For brevity, instead of  $f_{ij}/f_{il}$  it is written  $ij/il$ :

- the notation shows that the influence of element  $x_1$  on element  $x_3$  is *more* (5) than the influence of  $x_1$  on  $x_2$ ;
- the notation shows that the influence of element  $x_5$  on element  $x_3$  is *absolutely more* (9) than the influence of  $x_5$  on  $x_1$ , etc.

Zero values in cells of Table 2 correspond to the fact that  $f_{ii} = 0$  for all  $i = 1, 2, \dots, 5$ .

Using data from Table 2 and equations (13) and (12), we will calculate degrees of influence  $\mu_{ij}$  for correlation (9). Here  $\mu_{ii} = 0$ .

For element  $x_1$  ( $i = 1, \ell = 2$ ) we have:

$$\mu_{11} = 0,$$

$$\mu_{12} = \left( \frac{f_{11}}{f_{12}} + \frac{f_{12}}{f_{12}} + \frac{f_{13}}{f_{12}} + \frac{f_{14}}{f_{12}} + \frac{f_{15}}{f_{12}} \right)^{-1} = \frac{1}{0+1+5+3+1} = \frac{1}{10},$$

$$\mu_{13} = \mu_{12} \frac{f_{13}}{f_{12}} = \frac{1}{10} \cdot 5 = \frac{5}{10},$$

$$\mu_{14} = \mu_{12} \frac{f_{14}}{f_{12}} = \frac{1}{10} \cdot 3 = \frac{3}{10},$$

$$\mu_{15} = \mu_{12} \frac{f_{15}}{f_{12}} = \frac{1}{10} \cdot 1 = \frac{1}{10}.$$

Remaining membership degrees, which form a fuzzy influence relation, are received similarly:

**Table 3. Relations of the  $\alpha$ -level and their graphs**

| $\alpha$ | $R_\alpha$ |   |   |   |   |   | Graph |
|----------|------------|---|---|---|---|---|-------|
| 0,53     |            | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |       |
|          | 1          | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |       |
|          | 2          | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |       |
|          | 3          | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |       |
|          | 4          | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |       |
|          | 5          | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |       |
| 0,83     |            | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |       |
|          | 1          | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |       |
|          | 2          | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |       |
|          | 3          | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |       |
|          | 4          | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |       |
|          | 5          | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |       |
| 0,87     |            | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |       |
|          | 1          | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |       |
|          | 2          | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |       |
|          | 3          | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |       |
|          | 4          | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |       |
|          | 5          | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |       |
| 1        |            | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |       |
|          | 1          | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |       |
|          | 2          | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |       |
|          | 3          | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |       |
|          | 4          | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |       |
|          | 5          | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |       |

$$I = \begin{array}{c|ccccc} & x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 \\ \hline x_1 & 0 & 1/10 & 5/10 & 3/10 & 1/10 \\ x_2 & 1/14 & 0 & 9/14 & 3/14 & 1/14 \\ x_3 & 9/15 & 3/15 & 0 & 2/15 & 1/15 \\ x_4 & 1/12 & 1/12 & 7/12 & 0 & 3/12 \\ x_5 & 1/22 & 5/22 & 9/22 & 7/22 & 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} \max = 5/10 \\ \max = 9/14 \\ \max = 9/15 \\ \max = 7/12 \\ \max = 9/22 \end{array} \quad (22)$$

For normalization of correlation (22) we will divide the elements of every line by maximum value and we will receive:

$$I = \begin{array}{c|ccccc} & x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 \\ \hline x_1 & 0 & 0,2 & 1 & 0,6 & 0,2 \\ x_2 & 0,11 & 0 & 1 & 0,33 & 0,11 \\ x_3 & 1 & 0,33 & 0 & 0,22 & 0,11 \\ x_4 & 0,14 & 0,14 & 1 & 0 & 0,43 \\ x_5 & 0,11 & 0,56 & 1 & 0,78 & 0 \end{array} \quad (23)$$

The fuzzy similarity relation (18) received from (23) looks like:

$$R = \begin{array}{c|ccccc} & x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 \\ \hline x_1 & 1 & 0,87 & 0,48 & 0,76 & 0,83 \\ x_2 & 0,87 & 1 & 0,53 & 0,83 & 0,44 \\ x_3 & 0,48 & 0,53 & 1 & 0,48 & 0,44 \\ x_4 & 0,79 & 0,83 & 0,48 & 1 & 0,67 \\ x_5 & 0,83 & 0,78 & 0,44 & 0,67 & 1 \end{array} \quad (24)$$

Membership degrees in (24) are received from (23) with use of distance by Hamming (16). For example,  $r_{12} = 1 - d_{12}$ , where

$$\begin{aligned} d_{12} &= \frac{1}{5} [(0, 0, 2, 1, 0, 6, 0, 2) - (0, 11, 0, 1, 0, 33, 0, 1)] = \\ &= \frac{1}{5} [|0 - 0,11| + |0,2 - 0| + |1 - 1| + |0,6 - 0,33| + |0,2 - 0,1|] = \\ &= \frac{1}{5} [0,11 + 0,1 + 0 + 0,27 + 0,09] = 0,13 \end{aligned}$$

For deriving transitive closure of similarity relation (19) from correlation (24) we find:

$$R^2 = R \circ R = \begin{array}{c|ccccc} & x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 \\ \hline x_1 & 1 & 0,87 & 0,53 & 0,83 & 0,83 \\ x_2 & 0,87 & 1 & 0,53 & 0,83 & 0,83 \\ x_3 & 0,53 & 0,53 & 1 & 0,53 & 0,53 \\ x_4 & 0,83 & 0,83 & 0,53 & 1 & 0,79 \\ x_5 & 0,83 & 0,83 & 0,53 & 0,79 & 1 \end{array}$$

$$\begin{aligned} R^3 &= R^2 \circ R = \\ &= \begin{array}{c|ccccc} & x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 \\ \hline x_1 & 1 & 0,87 & 0,53 & 0,83 & 0,83 \\ x_2 & 0,87 & 1 & 0,53 & 0,83 & 0,83 \\ x_3 & 0,53 & 0,53 & 1 & 0,53 & 0,53 \\ x_4 & 0,83 & 0,83 & 0,53 & 1 & 0,83 \\ x_5 & 0,83 & 0,83 & 0,53 & 0,83 & 1 \end{array} = \\ &= R^4 = R^5 = \dots = R^\infty. \end{aligned} \quad (25)$$

Therefore, transitive closure (19) in our case looks like:

$$\hat{R} = R \cup R^2 \cup R^3 \cup \dots \cup R^k \cup \dots = R^3, \quad (26)$$

i.e. coincides with correlation (25).

Summarizing values of rows of matrix (25), we receive quantitative values of ranks of elements:

$$\begin{aligned} \rho_1 &= 1 + 0,87 + 0,53 + 0,83 = 4,06, \\ \rho_2 &= 4,06, \rho_3 = 3,12, \rho_4 = 4,02, \rho_5 = 4,02. \end{aligned} \quad (27)$$

Fuzzy relation (26) can be factorized by  $\alpha$ -levels as follows:

$$\hat{R} = \bigcup_{\alpha} \alpha R_{\alpha} = 0,53 R_{0,53} \cup 0,83 R_{0,83} \cup 0,87 R_{0,87} \cup R_1,$$

where well-defined relations of  $\alpha$ -level  $R_{\alpha}$  and their graphs are presented in Table 3. Here for brevity element  $x_i$  is designated by numeral  $i$ ,  $i = 1, 2, \dots, 5$ . Well-defined relations of  $\alpha$ -level (Table 3) form classes of elements equivalent by importance (Table 4). The tree of decomposition of a set of system's elements in equivalence classes is presented in Fig. 1.

Table 4. Classes of elements equivalent in importance

| Level           | Number of classes | Classes of elements                           |
|-----------------|-------------------|-----------------------------------------------|
| $\alpha = 0,53$ | 1                 | $\{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}$                 |
| $\alpha = 0,83$ | 2                 | $\{x_1, x_2, x_4, x_5\}, \{x_3\}$             |
| $\alpha = 0,87$ | 4                 | $\{x_1, x_2\}, \{x_3\}, \{x_4\}, \{x_5\}$     |
| $\alpha = 1$    | 5                 | $\{x_1\}, \{x_2\}, \{x_3\}, \{x_4\}, \{x_5\}$ |

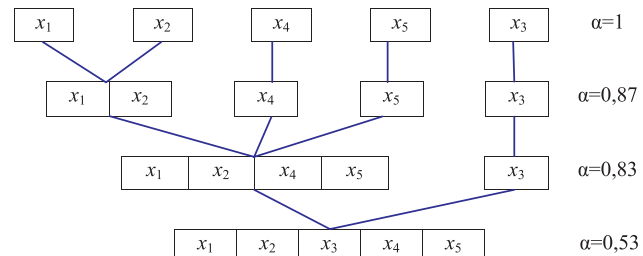


Fig.1. The tree of decomposition of a set of system's elements in equivalence classes

Number  $\alpha$  can be interpreted as a level of definiteness of our knowledge of the system, and  $(1 - \alpha)$  is uncertainty level. Naturally, the more complicated the system is and the more

is the number of realities not considered during modeling, the more is the uncertainty and low is number  $\alpha$ .

From Fig. 1 it is evident that at maximum definiteness ( $\alpha = 1$ ), each of elements  $x_i$  represents a unique class of importance. However, at level  $\alpha = 0,53$  all system's elements are not distinguishable by ranks. Taking into account quantitative estimations (27) for practical calculations it is possible to choose definiteness level  $\alpha = 0,83$ , on which:

$$\rho_1 = \rho_2 = \rho_4 = \rho_5 \approx 4, \quad \rho_3 \approx 3.$$

If  $C_0$  are admissible expenses on assurance of the system's reliability, taking into account ranks of elements these expenses should be distributed as follows:

$$\sum_{i=1}^5 C_i = C_0, \quad C_1 = C_2 = C_4 = C_5 = \frac{4}{19} C_0, \quad C_3 = \frac{3}{19} C_0.$$

Similarly, if  $\lambda_0$  is a required system's failure rate, for the exponential law of reliability and the elementary consecutive scheme we would receive the required  $\lambda$ -characteristics of elements:

$$\sum_{i=1}^5 \lambda_i = \lambda_0, \quad \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_4 = \lambda_5 = \frac{4}{19} \lambda_0, \quad \lambda_3 = \frac{3}{19} \lambda_0.$$

## 8. Conclusion

Ranking of system elements at the design stage, from the point of view of reliability, can be carried out with application of two fundamentally different approaches: external and internal ones.

The external approach uses sensitivity of system's reliability to changes of the reliability of its elements. The internal approach is based on knowledge of the influence of failures of each of elements on failures of other elements.

Within the framework of the internal approach this paper proposes a new method of ranking of elements with application of the fuzzy relations theory. The task of ranking is reduced to automatic classification on the basis of transitive closure of the fuzzy relation of similarity. It makes it possible to divide a set of the system's elements into disjoint classes not undistinguishable by importance.

For construction of the fuzzy relation of similarity each system's element is represented in the form of vector of influences. A measure of similarity of pair of elements is the distance between two vectors. It is proposed to calculate the degree of influence of each element on other elements by the method of the least influence. This method uses expert knowledge of the least influence of an element and comparison of other influences to it by the 9-point Saaty scale.

The proposed method is free from limitations inherent to methods of external approach, which are connected with assumptions on independence of elements and binary character of reliability, viz. "failure – no failure". Possible fields of application of the proposed method are the systems with ill-defined structure and multifunctional elements, e.g. organizational, ergatic, military ones, etc.

## References

1. **Birnbaum Z.W.** On the importance of different components in a multicomponent system. In P.R.Krishnaiah (ed), *Multivariate analysis – 2*, New York : Academic Press, 1969, pp. 581-592
2. **Barlow R. and Proschan F.** Statistical theory of reliability and life testing. New York: Holt, Rinehart and Winston, 1975
3. **Hong J.S. and Lie C.H.** Joint reliability importance of two edges in undirected network. *IEEE transaction on reliability* 42 (1), 1993, pp.17-23
4. **Gertsbakh I. B. and Shpungin Y.** Combinatorial approach to component importance indexes in coherent systems. *Probability in the Engineering and Information Sciences*, 2011. Pp.1-12
5. **Gertsbakh I. and Shpungin Y.** Network reliability and resilience. Springer Heidelberg, 2011
6. **Ryabinin I. A.** Reliability of engineering systems. Principles and Analysis. Moscow . Mir, 1976
7. **Zadeh L. A.** The concept of linguistic variable and its application to approximate reasoning. Memorandum ERL-M411, Berkely, October , 1973
8. **Nechiporenko V. I.** Structural analysis and methods of construction of reliable systems. M. Sovetskoe radio, 1968
9. **Nechiporenko V. I.** Structural analysis of systems. Efficiency and reliability. M. Sovetskoe radio, 1977
10. **Parnitsky G.** Basics of statistical computer science. M. Finansy and statistics, 1981
11. **Zadeh L.** Similarity relations and fuzzy orderings, *Information Sciences*, Vol.3, 1971, pp. 177-200
12. **Tamura S., Higuchi S. and Tanaka K.** Pattern classification based on fuzzy relations, *IEEE transaction on Systems, man and Cybernetics*, vol. SMC-1, Nu.1, 1971, pp.61-66
13. **Rotshtein A., Shnaider E., Schneider M. and Kandel A.** Fuzzy multicriterial selection of alternatives : The worst-case method, *International journal of intelligent systems*, 01/2010, pp.948-957
14. **Saaty T.L.** Mathematical models of arms control and disarmament. John Willey & Sons, 1968





**Перегуда А.И., Перегуда А.А.**

## ОЦЕНКА ПОКАЗАТЕЛЕЙ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ СИСТЕМ С НЕЧЕТКИМИ ПАРАМЕТРАМИ

*В настоящей работе предложен метод оценки показателей экономической эффективности автоматизированного технологического комплекса «объект защиты – система безопасности» с восстанавливаемыми элементами, учитывающий неопределенность параметров модели. Получена нечеткая оценка для средней прибыли от эксплуатации комплекса в единицу времени. Приведен пример численного вычисления исследуемого показателя эффективности с нечеткими параметрами.*

**Ключевые слова:** надежность, прибыль, эффективность, система безопасности, случайные величины, наработка до отказа, случайный процесс, математическое ожидания времени.

### 1. Постановка задачи

В данной работе мы рассмотрим математическую модель, позволяющую оценивать показатели экономической эффективности последовательностных систем с нечеткими параметрами. Последовательностными называют системы, состояние которых зависит от последовательности отказов и восстановлений элементов на промежутке времени от начала функционирования до текущего момента времени. В настоящей работе мы будем рассматривать систему, состоящую из объекта защиты и системы безопасности.

Системы, состоящие из объекта защиты и системы безопасности, применяются там, где требуется обеспечить безопасную эксплуатацию потенциально опасного объекта. Система безопасности предназначена для того, чтобы переводить аварийные ситуации при нарушении нормального функционирования объекта защиты в ранг неопасных, т.е. вырабатывать адекватное воздействие при отказе объекта защиты. В такой системе имеет место вертикальная соподчиненность, поскольку объект защиты находится под контролем системы безопасности. Система безопасности обладает правом вмешательства с тем, чтобы предотвращать потенциально опасные изменения в объекте защиты. Также имеет место взаимозависимость действий, так как успешность действия системы в целом и, фактически, элементов любого уровня зависит от поведения всех элементов системы. Таким образом, объект защиты и систему безопасности требуется рассматривать в совокупности как единый автоматизированный технологический комплекс «объект защиты – система безопасности» (АТК ОЗ-СБ). Математические модели надежности такого комплекса исследовались в работах [1,2].

Здесь мы будем рассматривать случай, когда доход от использования комплекса АТК ОЗ-СБ и затраты на его обслуживание прямо пропорциональны времени. При исправном функционировании объекта защиты он приносит некоторый доход, а на восстановление после его отказа затрачиваются средства. Система безопасности в процессе ее эксплуатации не приносит дохода, а на поддержание ее исправного функционирования

затрачивается некоторая сумма, которая также прямо пропорциональна времени функционирования. Исходя из этих предположений, мы получим оценку для средней прибыли от эксплуатации комплекса за время его работы до аварии. Учитывая затраты на восстановление комплекса после аварии, запишем оценку для средней прибыли в единицу времени от эксплуатации комплекса.

При анализе процесса функционирования системы и расчете показателей экономической эффективности может иметь место неопределенность результатов, обусловленная различными причинами, неполнотой сведений об объекте исследования, различными приближениями и допущениями при разработке математической модели, приближенными методами расчетов и неопределенность параметров модели. В настоящей работе мы рассмотрим то, каким образом на результат анализа влияет неопределенность параметров модели. Данная разновидность неопределенности возникает, поскольку параметры математической модели не могут быть точно известны вследствие недостаточности данных и изменчивости характеристик.

Для моделирования неопределенности разработано несколько отличных друг от друга подходов, таких как теоретико-вероятностный подход, нечеткие множества и меры и некоторые другие, обсуждение различий и преимуществ которых можно найти в работе [3]. В настоящей же работе мы будем использовать комбинацию теоретико-вероятностного подхода и нечетких мер для построения математической модели, учитывающей неопределенность параметров. Было предложено много различных нечетких мер, а также определений нечеткого интеграла и математического ожидания нечетких величин [4, 5]. В нашей работе мы будем использовать меру правдоподобия и математическое ожидание нечетких величин на основе интеграла Шоке, как предлагается в работах Лю [6], поскольку такой подход хорошо сочетается с теоретико-вероятностным подходом. Для объединения в рамках одной модели двух видов неопределенности также предложено несколько различных подходов. В частности, это нечетко-случайные величины, случайно-нечеткие величины и гибридные величины [7, 8]. В настоящей работе мы будем использовать случайно-нечеткие величины, поскольку они позволяют наиболее просто описывать интересующую нас ситуацию.

## 2. Решение задачи

Наработки и времена восстановления элементов системы при разработке ее математических моделей описываются, как правило, с помощью случайных величин. Например, рассмотрим наработку до отказа  $\chi$  с функцией распределения  $F_\chi(t; \vec{\lambda})$ , где  $\vec{\lambda}$  – вектор параметров распределения. Точные значения параметров  $\vec{\lambda}$  в силу тех или иных причин могут быть неизвестны. Таким образом, имеет место неопределенность

параметров модели, что, в свою очередь, приводит к неопределенности значений искомых показателей эффективности. Для количественного описания указанной неопределенности мы воспользуемся математическим аппаратом случайно-нечетких величин [7, 8]. Сущность используемого подхода заключается в том, что случайным величинам приписывается мера правдоподобия [6]. Случайно-нечеткие наработки до отказа и времена восстановления будем определять, используя схему, предложенную в [7]. Чтобы задать случайно-нечеткую величину  $\chi$ , укажем семейство вероятностных распределений  $\{F_\chi(t; \vec{\lambda}(\theta)), \theta \in \Theta\}$  на вероятностном пространстве  $(\Omega, A, P)$ , где  $\vec{\lambda}$  – нечеткий вектор, определенный на пространстве правдоподобия  $(\Theta, \Pi, Cr)$ , которому соответствует функция принадлежности  $\mu_{\vec{\lambda}}(\vec{x})$ . Например,  $\chi \sim EXP(\lambda)$ , если

$$F_\chi(t; \lambda(\theta)) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda(\theta)t}, & \text{если } t \geq 0 \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases}$$

где  $\lambda$  – нечеткая величина с функцией принадлежности  $\mu_\lambda(x)$ .

В [7] показано, что если задана случайно-нечеткая величина  $\chi$ , то  $P(\chi \in A)$ , где  $A \subseteq R$ , то и  $M\chi$  являются нечеткой величиной. Таким образом, параметры рассматриваемой математической модели – это параметры распределений наработок до отказа и времен восстановления, а их неопределенность описывается с помощью соответствующих функции принадлежности. Задав случайно-нечеткие наработки до отказа и времена восстановления, мы можем получить функции принадлежности и для показателей экономической эффективности. Для сравнения полученных результатов с результатами, полученными классическими методами, можно воспользоваться процедурой дефазсификации, в результате применения которой нечеткой величине ставится в соответствие характеризующая ее четкая величина. Для этого в данной работе мы воспользуемся математическим ожиданием случайно-нечетких величин, как описано в [6]. Такой подход наилучшим образом сочетается с использованием в данной работе для описания наработок до отказа и времен восстановления случайно-нечетких величин.

Хорошо известно, что для описания процесса функционирования восстанавливаемых элементов можно использовать альтернирующие процессы восстановления, а также и процессы накопления [9, 10, 11]. В работах [1, 2] процесс функционирования АТК ОЗ-СБ описывается с помощью наложения альтернирующих процессов восстановления.

Поскольку в настоящей работе мы переходим от случайных величин к случайно-нечетким величинам, то необходимо рассматривать случайно-нечеткий процесс восстановления и случайно-нечеткий процесс накопления, которые были предложены в работах [4, 6].

Опишем теперь подробнее процесс функционирования рассматриваемого комплекса в рамках предлагаемой модели. Обозначим наработку до первого отказа объекта защиты  $\chi_1$ , наработку до отказа объекта защиты после его первого восстановления обозначим  $\chi_2$ , после второго восстановления –  $\chi_3$  и т.д. Поскольку мы рассматриваем регенерирующий процесс, то будем предполагать, что все  $\chi_i$  одинаково распределены и независимы. Время восстановления после первого отказа объекта защиты обозначим  $\gamma_1$ , время восстановления после его второго отказа –  $\gamma_2$  и т.д. Все случайные величины  $\gamma_i$  также считаем одинаково распределенными и независимыми. Будем рассматривать два вида отказов системы безопасности: скрытые отказы и ложные отказы. Скрытые отказы системы безопасности – это такие отказы, которые не могут быть обнаружены без проведения специальных мероприятий по контролю работоспособности системы безопасности. Ложные отказы системы безопасности – это такие отказы, которые приводят к самопроизвольному формированию защитного воздействия при исправном объекте защиты. Обозначим наработку до первого скрытого отказа системы безопасности  $\xi_1$ , наработку до скрытого отказа системы безопасности после ее первого восстановления обозначим  $\xi_2$ , после второго восстановления –  $\xi_3$  и т.д. Все  $\xi_i$  одинаково распределены и независимы. Время восстановления системы безопасности после обнаружения ее первого скрытого отказа обозначим  $\eta_1$ , время восстановления после обнаружения ее второго скрытого отказа –  $\eta_2$  и т.д. Все  $\eta_i$  также одинаково распределены и независимы. Обозначим наработку до первого ложного отказа системы безопасности  $\phi_1$ , наработку до ложного отказа системы безопасности после первого восстановления обозначим  $\phi_2$ , после второго восстановления –  $\phi_3$  и т.д. Все  $\phi_i$  независимы и одинаково распределены. Время восстановления после первого ложного отказа системы безопасности обозначим  $\psi_1$ , после второго ложного отказа –  $\psi_2$  и т.д. Все  $\psi_i$  также независимы и одинаково распределены. Поскольку система безопасности функционирует в режиме ожидания отказа объекта защиты, то невозможно обнаружить ее скрытые отказы в момент их возникновения. Поэтому для обнаружения скрытых отказов вводится процедура периодического контроля исправности системы безопасности. Период контроля исправности обозначим  $T$ , а его длительность –  $\delta$ . На время периодического контроля система безопасности перестает выполнять свои функции. Таким образом, авария комплекса происходит в том случае, когда отказ объекта защиты приходится на неработоспособное состояние системы безопасности. Моментами регенерации процесса функционирования комплекса являются моменты окончания восстановления объекта защиты, в эти моменты комплекс как бы забывает свое прошлое и возвращается в исходное состояние. Номер цикла регенерации процесса функционирования комплекса, на котором произошла авария, обозначим  $v$ . В соответствии

с приведенными выше соображениями, величины  $\chi_i$ ,  $\gamma_i$ ,  $\xi_i$ ,  $\eta_i$ ,  $\phi_i$ ,  $\psi_i$  и  $v$  являются случайно-нечеткими.

Как мы уже упоминали выше, доход от эксплуатации и расходы на обслуживание комплекса прямо пропорциональны времени. Введем следующие обозначения:  $C_0$  – доход в единицу времени от функционирования объекта защиты,  $C_1$  – затраты в единицу времени на восстановление объекта защиты после его отказа,  $C_2$  – затраты в единицу времени на восстановление после ложного отказа системы безопасности,  $C_3$  – затраты в единицу времени на функционирование системы безопасности,  $C_4$  – затраты в единицу времени на контроль системы безопасности,  $C_5$  – затраты в единицу времени на восстановление системы безопасности после скрытого отказа.

Показано, что случайно-нечеткая наработка  $\omega$  комплекса до аварии определяется так [2]:

$$\omega = \sum_{i=1}^{v-1} \tau_i + \tau'_v,$$

где  $\tau_i$  – случайно-нечеткая длительность цикла регенерации процесса функционирования комплекса, на котором не было аварии, а  $\tau'_i$  – случайно-нечеткая длительность цикла регенерации процесса функционирования комплекса, на котором произошла авария. Тогда и для случайно-нечеткой прибыли  $\rho$  за время функционирования комплекса до аварии справедливо

$$\rho = \sum_{i=1}^{v-1} \sigma_i + \sigma'_v,$$

где  $\sigma_i$  – случайно-нечеткая прибыль за один цикл регенерации процесса функционирования комплекса, на котором не было аварии, а  $\sigma'_i$  – случайно-нечеткая прибыль за один цикл регенерации процесса функционирования комплекса, на котором произошла авария.

Далее мы воспользуемся тем фактом, что для каждого фиксированного  $\theta \in \Theta$  величины  $M\omega(\theta)$ ,  $M\tau_i(\theta)$ ,  $M\tau'_i(\theta)$ ,  $M\rho(\theta)$ ,  $M\sigma_i(\theta)$ ,  $M\sigma'_i(\theta)$  и  $Mv(\theta)$  являются четкими величинами [6]. Для каждого фиксированного  $\theta \in \Theta$  справедливо

$$M\omega(\theta) = M \left( \sum_{i=1}^{v(\theta)-1} \tau_i(\theta) + \tau'_{v(\theta)}(\theta) \right) \text{ и}$$

$$M\sigma(\theta) = M \left( \sum_{i=1}^{v(\theta)-1} \sigma_i(\theta) + \sigma'_{v(\theta)}(\theta) \right).$$

Поскольку, рассматриваемые случайные величины для каждого фиксированного  $\theta \in \Theta$  независимы, то используя формулу полной вероятности, можем записать:

$$\begin{aligned} & P \left( \sum_{i=1}^{v(\theta)-1} \sigma_i(\theta) + \sigma'_{v(\theta)}(\theta) \geq r \right) = \\ & = \sum_{k=1}^{\infty} P(v(\theta) = k) P \left( \sum_{i=1}^{k-1} \sigma_i(\theta) + \sigma'_k(\theta) \geq r \right) \text{ и} \end{aligned}$$

$$M\rho(\theta) = \int_0^{\infty} P\left(\sum_{i=1}^{v(\theta)-1} \sigma_i(\theta) + \sigma'_{v(\theta)}(\theta) \geq r\right) dr = \\ = \sum_{k=1}^{\infty} P(v(\theta) = k) M\left(\sum_{i=1}^{k-1} \sigma_i(\theta) + \sigma'_k(\theta)\right).$$

Принимая во внимание то, что рассматриваемые величины независимы и одинаково распределены, получаем

$$M\rho(\theta) = \sum_{k=1}^{\infty} P(v(\theta) = k) M(\sigma'(\theta) + (k-1)\sigma(\theta)) = \\ = M(\sigma'(\theta) + (v(\theta)-1)\sigma(\theta)).$$

Поскольку процесс функционирования системы безопасности технологического комплекса – это регенерирующий процесс, то вероятность того, что произойдет отказ комплекса на  $k$ -ом цикле регенерации можно записать

$$P(v(\theta) = k) = r(\theta)(1 - r(\theta))^{k-1},$$

где  $r(\theta)$  – вероятность отказа комплекса в интервалах восстановления системы безопасности. Тогда случайно-нечеткую наработку  $\omega(\theta)$  и случайно-нечеткую прибыль  $\rho(\theta)$  за время работы комплекса до аварии при условии, что рассматриваемые величины независимы и одинаково распределены, можем переписать для каждого фиксированного  $\theta \in \Theta$ :

$$M\omega(\theta) = M\tau'(\theta) + \frac{1 - r(\theta)}{r(\theta)} M\tau(\theta) \text{ и}$$

$$M\rho(\theta) = M\sigma'(\theta) + \frac{1 - r(\theta)}{r(\theta)} M\sigma(\theta),$$

где  $r(\theta)$  – вероятность аварии на цикле регенерации процесса функционирования комплекса.

Теперь рассмотрим подробнее длительности циклов регенерации и соответствующие им прибыли. Среднюю длительность цикла регенерации процесса функционирования комплекса, на котором не было аварии, для каждого  $\theta \in \Theta$ , определим так:

$$M\tau(\theta) = M\left(\min(\chi(\theta), \phi(\theta)) + \gamma(\theta) J_{\chi(\theta) < \phi(\theta)} + \psi(\theta) J_{\phi(\theta) \leq \chi(\theta)}\right),$$

где  $J_A$  – это индикатор события  $A$ . Средняя длительность цикла регенерации процесса функционирования комплекса, на котором произошла авария, для каждого фиксированного  $\theta \in \Theta$  равна  $M(\tau'(\theta)) = M(\chi(\theta))$ . Нечеткое математическое ожидание прибыли за один цикл регенерации процесса функционирования комплекса, на котором не было аварии, для каждого фиксированного  $\theta \in \Theta$  имеет вид

$$M(\sigma(\theta)) = M\left(\begin{matrix} (C_0 - C_{CB}(\theta)) \min(\chi(\theta), \phi(\theta)) - \\ - C_1 \gamma(\theta) J_{\chi(\theta) < \phi(\theta)} - C_2 \psi(\theta) J_{\phi(\theta) \leq \chi(\theta)} \end{matrix}\right),$$

где  $C_{CB}(\theta)$  – затраты в единицу времени на эксплуатацию системы безопасности.

Нечеткое математическое ожидание прибыли за один цикл регенерации процесса функционирования комплекса, на котором произошла авария, для каждого фиксированного  $\theta \in \Theta$  записывается как  $M(\sigma'(\theta)) = M((C_0 - C_{CB}(\theta))\chi(\theta))$ . Тогда, выполняя несложные преобразования, запишем для каждого  $\theta \in \Theta$

$$M(\sigma(\theta)) = (C_0 - C_{CB}(\theta)) \int_0^{\infty} (1 - F_{\chi}(t; \bar{\lambda}_{\chi}(\theta))) (1 - F_{\phi}(t; \bar{\lambda}_{\phi}(\theta))) dt - \\ - C_1 \int_0^{\infty} (1 - F_{\gamma}(t; \bar{\lambda}_{\gamma}(\theta))) dt \left(1 - \int_0^{\infty} F_{\phi}(t; \bar{\lambda}_{\phi}(\theta)) dF_{\chi}(t; \bar{\lambda}_{\chi}(\theta))\right) - \\ - C_2 \int_0^{\infty} (1 - F_{\psi}(t; \bar{\lambda}_{\psi}(\theta))) dt \int_0^{\infty} F_{\phi}(t; \bar{\lambda}_{\phi}(\theta)) dF_{\chi}(t; \bar{\lambda}_{\chi}(\theta)),$$

$$M(\sigma'(\theta)) = (C_0 - C_{CB}(\theta)) \int_0^{\infty} (1 - F_{\chi}(t; \bar{\lambda}_{\chi}(\theta))) dt,$$

$$M(\tau(\theta)) = \int_0^{\infty} (1 - F_{\chi}(t; \bar{\lambda}_{\chi}(\theta))) (1 - F_{\phi}(t; \bar{\lambda}_{\phi}(\theta))) dt + \\ + \int_0^{\infty} (1 - F_{\gamma}(t; \bar{\lambda}_{\gamma}(\theta))) dt \left(1 - \int_0^{\infty} F_{\phi}(t; \bar{\lambda}_{\phi}(\theta)) dF_{\chi}(t; \bar{\lambda}_{\chi}(\theta))\right) + \\ + \int_0^{\infty} (1 - F_{\psi}(t; \bar{\lambda}_{\psi}(\theta))) dt \int_0^{\infty} F_{\phi}(t; \bar{\lambda}_{\phi}(\theta)) dF_{\chi}(t; \bar{\lambda}_{\chi}(\theta)),$$

$$M(\tau'(\theta)) = \int_0^{\infty} (1 - F_{\chi}(t; \bar{\lambda}_{\chi}(\theta))) dt.$$

Для того чтобы вычислить математические ожидания  $M(\omega(\theta))$  и  $M(\rho(\theta))$ , нам необходимо получить соотношение для вероятности  $r(\theta)$  при каждом фиксированном  $\theta \in \Theta$ . Обозначая вероятность несрабатывания системы безопасности  $q(\theta)$ , получаем

$$r(\theta) = P(\chi(\theta) < \phi(\theta)) q(\theta) = \\ = \left(1 - \int_0^{\infty} F_{\phi}(t; \bar{\lambda}_{\phi}(\theta)) dF_{\chi}(t; \bar{\lambda}_{\chi}(\theta))\right) q(\theta).$$

Следовательно, авария комплекса происходит тогда, когда отказ объекта защиты произошел до ложного отказа системы безопасности, и при этом система безопасности не выработала защитное воздействие вследствие ее скрытого отказа. Отметим, что рассматриваемые события статистически независимы. Вычислим теперь соотношение для вероятности  $q(\theta)$ . Обозначим  $Q^+(\theta)$  – множество тех моментов времени, на протяжении которых система безопасности способна парировать отказ объекта защиты, а  $Q^-(\theta)$  – множество моментов времени, на протяжении которых система безопасности не способна парировать отказ объекта защиты. Вероятность  $q(\theta)$  вычисляется следующим образом:



$$q(\theta) = \int_0^{\infty} P(t \in Q^-(\theta)) dF_{\chi}(t; \bar{\lambda}_{\chi}(\theta)).$$

Следовательно, необходимо вычислить вероятность  $P(t \in Q^-(\theta))$  для каждого фиксированного  $\theta \in \Theta$ . Запишем

$$P(t \in Q^-(\theta)) = 1 - P(t \in Q^+(\theta)) = 1 - P^+(t; \theta).$$

В соответствии с формулой полной вероятности имеем

$$P^+(t; \theta) = \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} P(t \in Q^+(\theta) | \xi(\theta) = x, \eta(\theta) = y) \cdot dF_{\eta}(y; \bar{\lambda}_{\eta}(\theta)) dF_{\xi}(x; \bar{\lambda}_{\xi}(\theta)).$$

Процесс функционирования периодически контролируемой системы безопасности является регенерирующим с периодом регенерации  $\tau_{CB}(\xi, \eta) = \left( \left\lfloor \frac{\xi}{T+\delta} \right\rfloor + 1 \right) (T+\delta) + \eta$ , где  $[x]$  – это целая часть  $x$ . Тогда можем записать:

$$P^+(t; \theta) = \iint_{\tau_{CB}(x, y) \leq t} \left( P(t \in Q^+(\theta) | \xi(\theta) = x, \eta(\theta) = y) \right) dF_{\eta}(y; \bar{\lambda}_{\eta}(\theta)) dF_{\xi}(x; \bar{\lambda}_{\xi}(\theta)) + \iint_{\tau_{CB}(x, y) > t} \left( P(t \in Q^+(\theta) | \xi(\theta) = x, \eta(\theta) = y) \right) dF_{\eta}(y; \bar{\lambda}_{\eta}(\theta)) dF_{\xi}(x; \bar{\lambda}_{\xi}(\theta)) = I_1 + I_2.$$

Вычислим сначала  $I_2$ :

$$I_2 = \iint_{\tau_{CB}(x, y) > t} \left( \sum_{m=0}^{\left\lfloor \frac{x}{T+\delta} \right\rfloor - 1} J_{t \in [m(T+\delta), m(T+\delta)+T)} + J_{t \in \left[ \left\lfloor \frac{x}{T+\delta} \right\rfloor (T+\delta), x \right)} \right) dF_{\eta}(y; \bar{\lambda}_{\eta}(\theta)) dF_{\xi}(x; \bar{\lambda}_{\xi}(\theta)).$$

где  $J_{t \in A}$  – индикатор события  $t \in A$ . Опуская некоторые несложные, но громоздкие преобразования, запишем сразу результат:

$$I_2 = (1 - F_{\xi}(t; \bar{\lambda}_{\xi}(\theta))) - \sum_{m=1}^{\infty} (1 - F_{\xi}(m(T+\delta); \bar{\lambda}_{\xi}(\theta))) \cdot (J_{(m-1)(T+\delta)+T \leq t} - J_{m(T+\delta) \leq t}) = F_{\zeta}(t; \bar{\lambda}_{\zeta}(\theta)) - F_{\xi}(t; \bar{\lambda}_{\xi}(\theta)),$$

где

$$F_{\zeta}(t; \bar{\lambda}_{\zeta}(\theta)) = 1 - \sum_{m=1}^{\infty} (1 - F_{\xi}(m(T+\delta); \bar{\lambda}_{\xi}(\theta))) \cdot (J_{(m-1)(T+\delta)+T \leq t} - J_{m(T+\delta) \leq t})$$

– функция распределения, некоторой вспомогательной случайной величины  $\zeta$ . Рассмотрим теперь слагаемое  $I_1$ :

$$I_1 = \iint_{\tau_{CB}(x, y) \leq t} P^+(t - \tau_{CB}(x, y)) dF_{\eta}(y; \bar{\lambda}_{\eta}(\theta)) dF_{\xi}(x; \bar{\lambda}_{\xi}(\theta)) = \int_0^t P^+(t - z) dF_{\tau_{CB}}(z; \bar{\lambda}_{\eta}(\theta), \bar{\lambda}_{\xi}(\theta)).$$

Таким образом, суммируя  $I_1$  и  $I_2$ , при каждом фиксированном  $\theta \in \Theta$  получаем интегральное уравнение для  $P(t \in Q^+(\theta))$ :

$$P^+(t; \theta) = f(t; \theta) + \int_0^t P^+(t - z) dF_{\tau_{CB}}(z; \bar{\lambda}_{\eta}(\theta), \bar{\lambda}_{\xi}(\theta)), \quad (1)$$

где

$$f(t; \theta) = F_{\tau_{CB}}(t; \bar{\lambda}_{\eta}(\theta), \bar{\lambda}_{\xi}(\theta)) = P\left(\left(\left\lfloor \frac{\xi(\theta)}{T+\delta} \right\rfloor + 1\right)(T+\delta) + \eta(\theta) \leq t\right)$$

– функция распределения случайной величины  $\tau_{CB}$ ,

$$f(t; \theta) = F_{\zeta}(t; \bar{\lambda}_{\zeta}(\theta)) - F_{\xi}(t; \bar{\lambda}_{\xi}(\theta)).$$

Используя преобразование Лапласа-Стилтьеса и тауберovy теоремы, нетрудно получить асимптотическое решение уравнения (1):

$$\lim_{t \rightarrow \infty} P^+(t; \theta) = \frac{M\xi(\theta) - M\zeta(\theta)}{M\tau_{CB}(\theta)} = 1 - q(\theta).$$

Опуская несложные вычисления, приведем выражения для математических ожиданий  $M\zeta(\theta)$ ,  $M\xi(\theta)$  и  $M\tau_{CB}(\theta)$ :

$$M\zeta(\theta) = \delta M \left[ \frac{\xi(\theta)}{T+\delta} \right] = \delta \sum_{k=1}^{\infty} k \left( F_{\xi}((k+1)(T+\delta); \bar{\lambda}_{\xi}(\theta)) - F_{\xi}(k(T+\delta); \bar{\lambda}_{\xi}(\theta)) \right),$$

$$M\xi(\theta) = \int_0^{\infty} (1 - F_{\xi}(t; \bar{\lambda}_{\xi}(\theta))) dt,$$

$$M\tau_{CB}(\theta) = \int_0^{\infty} (1 - F_{\eta}(t; \bar{\lambda}_{\eta}(\theta))) dt + (T+\delta) \cdot \left( 1 + \sum_{k=1}^{\infty} k \left( F_{\xi}((k+1)(T+\delta); \bar{\lambda}_{\xi}(\theta)) - F_{\xi}(k(T+\delta); \bar{\lambda}_{\xi}(\theta)) \right) \right).$$

Вычислим теперь расходы на эксплуатацию системы безопасности  $C_{CB}(\theta)$  для каждого фиксированного  $\theta \in \Theta$ . Рассмотрим процесс функционирования системы безопасности. Процесс функционирования системы безопасности является альтернирующим процессом восстановления с периодом регенерации

$$\tau_{CB}(\xi, \eta) = (T+\delta) \left( \left\lfloor \frac{\xi}{T+\delta} \right\rfloor + 1 \right) + \eta. \text{ Используя формулу}$$



полной вероятности и обозначая затраты на эксплуатацию системы безопасности  $C_{CB}(t; \theta)$  к моменту времени  $t$  имеем:

$$C_{CB}(t; \theta) = \int_0^t \int_0^\infty C_{CB}(t; \theta) \Big|_{\xi(\theta)=x, \eta(\theta)=y} dF_{\xi, \eta}(x, y; \bar{\lambda}_\xi(\theta), \bar{\lambda}_\eta(\theta)).$$

При выводе  $C_{CB}(t; \theta)$ , следует рассматривать два случая: во-первых, когда  $\tau_{CB}(x, y) \leq t$ , т.е. первый цикл регенерации закончился до момента времени  $t$  и, во-вторых, когда  $\tau_{CB}(x, y) > t$ , а следовательно, первый цикл регенерации процесса функционирования СБ не закончился до момента времени  $t$ . Тогда запишем

$$C_{CB}(t; \theta) = \iint_{\tau_{CB}(x, y) \leq t} C_{CB}(t; \theta) \Big|_{\xi(\theta)=x, \eta(\theta)=y} dF_{\xi, \eta}(x, y; \bar{\lambda}_\xi(\theta), \bar{\lambda}_\eta(\theta)) + \iint_{\tau_{CB}(x, y) > t} C_{CB}(t; \theta) \Big|_{\xi(\theta)=x, \eta(\theta)=y} dF_{\xi, \eta}(x, y; \bar{\lambda}_\xi(\theta), \bar{\lambda}_\eta(\theta)) = S_1 + S_2.$$

Вычислим сначала  $S_1$ :

$$\begin{aligned} S_1 &= \iint_{\tau_{CB}(x, y) \leq t} \left( C_3 \left( \left\lceil \frac{x}{T+\delta} \right\rceil + 1 \right) T + C_4 \left( \left\lceil \frac{x}{T+\delta} \right\rceil + 1 \right) \delta + \right. \\ &\quad \left. + C_5 y + C_{CB}(t - \tau_{CB}(x, y); \theta) \right) dF_{\xi, \eta}(x, y; \bar{\lambda}_\xi(\theta), \bar{\lambda}_\eta(\theta)) = \\ &= \iint_{\tau_{CB}(x, y) \leq t} \left( C_3 \left( \left\lceil \frac{x}{T+\delta} \right\rceil + 1 \right) T + \right. \\ &\quad \left. + C_4 \left( \left\lceil \frac{x}{T+\delta} \right\rceil + 1 \right) \delta + C_5 y \right) dF_{\xi, \eta}(x, y; \bar{\lambda}_\xi(\theta), \bar{\lambda}_\eta(\theta)) + \\ &\quad + \int_0^t C_{CB}(t - z; \theta) dF_{\tau_{CB}}(z; \bar{\lambda}_\xi(\theta), \bar{\lambda}_\eta(\theta)) \end{aligned}$$

Далее будем вычислять  $S_2$ :

$$\begin{aligned} S_2 &= \iint_{\left( \left\lceil \frac{x}{T+\delta} \right\rceil + 1 \right) (T+\delta) > t} \left( C_3 \left[ \frac{t}{T+\delta} \right] T + C_4 \left[ \frac{t}{T+\delta} \right] \delta + \right. \\ &\quad \left. + C_3 \left( t - \left[ \frac{t}{T+\delta} \right] (T+\delta) \right) J_{t - \left[ \frac{t}{T+\delta} \right] (T+\delta) \leq T} + \right. \\ &\quad \left. + \left( C_3 T + C_4 \left( t - \left[ \frac{t}{T+\delta} \right] (T+\delta) - T \right) \right)^+ J_{t - \left[ \frac{t}{T+\delta} \right] (T+\delta) > T} \right) dF_{\xi, \eta}(x, y; \bar{\lambda}_\xi(\theta), \bar{\lambda}_\eta(\theta)) + \\ &\quad + \iint_{\left( \left\lceil \frac{x}{T+\delta} \right\rceil + 1 \right) (T+\delta) \leq t} \left( C_3 \left( \left\lceil \frac{x}{T+\delta} \right\rceil + 1 \right) T + C_4 \left( \left\lceil \frac{x}{T+\delta} \right\rceil + 1 \right) \delta + \right. \\ &\quad \left. + C_5 \left( t - \left( \left\lceil \frac{x}{T+\delta} \right\rceil + 1 \right) (T+\delta) \right)^+ \right) dF_{\xi, \eta}(x, y; \bar{\lambda}_\xi(\theta), \bar{\lambda}_\eta(\theta)), \end{aligned}$$

где  $x^+ = \max(x, 0)$ . Суммируя  $S_2$  и  $S_1$ , получаем уравнение для средних суммарных затрат на эксплуатацию системы безопасности  $C_{CB}(t; \theta)$  к моменту времени  $t$

$$C_{CB}(t; \theta) = g(t; \theta) + \int_0^t C_{CB}(t - z; \theta) dF_{\tau_{CB}}(z; \bar{\lambda}_\xi(\theta), \bar{\lambda}_\eta(\theta)), \quad (2)$$

Где

$$\begin{aligned} g(t; \theta) &= C_3 \left( \int_{\left( \left\lceil \frac{x}{T+\delta} \right\rceil + 1 \right) (T+\delta) \leq t} \left( \left\lceil \frac{x}{T+\delta} \right\rceil + 1 \right) T dF_{\xi}(x; \bar{\lambda}_\xi(\theta)) + \right. \\ &\quad \left. + \left( \left\lceil \frac{t}{T+\delta} \right\rceil T + \left( t - \left\lceil \frac{t}{T+\delta} \right\rceil (T+\delta) \right) J_{t - \left\lceil \frac{t}{T+\delta} \right\rceil (T+\delta) \leq T} + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + T J_{t - \left\lceil \frac{t}{T+\delta} \right\rceil (T+\delta) > T} \right) \int_{\left( \left\lceil \frac{x}{T+\delta} \right\rceil + 1 \right) (T+\delta) > t} dF_{\xi}(x; \bar{\lambda}_\xi(\theta)) \right) + \\ &\quad + \int_{\left( \left\lceil \frac{x}{T+\delta} \right\rceil + 1 \right) (T+\delta) \leq t} \left( \left\lceil \frac{x}{T+\delta} \right\rceil + 1 \right) \delta dF_{\xi}(x; \bar{\lambda}_\xi(\theta)) + \left( \left\lceil \frac{t}{T+\delta} \right\rceil \delta + \right. \\ &\quad \left. + \left( t - \left\lceil \frac{t}{T+\delta} \right\rceil (T+\delta) - T \right)^+ J_{t - \left\lceil \frac{t}{T+\delta} \right\rceil (T+\delta) > T} \right) \int_{\left( \left\lceil \frac{x}{T+\delta} \right\rceil + 1 \right) (T+\delta) > t} dF_{\xi}(x; \bar{\lambda}_\xi(\theta)) + \\ &\quad + C_5 \left( \iint_{\tau_{CB}(x, y) \leq t} y dF_{\xi, \eta}(x, y; \bar{\lambda}_\xi(\theta), \bar{\lambda}_\eta(\theta)) + \right. \\ &\quad \left. + \iint_{\left( \left\lceil \frac{x}{T+\delta} \right\rceil + 1 \right) (T+\delta) > t} \left( t - \left( \left\lceil \frac{x}{T+\delta} \right\rceil + 1 \right) (T+\delta) \right)^+ dF_{\xi, \eta}(x, y; \bar{\lambda}_\xi(\theta), \bar{\lambda}_\eta(\theta)) \right). \end{aligned}$$

Решение уравнения (2) находим с применением преобразования Лапласа-Стилтьеса и соответствующих предельных теорем. В итоге получаем асимптотическое решение уравнения (2) в виде:

$$\begin{aligned} C_{CB}(\theta) &\approx \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{C_{CB}(t; \theta)}{t} = \\ &= \frac{C_3 T M \alpha(\theta) + C_4 \delta M \alpha(\theta) + C_5 M \eta(\theta)}{M \tau_{CB}(\theta)}, \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} M \alpha(\theta) &= M \left( \left\lceil \frac{\xi(\theta)}{T+\delta} \right\rceil + 1 \right) = 1 + \\ &+ \sum_{k=1}^{\infty} k \left( F_{\xi}((k+1)(T+\delta); \bar{\lambda}_\xi(\theta)) - F_{\xi}(k(T+\delta); \bar{\lambda}_\xi(\theta)) \right). \end{aligned}$$

Таким образом, получив все необходимые соотношения, мы теперь можем вычислить математические

ожидания  $M\omega(\theta)$  и  $M\rho(\theta)$  при каждом фиксированном  $\theta \in \Theta$ , а это означает, что в соответствии с определением функции от нечетких величин [6], мы задали нечеткое математическое ожидание наработки до первой аварии и нечеткое математическое ожидание прибыли за время работы комплекса до аварии как функции от нечетких параметров модели. Запишем теперь выражение для средней прибыли в единицу времени от эксплуатации комплекса. Применяя хорошо известную формулу для процесса накопления [11], запишем для каждого фиксированного  $\theta \in \Theta$ :

$$C_{\text{ATK}}(\theta) = \frac{M\rho(\theta) - C_{\beta} \int_0^{\infty} (1 - F_{\beta}(t; \tilde{\lambda}_{\beta}(\beta))) dt}{M\omega(\theta) + \int_0^{\infty} (1 - F_{\beta}(t; \tilde{\lambda}_{\beta}(\beta))) dt},$$

где  $\beta$  – случайно-нечеткое время восстановления комплекса после аварии,  $C_{\beta}$  – затраты в единицу времени на восстановление комплекса после аварии

Для того чтобы записать соотношения для функций принадлежности величин  $M\omega$ ,  $M\rho$  и  $C_{\text{ATK}}$  воспользуемся принципом расширения Заде [6]. Так функция принадлежности величины  $M\omega$  имеем:

$$\mu_{M\omega}(y) = \sup_{y=f_1(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_3, \tilde{x}_4, \tilde{x}_5, \tilde{x}_6)} \min(\mu_{\tilde{\lambda}_{\chi}}(\tilde{x}_1), \mu_{\tilde{\lambda}_{\gamma}}(\tilde{x}_2), \mu_{\tilde{\lambda}_{\phi}}(\tilde{x}_3), \mu_{\tilde{\lambda}_{\eta}}(\tilde{x}_4), \mu_{\tilde{\lambda}_{\psi}}(\tilde{x}_5), \mu_{\tilde{\lambda}_{\zeta}}(\tilde{x}_6)),$$

Где

$$f_1(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_3, \tilde{x}_4, \tilde{x}_5, \tilde{x}_6) = M\tau'(\tilde{x}_1) + \frac{1-r(\tilde{x}_1, \tilde{x}_3, \tilde{x}_4, \tilde{x}_5)}{r(\tilde{x}_1, \tilde{x}_3, \tilde{x}_4, \tilde{x}_5)} M\tau(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_5, \tilde{x}_6),$$

$$M\tau(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_5, \tilde{x}_6) = \int_0^{\infty} (1 - F_{\chi}(t; \tilde{x}_1))(1 - F_{\phi}(t; \tilde{x}_5)) dt + \int_0^{\infty} (1 - F_{\gamma}(t; \tilde{x}_2)) dt \left( 1 - \int_0^{\infty} F_{\phi}(t; \tilde{x}_5) dF_{\chi}(t; \tilde{x}_1) \right) + \int_0^{\infty} (1 - F_{\psi}(t; \tilde{x}_6)) dt \int_0^{\infty} F_{\phi}(t; \tilde{x}_5) dF_{\chi}(t; \tilde{x}_1),$$

$$M\tau'(\tilde{x}_1) = \int_0^{\infty} (1 - F_{\chi}(t; \tilde{x}_1)) dt,$$

$$r(\tilde{x}_1, \tilde{x}_3, \tilde{x}_4, \tilde{x}_5) = \left( 1 - \int_0^{\infty} F_{\phi}(t; \tilde{x}_5) dF_{\chi}(t; \tilde{x}_1) \right) q(\tilde{x}_3, \tilde{x}_4),$$

$$q(\tilde{x}_3, \tilde{x}_4) \approx 1 - \frac{M\xi(\tilde{x}_3) - M\zeta(\tilde{x}_3)}{M\tau_{\tilde{N}\tilde{A}}(\tilde{x}_3, \tilde{x}_4)},$$

$$M\zeta(\tilde{x}_3) = \delta \sum_{k=1}^{\infty} k (F_{\xi}((k+1)(T+\delta); \tilde{x}_3) - F_{\xi}(k(T+\delta); \tilde{x}_3)),$$

$$M\xi(\tilde{x}_3) = \int_0^{\infty} (1 - F_{\xi}(t; \tilde{x}_3)) dt,$$

$$M\tau_{\text{CB}}(\tilde{x}_3, \tilde{x}_4) = \int_0^{\infty} (1 - F_{\eta}(t; \tilde{x}_4)) dt + (T + \delta) \cdot \left( 1 + \sum_{k=1}^{\infty} k (F_{\xi}((k+1)(T+\delta); \tilde{x}_3) - F_{\xi}(k(T+\delta); \tilde{x}_3)) \right).$$

Аналогично запишем функцию принадлежности  $M\rho$

$$\mu_{M\rho}(y) = \sup_{y=f_2(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_3, \tilde{x}_4, \tilde{x}_5, \tilde{x}_6)} \min(\mu_{\tilde{\lambda}_{\chi}}(\tilde{x}_1), \mu_{\tilde{\lambda}_{\gamma}}(\tilde{x}_2), \mu_{\tilde{\lambda}_{\phi}}(\tilde{x}_3), \mu_{\tilde{\lambda}_{\eta}}(\tilde{x}_4), \mu_{\tilde{\lambda}_{\psi}}(\tilde{x}_5), \mu_{\tilde{\lambda}_{\zeta}}(\tilde{x}_6)),$$

Где

$$f_2(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_3, \tilde{x}_4, \tilde{x}_5, \tilde{x}_6) = M\sigma'(\tilde{x}_1) + \frac{1-r(\tilde{x}_1, \tilde{x}_3, \tilde{x}_4, \tilde{x}_5)}{r(\tilde{x}_1, \tilde{x}_3, \tilde{x}_4, \tilde{x}_5)} M\sigma(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_3, \tilde{x}_4, \tilde{x}_5, \tilde{x}_6),$$

$$M\sigma(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_3, \tilde{x}_4, \tilde{x}_5, \tilde{x}_6) = (C_0 - C_{\text{CB}}(\tilde{x}_3, \tilde{x}_4)) \cdot \int_0^{\infty} (1 - F_{\chi}(t; \tilde{x}_1))(1 - F_{\phi}(t; \tilde{x}_5)) dt - C_1 \cdot \int_0^{\infty} (1 - F_{\gamma}(t; \tilde{x}_2)) dt \left( 1 - \int_0^{\infty} F_{\phi}(t; \tilde{x}_5) dF_{\chi}(t; \tilde{x}_1) \right) - C_2 \int_0^{\infty} (1 - F_{\psi}(t; \tilde{x}_6)) dt \int_0^{\infty} F_{\phi}(t; \tilde{x}_5) dF_{\chi}(t; \tilde{x}_1),$$

$$M\sigma'(\tilde{x}_1, \tilde{x}_3, \tilde{x}_4) = (C_0 - C_{\text{CB}}(\tilde{x}_3, \tilde{x}_4)) \int_0^{\infty} (1 - F_{\chi}(t; \tilde{x}_1)) dt,$$

$$C_{\text{CB}}(\tilde{x}_3, \tilde{x}_4) \approx$$

$$\frac{C_3 T M\alpha(\tilde{x}_3) + C_4 \delta M\alpha(\tilde{x}_3) + C_5 \int_0^{\infty} (1 - F_{\eta}(t; \tilde{x}_4)) dt}{M\tau_{\text{CB}}(\tilde{x}_3, \tilde{x}_4)},$$

$$M\alpha(\tilde{x}_3) = 1 +$$

$$+ \sum_{k=1}^{\infty} k (F_{\xi}((k+1)(T+\delta); \tilde{x}_3) - F_{\xi}(k(T+\delta); \tilde{x}_3)).$$

И для  $C_{\text{ATK}}$  запишем:

$$\mu_{C_{\text{ATK}}}(y) = \sup_{y=f_3(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_3, \tilde{x}_4, \tilde{x}_5, \tilde{x}_6, \tilde{x}_7)} \min(\mu_{\tilde{\lambda}_{\chi}}(\tilde{x}_1), \mu_{\tilde{\lambda}_{\gamma}}(\tilde{x}_2), \mu_{\tilde{\lambda}_{\phi}}(\tilde{x}_3), \mu_{\tilde{\lambda}_{\eta}}(\tilde{x}_4), \mu_{\tilde{\lambda}_{\psi}}(\tilde{x}_5), \mu_{\tilde{\lambda}_{\zeta}}(\tilde{x}_6), \mu_{\tilde{\lambda}_{\alpha}}(\tilde{x}_7)),$$

Где

$$f_3(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \bar{x}_4, \bar{x}_5, \bar{x}_6, \bar{x}_7) = \frac{f_2(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \bar{x}_4, \bar{x}_5, \bar{x}_6) - C_\beta \int_0^\infty (1 - F_\beta(t; \bar{x}_7)) dt}{f_1(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \bar{x}_4, \bar{x}_5, \bar{x}_6) + \int_0^\infty (1 - F_\beta(t; \bar{x}_7)) dt}.$$

Таким образом, нам удалось записать соотношения для искомых функций принадлежности через функции принадлежности параметров модели.

Рассмотрим теперь процедуру дефазификации. Как мы упоминали ранее, воспользуемся для этого понятием математического ожидания случайно-нечетких величин [7]:

$$E[p] = \int_0^\infty Cr\{\theta \in \Theta \mid M\rho(\theta) \geq r\} dr - \int_{-\infty}^0 Cr\{\theta \in \Theta \mid M\rho(\theta) \leq r\} dr.$$

Для того, чтобы найти соответствующую меру правдоподобия необходимо воспользоваться следующим соотношением между мерой правдоподобия и функцией принадлежности [6]:

$$Cr\{M\rho \in B\} = \frac{1}{2} \left( \sup_{y \in B} \mu_{M\rho}(y) + 1 - \sup_{y \in R \setminus B} \mu_{M\rho}(y) \right).$$

Аналогично вычисляются  $E[\omega]$  и  $E[C_{ATK}]$ .

Нетрудно заметить, что основную сложность в данном случае составляет вычисление функций принадлежности. Были предложены различные методы для решения этой задачи, например, интервальная арифметика. Однако наилучшее сочетание универсальности и простоты реализации, на наш взгляд, обеспечивает обобщенный метод трансформации, который был предложен Ханссом [12]. Этот метод позволяет вычислять функции принадлежности для функций от нечетких величин. При этом можно рассматривать как монотонные, так и немонотонные функции от нечетких величин. Сущность данного метода заключается в декомпозиции функций принадлежности аргументов на множества  $\alpha$ -уровня, вычислении значений функции на полученном наборе точек и последующей реконструкции искомой функции принадлежности. К преимуществам указанного метода также относится тот факт, что на его основе можно оценивать вклад каждого из нечетких аргументов в итоговую неопределенность результата [12].

Необходимо также уделить внимание проблеме выбора функций принадлежности нечетких величин. Данная проблема является, вообще говоря, достаточно сложной. Для построения функций принадлежности разработаны различные экспертные методы, обзор которых можно найти в [6]. Однако подобный подход

оперирует не объективными данными, полученными при исследовании системы, а мнениями экспертов об исследуемой системе. В данной ситуации, более оправданным, представляется использование метода построения функций принадлежности, предложенного Бакли [13]. Его сущность заключается в том, что функция принадлежности искомого параметра распределения определяется своими множествами  $\alpha$ -уровня. При этом в качестве множества  $\alpha$ -уровня берется интервальная оценка искомого параметра распределения с уровнем доверия  $(1-\alpha)$ . При этом получаемая оценка является более наглядной и содержит больше информации об оцениваемом параметре, нежели точечная оценка или единственный доверительный интервал.

В завершение, рассмотрим численный пример. Пусть  $\chi \sim EXP(\lambda_\chi)$ ,  $\gamma \sim EXP(\lambda_\gamma)$ ,  $\xi \sim EXP(\lambda_\xi)$ ,  $\eta \sim EXP(\lambda_\eta)$ ,  $\varphi \sim EXP(\lambda_\varphi)$ ,  $\psi \sim EXP(\lambda_\psi)$ ,  $\beta \sim EXP(\lambda_\beta)$ . Причем  $\mu_\chi(x) = \Delta(1 \times 10^{-6} \text{ ч}^{-1}; 1,5 \times 10^{-6} \text{ ч}^{-1}; 2 \times 10^{-6} \text{ ч}^{-1})$ ,  $\mu_\xi(x) = \Delta(1 \times 10^{-4} \text{ ч}^{-1}; 1,5 \times 10^{-4} \text{ ч}^{-1}; 2 \times 10^{-4} \text{ ч}^{-1})$ ,  $\mu_\gamma(x) = \Delta(1 \times 10^{-4} \text{ ч}^{-1}; 1,5 \times 10^{-4} \text{ ч}^{-1}; 2 \times 10^{-4} \text{ ч}^{-1})$ ,  $\mu_\eta(x) = \Delta(1 \text{ ч}^{-1}; 1,5 \text{ ч}^{-1}; 2 \text{ ч}^{-1})$ ,  $\mu_\varphi(x) = \Delta(1 \text{ ч}^{-1}; 1,5 \text{ ч}^{-1}; 2 \text{ ч}^{-1})$ ,  $\mu_\psi(x) = \Delta(1 \text{ ч}^{-1}; 1,5 \text{ ч}^{-1}; 2 \text{ ч}^{-1})$ ,  $\mu_\beta(x) = \Delta(0,1 \text{ ч}^{-1}; 0,15 \text{ ч}^{-1}; 0,2 \text{ ч}^{-1})$ ,  $T=500$  ч,  $\delta=0,1$  ч,  $C_0=10000$  руб/ч,  $C_1=1000$  руб/ч,  $C_2=1500$  руб/ч,  $C_3=2000$  руб/ч,  $C_4=2200$  руб/ч,  $C_5=2500$  руб/ч,  $C_\beta=10000$  руб/ч. Здесь  $\Delta$  обозначает треугольную функцию принадлежности. Тогда

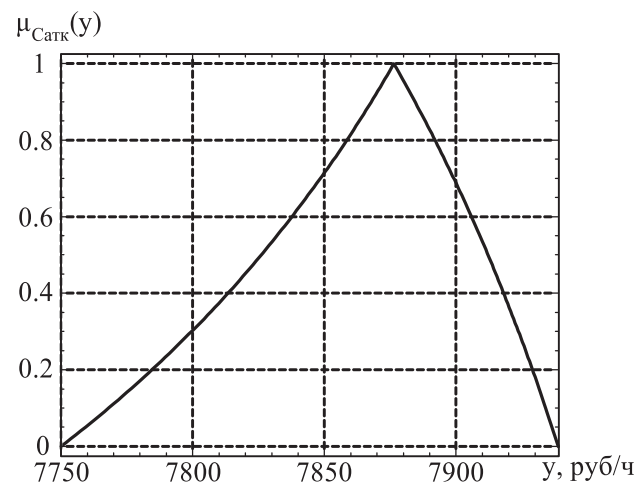


Рис. 1. Функция принадлежности средней прибыли от эксплуатации комплекса в единицу времени

Здесь  $M\omega$ , полученное классическим способом, равно 7876 руб/ч, что совпадает с максимумом функции принадлежности, а  $E[\omega]$ , полученное в результате дефазификации, составляет 7866 руб/ч, что отражает асимметричность функции принадлежности.

### 3. Заключение

В данной работе предложен подход к оценке показателей экономической эффективности комплекса «объект защиты – система безопасности» с учетом неопределенности в задании параметров комплекса. Рассмотренный

подход основывается на использовании концепции случайно-нечетких величин, меры правдоподобия, оператора математического ожидания, основанного на интеграле Шоке, а также численного метода вычислений с нечеткими величинами. Приводятся соотношения, позволяющие получать функции принадлежности для показателей экономической эффективности, зная функции принадлежности параметров комплекса, а также рассматривается процедура дефазификации полученных результатов.

## Литература

1. **Перевода А.И., Тимашов Д.А.** Моделирование процесса функционирования АТК «ОЗ-СБ» с периодически контролируемой системой безопасности // Надежность. – 2007. – №2. – С. 38-48.
2. **Перевода А.И.** Математическая модель надежности комплекса «Объект защиты – система безопасности» при нечеткой исходной информации // Надежность. – 2014. – №1. – С. 99-113.
3. **Пытьев Ю.П.** Возможность как альтернатива вероятности. Математические и эмпирические основы, применение. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007 – 464 с.
4. **Dubois D., Prade H.** The mean value of a fuzzy number // Fuzzy Sets and Systems. – 1987. – Vol. 24. – Pp. 279-300.
5. **Murofushi T., Sugeno M.** An interpretation of fuzzy measures and the choquet integral as an integral with respect to a fuzzy measure // Fuzzy Sets and Systems. – 1989. – Vol. 29. – Pp. 201-227.
6. **Liu B.** Uncertainty Theory. – 2<sup>nd</sup> edition. – Berlin: Springer-Verlag, 2007. – 255 pp.
7. **Li X., Liu B.** New independence definition of fuzzy random variable and random fuzzy variable // World Journal of Modelling and Simulation. – 2006. – Vol. 2, no. 5. – Pp. 338-342.
8. **Guo R., Zhao R.Q., Guo D., Dunne T.** Random Fuzzy Variable Modeling on Repairable System // Journal of Uncertain Systems. – 2007. – Vol. 1 – Pp. 222-234.
9. **Kwakernaak H.** Fuzzy random variables – I. Definitions and theorems // Information Sciences. – 1978. – Vol. 15 – Pp. 1-29.
10. **Shen Q., Zhao R., Tang W.** Random fuzzy alternating renewal processes // Soft Computing. – 2008. – Vol. 13, no. 2. – Pp. 139-147.
11. **Байхельт Ф., Франкен П.** Надежность и техническое обслуживание. Математический подход: Пер. с нем. – М.: Радио и связь, 1988. – 392 с.
12. **Hanss M.** Applied Fuzzy Arithmetic: An Introduction with Engineering Applications. – Springer-Verlag, 2005. – 256 pp.
13. **Buckley J.J.** Fuzzy Probability and Statistics. – Springer-Verlag, 2006. – 270 p



**Pereguda A.I., Pereguda A.A.**

## ESTIMATION OF ECONOMIC EFFICIENCY INDICATORS OF SYSTEMS WITH FUZZY PARAMETERS

*The present work offers the method of estimation of economic efficiency indicators of the automated technological facility “protection object – safety system” with recoverable elements considering the uncertainty of a model’s parameters. The fuzzy estimation for the average profit of facility operation per time unit is obtained. The example of numerical evaluation of the examined indicator of efficiency with fuzzy parameters is given.*

**Keywords:** *reliability, profit, efficiency, safety system, stochastic variables, a mean lifetime, casual process, mathematical time expectations.*

### 1. Problem statement

In this paper we will consider the mathematical model allowing estimation of economic efficiency indicators of sequential systems with fuzzy parameters. The sequential systems are the systems, whose state depends on the sequence of faults and recoveries of elements during the period of time from the start of functioning up to the current moment. In the present paper we will consider the system consisting of a protection object and a safety system.

Systems consisting of a protection object and a safety system are applied in cases, where it is required to ensure safe operation of a potentially dangerous object. The safety system is intended to transfer emergency situations under the violation of normal functioning of the protection object in harmless state, i.e. to make adequate action under the fault of the protection object. In such system a vertical hierarchy takes place, as the protection object is under supervision of a safety system. The safety system possesses the interference right to prevent potentially dangerous modifications in the protection object. Interdependence of actions also takes place, as success of operation of the system as a whole and, actually, elements of any level depends on behavior of all system’s elements. Thus, it is required to consider the protection object and safety system collectively as a single automated processing facility “protection object – safety system” (APF PO-SS). Mathematical models of reliability of such facility were analyzed in papers [1,2].

Here we will consider a case, when the income from use of APF PO-SS facility and expenses on its service are directly proportionate to time. Correct functioning of protection object brings in some income, while its recovery after the fault requires expenses. The safety system in the course of its operation does not bring income, and preservation of its correct functioning demands spending of some amount, which is also directly proportionate to time of functioning. Based on these suppositions, we will receive an estimation of average profit from operation of the facility during its work till an accident. Considering expenses on recovery of the facility after an accident, we will write the estimation for average profit per a time unit as the result of a facility operation.



During the analysis of the system's process of functioning and calculation of indicators of economic efficiency, there can be an uncertainty of results caused by different reasons, incompleteness of information on research object, various approximations and assumptions during development of mathematical model, approximated methods of calculations and uncertainty of model's parameters. In the present paper we will consider, how the result of analysis is influenced by uncertainty of model's parameters. This variety of uncertainty arises, as parameters of a mathematical model cannot be known precisely owing to insufficiency of data and variability of characteristics.

For uncertainty modeling several approaches different from each other have been developed, for instance, the probability-theoretic approach, fuzzy sets and measures as well as some others, discussion on distinctions and advantages of which could be found in paper [3]. In this paper we will use a combination of probability-theoretic approach and fuzzy measures for construction of a mathematical model considering uncertainty of parameters. Many different fuzzy measures and definitions of fuzzy integral and average of distribution of fuzzy values were offered [4, 5]. In our paper we shall use the measure of probability and average of distribution of fuzzy values on the basis of Choquet integral as it is offered in the works of Liu [6], as such approach goes well with the probability-theoretic approach. For combination within the limits of one model of two types of uncertainty there are also several different approaches offered. In particular, these are fuzzy random variables, random fuzzy variables and hybrid variables [7, 8]. In this paper we will use random fuzzy values, as they make it possible to describe a situation we are interested in the most simple way.

## 2. Problem solution

Non-failure operating times and times of recovery of the system's elements during development of its mathematical models are described, as a rule, by means of stochastic values. For example, let us consider failure time  $\chi$  with distribution function  $F_\chi(t; \tilde{\lambda})$ , where  $\tilde{\lambda}$  is a vector of distribution parameters. Exact values of parameters  $\tilde{\lambda}$  owing to those or other reasons can be unknown. Thus, uncertainty of model's parameters takes place, which leads to uncertainty of values of required indicators of efficiency. For quantitative description of the specified uncertainty we will take the advantage of mathematical apparatus of random fuzzy values [7, 8]. The essence of applied approach consists in the fact that random variables receive a measure of probability [6]. Random fuzzy failure times and recovery times will be defined using the scheme offered in [7]. In order to set random fuzzy value  $\chi$ , we will specify a set of probability distributions  $\{F_\chi(t; \tilde{\lambda}(\theta)), \theta \in \Theta\}$  in probability space  $(\Omega, A, P)$ , where  $\tilde{\lambda}$  is the fuzzy vector defined in space of probability  $(\Theta, \Pi, Cr)$ , to which the membership function  $\mu_{\tilde{\lambda}}(\bar{x})$  corresponds. For example,  $\chi \sim EXP(\lambda)$ , if

$$F_\chi(t; \lambda(\theta)) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda(\theta)t}, & \text{if } t \geq 0, \\ 0, & \text{otherwise,} \end{cases}$$

where  $\lambda$  is a fuzzy value with membership function  $\mu_\lambda(x)$ .

In [7] it is shown that if there is a set random fuzzy value  $\chi$ , then  $P(\chi \in A)$ , where  $A \subseteq R$  and  $M_\chi$  are fuzzy values. Thus, parameters of the considered mathematical model are parameters of distributions of failure times and recovery times, and their uncertainty is described by means of the corresponding membership function. Having set the random fuzzy failure times and recovery times, we can receive membership functions also for economic efficiency indicators. For comparison of the received results with results received by classical methods, it is possible to take advantage of defuzzification procedure, as a result of application of which a well-defined characterizing value is put in correspondence to a fuzzy value. For this purpose, in this paper we will use the average of distribution of random fuzzy values, as it is described in [6]. Such approach is combined in the best way with use of random fuzzy values for description of failure times and times of recovery.

It is well known that for description of process of functioning of restored elements it is possible to use alternating processes of recovery, as well as accumulation processes [9, 10, 11]. In papers [1, 2] the process of APF PO-SS functioning is described by means of superposition of alternating processes of recovery.

As in this paper we go from random variables to random fuzzy variables, it is necessary to consider the random fuzzy process of recovery and random fuzzy process of accumulation, which were offered in papers [4, 6].

Let us describe now in more detail the process of functioning of the considered facility within the framework of the offered model. We will designate the operating time to the first failure of protection object  $\chi_1$ , failure time of a protection object after its first recovery we will designate as  $\chi_2$ , after the second recovery as  $\chi_3$ , etc. As we consider regenerating process, we will assume that all  $\chi_i$  are equally distributed and independent. Time of recovery after the first fault of a protection object we will designate  $\gamma_1$ , time of recovery after its second fault  $\gamma_2$ , etc. All random variables  $\gamma_i$  we consider also equally distributed and independent. We will consider two types of faults of safety system: latent faults and false faults. Latent faults of a safety system are such faults, which cannot be discovered without carrying out special actions for monitoring of working capacity of safety system. False faults of a safety system are such faults, which lead to spontaneous protective action at fault-free protection object. We will designate the operating time to the first latent fault of safety system as  $\xi_1$ , we will designate operating time to latent fault of safety system after its first recovery as  $\xi_2$ , after the second recovery as  $\xi_3$ , etc. All  $\xi_i$  are equally distributed and independent. Time of recovery of safety system after detection of its first latent fault we will designate as  $\eta_1$ , time of recovery after detection of its second latent fault as  $\eta_2$ , etc. All  $\eta_i$  are also equally

distributed and independent. We will designate operating time to the first false fault of safety system as  $\varphi_1$ , operating time to false fault of safety system after the first recovery we will designate as  $\varphi_2$ , after the second recovery as  $\varphi_3$ , etc. All  $\varphi_i$  are independent and equally distributed. Time of recovery after the first false fault of a safety system we will designate as  $\psi_1$ , after the second false fault as  $\psi_2$ , etc. All  $\psi_i$  are also independent and equally distributed. As the safety system functions in a mode of expectation of fault of protection object, it is impossible to discover its latent faults at the moment of their origination. Therefore, for detection of latent faults the procedure of periodic control of the safety system functionality is introduced. We will specify the period functionality control as  $T$ , and its duration as  $\delta$ . For the time of periodic control, the safety system ceases to fulfill its functions. Thus, the facility accident happens in the case, when a fault of the protection object occurs during a disabled condition of the safety system. The moments of regeneration of the facility functioning are the moments of termination of recovery of the protection object, during these moments the facility as though forgets its past and returns to the original state. The number of regeneration cycle of process of functioning of the facility, on which there was an accident, we will designate as  $v$ . According to the reasons given above, values  $\chi_i$ ,  $\gamma_i$ ,  $\xi_i$ ,  $\eta_i$ ,  $\varphi_i$ ,  $\psi_i$  and  $v$  are random fuzzy.

As we already mentioned above, the income from operation and expenses on service of the facility are directly proportionate to time. We will introduce the following designations:  $C_0$  is the income per time unit of the protection object functioning,  $C_1$  are expenses per time unit on recovery of the protection object after its fault,  $C_2$  are expenses per time unit on recovery after false fault of a safety system,  $C_3$  are expenses per time unit on functioning of a safety system,  $C_4$  are expenses per time unit on monitoring of safety system,  $C_5$  are expenses per time unit on recovery of as safety system after the latent fault.

It is shown that random fuzzy operating time  $\omega$  of facility to accident is defined as follows [2]:

$$\omega = \sum_{i=1}^{v-1} \tau_i + \tau'_v,$$

where  $\tau_i$  is random fuzzy duration of regeneration cycle of process of functioning of facility, on which there was no accident, and  $\tau'_i$  is random fuzzy duration of regeneration cycle of process of functioning of facility, on which there was an accident. Then also for random fuzzy profit  $\rho$  during the operation of a facility before the accident it is fair to consider

$$\rho = \sum_{i=1}^{v-1} \sigma_i + \sigma'_v,$$

where  $\sigma_i$  is a random fuzzy profit for one cycle of regeneration of process of the functioning of a facility, on which there was no accident, and  $\sigma'_i$  is a random fuzzy profit for one cycle of regeneration of process of the functioning of a facility, on which there was an accident.

Then we will take advantage of the fact that for every fixed  $\theta \in \Theta$  values  $M\omega(\theta)$ ,  $M\tau_i(\theta)$ ,  $M\tau'_i(\theta)$ ,  $M\rho(\theta)$ ,  $M\sigma_i(\theta)$ ,  $M\sigma'_i(\theta)$  and  $Mv(\theta)$  are well-defined values [6]. For every fixed  $\theta \in \Theta$  it is fair to consider

$$M\omega(\theta) = M\left(\sum_{i=1}^{v(\theta)-1} \tau_i(\theta) + \tau'_{v(\theta)}(\theta)\right) \text{ and}$$

$$M\sigma(\theta) = M\left(\sum_{i=1}^{v(\theta)-1} \sigma_i(\theta) + \sigma'_{v(\theta)}(\theta)\right).$$

As, the considered random variables for every fixed  $\theta \in \Theta$  are independent, using the composite probability formula, we can write:

$$P\left(\sum_{i=1}^{v(\theta)-1} \sigma_i(\theta) + \sigma'_{v(\theta)}(\theta) \geq r\right) =$$

$$= \sum_{k=1}^{\infty} P(v(\theta) = k) P\left(\sum_{i=1}^{k-1} \sigma_i(\theta) + \sigma'_k(\theta) \geq r\right) \text{ and}$$

$$M\rho(\theta) = \int_0^{\infty} P\left(\sum_{i=1}^{v(\theta)-1} \sigma_i(\theta) + \sigma'_{v(\theta)}(\theta) \geq r\right) dr =$$

$$= \sum_{k=1}^{\infty} P(v(\theta) = k) M\left(\sum_{i=1}^{k-1} \sigma_i(\theta) + \sigma'_k(\theta)\right).$$

Taking into account that the considered values are independent and equally distributed, we receive

$$M\rho(\theta) = \sum_{k=1}^{\infty} P(v(\theta) = k) M(\sigma'(\theta) + (k-1)\sigma(\theta)) =$$

$$= M(\sigma'(\theta) + (v(\theta)-1)\sigma(\theta)).$$

As the functioning of a technological facility's safety system is a regenerating process, the probability that there will be a facility fault in the  $k$ -th cycle of regeneration can be written as

$$P(v(\theta) = k) = r(\theta)(1 - r(\theta))^{k-1},$$

where  $r(\theta)$  is the probability of a facility's failure in intervals of recovery of a safety system. Then the random fuzzy operating time  $\omega(\theta)$  and random fuzzy profit  $\rho(\theta)$  for the operating time of a facility before an accident provided that the considered values are independent and equally distributed, we can rewrite for every fixed  $\theta \in \Theta$ :

$$M\omega(\theta) = M\tau'(\theta) + \frac{1-r(\theta)}{r(\theta)} M\tau(\theta) \text{ and}$$

$$M\rho(\theta) = M\sigma'(\theta) + \frac{1-r(\theta)}{r(\theta)} M\sigma(\theta),$$

where  $r(\theta)$  is the probability of an accident at the regeneration cycle of the functioning of a facility.

Now we will consider in more detail the duration of regeneration cycles and profits corresponding to them. The average duration of the regeneration cycle of the functioning process of a facility, on which there was no accident, for every  $\theta \in \Theta$ , we will define as follows:

$$M\tau(\theta) = M\left(\min(\chi(\theta), \phi(\theta)) + \gamma(\theta)J_{\chi(\theta) < \phi(\theta)} + \psi(\theta)J_{\phi(\theta) \leq \chi(\theta)}\right),$$

where  $J_A$  is indicator of event  $A$ . The average duration of the regeneration cycle of the functioning process of a facility, on which there was an accident, for every fixed  $\theta \in \Theta$  is equal to  $M(\tau'(\theta)) = M(\chi(\theta))$ . The fuzzy average of the distribution of profit for one cycle of regeneration of a facility's functioning, on which there was no accident, for every fixed  $\theta \in \Theta$  looks like

$$M(\sigma(\theta)) = M\left(\begin{array}{l} (C_0 - C_{ss}(\theta))\min(\chi(\theta), \phi(\theta)) - \\ -C_1\gamma(\theta)J_{\chi(\theta) < \phi(\theta)} - C_2\psi(\theta)J_{\phi(\theta) \leq \chi(\theta)} \end{array}\right),$$

where  $C_{ss}(\theta)$  are expenses per time unit of the safety system operation.

The fuzzy average of distribution of profit for one cycle of regeneration of process of functioning of facility, on which there was an accident, for every fixed  $\theta \in \Theta$  is written as

$$M(\sigma'(\theta)) = M((C_0 - C_{ss}(\theta))\chi(\theta)).$$

Then, fulfilling simple transformations, we will write for every  $\theta \in \Theta$

$$\begin{aligned} M(\sigma(\theta)) &= (C_0 - C_{ss}(\theta)) \int_0^\infty (1 - F_\chi(t; \bar{\lambda}_\chi(\theta))) (1 - F_\phi(t; \bar{\lambda}_\phi(\theta))) dt - \\ &- C_1 \int_0^\infty (1 - F_\gamma(t; \bar{\lambda}_\gamma(\theta))) dt \left(1 - \int_0^\infty F_\phi(t; \bar{\lambda}_\phi(\theta)) dF_\chi(t; \bar{\lambda}_\chi(\theta))\right) - \\ &- C_2 \int_0^\infty (1 - F_\psi(t; \bar{\lambda}_\psi(\theta))) dt \int_0^\infty F_\phi(t; \bar{\lambda}_\phi(\theta)) dF_\chi(t; \bar{\lambda}_\chi(\theta)), \end{aligned}$$

$$M(\sigma'(\theta)) = (C_0 - C_{ss}(\theta)) \int_0^\infty (1 - F_\chi(t; \bar{\lambda}_\chi(\theta))) dt,$$

$$\begin{aligned} M(\tau(\theta)) &= \int_0^\infty (1 - F_\chi(t; \bar{\lambda}_\chi(\theta))) (1 - F_\phi(t; \bar{\lambda}_\phi(\theta))) dt + \\ &+ \int_0^\infty (1 - F_\gamma(t; \bar{\lambda}_\gamma(\theta))) dt \left(1 - \int_0^\infty F_\phi(t; \bar{\lambda}_\phi(\theta)) dF_\chi(t; \bar{\lambda}_\chi(\theta))\right) + \\ &+ \int_0^\infty (1 - F_\psi(t; \bar{\lambda}_\psi(\theta))) dt \int_0^\infty F_\phi(t; \bar{\lambda}_\phi(\theta)) dF_\chi(t; \bar{\lambda}_\chi(\theta)), \end{aligned}$$

$$M(\tau'(\theta)) = \int_0^\infty (1 - F_\chi(t; \bar{\lambda}_\chi(\theta))) dt.$$

In order to calculate averages of distribution  $M(\omega(\theta))$  and  $M(\rho(\theta))$ , it is necessary for us to receive a correlation for probability  $r(\theta)$  at every fixed  $\theta \in \Theta$ . Designating probability of malfunctioning of safety system  $q(\theta)$ , we receive

$$\begin{aligned} r(\theta) &= P(\chi(\theta) < \phi(\theta))q(\theta) = \\ &= \left(1 - \int_0^\infty F_\phi(t; \bar{\lambda}_\phi(\theta)) dF_\chi(t; \bar{\lambda}_\chi(\theta))\right)q(\theta). \end{aligned}$$

Hence, the facility accident happens, when a protection object's failure happened before a safety system's false failure of, and the safety system did not initiate protective action owing to its latent fault. We will write that the considered events are statistically independent. We will calculate now a correlation for probability  $q(\theta)$ . We will designate  $Q^+(\theta)$  – a set of those instants, during which duration the safety system is capable to parry the fault of protection object, and  $Q^-(\theta)$  – a set of instants, during which duration the safety system is not capable to parry fault of protection object. Probability  $q(\theta)$  is calculated as follows:

$$q(\theta) = \int_0^\infty P(t \in Q^-(\theta)) dF_\chi(t; \bar{\lambda}_\chi(\theta)).$$

Hence, it is necessary to calculate probability  $P(t \in Q^-(\theta))$  for every fixed  $\theta \in \Theta$ . We will write

$$P(t \in Q^-(\theta)) = 1 - P(t \in Q^+(\theta)) = 1 - P^+(t; \theta).$$

According to the composite probability formula we receive

$$\begin{aligned} P^+(t; \theta) &= \int_0^\infty \int_0^\infty P(t \in Q^+(\theta) | \xi(\theta) = x, \eta(\theta) = y) \cdot \\ &\cdot dF_\eta(y; \bar{\lambda}_\eta(\theta)) dF_\xi(x; \bar{\lambda}_\xi(\theta)). \end{aligned}$$

The process of functioning of a periodically controllable safety system is regenerating with the period of regeneration

$\tau_{ss}(\xi, \eta) = \left(\left\lceil \frac{\xi}{T + \delta} \right\rceil + 1\right)(T + \delta) + \eta$ , where  $[x]$  is the whole part  $x$ . Then we can write:

$$\begin{aligned} P^+(t; \theta) &= \iint_{\tau_{ss}(x, y) \leq t} \left( P(t \in Q^+(\theta) | \xi(\theta) = x, \eta(\theta) = y) \right) \cdot \\ &\cdot dF_\eta(y; \bar{\lambda}_\eta(\theta)) dF_\xi(x; \bar{\lambda}_\xi(\theta)) + \\ &+ \iint_{\tau_{ss}(x, y) > t} \left( P(t \in Q^+(\theta) | \xi(\theta) = x, \eta(\theta) = y) \right) \cdot \\ &\cdot dF_\eta(y; \bar{\lambda}_\eta(\theta)) dF_\xi(x; \bar{\lambda}_\xi(\theta)) = I_1 + I_2. \end{aligned}$$

Let us calculate at first  $I_2$ :

$$\begin{aligned} I_2 &= \iint_{\tau_{ss}(x, y) > t} \left( \sum_{m=0}^{\left\lceil \frac{x}{T + \delta} \right\rceil - 1} J_{t \in [m(T + \delta), m(T + \delta) + T)} + J_{t \in \left[\left\lceil \frac{x}{T + \delta} \right\rceil (T + \delta), x\right)} \right) \cdot \\ &\cdot dF_\eta(y; \bar{\lambda}_\eta(\theta)) dF_\xi(x; \bar{\lambda}_\xi(\theta)), \end{aligned}$$

where  $J_{t \in A}$  is the indicator of event  $t \in A$ . If we omit some simple, but cumbersome transformations, we will write at once result:

$$I_2 = \left(1 - F_{\xi}(t; \bar{\lambda}_{\xi}(\theta))\right) - \sum_{m=1}^{\infty} \left(1 - F_{\xi}(m(T+\delta); \bar{\lambda}_{\xi}(\theta))\right) \cdot \left(J_{(m-1)(T+\delta)+T \leq t} - J_{m(T+\delta) \leq t}\right) = F_{\xi}(t; \bar{\lambda}_{\xi}(\theta)) - F_{\xi}(t; \bar{\lambda}_{\xi}(\theta)),$$

where

$$F_{\xi}(t; \bar{\lambda}_{\xi}(\theta)) = 1 - \sum_{m=1}^{\infty} \left(1 - F_{\xi}(m(T+\delta); \bar{\lambda}_{\xi}(\theta))\right) \cdot \left(J_{(m-1)(T+\delta)+T \leq t} - J_{m(T+\delta) \leq t}\right)$$

is the cumulative distribution function of some auxiliary random variable  $\zeta$ . We will consider now item  $I_1$ :

$$I_1 = \iint_{\tau_{CB}(x,y) \leq t} P^+(t - \tau_{CB}(x,y)) dF_{\eta}(y; \bar{\lambda}_{\eta}(\theta)) dF_{\xi}(x; \bar{\lambda}_{\xi}(\theta)) = \int_0^t P^+(t-z) dF_{\tau_{CB}}(z; \bar{\lambda}_{\eta}(\theta), \bar{\lambda}_{\xi}(\theta)).$$

Thus, summarizing  $I_1$  and  $I_2$ , at every fixed  $\theta \in \Theta$  we receive an integral equation for  $P(t \in Q^+(\theta))$ :

$$P^+(t; \theta) = f(t; \theta) + \int_0^t P^+(t-z) dF_{\tau_{SS}}(z; \bar{\lambda}_{\eta}(\theta), \bar{\lambda}_{\xi}(\theta)), \quad (1)$$

where

$$F_{\tau_{SS}}(z; \bar{\lambda}_{\eta}(\theta), \bar{\lambda}_{\xi}(\theta)) = P\left(\left[\left[\frac{\xi(\theta)}{T+\delta}\right] + 1\right)(T+\delta) + \eta(\theta) \leq z\right)$$

is the cumulative distribution function of random variable  $\tau_{SS}$ ,

$$f(t; \theta) = F_{\xi}(t; \bar{\lambda}_{\xi}(\theta)) - F_{\xi}(t; \bar{\lambda}_{\xi}(\theta)).$$

Using Laplace-Stieltjes transform and tauberian theorems, it is easy to receive an asymptotic solution of equation (1):

$$\lim_{t \rightarrow \infty} P^+(t; \theta) = \frac{M\xi(\theta) - M\zeta(\theta)}{M\tau_{CB}(\theta)} = 1 - q(\theta).$$

If we omit simple calculations, we will reduce expressions for averages of distribution  $M\zeta(\theta)$ ,  $M\xi(\theta)$  and  $M\tau_{SS}(\theta)$ :

$$M\zeta(\theta) = \delta M\left[\frac{\xi(\theta)}{T+\delta}\right] = \delta \sum_{k=1}^{\infty} k \left(F_{\xi}((k+1)(T+\delta); \bar{\lambda}_{\xi}(\theta)) - F_{\xi}(k(T+\delta); \bar{\lambda}_{\xi}(\theta))\right),$$

$$M\xi(\theta) = \int_0^{\infty} \left(1 - F_{\xi}(t; \bar{\lambda}_{\xi}(\theta))\right) dt,$$

$$M\tau_{SS}(\theta) = \int_0^{\infty} \left(1 - F_{\eta}(t; \bar{\lambda}_{\eta}(\theta))\right) dt + (T+\delta) \cdot \left(1 + \sum_{k=1}^{\infty} k \left(F_{\xi}((k+1)(T+\delta); \bar{\lambda}_{\xi}(\theta)) - F_{\xi}(k(T+\delta); \bar{\lambda}_{\xi}(\theta))\right)\right).$$

Now let us calculate the expenses on operation of a safety system  $C_{SS}(\theta)$  for every fixed  $\theta \in \Theta$ . We will consider the process of functioning of a safety system. The process of functioning of a safety system is an alternating process of recovery with a period of regeneration

$$\tau_{SS}(\xi, \eta) = (T+\delta) \left(\left[\frac{\xi}{T+\delta}\right] + 1\right) + \eta.$$

Using the formula of composite probability and designating expenses on operation of safety system  $C_{SS}(t; \theta)$  to point of time  $t$  we receive:

$$C_{SS}(t; \theta) = \iint_0^{\infty} C_{SS}(t; \theta) \Big|_{\xi(\theta)=x, \eta(\theta)=y} dF_{\xi, \eta}(x, y; \bar{\lambda}_{\xi}(\theta), \bar{\lambda}_{\eta}(\theta)).$$

When deducting  $C_{SS}(t; \theta)$ , it is necessary to consider two cases: first, when  $\tau_{SS}(x, y) \leq t$ , i.e. the first cycle of regeneration ended before point of time  $t$  and, second, when  $\tau_{SS}(x, y) > t$  and therefore, the first cycle of regeneration of process of safety system functioning did not end before point of time  $t$ . Then we will write

$$C_{SS}(t; \theta) = \iint_{\tau_{SS}(x,y) \leq t} C_{SS}(t; \theta) \Big|_{\xi(\theta)=x, \eta(\theta)=y} dF_{\xi, \eta}(x, y; \bar{\lambda}_{\xi}(\theta), \bar{\lambda}_{\eta}(\theta)) + \iint_{\tau_{SS}(x,y) > t} C_{SS}(t; \theta) \Big|_{\xi(\theta)=x, \eta(\theta)=y} dF_{\xi, \eta}(x, y; \bar{\lambda}_{\xi}(\theta), \bar{\lambda}_{\eta}(\theta)) = S_1 + S_2.$$

At first let us calculate  $S_1$ :

$$S_1 = \iint_{\tau_{SS}(x,y) \leq t} \left( C_3 \left( \left[ \frac{x}{T+\delta} \right] + 1 \right) T + C_4 \left( \left[ \frac{x}{T+\delta} \right] + 1 \right) \delta + \right. \\ \left. + C_5 y + C_{SS}(t - \tau_{SS}(x, y); \theta) \right) dF_{\xi, \eta}(x, y; \bar{\lambda}_{\xi}(\theta), \bar{\lambda}_{\eta}(\theta)) = \\ = \iint_{\tau_{SS}(x,y) \leq t} \left( C_3 \left( \left[ \frac{x}{T+\delta} \right] + 1 \right) T + \right. \\ \left. + C_4 \left( \left[ \frac{x}{T+\delta} \right] + 1 \right) \delta + C_5 y \right) dF_{\xi, \eta}(x, y; \bar{\lambda}_{\xi}(\theta), \bar{\lambda}_{\eta}(\theta)) + \\ + \int_0^t C_{SS}(t-z; \theta) dF_{\tau_{SS}}(z; \bar{\lambda}_{\xi}(\theta), \bar{\lambda}_{\eta}(\theta))$$

Then let us calculate  $S_2$ :

$$\begin{aligned}
S_2 = & \iint_{\left(\left[\frac{x}{T+\delta}\right]+1\right)(T+\delta) > t}^{\tau_{SS}(x,y) > t} \left( C_3 \left[ \frac{t}{T+\delta} \right] T + C_4 \left[ \frac{t}{T+\delta} \right] \delta + \right. \\
& + C_3 \left( t - \left[ \frac{t}{T+\delta} \right] (T+\delta) \right) J_{t - \left[ \frac{t}{T+\delta} \right] (T+\delta) \leq T} + \\
& + \left. \left( C_3 T + C_4 \left( t - \left[ \frac{t}{T+\delta} \right] (T+\delta) - T \right) \right)^+ J_{t - \left[ \frac{t}{T+\delta} \right] (T+\delta) > T} \right) \cdot \\
& \cdot dF_{\xi, \eta} (x, y; \bar{\lambda}_{\xi}(\theta), \bar{\lambda}_{\eta}(\theta)) + \\
& + \iint_{\left(\left[\frac{x}{T+\delta}\right]+1\right)(T+\delta) \leq t}^{\tau_{SS}(x,y) > t} \left( C_3 \left( \left[ \frac{x}{T+\delta} \right] + 1 \right) T + C_4 \left( \left[ \frac{x}{T+\delta} \right] + 1 \right) \delta + \right. \\
& + C_5 \left( t - \left( \left[ \frac{x}{T+\delta} \right] + 1 \right) (T+\delta) \right)^+ \\
& \cdot dF_{\xi, \eta} (x, y; \bar{\lambda}_{\xi}(\theta), \bar{\lambda}_{\eta}(\theta)),
\end{aligned}$$

where  $x^+ = \max(x, 0)$ . Summarizing  $S_2$  and  $S_1$ , we receive the equation for average summarized expenses on operation of safety system  $C_{SS}(t; \theta)$  by point of time  $t$

$$C_{SS}(t; \theta) = g(t; \theta) + \int_0^t C_{SS}(t-z; \theta) dF_{\tau_{SS}}(z; \bar{\lambda}_{\xi}(\theta), \bar{\lambda}_{\eta}(\theta)), \quad (2)$$

Where

$$\begin{aligned}
g(t; \theta) = & C_3 \left( \int_{\left(\left[\frac{x}{T+\delta}\right]+1\right)(T+\delta) \leq t} \left( \left[ \frac{x}{T+\delta} \right] + 1 \right) T dF_{\xi}(x; \bar{\lambda}_{\xi}(\theta)) + \right. \\
& + \left( \left[ \frac{t}{T+\delta} \right] T + \left( t - \left[ \frac{t}{T+\delta} \right] (T+\delta) \right) J_{t - \left[ \frac{t}{T+\delta} \right] (T+\delta) \leq T} + \right. \\
& + \left. \left. T J_{t - \left[ \frac{t}{T+\delta} \right] (T+\delta) > T} \right) \int_{\left(\left[\frac{x}{T+\delta}\right]+1\right)(T+\delta) > t} dF_{\xi}(x; \bar{\lambda}_{\xi}(\theta)) \right) + \\
& + C_4 \left( \int_{\left(\left[\frac{x}{T+\delta}\right]+1\right)(T+\delta) \leq t} \left( \left[ \frac{x}{T+\delta} \right] + 1 \right) \delta dF_{\xi}(x; \bar{\lambda}_{\xi}(\theta)) + \left( \left[ \frac{t}{T+\delta} \right] \delta + \right. \right. \\
& + \left. \left. \left( t - \left[ \frac{t}{T+\delta} \right] (T+\delta) - T \right)^+ J_{t - \left[ \frac{t}{T+\delta} \right] (T+\delta) > T} \right) \cdot \right. \\
& \cdot \left. \int dF_{\xi}(x; \bar{\lambda}_{\xi}(\theta)) \right) + C_5 \left( \iint_{\tau_{CB}(x,y) \leq t} y dF_{\xi, \eta}(x, y; \bar{\lambda}_{\xi}(\theta), \bar{\lambda}_{\eta}(\theta)) + \right. \\
& + \left. \iint_{\left(\left[\frac{x}{T+\delta}\right]+1\right)(T+\delta) \leq t} \left( t - \left( \left[ \frac{x}{T+\delta} \right] + 1 \right) (T+\delta) \right)^+ dF_{\xi, \eta}(x, y; \bar{\lambda}_{\xi}(\theta), \bar{\lambda}_{\eta}(\theta)) \right).
\end{aligned}$$

The solution of equation (2) will be found with the application of Laplace-Stieltjes transform and corresponding limiting theorems. As a result we receive an asymptotic solution of equation (2) as:

$$\begin{aligned}
C_{SS}(\theta) & \approx \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{C_{SS}(t; \theta)}{t} = \\
& = \frac{C_3 T M \alpha(\theta) + C_4 \delta M \alpha(\theta) + C_5 M \eta(\theta)}{M \tau_{SS}(\theta)},
\end{aligned}$$

where

$$\begin{aligned}
M \alpha(\theta) & = M \left( \left[ \frac{\xi(\theta)}{T+\delta} \right] + 1 \right) = 1 + \\
& + \sum_{k=1}^{\infty} k \left( F_{\xi}((k+1)(T+\delta); \bar{\lambda}_{\xi}(\theta)) - F_{\xi}(k(T+\delta); \bar{\lambda}_{\xi}(\theta)) \right).
\end{aligned}$$

Thus, having received all necessary relations, we can calculate now averages of distribution  $M\omega(\theta)$  and  $M\rho(\theta)$  at every fixed  $\theta \in \Theta$ , and it means that according to definition of function from fuzzy values [6], we set fuzzy average of distribution of operating time to the first accident and fuzzy average of distribution of profit for operating time of facility before accident as functions from model's fuzzy parameters. We will write now expression for average profit per time unit from facility operation. Applying the well-known formula for process of accumulation [11], we will write for every fixed  $\theta \in \Theta$ :

$$C_{ATF}(\theta) = \frac{M\rho(\theta) - C_{\beta} \int_0^{\infty} (1 - F_{\beta}(t; \bar{\lambda}_{\beta}(\beta))) dt}{M\omega(\theta) + \int_0^{\infty} (1 - F_{\beta}(t; \bar{\lambda}_{\beta}(\beta))) dt},$$

where  $\beta$  is random fuzzy time of recovery of a facility after accident,  $C_{\beta}$  are expenses per time unit on recovery of facility after accident

In order to write correlations for membership functions of values  $M\omega$ ,  $M\rho$  and  $C_{ATF}$  we will take advantage of enlargement principle [6]. So function of membership of value  $M\omega$  is:

$$\begin{aligned}
\mu_{M\omega}(y) & = \sup_{y = f_1(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \bar{x}_4, \bar{x}_5, \bar{x}_6)} \min(\mu_{\bar{\lambda}_{\chi}}(\bar{x}_1), \mu_{\bar{\lambda}_{\gamma}}(\bar{x}_2), \mu_{\bar{\lambda}_{\xi}}(\bar{x}_3), \\
& \mu_{\bar{\lambda}_{\eta}}(\bar{x}_4), \mu_{\bar{\lambda}_{\psi}}(\bar{x}_5), \mu_{\bar{\lambda}_{\phi}}(\bar{x}_6)),
\end{aligned}$$

where

$$\begin{aligned}
f_1(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \bar{x}_4, \bar{x}_5, \bar{x}_6) & = \\
& = M\tau'(\bar{x}_1) + \frac{1 - r(\bar{x}_1, \bar{x}_3, \bar{x}_4, \bar{x}_5)}{r(\bar{x}_1, \bar{x}_3, \bar{x}_4, \bar{x}_5)} M\tau(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_5, \bar{x}_6),
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M\tau(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_5, \bar{x}_6) & = \int_0^{\infty} (1 - F_{\chi}(t; \bar{x}_1)) (1 - F_{\phi}(t; \bar{x}_5)) dt + \\
& + \int_0^{\infty} (1 - F_{\gamma}(t; \bar{x}_2)) dt \left( 1 - \int_0^{\infty} F_{\phi}(t; \bar{x}_5) dF_{\chi}(t; \bar{x}_1) \right) + \\
& + \int_0^{\infty} (1 - F_{\psi}(t; \bar{x}_6)) dt \int_0^{\infty} F_{\phi}(t; \bar{x}_5) dF_{\chi}(t; \bar{x}_1),
\end{aligned}$$



$$M\tau'(\bar{x}_1) = \int_0^\infty (1 - F_\chi(t; \bar{x}_1)) dt,$$

$$r(\bar{x}_1, \bar{x}_3, \bar{x}_4, \bar{x}_5) = \left( 1 - \int_0^\infty F_\phi(t; \bar{x}_5) dF_\chi(t; \bar{x}_1) \right) q(\bar{x}_3, \bar{x}_4),$$

$$q(\bar{x}_3, \bar{x}_4) \approx 1 - \frac{M\xi(\bar{x}_3) - M\zeta(\bar{x}_3)}{M\tau_{\bar{N}d}(\bar{x}_3, \bar{x}_4)},$$

$$M\zeta(\bar{x}_3) = \delta \sum_{k=1}^\infty k \left( F_\xi((k+1)(T+\delta); \bar{x}_3) - F_\xi(k(T+\delta); \bar{x}_3) \right),$$

$$M\xi(\bar{x}_3) = \int_0^\infty (1 - F_\xi(t; \bar{x}_3)) dt,$$

$$M\tau_{CB}(\bar{x}_3, \bar{x}_4) = \int_0^\infty (1 - F_\eta(t; \bar{x}_4)) dt + (T + \delta) \cdot$$

$$\cdot \left( 1 + \sum_{k=1}^\infty k \left( F_\xi((k+1)(T+\delta); \bar{x}_3) - F_\xi(k(T+\delta); \bar{x}_3) \right) \right).$$

Let us write similarly membership function  $Mp$

$$\mu_{Mp}(y) = \sup_{y=f_3(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \bar{x}_4, \bar{x}_5, \bar{x}_6)} \min(\mu_{\bar{\lambda}_\chi}(\bar{x}_1), \mu_{\bar{\lambda}_\gamma}(\bar{x}_2), \mu_{\bar{\lambda}_\xi}(\bar{x}_3),$$

$$\mu_{\bar{\lambda}_\eta}(\bar{x}_4), \mu_{\bar{\lambda}_\phi}(\bar{x}_5), \mu_{\bar{\lambda}_\psi}(\bar{x}_6)),$$

where

$$f_2(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \bar{x}_4, \bar{x}_5, \bar{x}_6) = M\sigma'(\bar{x}_1) +$$

$$+ \frac{1 - r(\bar{x}_1, \bar{x}_3, \bar{x}_4, \bar{x}_5)}{r(\bar{x}_1, \bar{x}_3, \bar{x}_4, \bar{x}_5)} M\sigma(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \bar{x}_4, \bar{x}_5, \bar{x}_6),$$

$$M\sigma(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \bar{x}_4, \bar{x}_5, \bar{x}_6) = (C_0 - C_{CB}(\bar{x}_3, \bar{x}_4)) \cdot$$

$$\cdot \int_0^\infty (1 - F_\chi(t; \bar{x}_1)) (1 - F_\phi(t; \bar{x}_5)) dt - C_1 \cdot$$

$$\cdot \int_0^\infty (1 - F_\gamma(t; \bar{x}_2)) dt \left( 1 - \int_0^\infty F_\phi(t; \bar{x}_5) dF_\chi(t; \bar{x}_1) \right) -$$

$$- C_2 \int_0^\infty (1 - F_\psi(t; \bar{x}_6)) dt \int_0^\infty F_\phi(t; \bar{x}_5) dF_\chi(t; \bar{x}_1),$$

$$M\sigma'(\bar{x}_1, \bar{x}_3, \bar{x}_4) = (C_0 - C_{SS}(\bar{x}_3, \bar{x}_4)) \int_0^\infty (1 - F_\chi(t; \bar{x}_1)) dt,$$

$$C_{SS}(\bar{x}_3, \bar{x}_4) \approx$$

$$\frac{C_3 TM\alpha(\bar{x}_3) + C_4 \delta M\alpha(\bar{x}_3) + C_5 \int_0^\infty (1 - F_\eta(t; \bar{x}_4)) dt}{M\tau_{SS}(\bar{x}_3, \bar{x}_4)},$$

$$M\alpha(\bar{x}_3) = 1 +$$

$$+ \sum_{k=1}^\infty k \left( F_\xi((k+1)(T+\delta); \bar{x}_3) - F_\xi(k(T+\delta); \bar{x}_3) \right).$$

And for  $C_{ATF}$  we will write:

$$\mu_{C_{ATF}}(y) = \sup_{y=f_3(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \bar{x}_4, \bar{x}_5, \bar{x}_6, \bar{x}_7)} \min(\mu_{\bar{\lambda}_\chi}(\bar{x}_1), \mu_{\bar{\lambda}_\gamma}(\bar{x}_2),$$

$$\mu_{\bar{\lambda}_\xi}(\bar{x}_3), \mu_{\bar{\lambda}_\eta}(\bar{x}_4), \mu_{\bar{\lambda}_\phi}(\bar{x}_5), \mu_{\bar{\lambda}_\psi}(\bar{x}_6), \mu_{\bar{\lambda}_\alpha}(\bar{x}_7)),$$

where

$$f_3(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \bar{x}_4, \bar{x}_5, \bar{x}_6, \bar{x}_7) =$$

$$f_2(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \bar{x}_4, \bar{x}_5, \bar{x}_6) - C_\beta \int_0^\infty (1 - F_\beta(t; \bar{x}_7)) dt$$

$$= \frac{\int_0^\infty (1 - F_\beta(t; \bar{x}_7)) dt}{f_1(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \bar{x}_4, \bar{x}_5, \bar{x}_6) + \int_0^\infty (1 - F_\beta(t; \bar{x}_7)) dt}.$$

Thus, we have managed to write correlations for target membership function via membership functions of model's parameters.

Let us consider now procedure of defuzzification. As we mentioned earlier, we will take advantage for this purpose of concept of average of distribution of random fuzzy values [7]:

$$E[p] = \int_0^\infty Cr\{\theta \in \Theta \mid Mp(\theta) \geq r\} dr -$$

$$- \int_{-\infty}^0 Cr\{\theta \in \Theta \mid Mp(\theta) \leq r\} dr.$$

To find the corresponding measure of probability, it is necessary to use the following correlation between measure of probability and membership function [6]:

$$Cr\{Mp \in B\} = \frac{1}{2} \left( \sup_{y \in B} \mu_{Mp}(y) + 1 - \sup_{y \in R \setminus B} \mu_{Mp}(y) \right).$$

Similarly there are calculated  $E[\omega]$  and  $E[C_{ATF}]$ .

It is easy to notice that the basic complexity in this case is calculation of membership functions. Various methods for solution of this problem were offered, for example, interval arithmetics. However, the best combination of universality and simplicity of realization, in our opinion, is ensured by the generalized method of transformation which was offered by Hanss [12]. This method makes it possible to calculate membership functions for functions from fuzzy values. Thus, it is possible to consider both monotone and nonmonotone functions from fuzzy values. The essence of this method consists in decomposition of membership functions of arguments on  $\delta$ -level sets, calculation of values of function on the received range of points and subsequent reconstruction of the required

membership function. Advantages of the specified method is also the fact that on its basis it is possible to estimate contribution of each of fuzzy arguments into total uncertainty of result [12].

It is necessary also to pay attention to a problem of selection of membership functions of fuzzy values. This problem is, generally speaking, quite complicated. Various expert methods, the review of which can be found in [6], are developed for construction of membership functions. However, this approach operates not by objective data received during investigation of system, but by the judgments of experts on the investigated system. In this situation, it seems more feasible to use the method of construction of membership functions offered by Buckley [13]. Its essence consists in the fact that membership function of required distribution parameter is defined by sets of  $\delta$ -level. As a set of  $\delta$ -level, there is taken an interval estimation of required distribution parameter with level of trust  $(1-\alpha)$ . The received estimation is more obvious and contains more information on the estimated parameter rather than the point estimation or unique confidential interval.

Finalizing, we will consider numerical example. Let  $\chi \sim EXP(\lambda_\chi)$ ,  $\gamma \sim EXP(\lambda_\gamma)$ ,  $\xi \sim EXP(\lambda_\xi)$ ,  $\eta \sim EXP(\lambda_\eta)$ ,  $\varphi \sim EXP(\lambda_\varphi)$ ,  $\psi \sim EXP(\lambda_\psi)$ ,  $\beta \sim EXP(\lambda_\beta)$ . And  $\mu_\lambda(x) = \Delta(1 \times 10^{-6} h^{-1}; 1,5 \times 10^{-6} h^{-1}; 2 \times 10^{-6} h^{-1})$ ,  $\mu_\xi(x) = \Delta(1 \times 10^{-4} h^{-1}; 1,5 \times 10^{-4} h^{-1}; 2 \times 10^{-4} h^{-1})$ ,  $\mu_\lambda(x) = \Delta(1 \times 10^{-4} h^{-1}; 1,5 \times 10^{-4} h^{-1}; 2 \times 10^{-4} h^{-1})$ ,  $\mu_\gamma(x) = \Delta(1 h^{-1}; 1,5 h^{-1}; 2 h^{-1})$ ,  $\mu_\eta(x) = \Delta(1 h^{-1}; 1,5 h^{-1}; 2 h^{-1})$ ,  $\mu_\varphi(x) = \Delta(1 h^{-1}; 1,5 h^{-1}; 2 h^{-1})$ ,  $\mu_\psi(x) = \Delta(0,1 h^{-1}; 0,15 h^{-1}; 0,2 h^{-1})$ ,  $T=500$  h,  $\delta=0,1$  h,  $C_0=10000$  rub/h,  $C_1=1000$  rub/h,  $C_2=1500$  rub/h,  $C_3=2000$  rub/h,  $C_4=2200$  rub/h,  $C_5=2500$  rub/h,  $C_\beta=10000$  rub/h. Here  $\Delta$  designates triangular membership function. Then

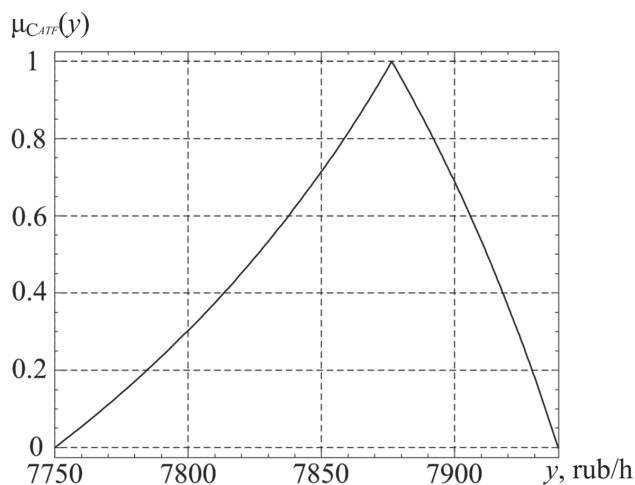


Fig. 1. Membership function of average profit from facility operation in unit of time

Here  $M\omega$  received by classical mode is equal 7876 rub/h, which coincides with maximum of membership function and  $E[\omega]$  received as a result of defuzzification is 7866 rub/h, which reflects asymmetric property of membership function.

### 3. Conclusion

This paper proposes the approach to estimation of indicators of economic efficiency of facility "protection object – safety system" taking into account uncertainty of presentation of parameters of the facility. The considered approach is based on the use of concept of random fuzzy values, measure of probability, operator of average of distribution based on Choquet integral, as well as numerical method of evaluations with fuzzy values. Relations are given allowing receipt of membership functions for economic efficiency indicators knowing membership functions of parameters of facility, as well as procedure of defuzzification of the received results is considered.

### References

1. **Pereguda A.I., Timashov D.A.** Modeling of process of functioning of APF "PO-SS" with periodically controllable safety system // Reliability. – 2007. – No2. – p. 38-48.
2. **Pereguda A.I.** Mathematical model of reliability of facility «protection object – safety system» at fuzzy initial information // Reliability. – 2014. – No1. -p. 99-113.
3. **Pyatiev Y.P.** Possibility as alternative of probability. Mathematical and empirical bases, application. – M: FIZMATLIT, 2007 – 464 p.
4. **Dubois D., Prade H.** The mean value of a fuzzy number // Fuzzy Sets and Systems. – 1987. – Vol. 24. – Pp. 279-300.
5. **Murofushi T., Sugeno M.** An interpretation of fuzzy measures and the choquet integral as an integral with respect to a fuzzy measure // Fuzzy Sets and Systems. – 1989. – Vol. 29. – Pp. 201-227.
6. **Liu B.** Uncertainty Theory. – 2<sup>nd</sup> edition. – Berlin: Springer-Verlag, 2007. – 255 pp.
7. **Li X., Liu B.** New independence definition of fuzzy random variable and random fuzzy variable // World Journal of Modelling and Simulation. – 2006. – Vol. 2, no. 5. – Pp. 338-342.
8. **Guo R., Zhao R.Q., Guo D., Dunne T.** Random Fuzzy Variable Modeling on Repairable System // Journal of Uncertain Systems. – 2007. – Vol. 1 – Pp. 222-234.
9. **Kwakernaak H.** Fuzzy random variables – I. Definitions and theorems // Information Sciences. – 1978. – Vol. 15 – Pp. 1-29.
10. **Shen Q., Zhao R., Tang W.** Random fuzzy alternating renewal processes // Soft Computing. – 2008. – Vol. 13, no. 2. – Pp. 139-147.
11. **Baichelt F., Franken P.** Reliability and maintenance. Mathematical approach: Translated from German – M.: Radio and communication, 1988. – 392 p.
12. **Hanss M.** Applied Fuzzy Arithmetic: An Introduction with Engineering Applications. – Springer-Verlag, 2005. – 256 pp.
13. **Buckley J.J.** Fuzzy Probability and Statistics. – Springer-Verlag, 2006. – 270 p

**Волков А.Н.**

## АНАЛИЗ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ НАДЕЖНОСТИ ДЛИННО-КАНАЛЬНЫХ ПОЛЕВЫХ ТРАНЗИСТОРОВ С ПРИМЕНЕНИЕМ СТЕПЕННОЙ ЗАВИСИМОСТИ СРОКА СЛУЖБЫ $t_L$ ОТ ТОКА ПОДЛОЖКИ $I_{SUB}$

В работе исследовано влияние конструктивно-технологических параметров полевых металл-оксид-полупроводник-транзисторов (МОПТ) на прогнозирование надежности в степенной зависимости срока службы  $t_L$  от тока подложки  $I_{sub}$ . Найдены конструктивно- технологические параметры, способные влиять на деградацию приборных характеристик МОПТ, вызванную инжекцией горячих носителей. Автор выражает благодарность научному руководителю, д.т.н., профессору Коробову А.И. за поддержку настоящей работы и ряд важных замечаний.

**Ключевые слова:** прогнозирование надежности, срок службы, ток подложки, инжекция горячих носителей.

### 1. Введение

Существует несколько различных способов прогнозирования надежности (срока службы) электронных приборов. Одним из таких способов является прогнозирование срока службы МОПТ методом ускоренных испытаний. Данный метод основан на проведении ускоренных испытаний по определению работоспособности интегральных схем с выбором критерия отказа и характерных зависимостей срока службы от тока подложки. В работе [1] автор приводит зависимости статистического подхода к прогнозу срока службы методом ускоренных испытаний. Срок службы или время жизни можно определить по эмпирической формуле:

$$t_L = B \times (I_{sub}/W)^{-v}, \quad (1)$$

где  $B$  — коэффициент, который определяется многими конструктивно-технологическими параметрами;  $v$  — параметр, определяющий наклон прямой графика, который строится по результатам ускоренных испытаний. В работе [1] было показано, что процесс генерации ловушек в МОПТ структурах может происходить при помощи двух механизмов: 1) взаимодействие горячих электронов и горячих дырок с границей раздела Si-SiO<sub>2</sub>; 2) обрыв связей Si-H в подзатворном окисле. В первом случае поверхностные ловушки образуются в результате вторичной ударной ионизации. Во втором случае рекомбинация электронов с дырками приводит к высвобождению энергии, достаточной для разрыва связи Si-H и образования ловушки. В работе [2] автор предлагает общую модель для эффектов горячих носителей и полагает  $v = \phi_{it}/\phi_i$ , где  $\phi_i$  — минимальная энергия в электрон-вольтах, которую горячие электроны должны приобрести для создания ударной ионизации, а  $\phi_{it}$  —

критическая энергия, которой электрон должен обладать для того, чтобы создать поверхностную ловушку. Таким образом, коэффициент  $\nu$  не просто показывает наклон прямых, но и позволяет определить отношение энергий процесса деградации. В работе [2] было установлено, что  $\phi_i$  приблизительно равно 1,3 эВ, а  $\phi_{it}$  в различных литературных источниках лежит в диапазоне от 3,5 до 4 эВ. В работе [3] доказано, что из-за различия механизмов обрыва Si-H связей критическая энергия  $\phi_{it}$ , которой электрон должен обладать для того, чтобы создать поверхностную ловушку, не является постоянной. На рисунке 1 (работа [1]) показаны зависимости для прогнозирования срока службы с различной энергией процесса деградации и, как следствие, с различным значением наклона  $\nu$ . Первая прямая получена как зависимость  $t_L I_d$  от  $I_{sub}/I_d$ . В ней нашли отражения процессы взаимодействия горячих электронов и дырок с границей раздела Si-SiO<sub>2</sub> и, как следствие, образование поверхностных и объемных ловушек. Вторая прямая ( $t_L I_d$  от  $I_{sub}/W$ ) отражает процесс обрыва связей Si-H и, как следствие, образование поверхностных ловушек.

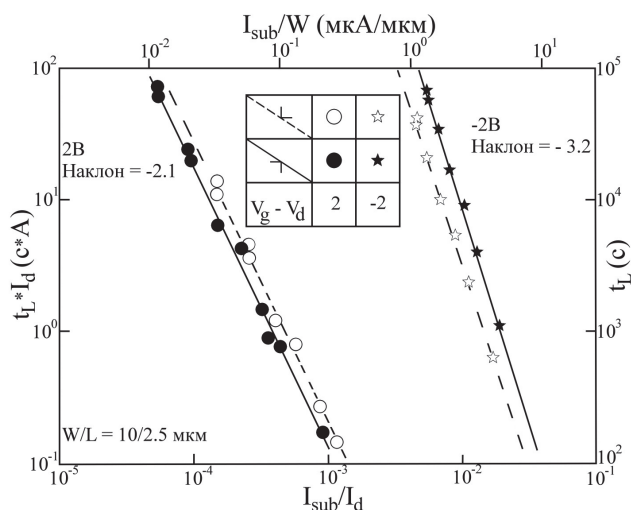


Рис. 1. Зависимости для прогнозирования срока службы при различной энергии процесса деградации

В работе [1] было показано, что генерация поверхностных ловушек (поверхностных состояний) является доминирующей причиной деградации МОПТ приборов вследствие воздействия горячих носителей, а ток подложки  $I_{sub}$  является наиболее простым и качественным индикатором процессов горячих носителей в МОПТ структурах. Таким образом, прогнозирование надежности методом аппроксимации степенной зависимости срока службы  $t_L$  от тока подложки  $I_{sub}$ , позиционируется во многих литературных источниках как наиболее простой и эффективный метод.

## 2. Постановка задачи

В данной статье были проанализированы графики зависимости срока службы  $t_L$  от тока подложки  $I_{sub}$ , взятые из

различных литературных источников [1, 4, 5, 6, 7], с целью определения конструктивно-технологических параметров, связанных с коэффициентом  $B$  в эмпирической формуле (1) и влияющие на результат прогнозирования срока службы. Таким образом, определение конструктивно-технологических параметров, связанных с коэффициентом  $B$ , а также определение их влияния на его значение, играет важную роль в прогнозировании надежности.

## 3. Описание экспериментов

В данной работе были проанализированы следующие эксперименты:

1) Эксперимент по определению срока службы для образцов с различными характеристиками.

В данном эксперименте были использованы образцы с характеристиками, показанными в таблице 1. Критерием потери работоспособности была величина относительного изменения тока стока  $\Delta I_d/I_{d0} = 1\%$ .

Таблица 1

| Структура | $T_{ox}$<br>(нм) | $N_D^+$<br>(см <sup>-2</sup> ) | $N_D^-$<br>(см <sup>-2</sup> ) | $L_{spacer}$<br>(мкм) | $L_{eff}$<br>(мкм) |
|-----------|------------------|--------------------------------|--------------------------------|-----------------------|--------------------|
| 1 без LDD | 40               | $10^{16} As$                   | -                              | -                     | 1,7                |
| 2 (LDD)   | 20               | $6 \cdot 10^{15} As$           | $10^{13} P$                    | 0,15                  | 1,0                |
| 3 (LDD)   | 17               | $6 \cdot 10^{15} As$           | $10^{13} P$                    | 0,13                  | 1,0                |

2) Эксперимент по определению зависимости срока службы от длины канала.

В данном эксперименте были использованы образцы с одинаковой структурой без LDD областей с толщиной окисла  $T_{ox} = 8,5$  нм, но имеющие различную эффективную длину канала  $L_{eff} = 1,5; 0,8; 0,5; 0,3$  мкм. Критерием потери работоспособности была величина относительного изменения тока стока  $\Delta I_d/I_{d0} = 10\%$ .

3) Эксперимент по определению влияния угла имплантации на срок службы.

В данном эксперименте были использованы образцы со структурными характеристиками, показанными в таблице 2.

Таблица 2

| Технология | $L_m$ ,<br>мкм | $W$ ,<br>мкм | $T_{ox}$ ,<br>нм | Угол имплантации LDD | Угол имплантации LATID | $L_{spacer}$ ,<br>мкм |
|------------|----------------|--------------|------------------|----------------------|------------------------|-----------------------|
| 0,35 КМОП  | 0,4-1          | 40           | 8                | 7°                   | 42°                    | 0,12                  |

## 4. Обсуждение результатов

На рисунке 2 представлен график зависимости срока службы  $t_L$  от тока подложки  $I_{sub}$  для трех вариантов образцов [4]. В таблице 3 представлены значения ко-



эффицентов  $B$ , полученные из зависимостей функций срока службы  $t_L$  от тока подложки  $I_{sub}$ , отраженных на рисунке 1.

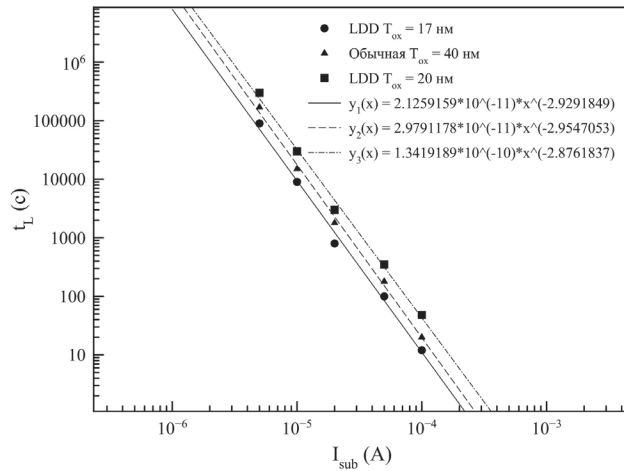


Рис. 2. График зависимости срока службы  $t_L$  от тока подложки  $I_{sub}$

Таблица 3

|                                            |                            |
|--------------------------------------------|----------------------------|
| $B_1$<br>LDD образцы, $T_{ox} = 17$ нм     | $2,1259159 \cdot 10^{-11}$ |
| $B_2$<br>Образцы без LDD, $T_{ox} = 40$ нм | $2,9791178 \cdot 10^{-11}$ |
| $B_3$<br>LDD образцы, $T_{ox} = 20$ нм     | $13,419189 \cdot 10^{-11}$ |

Из таблицы 3 видно, что наибольший разброс значений наблюдается у коэффициентов  $B$ , соответствующих вариантам образцов с LDD областями, но имеющих различную толщину подзатворного окисла ( $\delta B_{3,3} = B_3 / B_1 = 6,3121$ ). Таким образом, можно сделать вывод, что коэффициент  $B$ , а, следовательно, и результат прогнозирования надежности, зависит от толщины подзатворного окисла. Известно, что с уменьшением толщины подзатворного окисла растет вероятность инжекции горячих носителей и, как следствие, возрастает деградация приборных характеристик. Для снижения эффектов горячих носителей используют LDD области. В данном опыте хорошо видно, что использование LDD областей существенно увеличивает значение коэффициента  $B$  и, исходя из эмпирического уравнения (1), срок службы. Таким образом, коэффициент  $B$  в эмпирическом уравнении (1) имеет сильную зависимость от наличия низколегированных областей. Однако в виду наличия зависимости коэффициента  $B$  от толщины подзатворного окисла нельзя с точностью сказать, что использование LDD областей всегда будет приводить к увеличению значения коэффициента  $B$  и, как следствие, к увеличению срока службы. Сравнивая образцы, имеющие LDD области и различную толщину, видно, что увеличение толщины подзатворного окисла всего на 3 нм приводит к увеличению коэффициента  $B$ , а, следовательно, и

срока службы в 6 раз. Таким образом, в данном случае результат прогноза надежности для образцов, имеющих незначительное отличие в толщине подзатворного окисла, будет иметь большой разброс.

На следующем рисунке (рисунок 3) приводятся экспериментальные данные ускоренных испытаний по установлению времени сохранения работоспособности  $t_L$  в зависимости от  $I_{sub}/W_{eff}$  для образцов с различной длиной канала [5]. Далее в таблице 4 представлены значения коэффициентов  $B$ , полученные из зависимостей функций срока службы  $t_L$  от тока подложки  $I_{sub}/W_{eff}$ , отраженных на рисунке 3.

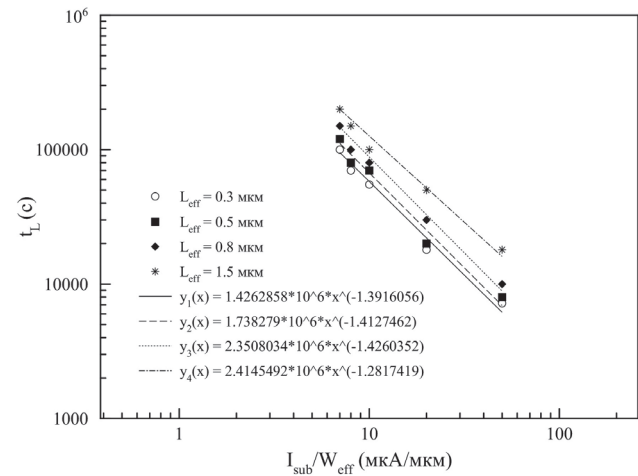


Рис. 3. Зависимость срока службы  $t_L$  от  $I_{sub}/W_{eff}$  при различной длине канала  $L_{eff}$

Таблица 4

|                          |                        |
|--------------------------|------------------------|
| $B_1, L_{eff} = 0,3$ мкм | $1,4262858 \cdot 10^6$ |
| $B_2, L_{eff} = 0,5$ мкм | $1,738279 \cdot 10^6$  |
| $B_3, L_{eff} = 0,8$ мкм | $2,3508034 \cdot 10^6$ |
| $B_4, L_{eff} = 1,5$ мкм | $2,4145492 \cdot 10^6$ |

Из таблицы 4 видно, что разброс коэффициента  $B$  находится в небольшом диапазоне. На рисунке 4 показано, как в данном опыте увеличение длины канала влияет на коэффициент  $B$ .

Из рисунка 4 видно, что до значения  $L_{eff} = 0,8$  мкм все точки хорошо ложатся на экспоненциальную кривую описанную уравнением:

$$B = 1,0557927 \cdot \exp(0,9999067 \cdot L_{eff}),$$

следующая точка, при  $L_{eff} = 1,5$  мкм практически лежит на одной горизонтальной прямой с точкой при  $L_{eff} = 0,8$  мкм. Следовательно, можно предположить, что зависимость коэффициента  $B$  от длины канала носит экспоненциальный характер вплоть до значения длины канала  $L_{eff} = 0,8$  мкм, а дальнейшее увеличение длины канала практически не влияет на изменение коэффициента  $B$ . Следует отметить, что такая экспоненциальная зависимость коэффициента  $B$  от длины канала наблюдается конкретно в данном опыте, тогда как в других похожих



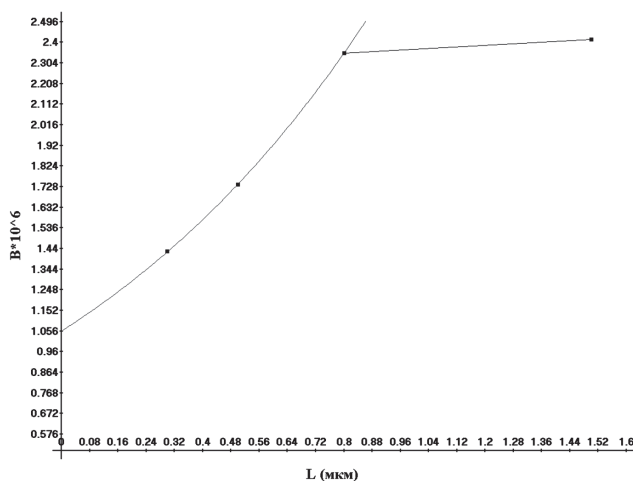
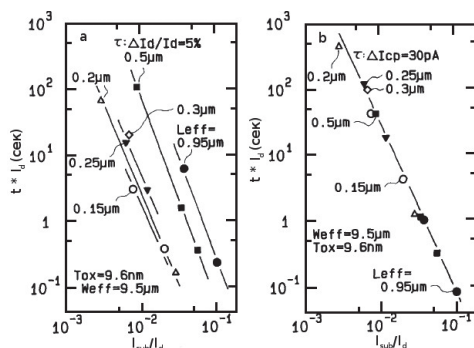


Рис. 4. Зависимость коэффициента  $B$  от длины канала  $L_{eff}$

опытах данная зависимость может не прослеживаться. В работе [6] показано, что при изменении критерия потери работоспособности зависимость коэффициента  $B$  от длины канала исчезает (рисунок 5) и все экспериментальные данные ложатся на одну прямую.



коэффициента  $B$ , соответствующего LDD области с длиной канала  $L_m = 0,4$  мкм, видно, что оно увеличивается в 5 раз при увеличении длины канала на 0,4 мкм, что говорит о сильном влиянии длины канала на результат прогнозирования срока службы и надежности. Таким образом, это еще раз подтверждает предположение, что на величину значения коэффициента  $B$ , а, следовательно, и на срок службы, влияет как увеличение длины канала, так и наличие LDD и LATID областей. Из рисунка видно, что прямые, соответствующие LATID структурам, лежат выше прямых, соответствующих LDD структурам; это означает, что на значение коэффициента  $B$  влияет наличие слабелегированных областей (LDD и LATID) и угол имплантации.

## 5. Заключение

Существенное влияние на значение коэффициента  $B$  оказывает толщина подзатворного окисла и в некоторых случаях оно превалирует над влиянием структуры (наличию LDD областей). Также на коэффициент  $B$  оказывает влияние длина канала. Наиболее значительное влияние на коэффициент  $B$  имеет тип структуры, а именно такой конструктивно-технологический параметр, как наличие LDD или LATID областей и угол имплантации.

Прогнозирование надежности с использованием аппроксимации степенной зависимости срока службы  $t_L$  от тока подложки  $I_{sub}$  может иметь большую погрешность из-за сильного влияния множества конструктивно-технологических параметров, описанных выше, а также выбора критерия потери работоспособности. Такой подход к прогнозированию надежности требует проведения испытаний для всех образцов, имеющих даже незначительные отличия (например, небольшая разница в толщине подзатворного окисла или угле имплантации).

Данный метод нуждается в доработке посредством более точного определения влияния конструктивно-технологических параметров на эмпирический коэффициент  $B$  в степенной зависимости срока службы  $t_L$  от тока подложки  $I_{sub}$ .

## Литература

1. **Красников Г.Я.** Конструктивно-технологические особенности субмикронных МОП-транзисторов. в 2-х частях. Часть 2. — Москва: Техносфера, 2004. — 536 с.:ил.
2. **Chenming Hu**, Senior member, IEEE, **Simon C. Tam**, member, IEEE, **Fu-Chien Hsu**, member, IEEE, **Ping-Keung Ko**, member, IEEE, **Tung-Yi Chan**, **Anid Kyle**, **W. Terril**. Hot-Electron-Induced IMOSFET Degradation — Model, Monitor, and Improvement. IEEE Journal of Solid-state circuits, vol. SC-20, No. 1, February 1985.
3. **Tibor Grassner**. Hot Carrier Degradation in Semiconductor Devices, Springer International Publishing Switzerland 2015.
4. **Weber W., Werner C. and Schwerin A.** Lifetime and substrate currents in static and dynamic hot carrier degradation. IEDM 86, p. 15.4, IEEE 1986.
5. **James E. Chung, Min-Chie Jeng, James E. Moon, Ping-Keung Ko, Chenming Hu.** Low-Voltage Hot-Electron Currents and Degradation in Deep-Submicrometer MOSFET's. IEEE Transactions on electron devices, vol. 37. № 7, p. 1651, July 1990.
6. **Hazama H., Iwase M., Takagi S.** Hot carrier reliability in deep sub-micrometer MOSFET's. IEDM 90, p. 24.5.1, IEEE 1990.
7. **Rafi J.M., Campabadal F.** Hot-carrier degradation in deep-submicrometer nMOSFET's: lightly doped drain vs. large angle tilt implanted drain. Solid-State Electronics 45 (2001), p. 1391-1401.



Volkov A.N.

## ANALYSIS OF PREDICTION OF RELIABILITY OF LONG-CHANNEL FIELD-EFFECT TRANSISTORS WITH APPLICATION OF POWER-LAW DEPENDENCE OF LIFETIME $t_L$ ON SUBSTRATE CURRENT $I_{SUB}$

*This paper covers the influence of structural and technological parameters of field metal-oxide-semiconductor-transistors (MOSFET) on reliability prediction in power-law dependence of lifetime  $t_L$  from substrate current of  $I_{su}$ . The structural and technological parameters capable to influence degradation of MOSFET instrument characteristics caused by injection of hot carriers are defined.*

*The author would like to express his gratitude to the research supervisor, Doctor of Technical Sciences, Professor Korobov A.I. for support of the present paper and a number of important comments.*

**Keywords:** reliability prediction, lifetime, substrate current, hot carrier injection.

### 1. Introduction

There are several different methods of prediction of reliability (lifetime) of electronic instruments. One of such methods is prediction of MOSFET lifetime by a method of accelerated tests. This method is based on carrying out of accelerated tests for determination of functionality of integrated circuits with selection of failure criteria and characteristic dependences of lifetime on the substrate current. The author of paper [1] presents dependences of statistical approach to the forecast of lifetime by a method of accelerated tests. Lifetime or life span can be determined by the empirical formula:

$$t_L = B \times (I_{sub}/W)^{-x}, \quad (1)$$

where  $B$  is a factor, which is determined by many structural and technological parameters;  $x$  is a parameter determining a slope of straight line of the graph, which is constructed by results of accelerated tests. As it is shown in paper [1], the process of trap generation in MOSFET structures can occur by means of two mechanisms: 1) interaction of hot electrons and hot holes with interface Si-SiO<sub>2</sub>; 2) Si-H bond opening in gate oxide. In the first case, surface-trapping centers are formed as a result of secondary collision ionization. In the second case, the recombination of electrons with holes leads to liberation of energy sufficient for Si-H bond opening and trap generation. The author of paper [2] offers a general model for effects of hot carriers and considers  $x = u_{it} / u_i$ , where  $u_i$  is minimum energy in electron-volt, which should be acquired by hot electrons for the creation of collision ionization, and  $u_{it}$  is critical energy, an electron should possess to create surface-trapping center. Thus, factor  $x$  not only shows the slope of straight lines, but also allows determination of the relation of energies of degradation process. In paper

[2] it was shown that  $u_i$  is approximately equal to 1,3 eV, and  $u_{it}$  in different references is in a range from 3,5 to 4 eV. In paper [3] it is proved that owing to difference of mechanisms of Si-H bond opening, critical energy  $u_{it}$ , the electron should possess to create surface-trapping center, is not constant. Figure 1 (paper [1]) shows dependences for prediction of lifetime with different energy of degradation process and, as a consequence, with different values of slope  $x$ . The first straight line is received as dependence  $t_L I_d$  from  $I_{sub}/I_d$ . Processes of interaction of hot electrons and holes with Si-SiO<sub>2</sub> interface are reflected there and, as a consequence, generation of surface-trap centers and bulk traps. The second straight line ( $t_L I_d$  from  $I_{sub}/W$ ) reflects the process of Si-H bond opening and, as a consequence, generation of surface-trap centers.

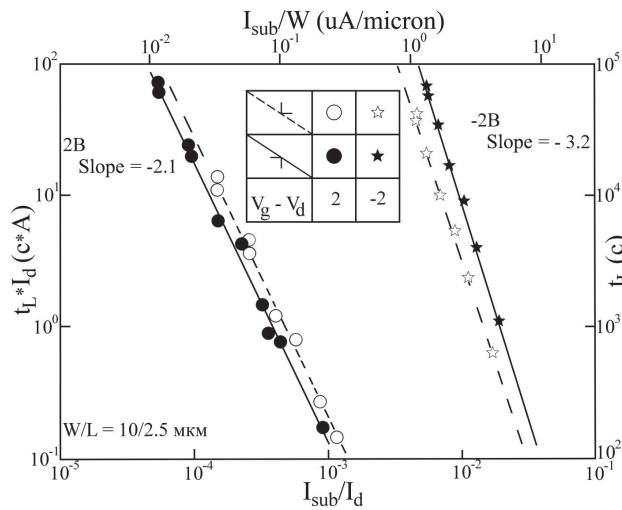


Fig. 1. Dependences for lifetime prediction at different energy of degradation process

In paper [1] it was shown that generation of surface-trap centers (surface states) is the dominant reason for degradation of MOSFET devices owing to the influence of hot carriers, while substrate current  $I_{sub}$  is the most simple and qualitative indicator of processes of hot carriers in MOSFET structures. Thus, prediction of reliability by method of approximation of power-law dependence of lifetime  $t_L$  from substrate current  $I_{sub}$  is positioned in many references as the most simple and effective method.

## 2. Problem statement

In this article, graphs of dependence of lifetime  $t_L$  from substrates current  $I_{sub}$  taken from different references [1, 4, 5, 6, 7] were analyzed for the purpose of determination of structural and technological parameters connected with factor  $B$  in empirical formula (1) and influencing the result of prediction of lifetime. Thus, determination of structural and technological parameters connected with factor  $B$ , as well as determination of their influence on its value plays an important role in reliability prediction.

## 3. Description of experiments

In this paper the following experiments were analyzed:

1) Experiment on determination of lifetime for samples with different characteristics.

In this experiment, samples with characteristics shown in Table 1 were used. The value of relative change of drain current  $\Delta I_d/I_{d0} = 1\%$  was a criterion of loss of functionality.

Table 1

| Structure | $T_{ox}$ (nm) | $N_D^+$ (cm <sup>-2</sup> ) | $N_D^-$ (cm <sup>-2</sup> ) | $L_{spacer}$ (micron) | $L_{eff}$ (micron) |
|-----------|---------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------|--------------------|
| 1 6e3 LDD | 40            | $10^{16} As$                | -                           | -                     | 1,7                |
| 2 (LDD)   | 20            | $6 \cdot 10^{15} As$        | $10^{13} P$                 | 0,15                  | 1,0                |
| 3 (LDD)   | 17            | $6 \cdot 10^{15} As$        | $10^{13} P$                 | 0,13                  | 1,0                |

2) Experiment on determination of dependence of lifetime from channel's length.

In this experiment, samples with identical structure without LDD areas with oxide thickness of  $T_{ox} = 8,5$  nanometers, but having different effective channel's length  $L_{eff} = 1,5; 0,8; 0,5; 0,3$  micron were used. The value of relative change of drain current  $\Delta I_d/I_{d0} = 10\%$  was a criterion of loss of functionality.

3) Experiment on determination of the influence implantation angle on lifetime.

In this experiment, samples with structural characteristics shown in Table 2 were used.

Table 2

| Tech-nology | $L_m$ , micron | $W$ , micron | $T_{ox}$ , nm | Angle of implantation LDD | Angle of implantation LATID | $L_{spacers}$ , micron |
|-------------|----------------|--------------|---------------|---------------------------|-----------------------------|------------------------|
| 0,35 CMOS   | 0,4 – 1        | 40           | 8             | 7°                        | 42°                         | 0,12                   |

## 4. Evaluation of results

Figure 2 shows a graph of dependence of lifetime  $t_L$  on substrate current  $I_{sub}$  for three variants of samples [4]. Table 3 shows values of factors  $B$  derived from dependences of functions of lifetime  $t_L$  on substrate current  $I_{sub}$  presented in Fig. 1.

Table 3

|                                                |                            |
|------------------------------------------------|----------------------------|
| $B_1$<br>LDD samples, $T_{ox} = 17$ nm         | $2,1259159 \cdot 10^{-11}$ |
| $B_2$<br>Samples without LDD, $T_{ox} = 40$ nm | $2,9791178 \cdot 10^{-11}$ |
| $B_3$<br>LDD samples, $T_{ox} = 20$ nm         | $13,419189 \cdot 10^{-11}$ |

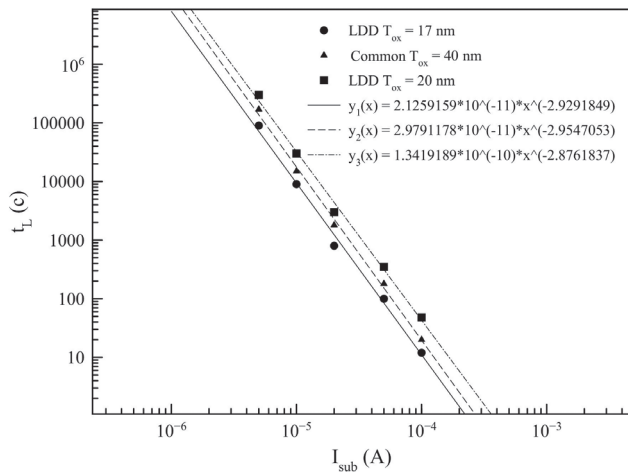


Fig. 2. Graph of dependence of lifetime  $t_L$  from substrate current  $I_{sub}$

It can be seen from table 3 that the greatest spread of values is observed for factors  $B$  corresponding to variants of samples with LDD areas, but having different thickness of gate oxide ( $B_{3,3} = B_3 / B_1 = 6,3121$ ). Thus, it is possible to draw a conclusion that factor  $B$ , and, hence, also the result of prediction of reliability depends on thickness of gate oxide. It is known that with decrease of thickness of gate oxide the probability of injection of hot carriers grows and, as a consequence, degradation of instrument characteristics increases. For decrease of effects of hot carriers the LDD areas are used. In this experiment it can be seen well that use of LDD areas substantially increases the value of factor  $B$  and on the basis of empirical equation (1) also the lifetime. Thus, factor  $B$  in empirical equation (1) has strong dependence on presence of low-alloyed areas. However, in view of presence of dependence of factor  $B$  on thickness of gate oxide, it is impossible to tell with high accuracy that use of LDD areas will always lead to increase of value of factor  $B$  and, as a consequence, to the lifetime increase. Comparing the samples having LDD areas and different thickness, it can be seen that an increase of thickness of gate oxide only by

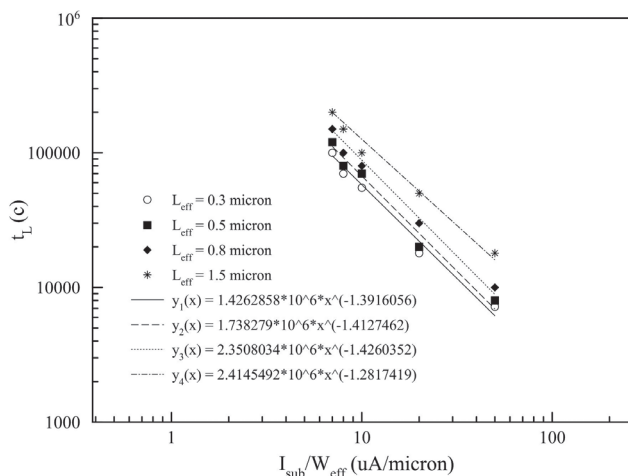


Fig. 3. Dependence of lifetime  $t_L$  on  $I_{sub}/W_{eff}$  at different channel length  $L_{eff}$

3 nanometers leads to increase of factor  $B$  and, hence, also lifetime by 6 times. Thus, in this case the result of prediction of reliability for samples having insignificant difference of thickness of gate of oxide will have a big scattering.

The following figure (Fig. 3) shows experimental data of accelerated tests on determination of time of preservation of functionality  $t_L$  depending on  $I_{sub}/W_{eff}$  for samples with different channel length [5]. Additionally Table 4 presents the values of factors  $B$  derived from dependences of functions of lifetime  $t_L$  on substrate current of  $I_{sub}/W_{eff}$  shown in fig. 3.

Table 4

|                             |                        |
|-----------------------------|------------------------|
| $B_1, L_{eff} = 0,3$ micron | $1,4262858 \cdot 10^6$ |
| $B_2, L_{eff} = 0,5$ micron | $1,738279 \cdot 10^6$  |
| $B_3, L_{eff} = 0,8$ micron | $2,3508034 \cdot 10^6$ |
| $B_4, L_{eff} = 1,5$ micron | $2,4145492 \cdot 10^6$ |

It can be seen from Table 4 that the spread of factor  $B$  is in small range. Figure 4 shows, how the increase of the channel's length influences factor  $B$ .

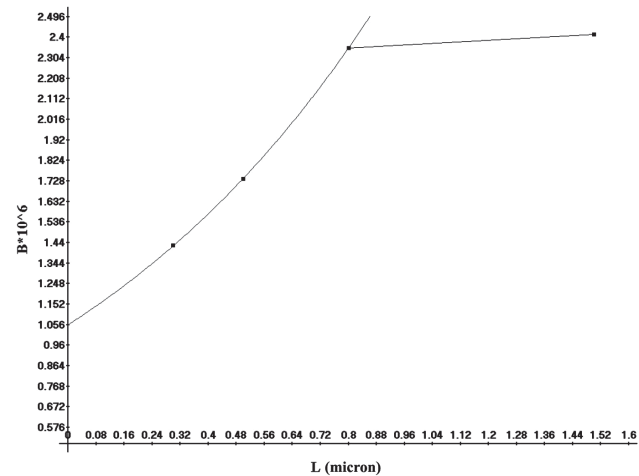


Fig. 4. Dependence of factor  $B$  on channel length  $L_{eff}$

It can be seen from Figure 4 that up to the value  $L_{eff} = 0,8$  microns, all points lay down well on an exponential curve described by the equation:

$$B = 1,0557927 \cdot \exp(0,9999067 \cdot L_{eff}),$$

The following point at  $L_{eff} = 1,5$  micron lays practically on one horizontal straight line with point at  $L_{eff} = 0,8$  micron. Hence, it is possible to assume that dependence of factor  $B$  from channel's length is exponential up to the value of channel's length  $L_{eff} = 0,8$  micron, and subsequent increase of channel's length practically does not influence the change of factor  $B$ . It is necessary to note that such exponential dependence of factor  $B$  from channel's length is observed particularly in this experiment, whereas in other similar experiments this dependence cannot be traced. In paper [6] it is shown that at change of criterion of loss of functionality, the dependence of factor  $B$  from channel's length





current  $I_{sub}$  can have a big error due to strong influence of a number of structural and technological parameters described above, as well as due to the selection of criterion of functionality loss. Such approach to prediction of reliability requires tests for all samples with even insignificant differences (e.g. small difference of thickness of gate oxide or implantation angle).

This method requires improvement by means of more exact determination of influence of structural and technological parameters on empirical factor  $B$  in power-law dependence of lifetime  $t_L$  on substrate current  $I_{sub}$ .

## References

1. **G.Y.J. Krasnikov**. Structural-technological features of submicronic MOS devices, in 2 parts. Part 2. — Moscow: Technosphere, 2004. — 536 p.:il.
2. **Chenming Hu**, Senior member, IEEE, **Simon C. Tam**, member, IEEE, **Fu-Chien Hsu**, member, IEEE, **Ping-Keung Ko**, member, IEEE, **Tung-Yi Chan**, **Anid Kyle**, **W. Terril**. Hot-Electron-Induced IMOSFET Degradation — Model, Monitor, and Improvement. IEEE Journal of Solid-state circuits, vol. SC-20, No. 1, February 1985.
3. **Tibor Grassler**. Hot Carrier Degradation in Semiconductor Devices, Springer International Publishing Switzerland 2015
4. **W. Weber, C. Werner and A. Schwerin**. Lifetime and substrate currents in static and dynamic hot carrier degradation. IEDM 86, p. 15.4, IEEE 1986.
5. **James E. Chung, Min-Chie Jeng, James E. Moon, Ping-Keung Ko, Chenming Hu**. Low-Voltage Hot-Electron Currents and Degradation in Deep-Submicrometer MOSFET's. IEEE Transactions on electron devices, vol. 37. № 7, p. 1651, July 1990.
6. **H. Hazama, M. Iwase, S. Takagi**. Hot carrier reliability in deep sub-micrometer MOSFET's. IEDM 90, p. 24.5.1, IEEE 1990.
7. **J.M. Rafi, F. Campabadal**. Hot-carrier degradation in deep-submicrometer nMOSFET's: lightly doped drain vs. large angle tilt implanted drain. Solid-State Electronics 45 (2001), p. 1391-1401.



**Баранов Л.А., Ермолин Ю.А.**

## ОЦЕНКА ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ «ЛИНЕЙНО-СТАРЕЮЩЕГО» ОБЪЕКТА

Обсуждаются методологические трудности решения практических инженерных задач надежности для нестационарных («стареющих») объектов. Рассматривается случай, когда интенсивность отказов объекта линейно нарастает со временем эксплуатации. Аналитически находится среднее «время жизни» такого объекта. Полученное выражение упрощается до вида, удобного для использования в инженерных расчетах. Предлагается формальный способ замены реального нестационарного объекта виртуальным стационарным. При этом постоянная интенсивность отказов виртуального объекта подбирается из дополнительных соображений, в частности, из условия равенства «времен жизни» обоих объектов. Получены соотношения для расчета интенсивности отказов виртуального стационарного объекта, выраженные через параметры характеристики «старения» реального объекта. Эффективность предложенного метода иллюстрируется решением задачи о нахождении финальных вероятностей состояний «линейно-стареющего» объекта и его коэффициента готовности, полученным в аналитическом виде.

**Ключевые слова:** надежность; нестационарный объект; интенсивность отказов; «время жизни» объекта; стационаризация; финальные вероятности состояний; коэффициент готовности.

Теория надежности широко применяется в инженерной практике для решения многих важных задач, таких, например, как назначение или продление технического ресурса объекта (элемента, системы), разработка научно обоснованных приемов подготовки его к эксплуатации, определению периодичности проведения осмотров, профилактических и капитальных ремонтов и других мероприятий по обеспечению заданного уровня его надежности в процессе функционирования и т.п. Успешное решение подобных задач требует знания надежностных характеристик объекта, определенных в аналитическом виде.

Чаще всего в инженерных расчетах используются три основные характеристики надежности: интенсивность отказов  $\lambda(t)$ , функция плотности распределения времени наработки до отказа  $f(t)$  и функция надежности  $p(t)$  – вероятность безотказной работы за время  $t$ . В общем случае, все эти характеристики являются функциями времени и взаимосвязаны друг с другом. Отсюда следует, что знание одной из них дает возможность по известным соотношениям [1] определить любую из оставшихся.

В реальных условиях эти характеристики получают путем сбора и обработки статистических данных на действующих объектах. Обычно наиболее удобным оказывается выявление функции  $\lambda(t)$ , поскольку для сколь-нибудь ответственных объектов отказы и сопутствующие им обстоятельства, как правило, документально фиксируются эксплуатирующим персоналом и получаемая при этом информация доступна для последующего анализа. Таким образом, можно считать, что характеристики  $\lambda(t)$ ,  $f(t)$  и  $p(t)$  известны в аналитическом виде и могут быть использованы для решения исследовательских задач и практических расчетов.

Подавляющее большинство существующих инженерных методик расчета надежности базируется на гипотезе стационарности потоков случайных событий. Это означает, что все вероятностные характеристики процессов остаются неизменными с течением времени, в частности,  $\lambda(t) = \text{const} = \lambda_0$ , и приводит к известным экспоненциальным соотношениям:

$$f(t) = \lambda_0 \cdot e^{-\lambda_0 t}; p(t) = e^{-\lambda_0 t}.$$

Гипотеза о стационарности надежностных процессов на длительном временном интервале функционирования объекта во многих случаях выглядит достаточно убедительной [2]. Однако фактом является и то, что некоторые реальные объекты с течением времени проявляют явную тенденцию к увеличению интенсивности отказов, т.е. являются нестационарными. Такие объекты в теории надежности принято называть стареющими [1].

Инженерные методики расчета показателей надежности стареющих объектов на сегодняшний день практически отсутствуют, несмотря на то, что алгоритм их определения, в принципе, остается таким же, как в стационарном случае. Дело, однако, в том, что попытки применения этого алгоритма для аналитического определения основных характеристик надежности нестационарного объекта, как правило, через два-три шага приводят к существенным математическим трудностям. Эти трудности могут проявляться в том, что записанные дифференциальные уравнения (например, типа уравнений Колмогорова [1]) не решаются в квадратурах, либо какие-то получающиеся по ходу математических выкладок интегралы не выражаются в элементарных функциях и определяются только численно. Как следствие, необходимые расчетные формулы найти в справочной литературе практически невозможно, либо они имеют весьма сложный вид и получены, к тому же, со значительными упрощающими допущениями.

Некоторые практические задачи надежности могут быть, в принципе, решены с использованием числовых характеристик случайной величины (времени наработки до отказа): ее так называемых моментов, одним из которых является среднее время наработки объекта до отказа (его «время жизни»)  $T$ . При этом все трудности, связанные с определением  $T$  для нестационарного объекта, отмеченные выше, остаются в силе. Однако существуют случаи, когда эту задачу удастся решить до конца. Одним из них является ситуация, когда изменение интенсивности отказов объекта с течением времени имеет линейный характер («линейно-стареющий» объект). Ниже приводится решение этой задачи.

Итак, положим, что  $\lambda(t)$  описывается функцией вида:

$$\lambda(t) = \lambda_0 + at, \quad (1)$$

где  $\lambda_0$  – начальная интенсивность отказов,  $a$  – коэффициент старения объекта ( $a \geq 0$ ),  $t$  – текущее время. Далее считается, что  $\lambda_0$  и  $a$  известны и заданы.

Найдем функцию надежности такого объекта  $p(t)$ , которая, как известно [3], связана с  $\lambda(t)$  соотношением:

$$p(t) = e^{-\int_0^t \lambda(t) dt}, \quad (2)$$

что с учетом (1) дает:

$$p(t) = e^{-\left(\frac{\alpha}{2}t^2 + \lambda_0 t\right)}. \quad (3)$$

Путем несложных преобразований показатель этой экспоненты приводится к виду:

$$-\left(\frac{\alpha}{2}t^2 + \lambda_0 t\right) = -\left(\sqrt{\frac{\alpha}{2}}t + \frac{\lambda_0}{\sqrt{2\alpha}}\right)^2 + \frac{\lambda_0^2}{2\alpha},$$

и тогда (3) можно переписать так:

$$p(t) = e^{-\left(\sqrt{\frac{\alpha}{2}}t + \frac{\lambda_0}{\sqrt{2\alpha}}\right)^2} \cdot e^{\frac{\lambda_0^2}{2\alpha}} \quad (4)$$

Определим  $T$  – среднее время наработки такого объекта до отказа. Известно [1, 3], что  $T = \int_0^\infty p(t) dt$ ; следовательно, для рассматриваемого случая:

$$T = e^{\frac{\lambda_0^2}{2\alpha}} \cdot \int_0^\infty e^{-\left(\sqrt{\frac{\alpha}{2}}t + \frac{\lambda_0}{\sqrt{2\alpha}}\right)^2} dt. \quad (5)$$

Для вычисления этого интеграла произведем замену переменных:  $\sqrt{\frac{\alpha}{2}}t + \frac{\lambda_0}{\sqrt{2\alpha}} = z$ . Тогда  $dt = \sqrt{\frac{2}{\alpha}}dz$  и, с учетом того, что при  $t = 0$   $z = z_0 = \frac{\lambda_0}{\sqrt{2\alpha}}$ , выражение (5) приводится к виду:

$$T = \sqrt{\frac{2}{\alpha}} \cdot e^{\frac{\lambda_0^2}{2\alpha}} \cdot \int_{\frac{\lambda_0}{\sqrt{2\alpha}}}^\infty e^{-z^2} dz = \sqrt{\frac{2}{\alpha}} \cdot e^{\frac{\lambda_0^2}{2\alpha}} \cdot \frac{\sqrt{\pi}}{2} \cdot \left[1 - \Phi\left(\frac{\lambda_0}{\sqrt{2\alpha}}\right)\right], \quad (6)$$

где  $\Phi(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-t^2} dt$  – интеграл вероятности (интеграл ошибок), для вычисления которого имеются подробные таблицы [4]. Таким образом, задача нахождения среднего времени жизни «линейно-стареющего» объекта решена аналитически.

Определение  $T$  непосредственно по формуле (6) часто бывает неудобным, поскольку связано с необходимостью вычисления разности между двумя малыми близкими числами с высокой точностью. Эту трудность можно обойти следующим образом.

Ограничим дальнейшее рассмотрение случаем, когда  $z_0 = \frac{\lambda_0}{\sqrt{2\alpha}} > 1$ . Пусть интенсивность отказов  $\lambda_0$  за фиксированный период времени  $T_\phi$  оценки надежности стареющего объекта увеличилась в  $\beta$  раз ( $\beta > 1$ ). Тогда

$\lambda(t=T_\phi) = \beta\lambda_0$ . При этом из (1) следует  $\beta\lambda_0 = \lambda_0 + aT_\phi$  и  $\alpha = \frac{(\beta-1)\lambda_0}{T_\phi}$ . Условие  $z_0 > 1$  после подстановки в него этого значения  $a$  преобразуется к виду:

$$\lambda_0 T_\phi > (\beta-1),$$

т. е. допущение  $z_0 > 1$  означает, что за фиксированный интервал оценки надежности приращение среднего числа отказов объекта за счет старения не превышает среднего числа отказов на начальном этапе его функционирования. Физически это означает, что анализируется ситуация, когда старение объекта во времени происходит сравнительно медленно; если же объект стареет слишком быстро, то говорить о его сколь-нибудь продолжительной эксплуатации вряд ли имеет практический смысл.

Воспользуемся тем, что при  $z_0 > 1$  справедливо следующее асимптотическое разложение [4]:

$$\frac{\sqrt{\pi}}{2} [1 - \Phi(z)] \approx \frac{e^{-z^2}}{2z} \left[ 1 - \frac{1}{2z^2} + \frac{1 \cdot 3}{(2z^2)^2} - \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{(2z^2)^3} + \dots \right],$$

причем ошибка, получающаяся при ограничении ряда, по абсолютной величине меньше первого отбрасываемого члена и имеет тот же знак. Если в правой части этого выражения учесть только первые два слагаемых, то после некоторых преобразований формула (6) в исходных обозначениях запишется так:

$$T = \frac{1}{\lambda_0} \left[ 1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\left( \frac{\lambda_0^2}{2\alpha} \right)} \right], \text{ где } \left( \frac{\lambda_0^2}{2\alpha} > 1 \right). \quad (7)$$

Из (7) видно, что среднее время жизни «линейно-стареющего» объекта зависит не только от  $\lambda_0$ , но и от безразмерного параметра  $\lambda_0^2 / 2\alpha$ .

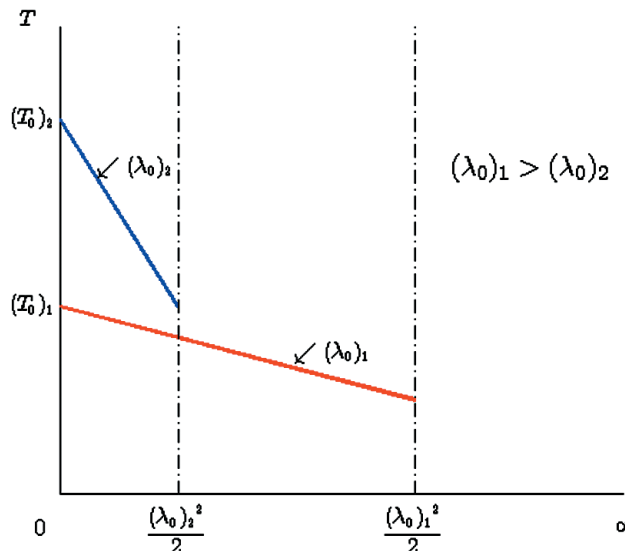


Рис. 1

С целью большей физической наглядности полученного результата приведем выражение (7) к виду:

$$T = T_0(1 - aT_0^2), \quad (8)$$

где  $T_0 = (1/\lambda_0)$  – среднее время жизни стационарного («нестареющего») объекта с интенсивностью отказов  $\lambda_0$  (см. (1) при  $a=0$ ). Качественно зависимости (8) показаны на рис. 1.

Рис. 1 дает представление о том, как уменьшается среднее «время жизни» нестационарного объекта в зависимости от коэффициента старения  $a$ .

Возможное использование полученного результата рассмотрим на следующем примере.

Положим, что стареющий объект, интенсивность отказов которого выражается зависимостью (1), рассматривается как ремонтируемый с интенсивностью восстановления  $\mu_0$  (в данном примере принято постоянным). Требуется определить характер изменения во времени вероятностей работоспособного  $p_0(t)$  и неработоспособного  $p_1(t)$  состояний объекта и найти его коэффициент готовности.

Казалось бы, методологически задача решается легко: по известным правилам [3] надо составить дифференциальные уравнения типа уравнений Колмогорова относительно  $p_0(t)$  и  $p_1(t)$  (с учетом (1)) и решить их при заданных начальных условиях (например, при  $p_0(0)=1$ ;  $p_1(0)=0$ ). Однако оказывается, что если упомянутые уравнения записать сравнительно просто, то найти их общие решения не удастся. Таким образом, в аналитическом виде поставленная задача не решается.

Инженерный подход в подобных ситуациях состоит в поиске приближенного решения задачи путем введения некоторых упрощающих допущений. Одним из возможных приемов, реализующих такой подход, может быть стационаризация потока отказов реального нестационарного объекта, т. е. замена его некоторым эквивалентным виртуальным с постоянной интенсивностью  $\lambda_c = \text{const}$ , значение которой подбирается из дополнительных соображений [5, 6]. Тогда поставленная задача сводится к стационарной, и ее решение принципиальных трудностей не вызывает. При этом вопрос о том, как определять  $\lambda_c$ , приобретает первостепенное значение.

Предлагается  $\lambda_c$  находить из условия равенства «времен жизни» реального («линейно-стареющего») объекта ( $T$ ) и эквивалентного ему виртуального стационарного ( $T_c = \frac{1}{\lambda_c}$ ), т. е. из соотношения  $T_c = T$ . Заменяя в левой части выражения (7)  $T$  на  $1/\lambda_c$  и разрешая полученное уравнение относительно  $\lambda_c$ , имеем:

$$\lambda_c = \lambda_0 \cdot \frac{\lambda_0^2}{\lambda_0^2 - \alpha}; \left( \alpha < \frac{\lambda_0^2}{2} \right), \quad (9)$$



где диапазон применимости формулы (9) получен из условия  $\frac{\lambda_0^2}{2\alpha} > 1$ , принятого при проведении настоящего исследования. Выражение (9) показывает, как  $\lambda_c$  связано с параметрами характеристики  $\lambda(t)$  реального объекта. Качественно графики этой зависимости при различных значениях  $\lambda_0$  показаны на рис. 2.

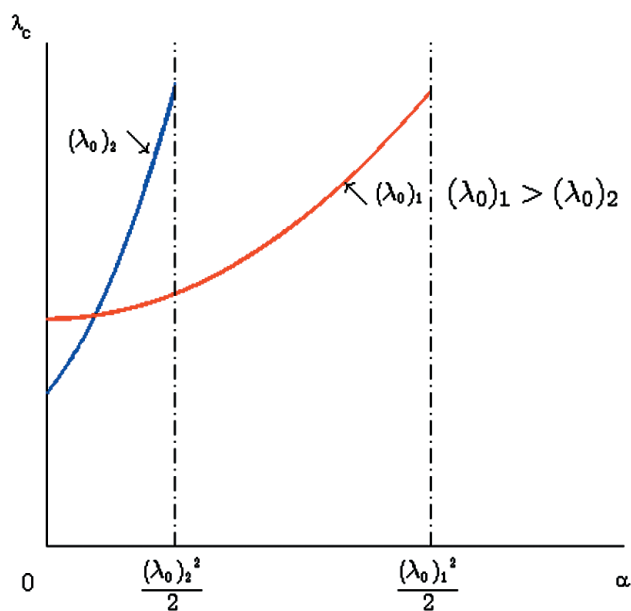


Рис. 2

После определения  $\lambda_c$  задача нахождения  $p_0(t)$  сводится к стационарному случаю; результат ее решения известен (см., например, [7]). Подставляя в него  $\lambda_c$ , полученное по формуле (9), окончательно, в принятых здесь обозначениях, имеем:

$$p_0(t) = \frac{\mu_0(\lambda_0^2 - \alpha)}{\lambda_0^3 + \mu_0(\lambda_0^2 - \alpha)} \cdot \left\{ 1 + \frac{\lambda_0^3}{\mu_0(\lambda_0^2 - \alpha)} \cdot \exp \left[ -\frac{\lambda_0^3 + \mu_0(\lambda_0^2 - \alpha)}{\lambda_0^2 - \alpha} \cdot t \right] \right\}, \quad (10)$$

$$p_1(t) = \frac{\lambda_0^3}{\lambda_0^3 + \mu_0(\lambda_0^2 - \alpha)} \cdot \left\{ 1 - \exp \left[ -\frac{\lambda_0^3 + \mu_0(\lambda_0^2 - \alpha)}{\lambda_0^2 - \alpha} \cdot t \right] \right\}. \quad (11)$$

Из (10) находится финальная вероятность работоспособного состояния  $p_0(\infty)$ , которая в данном случае численно совпадает с коэффициентом готовности объекта  $k_T$ :

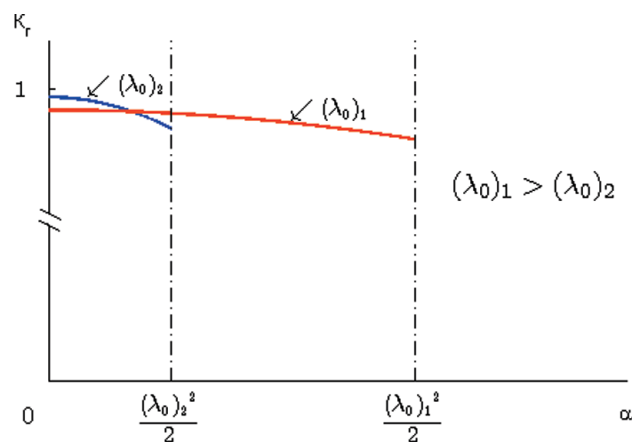


Рис. 3

$$k_T = \lim_{t \rightarrow \infty} p_0(t) = \frac{\mu_0(\lambda_0^2 - \alpha)}{\lambda_0^3 + \mu_0(\lambda_0^2 - \alpha)}.$$

Графики зависимостей  $k_T = k_T(a)$  для различных значений  $\lambda_0$  качественно изображены на рис.3.

Как и следовало ожидать из физических представлений,  $k_T$  уменьшается с увеличением коэффициента старения  $a$ .

Таким образом, эффективность предложенного метода стационаризации потока отказов «линейно-стареющего» объекта показана на примере одной из возможных практических задач, решение которой получено в аналитическом виде.

## Литература

1. Гнеденко Б.В., Беляев Ю.К., Соловьев А.Д. Математические методы в теории надежности. – М.: Наука, 1965.
2. Шубинский И.Б. Структурная надежность информационных систем. Методы анализа. – Ульяновск: Областная типография «Печатный двор», 2012.
3. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. – М.: Наука, 1969.
4. Янке Е., Эмде Ф., Леш Ф. Специальные функции. Формулы, графики, таблицы. – М.: Наука, 1977.
5. Ermolin Y.A. Stationarization of the seasonally changing failure flow (with reference to reliability problems) // «Applied Mathematical Modelling», Vol. 32, Issue 10, 2008.
6. Ермолин Ю.А., Фомин А.Ф. Надежность стареющих автоматизированных систем // «Мир транспорта», № 1, 2012.
7. Алексеев М.И., Ермолин Ю.А. Надежность сетей и сооружений систем водоотведения. – М.: Издательство АСВ, 2015.



**Baranov L.A., Ermolin Y.A.**

## ESTIMATION OF RELIABILITY INDICES OF A “LINEARLY AGEING” OBJECT

*This paper describes methodological difficulties when dealing with practical engineering challenges of reliability for non-stationary (time dependent/“ageing”) objects. A special case is considered when the object’s failure rate is linearly growing with operation time. An average lifetime of such object is defined. The result expression is reduced to the formula which is accessible to be used in engineering analyses. A formal way of substitution of a real non-stationary “ageing” object for a virtual stationary one is proposed. Besides, a constant failure rate of a virtual object is taken on the basis of additional considerations, in particular, on the basis of the condition ensuring the equality of the “life times” of both objects. The formulas are developed for calculation of the failure rate for a virtual stationary object, expressed through the parameters of the real object’s “ageing” characteristics. The efficiency of the suggested method is demonstrated by means of the solved problem about final probabilities of the states of the “linearly ageing” object and its availability factor, deduced in analytical form.*

**Keywords:** reliability; non-stationary object; failure rate; object’s lifetime; stationarization; final probabilities of states; availability factor.

The reliability theory is widely used in the engineering practice to solve many important tasks, such as, for instance, the assignment or extension of operational life of an object (element, system), development of the scientifically based methods of its deployment, determination of inspection frequency, preventive and overhaul repairs and other measures to ensure its specified reliability level during operation process, etc. Successful handling of such problems requires the knowledge of reliability characteristics of the object, deduced in analytical form.

These are the three main reliability characteristics that are mostly used in engineering analyses: failure rate  $\lambda(t)$ , time-to-failure density function  $f(t)$  and reliability function  $p(t)$  – probability of non-failure operation during the time period  $t$ . Generally, all these characteristics are the functions of time which are interrelated. This means that the knowledge of one of them gives the opportunity to define any of the remaining ones by the known formulas [1].

Under operational conditions these characteristics are deduced by means of acquisition and processing of the statistics data on the objects in operation. Generally, the most accessible is to reveal the function  $\lambda(t)$ , as, for any important objects, the failures and attendant circumstances are normally documented by operating personnel, and the information received is available for further analysis. Then, the characteristics  $\lambda(t)$ ,  $f(t)$  and  $p(t)$  are known in analytical form and can be used to solve the research tasks and practical estimations.

The vast majority of the present engineering methods of reliability estimations is based on the hypothesis of stability of the flow of random events. It means that all process probabilistic characteristics remain unchanged with time, for instance,  $\lambda(t)=\text{const}=\lambda_0$ , and it leads to the known exponential correlations:

$$f(t) = \lambda_0 \cdot e^{-\lambda_0 t}; p(t) = e^{-\lambda_0 t}.$$

The hypothesis of stability of reliability-related processes within a long-term time interval of an object's functioning in many cases is quite convincing [2]. But it is actually a fact that as time goes by, the certain real objects obviously tend to the failure rate rise, i.e. they are non-stationary. In the reliability theory such objects are usually called ageing objects [1].

At present there are almost no admitted engineering methods of calculation of the ageing/deteriorating objects reliability indicators, although the algorithm of their determination remains the same as in case of stability. Ultimately, the attempts of application of this algorithm for analytical determination of major reliability characteristics of a non-stationary object in two or three steps, generally, cause significant mathematical difficulties. These difficulties may appear when the noted differential equations (for instance, the Kolmogorov equations [1]) are not solved in quadratures, or when some integrals established as the result of mathematical calculations are not expressed in elementary terms and can be defined only numerically. Consequently, it is almost impossible to find the required calculation formulas in the reference materials, or they are quite complicated and, in addition, are derived with simplifying assumptions.

Some practical reliability tasks basically could be solved with the use of numerical characteristics of a random variable (time to failure): one of its so called moments is a mean time to failure (an object's lifetime)  $T$ . And all the aboveindicated difficulties related to the determination of  $T$  for a non-stationary object remain in force. There are cases, however, when this task can be solved completely. One of such cases is the situation when variation of the failure rate of an object becomes linear as time goes by ("linearly ageing object"). The solution of this task is given below.

So let us assume that  $\lambda(t)$  is described by the following function:

$$\lambda(t) = \lambda_0 + at, \quad (1)$$

where  $\lambda_0$  is an initial failure rate,  $a$  is a coefficient of an object's ageing ( $a \geq 0$ ),  $t$  is current time. Then  $\lambda_0$  and  $a$  are considered to be known and assigned.

Let us find the reliability function of such object  $p(t)$ , which is associated [3] with  $\lambda(t)$  by the correlation:

$$p(t) = e^{-\int_0^t \lambda(t) dt}, \quad (2)$$

with consideration of (1) it results in:

$$p(t) = e^{-\left(\frac{a}{2}t^2 + \lambda_0 t\right)}. \quad (3)$$

By means of simple transformations the index of this constituent is developed to the form:

$$-\left(\frac{a}{2}t^2 + \lambda_0 t\right) = -\left(\sqrt{\frac{a}{2}}t + \frac{\lambda_0}{\sqrt{2a}}\right)^2 + \frac{\lambda_0^2}{2a},$$

and thus (3) can be written over to:

$$p(t) = e^{-\left(\sqrt{\frac{a}{2}}t + \frac{\lambda_0}{\sqrt{2a}}\right)^2} \cdot e^{\frac{\lambda_0^2}{2a}} \quad (4)$$

Let us define  $T$  as a mean time to failure for such object.

It is known [1, 3] that  $T = \int_0^\infty p(t)dt$ ; consequently, for the current case:

$$T = e^{\frac{\lambda_0^2}{2a}} \cdot \int_0^\infty e^{-\left(\sqrt{\frac{a}{2}}t + \frac{\lambda_0}{\sqrt{2a}}\right)^2} dt. \quad (5)$$

For calculation of this integral let us change the variables:

$$\sqrt{\frac{a}{2}}t + \frac{\lambda_0}{\sqrt{2a}} = z. \text{ Then } dt = \sqrt{\frac{2}{a}}dz \text{ and in consideration with}$$

the fact that with  $t = 0$   $z = z_0 = \frac{\lambda_0}{\sqrt{2a}}$ , the formula (5) is developed to the form:

$$T = \sqrt{\frac{2}{a}} \cdot e^{\frac{\lambda_0^2}{2a}} \cdot \int_{\frac{\lambda_0}{\sqrt{2a}}}^\infty e^{-z^2} dz = \sqrt{\frac{2}{a}} \cdot e^{\frac{\lambda_0^2}{2a}} \cdot \frac{\sqrt{\pi}}{2} \cdot \left[1 - F\left(\frac{\lambda_0}{\sqrt{2a}}\right)\right], \quad (6)$$

where  $F(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-t^2} dt$  is the probability integral, for calculation of which the detailed tables [4] are used. Hence, the task when it is necessary to find a mean lifetime of a "linearly ageing/deteriorating" object is solved analytically.

Determination of  $T$  by the formula (6) is often inconvenient, as it is associated with the necessity of calculation of the difference between two small close numbers to high precision. This difficulty can be circumvented by the following way.

Let us limit further consideration by the case when  $z_0 = \frac{\lambda_0}{\sqrt{2a}} > 1$ . The failure rate  $\lambda_0$  within a fixed time period  $T_f$  of reliability assessment of an ageing/deteriorating object has increased by the amount of  $\beta$  ( $\beta > 1$ ). Then  $\lambda(t=T_f) = \beta\lambda_0$ . And according to (1) it follows that  $\beta\lambda_0 = \lambda_0 + aT_f$  and  $\alpha = \frac{(\beta-1)\lambda_0}{T_f}$ . The statement  $z_0 > 1$ , after it is substituted with these values of  $a$ , transforms into:

$$\lambda_0 T_f > (\beta-1),$$

i.e. the condition  $z_0 > 1$  means that within the fixed interval of reliability assessment the increase of the average number of the object's failures due to ageing does not exceed the average number of failures at the initial stage of its functioning. Physically it means that the situation is being analyzed when the object's ageing with time goes on relatively slow; if the object is ageing/deteriorating too fast, it hardly makes practical sense speaking about any of its long-term operation.

Let us put to use that for  $z_0 > 1$ , the following asymptotic decomposition is valid [4]:

$$\frac{\sqrt{\pi}}{2} [1 - F(z)] \approx \frac{e^{-z^2}}{2z} \left[ 1 - \frac{1}{2z^2} + \frac{1 \cdot 3}{(2z^2)^2} - \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{(2z^2)^3} + \dots \right],$$

and the error occurring when the row is limited, in absolute magnitude is less than the first rejected member of equation, and has the same sign. If to consider only first two summands in the right part of this formula, then, after certain transformations, the formula (6) in initial notations shall be written as:

$$T = \frac{1}{\lambda_0} \left[ 1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\left( \frac{\lambda_0^2}{2\alpha} \right)} \right], \text{ where } \left( \frac{\lambda_0^2}{2\alpha} > 1 \right). \quad (7)$$

According to (7), the mean lifetime of a "linearly ageing" object depends not only on  $\lambda_0$ , but also on the non-dimensional parameter  $\lambda_0^2 / 2\alpha$ .

To make an obtained result more demonstrative from the physical point of view, let us reduce the expression (7) to the form:

$$T = T_0(1 - aT_0^2), \quad (8)$$

where  $T_0 = (1/\lambda_0)$  is a mean lifetime of a stationary ("non-ageing") object with the failure rate  $\lambda_0$  (see (1) with  $a=0$ ). The functional connections (8) are qualitatively shown in Fig. 1.

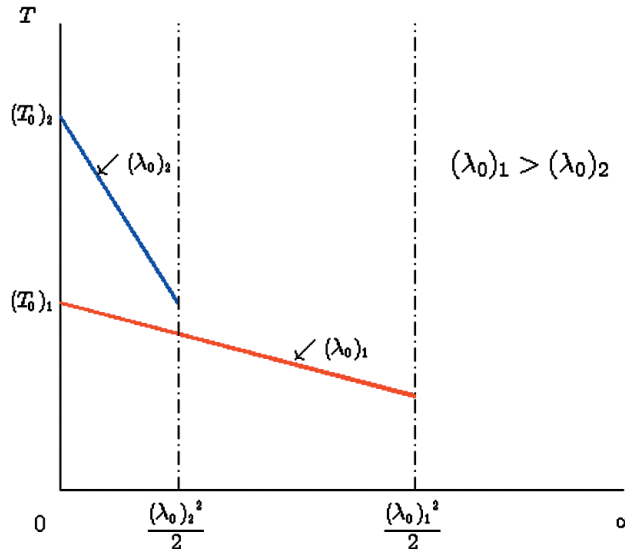


Fig. 1

Fig. 1 shows the reduction of the mean lifetime of a non-stationary objects depending on the ageing factor  $a$ .

A possible use of the obtained result shall be analyzed by the following example.

Let us assume that an ageing object, the failure rate of which is expressed by the functional connection (1), is considered as an object with the repair rate  $\mu_0$  (which is constant in this case). It is necessary to define how the probabilities of change of operable  $p_0(t)$  and non-operable  $p_1(t)$  object's states change with time, and to find its availability rate.

A methodological task seems to have easy solution: by the known rules [3] it is necessary to form a kind of differential Kolmogorov equations in reference to  $p_0(t)$  and  $p_1(t)$  (with consideration of (1)) and to solve them at the given initial conditions (for instance, with  $p_0(0)=1$ ;  $p_1(0)=0$ ). However, it turned out that if it is relatively simple to write the mentioned equations, it is not possible to find their general solutions. Thus, the assigned task can not be solved in analytical form.

Engineering approach in similar cases involves the search for an approximate solution of the task by means of certain simplified conditions. One of possible ways to realize such approach can be stationarization of the flow of a real non-stationary object, i.e. its replacement with a certain equivalent virtual object with constant rate  $\lambda_c = \text{const}$ , the value of which is selected based on additional considerations [5, 6]. Then the assigned task is reduced to the form of a stationary one, and its solution does not cause any essential difficulties. But the question of how to define  $\lambda_c$  becomes a question of high priority.

Supposing that  $\lambda_c$  is found based on the condition of equality of the lifetimes of a real ("linearly ageing") object ( $T$ ) and its equivalent virtual stationary one  $\left( T_c = \frac{1}{\lambda_c} \right)$ , i.e.

based on the correlation  $T_c = T$ . If we replace  $T$  in the left part of the formula (7) with  $1/\lambda_c$  and solve the equation for  $\lambda_c$ , we shall have:

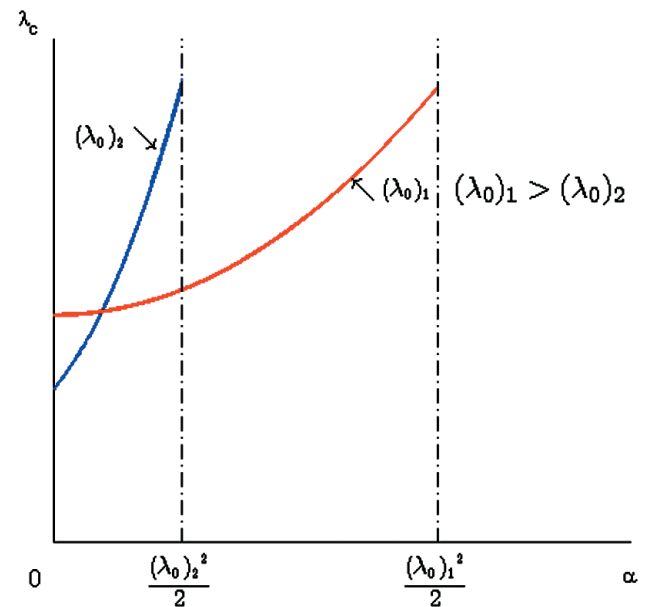


Fig. 2

$$\lambda_c = \lambda_0 \cdot \frac{\lambda_0^2}{\lambda_0^2 - \alpha}; \left( \alpha < \frac{\lambda_0^2}{2} \right) \quad (9)$$

where the application range of the formula (9) is derived from the condition  $\frac{\lambda_0^2}{2\alpha} > 1$ , accepted at the execution of the real research. The formula (9) shows how  $\lambda_c$  is related to the parameters of  $\lambda(t)$  characteristics of a real object. The graphs of this dependency with different values of  $\lambda_0$  are quantitatively shown in Fig. 2.

After determination of  $\lambda_c$  the  $p_0(t)$  value task is reduced to a stationary case; its solution result is known (see, for instance, [7]). If we substitute it with  $\lambda_c$  derived from the formula (9), we shall definitely have:

$$p_0(t) = \frac{\mu_0(\lambda_0^2 - \alpha)}{\lambda_0^3 + \mu_0(\lambda_0^2 - \alpha)} \cdot \left\{ 1 + \frac{\lambda_0^3}{\mu_0(\lambda_0^2 - \alpha)} \cdot \exp \left[ -\frac{\lambda_0^3 + \mu_0(\lambda_0^2 - \alpha)}{\lambda_0^2 - \alpha} \cdot t \right] \right\}, \quad (10)$$

$$p_1(t) = \frac{\lambda_0^3}{\lambda_0^3 + \mu_0(\lambda_0^2 - \alpha)} \cdot \left\{ 1 - \exp \left[ -\frac{\lambda_0^3 + \mu_0(\lambda_0^2 - \alpha)}{\lambda_0^2 - \alpha} \cdot t \right] \right\}. \quad (11)$$

We use (10) to find the final probability of the operable state  $p_0(\infty)$ , which does numerically coincide here with an object's availability factor  $k_T$ :

$$k_T = \lim_{t \rightarrow \infty} p_0(t) = \frac{\mu_0(\lambda_0^2 - \alpha)}{\lambda_0^3 + \mu_0(\lambda_0^2 - \alpha)}.$$

The dependency graphs  $k_T = k_T(a)$  for different values of  $\lambda_0$  are quantitatively shown in Fig.3.

As expected from physical views,  $k_T$  decreases with an ageing coefficient  $a$ .

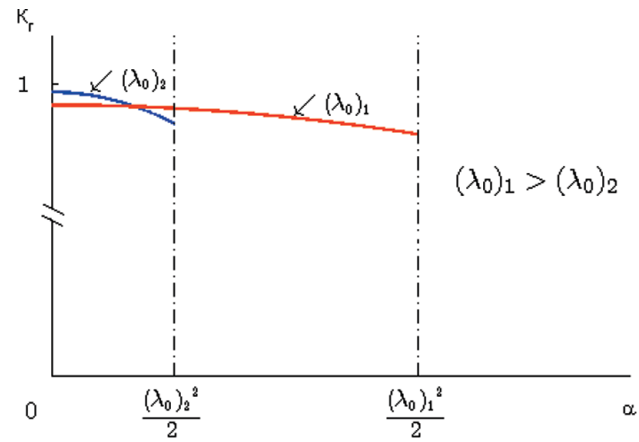


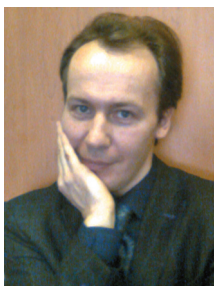
Fig. 3

Therefore, the efficiency of the proposed method for stationarization of the "linearly ageing" object's failure flow is shown by the example of one of possible practical tasks the solution of which is deduced in analytical form.

## References

1. Gnedenko B.V., Belyaev Y.K., Soloviyov A.D. Mathematical methods in reliability theory. – M.: Science, 1965.
2. Shubinsky I.B. Structural dependability of information systems. Analysis methods. – Ulianovsk: Proniting house "Pechatny Dvor", 2012.
3. Ventzel E.S. Probability theory. – M.: Science, 1969.
4. Yanke E., Emde F., Lesh F. Special functions. Formulas, graphs, tables. – M.: Science, 1977.
5. Ermolin Y.A. Stationarization of the seasonally changing failure flow (with reference to reliability problems) // "Applied Mathematical Modelling", Vol. 32, Issue 10, 2008.
6. Ermolin Y.A., Fomin A.F. Dependability of deteriorating automated systems // "World of transport", No. 1, 2012.
7. Alekseev M.I., Ermolin Y.A. Reliability of networks and facilities of water disposal systems. – M.: Publishing house ACB, 2015.





**Потапов И.В., Баева М.А.**

## ВОПРОСЫ ТЕРМИНОЛОГИИ НАДЕЖНОСТИ В ОБЛАСТИ ПРОГРАММ И ПРОГРАММНЫХ СРЕДСТВ

*В работе обсуждается задача выработки определения надежности программ. Эта задача рассматривается в контексте общей терминологической проблемы, появившейся в связи с необходимостью согласования терминологии, принятой в России, с используемой в международной практике. Перечислены несколько определений надежности программ, понимаемой как комплексное свойство. Рассмотрены некоторые свойства программ, которые могут характеризовать надежность. Предложена таблица применимости этих свойств для характеристики надежности различных видов программ.*

**Ключевые слова:** надежность программных систем.

### Введение

В настоящее время специалисты в области надежности стали уделять большое внимание вопросам терминологии. Это объясняется необходимостью обновления основного стандарта «Надежность в технике», определяющего терминологию в данной области, и необходимостью согласования основных используемых терминов с международными стандартами. О том, как проходит обсуждение этих вопросов, и о сопутствующих трудностях достаточно подробно рассказано в работах [1, 2].

Похожие трудности могут возникнуть у специалистов, изучающих вопросы надежности информационных систем (ИС). В особенности – их программной части. Здесь терминологические трудности подстерегают уже при использовании базовых понятий. Например, в стандартах ГОСТ 19781–90 «Обеспечение систем обработки информации программное. Термины и определения» и ГОСТ 28806–90 «Качество программных средств. Термины и определения», которые в принципе должны использоваться совместно и взаимно дополнять друг друга, по сути один и тот же термин называется по-разному: «Программное обеспечение» и «Программное средство». Любопытно, что в тексте ГОСТ 19781–90 по-английски этот термин не приводится, хотя в англоязычном названии стандарта применяется слово «software». Зато эти стандарты одинаково определяют термин «программа», что важно отметить, поскольку в данной работе речь пойдет именно о программах. Кроме того, отметим, что для данной работы подходит и термин «Программное средство», как он определен в ГОСТ 28806–90 (там же в приложении указано, что этот термин включает весь объем термина «Программное обеспечение»). Пожалуй, самым важным здесь является то, что программы и программные средства (ПС) могут пониматься читателями в широком смысле, включающем и другие, встречающиеся в литературе, термины: «программные системы», «программные комплексы» и т. п.

В стандартах, затрагивающих вопросы надежности программ и ПС, тоже существуют терминологические трудности. Укажем основные причины этого явления. Во-первых, существуют различные определения, касающиеся терминологии в области надежности ПС, в том числе переведенные, взятые из международных стандартов. Во-вторых,

при переводе этих определений и терминов возникают трудности учета имеющейся стандартизированной терминологии. В-третьих, действующий стандарт ГОСТ 27.002–89, определяющий основную терминологию в области надежности, ориентирован на технические устройства, а не на программы для них, т. е. не учитывает существенные отличия ПС. Данные причины терминологических трудностей дополняются стандартами, посвященными вопросам качества ПС, в которых тот же термин «надежность» рассматривается только как одно из свойств, обуславливающих качество. Далее в тексте работы об этом будет сказано более подробно. Добавим, что перечисленные трудности являются важной частью общей проблематики надежности ПС [3].

Из сказанного можно сделать вывод о необходимости тщательного всестороннего изучения вопросов терминологии в области надежности ПС, что вполне соответствует общей тенденции.

### Постановка задачи

На основе сказанного выше возникает задача изучения существующего разнообразия терминов с целью выбора наиболее подходящих из них. Более развернуто постановка задачи формулируется следующим образом. Необходимо рассмотреть несколько известных определений надежности ПС и для наиболее важных свойств, составляющих надежность ПС, качественно оценить возможность их практического применения для широкого спектра программ. Иными словами, предлагается анализ существующей терминологии и поиск определений, которые хотя бы частично можно было бы использовать в качестве операциональных, понятие о которых сформулировано в [2]. Это довольно трудоемкая задача, поэтому здесь будет представлена только часть всей работы.

Для решения поставленной задачи выберем встречающиеся в научной литературе и стандартах определения, раскрывающие комплексное свойство надежности ПС. Затем оценим применимость некоторых формулировок для различных видов программ, перечисленных в Общероссийском классификаторе продукции (ОКП). По результатам проведенного анализа попробуем сделать некоторые осторожные выводы о возможности практического применения рассматриваемых терминов.

Прежде, чем перейти непосредственно к выполнению сформулированного выше задания, необходимо разобраться в том, что из себя представляют ПС, рассматриваемые как объект применения традиционной методологии анализа надежности систем, предполагающей изучение надежности системы в целом в зависимости от надежности ее компонент. Надо понять, что является компонентом ПС. Это поможет выбрать правильное направление в решении поставленной задачи.

В литературе традиционно рассматривают программные системы или программные комплексы, состоящие из программных модулей, программ и подпрограмм. Если объектом изучения принять не комплекс, а отдельно взя-

тую программу, то она может рассматриваться, например, как объединение подпрограмм или других функционально полных блоков. Но программные модули и подпрограммы сами по себе тоже являются программами: вышеупомянутый стандарт ГОСТ 19781–90 начинает определения терминов «программный модуль» и «подпрограмма» словом «программа». Значит, рассмотрение этих компонентов не меняет взгляд на вопрос надежности ПС.

Предлагается рассматривать ПС как наборы реализуемых ими функций по управлению информационными системами. Тогда элементом программы будет отдельная функция, управляющая хранением, переработкой, выдачей информации и другой работой, осуществляемой ИС. При этом можно ранжировать функции по их важности, что может оказаться полезно для изучения целого ряда смежных вопросов (например, для оценки рисков). Рассмотрение отдельных программных функций или информационных услуг может дать преимущество в определении показателей надежности ИС и программ. Как будет показано далее, этот подход гармонирует с международными стандартами и обобщенной концепцией надежности в сфере компьютерных наук.

### Анализ терминологии

Рассмотрим несколько определений основных терминов, приводимых в различных источниках, и проанализируем их применимость к ПС.

Начнем с основного в данном вопросе стандарта ГОСТ 27.002–89 «Надежность в технике. Основные понятия. Термины и определения» [4]. Согласно этому стандарту, надежность определяется как «свойство объекта сохранять во времени в установленных пределах значения всех параметров, характеризующих способность выполнять требуемые функции в заданных режимах и условиях применения, технического обслуживания, хранения и транспортирования». Там же в [4] отмечено, что в зависимости от назначения объекта и условий его применения надежность может включать сочетания свойств безотказности, долговечности, ремонтпригодности и сохраняемости. Это важное примечание, которое пригодится в дальнейшем. Сразу отметим, что для широкого спектра ПС, по-видимому, не важны свойства сохраняемости и долговечности, как они определены в [4]. Возможно, понятие долговечности (вместе с понятием о предельном состоянии) может применяться для сложных программных систем реального времени. О самом определении надежности можно сказать, что оно «параметрическое», т. е. для его применения требуется перечислить параметры и установить пределы их изменения. Для программ это весьма трудоемкая задача, но в принципе выполнимая. Пожалуй, главным неудобством этого определения надежности является указание на необходимость «сохранять во времени», поскольку это свойственно, может быть, только программным системам реального времени [5]. В дальнейшем будут приведены еще несколько определений, в которых в том или ином виде говорится о временных

интервалах функционирования. Предположительно, это может быть связано с тем, что надежность технических систем часто понимают в первую очередь как *reliability*, а с этим словом связывают показатель «вероятность безотказной работы на некотором определенном интервале времени». Однако для программ этот показатель не всегда удобен в применении.

В стандарте ГОСТ 28195–89 «Оценка качества программных средств. Общие положения» [6] нет определенных терминов, но есть описание показателей качества, показатели надежности ПС, отражающие «способность ПС в конкретных областях применения выполнять заданные функции в соответствии с программными документами в условиях возникновения отклонений в среде функционирования, вызванных сбоями технических средств, ошибками во входных данных, ошибками обслуживания и другими дестабилизирующими воздействиями». Здесь не учитывается, что программные документы, как и сами программы, могут содержать ошибки. Кроме того, перечисленные отклонения относятся, пожалуй, не к самим ПС, а к внешней среде. Зато в стандарте ГОСТ 28806–90 «Качество программных средств. Термины и определения» [7], в соответствии с названием дано определение надежности ПС: «Совокупность свойств, характеризующая способность программного средства сохранять заданный уровень пригодности в заданных условиях в течение заданного интервала времени». Снова можно видеть указания на «заданные временные интервалы», смысл которых для функционирования ПС сомнителен. Об этом достаточно сказано в литературе по надежности ПС. Удивительно, но в этом же стандарте [7] сразу после определения надежности ПС дано примечание, в котором сказано, что «количество и характер отказов программного средства ... не зависят от времени». Уровень пригодности, о котором идет речь в данном определении надежности, в свою очередь, определяется как «степень удовлетворения потребностей, представленная посредством конкретного набора значений характеристик качества программного средства». Пожалуй, наиболее интересным здесь является слово «потребности». О чьих потребностях идет речь? Предположим, что о потребностях пользователей. Далее в приложениях приводятся подхарактеристики надежности ПС, к которым относятся завершенность, отказоустойчивость и восстанавливаемость ПС. Отказоустойчивость и восстанавливаемость определяются через возможность поддерживать или восстанавливать все тот же «уровень пригодности», а в определении завершенности появляется не определенное в тексте словосочетание «частота отказов». Одним словом, эти термины вызывают дополнительные вопросы.

В продолжение рассмотрим стандарт ГОСТ Р ИСО/МЭК 9126–93 «Информационная технология. Оценка программной продукции. Характеристики качества и руководства по их применению» [8]. Этот стандарт под надежностью понимает «набор атрибутов, относящихся к способности программного обеспечения сохранять свой уровень качества функционирования при установленных

условиях за установленный период времени». Здесь возникают все те же вопросы о «периоде времени», особенно с учетом примечания, в котором указано, что программы не «стареют». Зато в этом примечании есть указание с отсылкой к другому стандарту о том, что приведенное определение надежности расширено до «сохранения своего уровня качества функционирования» вместо «выполнения требуемой функции». Возможно, это важно для вопросов качества. В приложении к стандарту [8] предложены показатели надежности, во многом аналогичные вышеупомянутым показателям из стандарта [7]: восстанавливаемость, устойчивость к ошибке и стабильность.

Теперь посмотрим, как это понятие определяется в других международных стандартах. Начнем с IEEE Std 610.12–1990 – словаря терминов в области программирования [9], в котором надежность (*reliability*) определяется как «The ability of a system or component to perform its required functions under stated conditions for a specified period of time». Это можно понимать как «способность системы или элемента выполнять требуемые функции в заданных условиях в точно определенном интервале времени». В отличие от четкого русскоязычного определения по ГОСТ 27.002–89, в этом и ряде других терминов, переведенных с английского, имеется некоторая (возможно, только кажущаяся) двусмысленность в отношении того, к чему именно относятся «заданные условия»: то ли речь идет об условиях функционирования элемента или системы, то ли о параметрах выполняемых ими функций. Возможно, это связано с привычкой к параметрическому определению надежности.

Выше уже рассматривался международный стандарт [8] из области качества ПС. У этого стандарта есть и более поздняя редакция, состоящая из нескольких частей, которую рассмотрим далее. В [10] надежность в переводе на русский язык определяется как «способность ПС сохранять заданный уровень функционирования при эксплуатации в заданных условиях». Сразу видно, что в отличие от приведенного выше определения из [8], здесь нет упоминания о «периоде времени». Возможно, это словосочетание было добавлено при подготовке [8] для согласования с базовым понятием из ГОСТ 27.002–89 или IEEE Std 610.12–1990 (это только предположение).

Перечисленные определения надежности ПС – далеко не полный перечень возможных вариантов. В литературе можно встретить и другие формулировки. Среди них наибольшего внимания заслуживает определение, сформулированное на основе современного взгляда. Отметим определение, которое дано в работе [11]: «функциональная надежность – совокупность свойств, которые определяют способность программного обеспечения с приемлемым уровнем безошибочности правильно преобразовывать исходные данные в результаты при данных условиях, сохраняя выходные результаты в допустимых пределах». Там же в [11] перечислены и основные атрибуты функциональной надежности, среди которых выделены «безошибочность» и «правильность». Дополнительно отметим, что к атрибутам функциональной надежности программ

в [11] относится еще и «безотказность», определение которой отличается от «безошибочности». Смысл в том, что безотказность трактуется как способность программ не вызывать функциональные отказы информационной системы, а безошибочность – как способность программ «функционировать без ошибок». Это в принципе логично, поскольку можно полагать, что отказывает не программа, а система обработки информации, работой которой эта программа управляет.

Здесь снова возникает важный вопрос о том, надо ли рассматривать надежность программ как самостоятельных компонент информационных систем, в которых они исполняются. В работе, посвященной изложению базовых идей в области общей теории надежности [12], международный коллектив специалистов комплексно рассматривает надежность вычислительных систем. Они дают очень обобщенное определение надежности (*dependability*, а не *reliability*) как «способность системы предоставлять обслуживание, которому можно доверять» (в оригинале «... ability to deliver service that can justifiably be trusted»). В качестве альтернативного определения надежности дано правило, позволяющее выяснить, можно ли доверять предоставляемому обслуживанию, которое можно понять как «способность системы избегать отказов, которые слишком часты или слишком серьезны, и перебоев в работе, которые имеют длительность, большую, чем это приемлемо для пользователей» (в оригинале «the ability of a system to avoid failures that are more frequent or more severe, and outage durations that are longer, than is acceptable to the user(s)»). В принципе все это можно применять и при рассмотрении надежности ПС. Среди свойств общей надежности ИС, рассматриваемых в [12], можно выделить восстанавливаемость (*maintainability*) – способность к модифицированию и восстановлению работоспособности (*ability to undergo repairs and modifications*) и безотказность (*reliability*) – непрерывность правильного предоставления услуг («continuity of correct service»). Эти свойства уже рассматривались выше, но трактовались несколько иначе.

## Таблица свойств надежности ПС

Рассмотрим далее, какие свойства могут наиболее точно и полно описывать надежность ПС различного назначения. В строках табл. 1 приведены свойства, составляющие понятие надежности в соответствии с вышеперечисленными определениями. В столбцах – несколько программных средств и информационных продуктов вычислительной техники в соответствии с классификацией по ОКП. На пересечении строки и столбца ставится отметка о возможности включения данного свойства при изучении надежности рассматриваемого ПС: «+» – данное свойство удобно рассматривать как один из компонентов надежности соответствующего вида ПС, «-» – данное свойство не удобно рассматривать как один из компонентов надежности соответствующего вида ПС, «+/-» – для данного свойства затруднительно дать оценку его применимости к характеристике надежности рассматриваемого вида ПС.

Перечислим свойства и рассматриваемые виды ПС с расшифровкой кодов ОКП, приведенные в табл. 1.

Начнем с перечисления свойств. Рассматриваются *свойство безотказности* (в табл. 1 приведено с пометкой «Г») в трактовке ГОСТ 27.002–89 [4] и *свойства восстанавливаемости, устойчивости к ошибке и стабильности* в трактовке ГОСТ Р ИСО/МЭК 9126–93 [8]. Далее, воспользовавшись определениями из [11], *свойство безошибочности* – способность ПС функционировать без ошибок, *свойство безотказности* – способность ПС не вызывать функциональные отказы ИС, *свойство пригодности к восстановлению* – способность программы к устранению программной ошибки и к перезапуску для повторного выполнения и восстановления данных в случае функционального отказа, *свойство защищенности* – способность ПС предотвращать несанкционированный доступ к программам и данным, и *свойство контролируемости* – свойство, характеризующее полноту и эффективность обнаружения ошибок в промежуточных и выходных результатах. Дополнительно рассмотрим несколько свойств из работы [12], хотя они сформулированы довольно обобщенно и от-

Таблица 1

| Наименование свойства        | Программные средства |     |     |     |     |    |     |     |     |     |
|------------------------------|----------------------|-----|-----|-----|-----|----|-----|-----|-----|-----|
|                              | 1)                   | 2)  | 3)  | 4)  | 5)  | 6) | 7)  | 8)  | 9)  | 10) |
| Безотказность (Г)            | +                    | +   | +   | +   | +   | +  | +   | +   | +   | -   |
| Восстанавливаемость          | +                    | +   | +/- | +   | +   | +  | +   | +   | +   | +   |
| Устойчивость к ошибке        | +                    | +   | -   | +/- | -   | +  | +/- | +   | +   | -   |
| Стабильность                 | +                    | -   | -   | -   | +/- | +  | +/- | +/- | -   | -   |
| Безошибочность               | +                    | +   | +   | +   | +   | +  | +   | +   | +   | -   |
| Безотказность                | +                    | -   | -   | -   | +   | +  | +   | +/- | -   | -   |
| Пригодность к восстановлению | +                    | +   | -   | -   | +/- | +  | +   | +/- | +/- | -   |
| Восстанавливаемость (ALR)    | +                    | +   | -   | -   | +/- | +  | +   | +/- | +/- | -   |
| Безотказность (ALR)          | +                    | +/- | -   | +/- | +   | +  | +   | +   | -   | -   |
| Защищенность                 | +                    | +   | -   | -   | -   | +  | -   | +   | +   | +   |
| Контролируемость             | -                    | +   | +   | -   | -   | -  | -   | -   | +   | -   |
| Безопасность                 | +                    | +/- | -   | -   | +/- | +  | +   | +/- | +/- | -   |
| Конфиденциальность           | +                    | +   | -   | -   | -   | +  | -   | +   | +   | +   |



носятся скорее к ИС в целом, чем к программам: *свойство восстанавливаемости* (в табл. 1 приведено с пометкой «ALR») – способность к модифицированию и восстановлению работоспособности, *свойство безотказности* (в табл. 1 приведено с пометкой «ALR») – непрерывность правильного обслуживания, *свойство безопасности* – отсутствие катастрофических последствий для пользователей и внешних систем и *свойство конфиденциальности* – отсутствие несанкционированных раскрытий информации.

Далее перечислим рассматриваемые ПС вместе с указанием кодов ОКП:

- 1) 50 1000 8 Системные программные средства;
- 2) 50 2000 0 Программные средства общего назначения;
- 3) 50 3000 3 Прикладные программные средства для научных исследований;
- 4) 50 4000 6 Прикладные программные средства для проектирования;
- 5) 50 5100 2 Программные средства для локальных микропроцессорных систем контроля, регулирования и управления технологическими процессами;
- 6) 50 5200 6 Программные средства для автоматизированных систем управления технологическими процессами (АСУ ТП); 50 5300 3 Программные средства для управления гибкими производственными системами (ГПС);
- 7) 50 5400 3 Программные средства для систем управления движущимися объектами;
- 8) 50 5500 0 Программные средства для автоматизированных рабочих мест;
- 9) 50 6000 1 Прикладные программные средства для решения организационно-экономических задач;
- 10) 50 8000 7 Программно – информационные продукты.

## Выводы и задачи на будущее

Анализируя табл. 1, можно сделать вывод о том, что надежность ПС включает несколько комбинаций рассмотренных свойств, определяемых видами программ. Если же рассматривать весь набор ПС, то универсальными свойствами, наиболее объемно описывающими надежность, являются безошибочность и безотказность (это свойство может рассматриваться и в формулировке [12], и в понимании [4], если возможно сформулировать все требования и задать все параметры, как и предполагает этот стандарт). Дополнительно отметим важное для практики свойство восстанавливаемости. Это свойство особенно необходимо для ПС, предназначенных для решения задач управления. Из табл. 1 видно, что свойства пригодности к восстановлению и восстанавливаемости схожи по применимости, хотя и сформулированы по-разному.

Рассмотрение табл. 1 по столбцам позволяет сделать вывод о том, что ПС системного назначения, АСУ ТП и управления ГПС могут быть охарактеризованы всеми перечисленными атрибутами надежности. Это объясняется их сложностью и важностью для работы ИС и внешних систем.

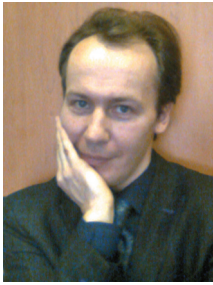
Главная задача данной работы – найти подходящее множество свойств (или атрибутов) ПС, позволяющих определять, что понимается под надежностью программных компонентов ИС. Для этого были рассмотрены различные определения надежности и свойства, включаемые в формулировки определений этого термина. Была рассмотрена возможность применения того или иного атрибута при описании надежности различных ПС. Важно отметить, что при этом не были рассмотрены показатели, необходимые для количественного выражения данных свойств. Это задача для будущих работ. Она видится в контексте изучения надежности программной системы через надежность ее элементов – отдельных функций по приему, переработке, хранению и выдаче информации. Иными словами, основное внимание должно быть сосредоточено на способности ПС выполнять функции, для которых оно было разработано, поскольку способность программы выполнять требуемые функции определяет способность к функционированию системы в целом.

В качестве задач по обработке и дальнейшему построению представленной в данной работе таблицы соответствия надежности свойств различным ПС (табл. 1) можно предложить более детальное рассмотрение классификации, выявление универсальности атрибутов и др.

## Литература

1. Нетес В.А., Тарасьев Ю.И., Шпер В.Л. Актуальные вопросы стандартизации терминологии в области надежности // Надежность. 2014. № 2 (49). С. 116–119.
2. Нетес В.А., Тарасьев Ю.И., Шпер В.Л. Как нам определить что такое «надежность» // Надежность. 2014. № 4 (51). С. 3–14.
3. Потапов И.В. Проблематика в области надежности программных систем // Надежность. 2015. № 1 (52). С. 53–57.
4. ГОСТ 27.002–89. Надежность в технике. Основные понятия. Термины и определения.
5. Липаев В.В. Надежность программных средств. М.: СИНТЕГ, 1998. 232 с.
6. ГОСТ 28195–89. Оценка качества программных средств. Общие положения.
7. ГОСТ 28806–90. Качество программных средств. Термины и определения.
8. ГОСТ Р ИСО/МЭК 9126–93. Информационная технология. Оценка программной продукции. Характеристики качества и руководства по их применению.
9. IEEE Std 610.12–1990. IEEE Standard Glossary of Software Engineering Terminology.
10. ISO/IEC FDIS 9126–1:2000. Information technology – Software product quality – Part 1: Quality model.
11. Шубинский И.Б. Функциональная надежность информационных систем. Методы анализа. М.: ООО «Журнал «Надежность», 2012. 296 с.
12. Avizienis A., Laprie J.-C., Randell B. Fundamental concepts of dependability. LAAS-CNRS, Technical Report N01145, Apr. 2001. P.21.





**Potapov I.V., Baeva M.A.**

## **TERMINOLOGY ISSUES RELATED TO RELIABILITY OF PROGRAMS AND SOFTWARE**

*This article deals with the elaboration of definition of software reliability. This task is considered within the context of a generic terminological problem arisen due to the necessity to coordinate the Russian terminology with the definitions used in international practice. The paper represents a list of definitions of software dependability assumed to be a complex property. Several software properties specifying reliability are considered. The article also contains the table of applicability of these properties to describe the reliability of various types of software programs.*

**Keywords:** *reliability of software.*

### **Introduction**

Today the reliability experts are paying more attention to the issues of terminology. This is due to the necessity to revise the main standard “Dependability in equipment” which defines the terminology in this field, and to the necessity to coordinate the major applicable terms with the international standards. The detailed information about the ways how these issues are discussed as well as about associated difficulties is provided the papers [1, 2].

Similar difficulties can be faced by the specialists exploring the issues of reliability of information systems (IS). In particular, this applies to IS software. Here the terminological difficulties occur already at the use of basic concepts. For instance, in the standards GOST 19781-90 “Software of data processing systems. Terms and definitions” and GOST 28806-90 “Software quality. Terms and definitions,” which actually should be used jointly on the mutually complementary basis, in fact one and the same term is called in different ways: “Software” and “Software tool”. Curiously, GOST 19781–90 standard does not contain this term in English, although in the English title of the standard the term “software” is applied. On the other hand, the term “software program” has the same definitions in these standards, and that is important because it is software programs that we shall speak about in this article. Moreover, let us underline that this paper can also use the term “Software tool” in the definition according to GOST 28806–90 (the annex to the standard stipulates that this term includes the scope of the term “Software”). It seems that the most important thing here is the fact that software programs and software tools (ST) can be understood by the readers in the general meaning including other terms used in references: “software systems”, “software complexes”, etc.

The standards related to dependability of software programs and software tools are also interpreted with terminological difficulties. Let us point out the main reasons. Firstly, there are different definitions related to the terminology of ST dependability, including the translated ones, taken from international standards. Secondly, when these definitions and terms are translated, the existing standardized terminology also should be taken into account and it may cause difficulties. Thirdly, the existing effective standard GOST 27.002–89 that defines the most amount of terminology in the field of dependability is oriented towards technical

facilities, but not towards programs for these facilities, i.e. the substantial differences of ST are not covered in this standard. These reasons for terminological difficulties are supplemented by the standards dedicated to ST quality. Such standards consider the term “reliability” only as one of properties specifying quality. There will be more detailed information about it further in the text. It should be added that the above mentioned difficulties are essential within the whole topic of ST dependability [3].

Along with the above we can conclude about the necessity of in-depth study of terminology issues related to ST dependability that is quite consistent with a general tendency.

## Problem description

Based on the abovementioned, there appears the necessity to study the existing variety of terms in order to choose the most appropriate ones. The problem could be described in more detail: it is necessary to consider several known definitions of ST dependability and, for the most important properties within the ST dependability, to perform qualitative assessment of the possibility of their practical application for a wide variety of software programs. In other words, it is proposed to perform the analysis of current terminology searching for definitions which at least partially could be used as the operational ones, whose concept is worded in [2]. It is quite a complicated task, and that is why this article covers only part of the whole work.

To solve this problem, let us select the definitions used in scientific literature and in standards, which reveal the complex ST dependability property. Then let us check the applicability of certain wordings for different types of software programs, listed in All-Russian Classification of Products (OKP). According to the results of analysis we shall try to draw some conservative conclusions about the possibility of practical application of terms under consideration.

Before we proceed with the performance of the above-indicated task, we should make out what is ST considered as the object of application of a traditional dependability methodology, which stipulates that it is necessary to study the dependability of a system as a whole depending on the reliability of its components. We should understand what a ST component is. It will help to take the proper direction to solve the problem.

The respective literature traditionally covers software systems, or software complexes, consisting of software modules, software programs and sub-programs. If to take a particular software program as an object of study, it may be considered, for instance, as a combination of sub-programs or other functionally complete units. But software modules and sub-programs are the software programs themselves: the above mentioned GOST 19781–90 standard puts an expression “software program” in the beginning of the definition of “software module” and “sub-program”. Therefore, the study of these components does not change the view on the ST dependability issue.

It is proposed to consider ST as a set of functions they realize to control information systems. Then the element of the program shall be a separate function which controls the storage, processing, delivery of information and other work performed by IS. In addition, it is possible to rank the functions by their importance which may be useful for the study of a number of related issues (for example, for risk assessment). Consideration of separate software functions or information services may offer an advantage of definition of reliability indices of IS and software programs. It will be shown later that this approach is consistent with international standards and generalized concept of dependability in the sphere of computer sciences.

## Terminology analysis

Let us consider several definitions of the main terms taken from different sources, to analyze their applicability for ST.

We shall start with the basic standard GOST 27.002–89 “Dependability in equipment. General principles. Terms and definitions” [4]. In accordance with this standard, dependability is defined as “the property of an object to maintain within the specified time the values of all parameters specific to the ability to perform the required functions under set modes and conditions of operation, maintenance, storage and transportation”. This standard [4] also points out that depending on the object’s purpose and application conditions, the dependability may include combinations of reliability, durability, maintainability and storability. It is an important note which will further come useful. We need to note here that the properties storability and durability as they are defined in [4] are apparently not essential for a wide range of ST. Perhaps, the notion of durability (together with the notion of a limiting state) can be applied for complicated software systems of real time. The definition of dependability itself could be called as “parametric”, i.e. it is necessary to specify the parameters and their variation limits for the application of this definition. It is a quite difficult task for software programs, though it is still possible to solve. It seems that the main inconvenience of this dependability definition is statement of necessity “to maintain within the specified time”, as it is probably related to the real time software systems only [5]. Hereafter we shall give some more definitions with the mentioned time intervals of functioning. Presumably it is connected with the fact that dependability of technical systems is often understood as reliability, but this word is related to a “probability of failure-free operation on a certain time interval”. However, this measure is not always applicable for software programs.

The standard GOST 28195–89. “Quality control of software systems. General principles” [6] does not contain any definitions of terms, but there is a description of quality measures, ST dependability measures, reflecting the “ability of ST in certain application fields to carry out the specified functions in accordance with software documentation under conditions of deviations in the operational environment

caused by hardware, input data errors, service errors and other destabilizing effects". Here there is no consideration of the fact that software documents, as well as the software programs themselves, may contain errors. Moreover, the above listed deviations refer not to ST, but to the environment. However, the standard GOST 28806–90 "Software quality. Terms and definitions" [7] gives the definition of ST reliability in accordance with the title: "Set of properties representative of the ability of a software tool to maintain the specified level of performance availability in the required conditions during a specified time interval". Again we can see the statements about "specified time intervals", the meaning of which is rather doubtful for ST functioning. There is enough information about it in the ST reliability literature. It is interesting that this standard [7] provides a note right after the ST dependability definition, stipulating that "the number and mode of software tool failures ... do not depend on time". And the level of performance availability we are speaking about in this definition of dependability is defined as a "degree of needs satisfaction represented by a certain number of values of software tool quality characteristics". I think the word "needs" is the most interesting here. Which needs are we speaking about? Let us assume these are the users' needs. Further, the attachments contain the information about sub-characteristics of ST reliability, which include completeness, fail safety and recoverability of ST. Fail safety and recoverability are defined through the possibility to maintain or recover the same "level of performance availability", and the definition of completeness contains a word expression "failure rate" which is not defined in the text. In short, these terms cause new questions.

We will follow up on the above with the consideration of the standard GOST R ISO/IEC 9126–93 "Information technology. Software product evaluation. Quality characteristics and guidelines for their use" [8]. This standard defines dependability as "a set of attributes related to the ability of software to keep the quality level of functioning under the specified conditions during a specified time period". Here again the questions of a "time period" occur especially with consideration of a note indicating that software programs are not exposed to "ageing". On the other hand, this note has a reference to another standard, which points that the given definition of dependability has been extended to the maintaining of "its quality level of functioning" instead of the "performance of a required function". Probably, it is essential for quality matters. An attachment to the standard [8] offers the reliability measures which are to a large extent comparable to the above mentioned measures from the standard [7]: recoverability, fault tolerance and stability.

Now let us check the definition of this term in other international standards. Let us start with IEEE Std 610.12–1990 "Glossary of Software Engineering Terminology" [9], which defines reliability as "the ability of a system or component to perform its required functions under stated conditions for a specified period of time". It could be understood as the "ability of a system or component to perform its required functions under stated conditions for an exactly

specified time interval". Unlike a clear Russian definition of GOST 27.002–89, this term, as well as a number of other terms translated from English, has some kind of ambiguity (maybe it is just seeming) as to what the "stated conditions" do refer: either they mean the conditions of functioning of a component/a system, or they concern the parameters of the functions performed. Maybe, it is connected with the custom of defining reliability in a parametric way.

We have already considered the international standard related to ST quality above [8]. This standard has a later revision, consisting of several parts which shall be observed further in this paper. The standard [10] defines the reliability (when translated into Russian) as "the ST ability to maintain a specified level of performance under specified conditions". It is obvious that unlike the above mentioned definition from [8], there are no words about a "time period" here. Probably, this wording was added at the preparation of this document [8] to ensure coordination with a basic concept from GOST 27.002–89 or IEEE Std 610.12–1990 (it is just a supposition).

The listed definitions of ST dependability are by far not the complete list of possible variants. You can see other wordings in different materials. The most attention should be given to the definition drawn on the basis of a modern view. Let us point the definition given in paper [11]: "functional reliability is a set of properties determining the ability of software with an acceptable level of faultlessness, to perform a correct transformation of input data into the output results under the given conditions, keeping the output results within acceptable limits". The paper [11] also contains the list of major attributes of functional reliability, with "faultlessness" and "correctness" among them. It should be noted additionally that the attributes of functional reliability of software programs [11] also include the definition of "failure-free performance", which differs from the definition of "faultlessness". The point is that failure-free performance is interpreted as the ability of software programs not to cause functional failures of information systems, and the faultlessness as the ability of software programs "to function without faults". Basically, it is logical, as we can presume that it is not a software program that fails, but the information processing system controlled by this software program.

Here an important question arises again – whether it is necessary to consider the reliability of software programs as separate independent components of information systems, they are executed in. In the technical report dedicated to fundamental concepts of dependability [12], a group of international specialists performs a complex evaluation of dependability of computer-based systems. They use the term *dependability*, which is more generalized than the term *reliability*, and define it as the "ability to deliver service that can justifiably be trusted". For an alternative definition of dependability they give the rule allowing to check on whether it is possible to trust the provided maintenance, which could be understood as the "the ability of a system to avoid failures that are more frequent or more severe, and outage durations that are longer, than is acceptable to the

user(s)". In principle, this all can be used when considering the ST reliability. Among the properties of IS dependability, described in [12], we can distinguish maintainability – ability to undergo repairs and modifications and reliability – continuity of correct service. These properties have already been observed earlier, but they were rendered a bit differently.

## Table of software system reliability properties

Let us now check which properties can describe the reliability of ST of different applications. Table 1 lists the properties attributable to the concept of reliability in accordance with the abovementioned definitions. The columns represent several software tools and information products of computer engineering as per the OKP classification. At the point of a line-column crossing a note is put indicating the possibility of inclusion of this property under the study of reliability of the ST concerned: «+» – this property is convenient to consider as one of the reliability components of the respective ST type, «-» – this property is not convenient to consider as one of the reliability components of the respective ST type, «+/-» – it is difficult to assess this property for its applicability to the characteristic of reliability of the respective ST type.

Table 1

| Property                  | Software tools |     |     |     |     |    |     |     |     |     |
|---------------------------|----------------|-----|-----|-----|-----|----|-----|-----|-----|-----|
|                           | 1)             | 2)  | 3)  | 4)  | 5)  | 6) | 7)  | 8)  | 9)  | 10) |
| Reliability (G)           | +              | +   | +   | +   | +   | +  | +   | +   | +   | -   |
| Maintainability           | +              | +   | +/- | +   | +   | +  | +   | +   | +   | +   |
| Fault tolerance           | +              | +   | -   | +/- | -   | +  | +/- | +   | +   | -   |
| Stability                 | +              | -   | -   | -   | +/- | +  | +/- | +/- | -   | -   |
| Faultlessness             | +              | +   | +   | +   | +   | +  | +   | +   | +   | -   |
| Reliability               | +              | -   | -   | -   | +   | +  | +   | +/- | -   | -   |
| Availability for recovery | +              | +   | -   | -   | +/- | +  | +   | +/- | +/- | -   |
| Maintainability (ALR)     | +              | +   | -   | -   | +/- | +  | +   | +/- | +/- | -   |
| Reliability (ALR)         | +              | +/- | -   | +/- | +   | +  | +   | +   | -   | -   |
| Security                  | +              | +   | -   | -   | -   | +  | -   | +   | +   | +   |
| Testability               | -              | +   | +   | -   | -   | -  | -   | -   | +   | -   |
| Safety                    | +              | +/- | -   | -   | +/- | +  | +   | +/- | +/- | -   |
| Confidentiality           | +              | +   | -   | -   | -   | +  | -   | +   | +   | +   |

Let us list the properties and the considered ST types of Table 1 with the determination of OKP codes.

We shall start with the properties list. *The property of reliability* (marked with "G" in Table 1) by GOST 27.002–89 [4] and *properties of maintainability, fault tolerance and stability* by GOST R ISO/IEC 9126–93 [8] are specified. Further, using the definitions from [11], *the property of faultlessness* – the ability of ST to perform without errors, *the property of reliability* – the ability of ST not to cause IS functional failures, *availability for recovery* – the ability of a software program to eliminate a software fault and to reset for a new

execution and recovery of data in case of a functional failure, *the property of security* – the ability of ST to prevent from an unauthorized access to software programs and data and *the property of testability* – the property specifying the completeness and efficiency of the detection of errors in intermediate and output results. In addition, let us consider several properties taken from paper [12], although they are defined in a generalized sense and refer more to IS rather than to software programs: *the property of maintainability* (marked with "ALR" in Table 1) – the ability to modify and restore the operability, *the property of reliability* (marked with "ALR" in Table 1) – the continuity of correct operation, *the property of safety* – absence of disastrous effects for users and external systems and *the property of confidentiality* – absence of unauthorized disclosure.

Let us further enumerate the considered ST properties with the indication of OKP codes:

1. 50 1000 8 System software;
2. 50 2000 0 Software of general use;
3. 50 3000 3 Application software for research and development;
4. 50 4000 6 Application software for design;
5. 50 5100 2 Software for local microprocessor systems of process regulating and control;
6. 50 5200 6 Software for automated process control systems (APCS); 50 5300 3 Software for control of flexible computerized manufacturing systems (FMS);
7. 50 5400 3 Software for control of moving objects;
8. 50 5500 0 Software for automated workstations;
9. 50 6000 1 Application software to solve organizational and economic tasks;
10. 50 8000 7 Software and information products.

## Conclusions and tasks for the future

By analyzing Table 1, we can conclude that the ST dependability includes several combinations of the considered properties, specified by the types of software programs. If to consider the whole set of ST, then, the universal properties which describe the dependability to the fullest extent, are the faultlessness and failure-free performance (this property can be considered in the wording of [12], and in the definition of [4], if it is possible to define all the requirements and to set all the parameters as this standard does stipulate). Additionally we shall underline the property of maintainability important for practice. This property is particularly necessary for ST intended to solve the control tasks. Table 1 shows that the properties of availability to recovery and maintainability are similar in applicability, though the wordings are different.

The consideration of Table 1 in columns let us conclude that ST of system purpose, APCS and FMS control can be characterized by all the above listed dependability attributes. It is explained by their complexity and importance for the IS and external systems operation.

The main task of this paper is to find an appropriate range of ST properties (or attributes), which can help to determine what is understood by the reliability of IS soft-



ware components. For this purpose different definitions of reliability have been considered, as well as the properties included into the definitions of this term. We have checked the possibility to apply this or that attribute under the description of reliability of different ST. It should be noted that we have not considered the measures required for the quantification of these properties. This is the task of future works. It is seen in the context of study of the system software reliability through the reliability of its elements which are separate functions for reception, handling, storage and output of information. In other words, the most attention should be focused on the ability of ST to perform functions it was developed for, as the ability of a software program to perform the required functions determines the system capability in general.

As the tasks for the processing and further construction of the table provided in this paper to show the correspondence of the reliability properties to different STs (Table 1), a more detailed consideration of classification and flexibility of attributes could be proposed.

## References

1. **Netes V.A., Tarasiev Y.I., Shper V.L.** Topical issues of standardization of terminology in the field of reliability // *Dependability*. 2014. No. 2 (49). P. 116–119.
2. **Netes V.A., Tarasiev Y.I., Shper V.L.** How to define what is “reliability” // *Dependability*. 2014. No. 4 (51). P. 3–14.
3. **Potapov I.V.** Terms of reference of software reliability // *Dependability*. 2015. No. 1 (52). C. 53–57.
4. GOST 27.002–89. Industrial product dependability. General principles. Terms and definitions.
5. **Lipaev V.V.** Software reliability. M.: SINTEG, 1998. 232 p.
6. GOST 28195–89. Quality control of software systems. General principles.
7. GOST 28806–90. Software quality. Terms and definitions.
8. GOST R ISO/IEC 9126–93. Information technology. Software product evaluation. Quality characteristics and guidelines for their use.
9. IEEE Std 610.12–1990. IEEE Standard Glossary of Software Engineering Terminology.
10. ISO/IEC FDIS 9126–1:2000. Information technology – Software product quality – Part 1: Quality model.
11. **Shubinsky I.B.** Functional reliability of information systems. Methods of analysis. M.: LLC Journal “Dependability”, 2012. 296 p.
12. **Avizienis A., Laprie J.-C., Randell B.** Fundamental concepts of dependability. LAAS-CNRS, Technical Report N01145, Apr. 2001. P.21.





**Алпеев А.С.**

## НАДЕЖНОСТЬ ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ УПРАВЛЯЮЩИХ СИСТЕМ И БЕЗОПАСНОСТЬ АТОМНЫХ СТАНЦИЙ

*В статье рассмотрены аспекты применимости программируемых управляющих систем на атомных станциях. Отмечены преимущества и недостатки этих систем. Основными недостатками этих систем названы: невозможность обоснования показателей надежности реализуемых функций управления и подверженность возможным кибератакам. Предложен метод выбора средств автоматизации для реализации управляющих систем на программируемых и не программируемых средствах автоматизации на основе проведения функционального анализа управляющих систем атомной станции.*

**Ключевые слова:** безопасность, управляющая система, атомная станция, надежность, безотказность, средства автоматизации, программное обеспечение, анализ, функция, функциональная группа, показатель.

Проблема обоснования надежности программного обеспечения (ПО) с момента его применения в практической деятельности человека занимает одно из важных мест, поскольку использование ПО для достижения требуемых результатов стало необходимым при решении разнообразных сложных задач практически во всех областях науки и народного хозяйства. Особую важность приобретает доказательство характеристик надежности ПО при создании управляющих систем для ядерноопасных объектов, таких, например, как атомные станции (АС). Дело в том, что безаварийное функционирование атомной станции должно обеспечиваться в течение длительного времени, порядка 40 – 60 лет. Такая длительная безаварийная работа требует реализации управляющих систем с показателями надежности, реализация и демонстрация которых в настоящее время практически не достижима.

Поэтому исследованиями в данной области занимаются в разных странах различного рода коллективы уже не менее четырех – пяти десятилетий и пока необходимого результата не достигнуто. Конечно, решение этой проблемы насущно и необходимо, но задача по применению программируемых средств автоматизации должна решаться здесь и сейчас с теми исходными данными, которые доступны в настоящее время.

Как уже отмечалось, к надежности ПО, используемого в управляющих системах АС, для осуществления управления в режимах эксплуатации и при авариях предъявляются достаточно высокие требования, которые при современном состоянии программируемых средств автоматизации и системотехники не обеспечивают доказательства необходимой наработки на отказ реализуемых функций порядка  $10^6$  час. Такое состояние с разработкой управляющих систем является неудовлетворительным и требует принятия мер, которые гарантировали бы надлежащую надежность функционирования АС. Кроме того, появившаяся в настоящее время информация об успешных кибератаках на оборудование с управляющими программируемыми системами, связанными с ядерными установками

[1], значительно повысила интерес к решению проблем надежности управляющих систем в области ядерной энергетики.

Для начала рассуждений на предложенную тему рассмотрим современное состояние дел с имеющейся информацией по средствам и системам автоматизации. При этом следует учитывать, что «Количественная оценка безотказности цифровых программируемых систем из-за ряда недостатков более трудна, чем для непрограммируемых систем», как указывается в [2] п. 2.9. Это может вызывать определенные трудности в демонстрации ожидаемой безопасности системы, выполненной на основе компьютерной техники. В настоящее время требования высокой программной безотказности не доказуемы. Следовательно, проекты, базирующиеся на единственной системе, выполненной на основе компьютерной техники и достигающей вероятности отказа на требование более низкой, чем 10<sup>-4</sup> для программного обеспечения, должны реализовываться с предосторожностью». Далее в [2], п. 2.13, также указывается, что «Количественное определение программной безотказности остается нерешенной проблемой. Испытание программного обеспечения имеет некоторые ограничения и поэтому количественное определение программной безотказности для компьютерных систем может быть трудно или невозможно продемонстрировать».

Для последующих рассуждений предлагается все средства автоматизации разделить на две группы: 1 – программируемые средства автоматизации и 2 – не программируемые средства автоматизации. Управляющие системы могут быть реализованы как на средствах автоматизации первой группы, так и второй группы и такой опыт в мировой практике создания этих систем уже накоплен. Рассмотрим далее достоинства и недостатки управляющих систем реализованных на средствах автоматизации указанных ранее групп.

Сразу отметим, что в последнее время наблюдается расширяющееся применение управляющих систем, базирующихся на программируемых средствах автоматизации.

В частности, это связано с тем, что в этих системах достигается:

- улучшенный контроль параметров атомной станции, в том числе параметров, важных для безопасности;
- улучшенный интерфейс оператор-объект;
- обеспечение оперативных испытаний;
- самоконтроль средств автоматизации и функциональных групп;
- улучшенная диагностика;
- повышенная точность измерения;
- повышенная устойчивость функционирования;
- уменьшенная потребность в кабельных соединениях за счет применения мультиплексных структур (общих информационных шин);
- улучшенная модифицируемость управляющих систем под развивающиеся задачи эксплуатации.

Указанные преимущества программируемых управляющих систем не исключают имеющихся недостатков таких систем. Например, таких как:

- разработка и создание ПО представляет собой более высокоинтеллектуальный процесс, чем создание аналоговых средств, и поэтому имеет большую вероятность возникновения ошибок, выявление которых представляет собой достаточно сложную задачу;

- трудность демонстрации характеристики безотказности;

- реализация ПО, как правило, представляет собой дискретные логические модели реального мира, что имеет два типа последствий:

- программное обеспечение более чувствительно (т.е. менее терпимо) к «маленьким ошибкам»;

- методы интерполяции и экстраполяции полностью не пригодны, поскольку приводят к недостоверным результатам.

Таким образом, первая группа средств автоматизации позволяет создавать управляющие системы с повышенными показателями качества работы, однако эти системы не имеют достаточного обоснования по надежности выполнения требуемых функций и могут быть подвержены кибератакам. [1].

Вторая группа средств автоматизации имеет больший опыт промышленного применения, однако уступает первой группе по качеству реализации требуемых функций, более сложна в изготовлении, наладке и сервисном обслуживании. Но для управляющих систем, выполненных на средствах автоматизации 2-й группы достаточно хорошо обосновываются показатели надежности и они, как показывает опыт многолетней эксплуатации, не подвержены воздействию кибератак. При таком рассмотрении управляющих систем, реализованных на тех или иных средствах автоматизации, хорошо видны их преимущества и недостатки.

При этом, на мой взгляд, напрашивается рассмотрение возможного симбиоза систем на средствах автоматизации из двух названных ранее групп средств автоматизации с тем, чтобы использовать их положительные качества в полной мере и избежать проявления негативных моментов их применения.

Для этой цели необходимо проанализировать функциональные группы всех управляющих систем АС, чтобы выделить функциональные группы, для которых качество реализации представляется достаточно сложным и трудоемким, и функциональные группы, отказ которых приводит к аварии. В соответствии с [3] «Функциональная группа – принятая в проекте часть управляющей системы, представляющая собой совокупность средств автоматизации, выполняющих заданную функцию». В [3] п. 3.17, указывается, что в проектной документации управляющих систем важных для безопасности должны быть определены функциональные группы и их классификация по категориям безопасности. Проведение требуемого анализа необходимо учитывать не только классификацию функциональных групп по безопасно-

сти, но и целый ряд аспектов, важных для реализации управляющих систем.

Например, функциональные группы, реализующие защиты по одному параметру, как правило, представляют собой достаточно простую структуру: измеритель параметра защиты, сравнивающее устройство с величиной заданного параметра защиты, устройство, формирующее исполнительный сигнал в случае превышения измеренным параметром величины заданного параметра и исполнительное устройство. Алгоритм работы такой системы защиты достаточно прост и со временем не меняется. Режим работы стационарен и обычно хорошо диагностируем. Отказ системы защиты может приводить к значительным убыткам, т.е. достижение успешной кибератаки должно быть невозможно. Для таких функциональных групп, на мой взгляд, целесообразна ее реализация на средствах автоматизации, обозначенной ранее как группа – 2.

В случаях, когда функциональная группа реализует достаточно сложную функцию, например выравнивание поля энерговыделения активной зоны ядерного реактора, которая имеет достаточно сложный алгоритм реализации и зависит от множества постоянно меняющихся технологических параметров, то реализацию такой функциональной группы, на мой взгляд, следует выполнять на средствах автоматизации группы – 1. Эта группа обеспечит более высокое качество реализации требуемой задачи в автоматическом режиме, чем при автоматизированном управлении.

Применение для автоматизации средств первой группы целесообразно в случаях, когда требуется управление, связанное с координацией большой группы параметров и, в зависимости от меняющихся во времени технологических параметров, связанных, например, с выгоранием топлива или отказами технологического оборудования, при которых необходимо поддерживать непрерывность технологического процесса, оперативным вводом в работу резервного оборудования.

Таким образом, результаты функционального анализа управляющих систем АС являются основой для выбора средств автоматизации для создания соответствующих управляющих систем.

Следует отметить, что системы диагностики, особенно управляющих систем, важных для безопасности, по которым формируются сигналы аварийной защиты, также должны формироваться на основе не программируемых средств автоматизации, чтобы не подвергаться воздействию кибератак и иметь расчетное обоснование надежности.

Как указывается в [4], п. 4.1.12, «Отчет по обоснованию безопасности АС должен содержать данные о показателях надежности систем нормальной эксплуатации, важных для безопасности, и их элементов, отнесенных к классам безопасности 1 и 2, а также систем и элементов безопасности. Анализ надежности должен проводиться с учетом отказов по общей причине и ошибок персонала».

Таким образом, все функциональные группы управляющих систем классов безопасности 1 и 2 будут иметь обоснованные расчетом показатели надежности, поскольку будут выполнены на средствах автоматизации группы 2. Функциональные группы класса 3, выполненные на программируемых средствах автоматизации, будут достигать наработки на отказ до 104 час, что в настоящее время является допустимым значением.

Автор выражает надежду на то, что предложенный метод выбора средств автоматизации и соответствующее построение управляющих систем для атомных станций будут обеспечены более аргументированными показателями надежности функционирования.

## Литература

1. Армейский вестник от 04.09.2012г. «Мировые кибервойны».
2. Программное обеспечение систем важных для безопасности, выполненных на основе компьютерной техники для атомных энергетических станций. NS-G-1.1. МАГАТЭ 2000.
3. Требования к управляющим системам, важным для безопасности атомных станций. НП-026-04.
4. Общие положения обеспечения безопасности атомных станций. НП-001-97.



**Alpeev A.S.**

## **DEPENDABILITY OF CONTROL SYSTEMS SOFTWARE AND SAFETY OF NUCLEAR POWER PLANTS**

*The paper considers the aspects of applicability of programmable control systems for nuclear power plants. The advantages and disadvantages of these systems have been identified. The main disadvantages of these systems have been singled out as follows: impossibility to prove the parameters of dependability of implemented control functions, susceptibility to potential cyber attacks. The paper offers the method of selecting automation means for implementing control systems using programmable and non-programmable automation means based on making a functional analysis of a nuclear power plant's control systems.*

**Keywords:** safety, control system, nuclear power plant, dependability, reliability, automation means, software, analysis, function, functional group, parameter.

The problem of proof of SW dependability from the moment of its application in practical human activities has had one of the important places, since its use to reach required results has become necessary for solving various complex tasks practically in all areas of science and economy. Proof of its parameters becomes of special importance when constructing control systems for hazardous nuclear facilities such as nuclear power plants. The point is that failure-free operation of a nuclear power plant should be guaranteed for a long period of about 40-60 years. Such long failure-free operation requires implementing control systems with dependability parameters whose implementation and demonstration is practically infeasible at present.

That is why various teams of researchers have already been making researches in this field for about forty-fifty years, and a required result has not been achieved so far. Of course, to solve this problem is vital and necessary, though the problem of application of programmable automation means should be solved here and now based on those data that we have at present.

As mentioned above, the dependability of software used in control systems of nuclear power plants for executing control in operation modes and in case of accidents face high requirements, which in the context of existing programmable automation means and circuit engineering do not ensure proof of required time to failure of implemented functions equal to about 10<sup>6</sup> hour. Such situation regarding development of control systems is unsatisfactory and requires measures to be taken to ensure a due dependability of control systems operation. Also, emerging information about successful cyber attacks at hardware with control programmable systems related to nuclear installations [1] has increased interest in solving the problem of dependability of control systems used at nuclear power plants.

To start considering the topic, let us investigate the current situation regarding available information about automation means and systems. And it is worth to take into account that as stated in [2] cl. 2.9 "Quantative estimation of reliability of digital programmable means

due to a number of drawbacks is more difficult than for non-programmable means. It can cause some difficulties in demonstrating the expected safety of a system developed on the basis of a computer. Currently, the requirements of high program reliability are not provable. Consequently, projects based on a single system that is developed on the basis of a computer and has a failure rate as per requirement for the failure rate worse than  $10^{-4}$  for software shall be implemented with caution". Further in [2] cl. 2.13 it is stated that "Quantitative definition of software reliability is an issue yet to be solved. Testing of software has some restrictions and thus quantitative definition of software reliability for computer systems can be difficult or impossible to demonstrate".

For further consideration, all automation means are offered to be divided into two groups: (1) programmable automation means and (2) non-programmable automation means. Control systems can be implemented on the basis of the first category automation means as well as the second category automation means, and such experience in the practice of developing such systems is already available in the world. Let us consider the advantages and disadvantages of control systems developed with the help of automation means of the groups specified above.

First of all, it is worth to note that lately we witness the expanding application of control systems based on programmable automation means.

In particular it is related to the fact that such systems allow:

- ensuring a better control of parameters of a nuclear power plant, including those critical for safety;
- ensuring a better man-facility interface;
- ensuring ad-hoc testing;
- ensuring self-diagnostics of automation means and functional groups;
- ensuring better diagnostics;
- ensuring an enhanced precision of measurements;
- ensuring better resilience;
- reducing demand of cables owing to application of multiplex structures (common information buses);
- facilitating modification of control systems for emerging operational tasks.

The above advantages of programmable control systems do not rule out existing disadvantages of such systems. For example, such as:

- development and construction of software looks like a more complicated process and thus has a higher probability of generating mistakes, whose detection is rather a difficult task;
- difficulty in demonstrating reliability parameters;
- implementation of software generally represents discrete logical models of real world, thus leading to two types of consequences:
  - software is more sensitive (i.e. less tolerable) to "small mistakes";
  - interpolation and extrapolation methods are absolutely not applicable since they give unreliable results.

Therefore, the first group of automation means makes it possible to develop control systems with enhanced parameters of operation quality, however these systems do not have sufficient proof as regards dependability of execution of required functions and can be susceptible to cyber attacks [1].

The second group of automation means has bigger experience of industrial applications, however it is inferior to the first group in quality of implementation of required functions, it is more complex in terms of construction, commissioning and maintenance. Yet for control systems based on these automation means, dependability parameters are proved well enough and, as seen by the experience of longstanding operation, are not subject to cyber attacks.

When control systems based on automation means of different types are considered in such a way, their advantages and disadvantages are clearly seen. And in my opinion, it naturally leads to the necessity to consider possible symbiosis of systems based on automation means of two groups specified above, in order to use their positive sides in full and avoid negative effects of their applications.

To that end, we have to analyze functional groups of all control systems of a nuclear power plant to differentiate the functional groups for which the quality of implementation is sufficiently difficult and time consuming, and those whose failure causes an accident. According to [3], "Functional group is a part of a control system specified in the design that represents the aggregate of automation means implementing a specified function". According to [3] cl. 3.17, wherein it is stated that the design documents of safety related control systems shall specify functional groups and their classification as to safety categories. During the analysis it is necessary to take into account the classification of functional groups as to safety as well as a number of aspects vital for implementation of control systems.

For example, functional groups implementing protection as to one parameter generally represents quite a simple structure: meter of protection parameter, circuit comparing with a value of a specified protection parameter, device generating a command signal in case of a measured parameter exceeding the value of a specified parameter and an executive device. The algorithm of such system is quite simple and does not change in time. Operational mode is stationary and generally well troubleshot. The failure of a protection system can lead to substantial losses, i.e. the realization of a successful cyber attack has to be impossible. For such functional groups, in my opinion, its implementation should be done on the basis of automation means specified as the 2nd group.

In cases when a functional group implements rather a complex function, e.g. alignment of the field of a nuclear reactor's power density which has quite a complicated algorithm of implementation and depends on a lot of permanently changing technological parameters, such functional group, in my opinion, should be implemented on the basis of automation means of the 1st group. Since



the group will secure a better quality of implementation of a required task in automatic mode than in automated control mode. The application of the first group for automation purposes is reasonable in cases when we need control related to coordination of a large group of parameters and depending on technological parameters changing in time, for example, related to fuel burn-up or technological hardware failures when the continuity of a technological process has to be kept by putting backup hardware into operation without delay.

Therefore, the results of a functional analysis of a nuclear power plant's control systems is the basis for selecting automation means for developing respective control systems.

It should be noted that diagnostics systems, particularly those of safety related control systems, as a source of alarming signals should also be implemented on the basis of non-programmable automation means in order to be protected against cyber attacks and have a calculable dependability proof.

As stated in [4] cl. 4.1.12, "The report of NPP safety proof shall contain data on dependability parameters of normal operation systems critical for safety and their elements belonging to 1 and 2 safety classes as well as safety systems and elements. The analysis of dependability shall

be made with common cause failures and staff mistakes taken into account".

Therefore, all functional groups of 1 and safety classes control systems will have dependability parameters justified by calculation, as they will be implemented on the basis of automation means of the 2nd group. Functional groups of 3 class implemented on the basis of programmable automation means will have a failure rate of up to 10<sup>-4</sup> hour, which at present is an accepted value.

The author hopes that the offered method for selecting automation means and respective construction of control systems for nuclear power plants will be provided with more rationalized parameters of operation dependability.

## References

1. Military bulletin as of 04.09.2012. «World cyber wars».
2. Software of safety critical systems implemented on the basis of computers for nuclear power plants. NS-G-1.1.
3. Requirements for control systems critical for nuclear power plants safety. NP-026-04.
4. General guidelines for safety of nuclear power plants. NP-001-97.



**Тюфанова А.А.**

## **АНАЛИЗ ФАКТОРОВ, ВЛИЯЮЩИХ НА ЭКСПЛУАТАЦИОННУЮ НАДЕЖНОСТЬ ТЕХНИЧЕСКИХ СРЕДСТВ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЕМ СУДОВ**

*В статье проанализировано воздействие факторов на процесс функционирования системы управления движением судов (СУДС) на этапе эксплуатации по назначению. Отказы таких инфраструктурных элементов, как технические средства – береговые радиолокационные и радиорелейные станции, – влияют на качество работы всей системы в целом и на принятие оператором СУДС управленческого решения. Поэтому сделан вывод о том, что эксплуатация должна обеспечивать наибольшую эффективность функционирования технических средств.*

**Ключевые слова:** система, эксплуатационная надежность, технические средства.

Система управления движением судов (СУДС) в РФ является неотъемлемой частью Государственной системы обеспечения безопасности мореплавания, создается и действует на акваториях морских портов, во внутренних водах, в территориальном море и в прилегающей зоне РФ. СУДС создаются и действуют в целях повышения уровня безопасности мореплавания и эффективности судоходства, охраны жизни на море, защиты морской среды и побережья от возможных загрязнений, защиты береговых и шельфовых сооружений от повреждений в случае морских аварий [1].

В соответствии с Положением о системах управления движением судов, система является резервированной, восстанавливаемой, дублированной, длительного непрерывного действия с круглосуточным режимом работы и состоит из следующих подсистем: сбора информации, дистанционного управления и передачи информации, обработки и отображения информации, связи и базы данных, каждая из которых представлена техническими средствами [2]. Система функционирует под воздействием внешних факторов (влияние внешней среды, процесс возникновения нештатных ситуаций) и влиянием целенаправленного (управляемого) процесса проведения восстановительных работ, т.е. процесса технического обслуживания. Поэтому под процессом функционирования понимаем совокупность действий технических средств (ТС) СУДС, технического персонала, обслуживающего ТС, оператора СУДС, подчиненных единой цели.

Таким образом, эксплуатация должна обеспечивать наибольшую эффективность функционирования СУДС, т.е. показатель, отражающий уровень достижения в процессе функционирования поставленных перед системой целей и задач. Совокупность свойств объекта, обуславливающих его пригодность удовлетворить определенные потребности в соответствии с его назначением, называется качеством объекта. К качеству СУДС относятся такие свойства, как безопасность, надежность, помехозащищенность и др. Выбор показателей качества функционирования зависит от решаемых системой задач, поскольку эти количественные показатели определяют, хорошо или плохо система решает поставленные задачи [3]. Для СУДС характерно наличие многих периодов функ-

ционирования, когда решается поставленная задача. Эти периоды, когда система исправна и решает без ошибок поставленную задачу, чередуются с периодами простоя – вынужденными, нежелательными, вызванными возникновением отказов и необходимостью их устранения или предупреждения. Поэтому, чем больше времени система проводит в работоспособном состоянии и чем меньше время вынужденных простоев, тем выше качество функционирования СУДС.

Показателями качества функционирования СУДС являются:

- коэффициент технического использования на периоде  $(0, T)$ , т.е. математическое ожидание доли времени, которую система проводит в работоспособном состоянии на этом интервале времени, или, другими словами, вероятность застать систему работоспособной в случайный момент времени. Данный коэффициент не зависит от состояния системы в момент начала функционирования;
- коэффициент готовности – вероятность того, что объект окажется в работоспособном состоянии в произвольный момент времени, кроме планируемых периодов, в течение которых использование объекта по назначению не предусматривается (профилактика и техническое обслуживание);
- средний удельный доход, приходящийся на единицу календарного времени;
- средние удельные затраты, приходящиеся на единицу времени исправного функционирования системы;
- характеристика безотказности – распределение времени безотказной работы системы.

Рассмотрим процесс функционирования СУДС в реальных условиях, при которых неизбежны отказы ее технических средств. Все факторы, негативно влияющие на надежность системы в процессе ее эксплуатации по назначению, можно условно разделить на следующие категории: субъективные (зависящие исключительно от действий обслуживающего персонала) и объективные (связанные с внешним воздействием на аппаратуру с внутренними процессами, определяющими старение и износ оборудования). СУДС в своем составе содержит технические средства, программное обеспечение и человека оператора (группу операторов). Свои функции технические средства СУДС выполняют под управлением операторов СУДС и инженерно-технического персонала, поэтому надежность системы в процессе эксплуатации может ухудшаться под действием субъективных факторов (так называемого человеческого фактора), который оказывает существенное влияние на надежность аппаратуры на всех этапах ее жизненного цикла.

По результатам анализа данных динамики эксплуатационных отказов, представленных за период с 2001 г. по 2013 г. в виде журналов технического обслуживания СУДС порта Новороссийск, можно сделать следующую классификацию факторов, влияющих на эксплуатационную надежность технических средств: погодные условия; энергетический; влияние ЗИП

на эксплуатацию технических средств СУДС. Для определения, какой из перечисленных выше факторов оказывает наибольшее влияние на эксплуатационную надежность и актуальны ли они при дальнейшей модернизации СУДС, в [4] была проведена их экспертная оценка. В результате экспертизы получили, что все три фактора являются актуальными вне зависимости от модернизации СУДС. Факторы «энергетический» и «погодные условия» в одинаковой степени влияют на эксплуатационную надежность системы. Фактор «влияние ЗИП» может повлиять на эксплуатационную надежность системы, а может и не повлиять – в зависимости от определенных условий (квалифицированность обслуживающего персонала, длительность простоя при ремонте, отсутствие необходимой запасной части в комплекте и т.д.).

Значительное влияние на эксплуатационную надежность оказывают процессы старения и износа, приводящие к постепенному ухудшению технических характеристик и параметров [5]. В результате старения элементов постепенно выявляются различные, имеющие случайную природу, скрытые дефекты материалов, т.е. уменьшается сопротивление изоляции, растет величина некоторых типов сопротивлений, окисляются контакты разъемов и т.д. Процесс старения элементов происходит как во время работы, так и во время хранения элементов и представляет собой непрерывный процесс воздействия времени на аппаратуру, скорость которого определяется как внешними факторами (погодные условия), так и соблюдением всех правил эксплуатации аппаратуры обслуживающим персоналом (своевременность и качество проведения ремонтных и профилактических работ, соблюдение режимов работы аппаратуры). Проведенная экспертная оценка влияния ЗИП на эксплуатационную надежность СУДС показала, что: особое влияние оказывает на эксплуатационную надежность отсутствие в комплекте ЗИП расходных элементов (магнетрон и т.д.), т.к. из-за их высокой стоимости не удается создать необходимые запасы, что приводит к возникновению недостатка ЗИП; при современном высокотехнологичном производстве ремонт вышедшей из строя аппаратуры часто невозможен или экономически не целесообразен вне крупных хорошо оснащенных специализированных предприятий (сервисных центров), что оказывает существенное влияние на время восстановления отказавшего элемента; в основополагающих, национальных стандартах СУДС [2], используемых в работе специалистами, нет четко определенных сроков проведения регламентных и профилактических работ.

К объективным факторам, влияющим на эксплуатационную надежность СУДС, можно отнести погодные условия и сбои в электроснабжении объектов СУДС. В период исследования было зафиксировано 78 случаев сбоя в электроснабжении. Под сбоем понимаем нарушение качества поставляемой электроэнергии. Наибольшее количество сбоев электроснабжения отмечено на радиотехническом посту «Геленджик» и пункте радиолокаци-

онного наблюдения «Южная Озереевка», находящихся в конце линии электроснабжения [6].

Сам по себе сбой в электроснабжении не представляет существенной опасности для оборудования СУДС, оснащенного источником бесперебойного питания, однако повышенное напряжение (более 340В), пониженное напряжение (менее 120В) и провалы напряжения приводят к перегрузке блоков питания электронных приборов, тем самым уменьшая их ресурс; электрический шум приводит к сбоям при выполнении программ и передаче данных, к нестабильному изображению на экранах мониторов и в видеосистемах; гармонические искажения напряжения приводят к помехам в работе чувствительного оборудования системы теле- видео- наблюдения; нестабильная частота приводит к перегреву трансформаторов, кроме того, является индикатором неправильной работы энергосистемы или ее существенной части.

Этап эксплуатации технических средств играет особую роль в процессе жизненного цикла СУДС, поскольку все усилия, затраченные на создание высококачественной системы, могут быть сведены на «нет» неправильно или нерационально организованной эксплуатацией. Поэтому эксплуатация должна обеспечивать наибольшую эффективность функционирования технических средств. Отказы таких инфраструктурных элементов СУДС, как технические средства – береговые радиолокационные станции и радиорелейные станции влияют на качество работы всей системы в целом и на принятие оператором СУДС правильного управленческого решения. Исходя из того, что в реальных условиях технические средства СУДС функционируют под воздействием различных внешних факторов (погодные условия, перепады напряжения в сети электроснабжения и т.д.), а также физического износа, может произойти изменение уровня свойств, определяющих качество технических средств и эффективность их функционирования. Поскольку повышение эффективности эксплуатации портов, флота и обеспечение чистоты окружающей среды немислимо

без технического, методического и организационного совершенствования береговых СУДС, то вопрос повышении уровня эксплуатационной надежности технических средств СУДС в настоящее время является актуальным. В данной работе выявлены определяющие факторы, влияющие на эксплуатационную надежность технических средств, что позволяет определить основные направления повышения эксплуатационной надежности системы и будет способствовать повышению качества ее функционирования.

## Литература

1. «Руководство по службам движения судов» Международная ассоциация маячных служб (IALA VTS Manual), 2004.
2. Системы управления движением судов технико-эксплуатационные требования №МФ с2-22/848-70. М:2002.
3. **Тюфанова А.А.** Влияние надежности обслуживаемых систем на безопасность мореплавания// Изв. Вузов Сев.-Кавк. регион. Технические науки. – Ростов-на-Дону: ЮРГТУ (НПИ), 2008. – С.130-133.
4. **Тюфанова А.А.** Экспертная оценка вероятности возникновения опасного события при эксплуатации сложной, технической, высокоответственной системы УДС// Сборник научных трудов, выпуск №13. – Новороссийск: РИО «МГА им.адм. Ф.Ф.Ушакова», 2009. – С.137-140.
5. **Черкесов Г.Н.** О расчете надежности обслуживаемых систем при ограниченном ЗИП с периодическим пополнением запасов. // Надежность и качество №3. – Москва: Издательский дом «Технологии», 2003. – С.29-39.
6. **Тюфанова А.А.** Анализ влияния качества электроснабжения на работу аппаратуры СУДС порта Новороссийск// Сборник научных трудов, выпуск №13. – Новороссийск: РИО «МГА им.адм. Ф.Ф.Ушакова», 2008. – С.78-81.



**Tyufanova A.A.**

## ANALYSIS OF FACTORS AFFECTING THE OPERATIONAL RELIABILITY OF VESSEL TRAFFIC SERVICE TECHNICAL FACILITIES

*This article represents the analysis of factors affecting the functioning of Vessel Traffic Service (VTS) at the stage of intended operation. Failures of such structural elements as technical facilities – coast radar and radio relay stations – affect the quality of the whole system operation, as well as management decisions to be taken by a VTS operator. Therefore, it is concluded that the operation should ensure the most effective functioning of technical facilities.*

**Keywords:** system, operational reliability, technical facilities.

Vessel Traffic Service (VTS) of the Russian Federation is an integral part of the State system of navigation safety. It is developed to be valid in seaport waters, internal waters, territorial sea and in adjoining zones of the Russian Federation. VTS systems are developed to enhance the maritime safety and navigation efficiency, safety of life at sea, protection of the marine environment and coastal area from possible contamination, protection of on-shore and off-shore facilities from damages in case of accidents at sea [1].

In accordance with the Provisions of vessel traffic service, the system is a redundant, recoverable, duplicated, constant long-lasting system with around-the-clock operation mode, consisting of several sub-systems: acquisition of information, remote control and data transmission, information processing and display, communication and data base – each subsystem is represented by technical facilities [2]. The system is functioning under the influence of external factors (environmental effects, emergency situations) and of intentional (controllable) process of recovery works, i.e. maintenance. That is why when speaking about the functioning we mean the complex of operational actions by VTS technical facilities, technical personnel operating TF, a VTS operator aimed at the common target.

Therefore, the operation shall ensure the most effective VTS functioning, i.e. the factor, reflecting the level of achievement of the aims and tasks assigned for the system during functioning. A set of the object's properties responsible for its operability to sustain certain needs in accordance with its designation is called the object's quality. VTS quality includes such features as safety, dependability, interference immunity, etc. Choice of the indicators of functioning quality depends on the tasks solved by the system, as these quantitative indicators determinate how well the assigned tasks are solved by the system [3]. VTS is characterized by many functioning periods, when the assigned task is being solved. These periods, when the system is fault-free and able to solve the assigned task without any errors, interchange with outage periods – these periods are forced, undesirable. They are caused by the failures and necessity of their elimination or prevention. That is why the more time in operable state is spent by the system and the less is the duration of forced outages, the higher is the VTS quality.



VTS quality indicators are:

- coefficient of technical use within a period  $(0, T)$ , i.e. mathematical expectation of time fraction spent by the system in operable state during this particular time interval, or, in other words, probability to catch the system in operable state in random time. This coefficient does not depend on the state of the system at the moment when it starts functioning;
- availability factor, the probability of the object being in operable state at a random moment of time except the planned periods, during which there is no intended use of the object (preventive measures and maintenance);
- average profit per unit of calendar time;
- average costs per unit of time of the system successful functioning;
- characteristic of failure free operation – time to failure distribution.

Let us consider the process of VTS functioning in real conditions when the failures of its technical facilities are inevitable. All factors affecting the dependability of system during its intended operation can be nominally divided into the following categories: subjective (depending only on the activities of servicemen) and objective (related to the external influence on the facilities with internal processes, determining the ageing and deterioration of equipment). VTS includes technical facilities, software and a human operator (group of operators). VTS technical facilities perform their functions under the control of VTS operators and technical staff, which is why the system dependability during operation may deteriorate as the result of subjective factors (or so called human factor), significantly affecting the dependability of facilities at all stages of the life cycle.

According to the results of analysis of operational failure dynamics data, represented for the period from 2001 till 2013 in the form of maintenance registers for Novorossiysk port, we can classify the factors affecting operational dependability of technical facilities: weather conditions; energy factor; influence of spare parts on the VTS facilities operation. To define the factor of the most influence, as well as to define whether these factors are still relevant under the further VTS modernization, the expert estimation was performed [4]. The estimation showed that all the three factors are relevant regardless of the VTS modernization. The factors “energy factor” and “weather conditions” do equally affect the system operational dependability. The factor “spare parts influence” may or may not affect the system dependability – it depends on the particular conditions (proficiency of servicemen, downtime during maintenance, loss of a required spare part in the set, etc.).

The dependability is significantly affected by the deterioration and ageing which lead to degradation of technical characteristics and parameters [5]. Ageing of the elements results in different random hidden defects of materials, i.e. the insulation resistance decreases, and the values of certain resistance types grow, connector contacts

oxidize, etc. The elements are getting aged not only during operation, but also during the process of storage – it is a continuous process of time affecting the facilities, the fastness of which is defined by both – external factors (weather conditions), and observance of all the service instructions by servicemen (timeliness and quality of preventive measures and maintenance, compliance with operation modes). The expert estimation of spare parts influence on VTS operation dependability showed that the dependability is influenced by the lack of expendable elements (magnetrons, etc.) within the scope of spare parts, as, due to their high cost, it is not possible to accumulate a required stock which results in the unavailability of spare parts; in the context of modern high-quality production the repair of broken facilities is often impossible or economically impractical outside large well-equipped specialized companies (service centers), having a great impact on the time required for the recovery of a failed component; basic national VTS standards [2], applied by the specialists, do not contain any fixed time terms for maintenance and preventive works.

The objective factors affecting VTS operational dependability include weather conditions and VTS power supply failures. The estimation detected 78 power supply failures. Failure means power supply quality defects. Most power supply failures were detected at the radar post “Gelendzhik” and at the observation post “Yuznaya Ozereevka”, allocated in the end of a power supply line [6].

A power supply failure itself is not a significant hazard for VTS equipment, fitted with an uninterruptible power supply, but the high voltage (more than 340V), low voltage (less than 120V) and the voltage falls lead to the overloading of supply units of electronic devices, and therefore reducing their operating life; electrical noise causes the failures of program execution and data transmission, as well as unstable display representation on monitor screens and in video systems; harmonic voltage distortions lead to the disturbances in the operation of sensitive video monitoring systems; unstable frequency causes transformer heat problems, and besides, it tells about malfunction of the electric power system or its part.

The stage of operation of technical facilities plays a special part in VTS life cycle process, as all efforts spent on the development of a high quality system, can be nullified due to incorrect or impractical operation. Therefore, the operation shall ensure the most efficient functioning of technical facilities. Failures of such VTS structural elements as technical facilities – coast radar and radio relay stations have impact on the quality of operation of the system as a whole, and on the proper management decision taken by a VTS operator. On the basis of the fact that in real conditions CTS technical facilities perform functioning under the influence of external factors (weather conditions, changes of voltage in power supply system, etc.), as well as due to physical deterioration, the properties determining the quality of technical facilities and the efficiency of their functioning

may change. Improvement of the efficiency of operation of ports, fleet and environmental purity is known to be unimaginable without technical, methodical and organizational improvement of coast VTS. That is why the issue of VTS facilities dependability growth is currently quite relevant. This article describes the determining factors affecting operational dependability of technical facilities, which allows to define the main directions for improvement of the system operational dependability and the quality of its functioning.

## References

1. "VTS Manual" IALA, 2004.
2. Vessel Traffic Service systems technical and operational requirements No. MF p2-22/848-70. M:2002.
3. **Tyufanova A.A.** Influence of maintained systems reliability on safety of navigation// North Caucasus Region. Technical sciences. – Rostov-on-Don: Platov South-Russian State Polytechnic University (NPI), 2008. – P.130-133.
4. **Tyufanova A.A.** Expert estimate of probability of a hazardous event under operation of complex technical VTS system of high responsibility// Coll. of research papers, issue 13. – Novorossiysk: "Admiral Ushakov State Maritime University", 2009. – P.137-140.
5. **Cherkesov A.N.** About the calculation of reliability of maintained systems with the limited amount of spare parts, with periodic replenishment. // Dependability and quality No.3. – Moscow: Publishing house "Technologies", 2003. – P.29-39.
6. **Tyufanova A.A.** Analysis of the effect of power supply quality on the operation of VTS equipment at the Novorossiysk port // Coll. of research papers, issue 13. – Novorossiysk: "Admiral Ushakov State Maritime University", 2008. – P.78-81.



**Антонов А.В., Жарко Е.Ф., Промыслов В.Г.**

## ПРОБЛЕМЫ ОЦЕНКИ НАДЕЖНОСТИ И КАЧЕСТВА ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ В АВТОМАТИЗИРОВАННЫХ СИСТЕМАХ УПРАВЛЕНИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ ПРОЦЕССАМИ

*В статье рассматриваются аспекты оценки качества, надежности программного обеспечения в части теоретических основ, методов, основных тенденций и проблем в этой области.*

**Ключевые слова:** надежность, обеспечение качества, программное обеспечение, АСУ ТП

### Введение

Процесс развития автоматизации сложных технологических объектов, нарушения работоспособности которых приводят к большим экономическим, экологическим потерям, угрозам здоровью или жизни людей, характеризуется тенденцией разработки автоматизированных систем управления технологическими процессами (АСУ ТП), реализующих значительно более сложные алгоритмы управления и анализа данных с использованием сложных программно-технических комплексов [1]. Обеспечение надежности АСУ ТП на всех этапах ее жизненного цикла базируется на качественном и количественном анализе, который, согласно нормативной документации, также должен проводиться на всех этапах. Качественный и количественный анализ надежности должен учитывать две составляющие программно-технических комплексов (ПТК): аппаратную и программную. Однако количественный анализ надежности для программных компонентов комплексов (программ, программного обеспечения (ПО)), в отличие от аппаратной части, имеет трудности [2]. Эти трудности обусловлены отличиями в причинах возникновения отказов в аппаратной и программной составляющих ПТК. Трудность расчета надежности классической программы, функционирующей в рамках универсальной машины Тьюринга, состоит в том, что алгоритм ее функционирования не является случайным. Отказ программы появляется после наложения на детерминированную функцию, которая соответствует алгоритму программы, случайного процесса, описывающему входные данные для нее. Детерминированность алгоритма для классических программ приводит к тому, что в лучшем случае рассчитывается вероятность отказа для комплекса: входные данные + программа. Расчет вероятностных характеристик выходного процесса, даже в случае с известной функцией, может быть трудной задачей, а при наличии ошибок в ее реализации можно считать такую задачу невыполнимой. Проблема была осознана многими специалистами и, так как существует потребность в оценке надежности программ, применяемых в составе различных комплексов, появляются модели и методы, позволяющие оценить надежность программы [3].

Вместе с надежностью, иногда подменяя ее, используют термин «качество» программного обеспечения. Качество программного обеспечения можно определить как соответствие явно установленным функциональным и эксплуатационным требованиям, явно указанным стандартам разработки и неявным характеристикам. Качественные и количественные показатели качества программ, в отличие от вероятностных показателей надежности, можно эффективно использовать для анализа видов и последствий отказов, сравнительного анализа вариантов технических решений по обеспечению надежности, организации технического обслуживания. Качественные и количественные показатели качества программ имеют несомненную практическую ценность.

В статье анализируются наиболее часто встречающиеся методы расчета надежности программного обеспечения, показаны проблемы с применением данных методов. Приведен обзор основных подходов к оценке качества программного обеспечения.

### Причины отказов аппаратуры и программного обеспечения

В ГОСТ 27.002-89 выделены следующие виды причин возникновения отказов аппаратуры:

1. несовершенство или нарушение установленных правил и (или) норм проектирования и конструирования (конструктивные ошибки);
2. несовершенство или нарушение установленного процесса изготовления или ремонта, выполняемого на ремонтном предприятии;
3. нарушение установленных правил и (или) условий эксплуатации;
4. естественные процессы старения, изнашивания, коррозии и усталости при соблюдении всех установленных правил и (или) норм проектирования, изготовления в эксплуатации.

Наибольший вес в потоке отказов аппаратуры имеют, как правило, отказы 2-го и 4-го вида.

Программа – это совокупность инструкций, выраженных на одном из языков, и записанная на материальном носителе долговременного или временного хранения. Отказ материального носителя программы это отказ аппаратуры, на которой выполняется программа или отказ носителя. Отказ программы проявляется как несоответствие значения на выходе программы заданному значению. Информационное содержание программы само по себе не меняется (не отказывает). Поэтому для отказов программ характерны причины видов 1, 2 и 3. Наибольшую долю среди всех отказов ПО занимают, как правило, отказы, вызванные первой причиной. Главная особенность отказов этого типа как для программ (иначе ошибки ПО), так и для аппаратуры, заключается в том, что вносятся ошибки в программу (аппаратуру) случайно, а проявляются – детерминировано при наступлении определенных событий. Для программ момент наступления события отказа определяется составом и значением на-

бора входных данных, уровнем загрузки вычислительных ресурсов, информационным окружением программы на этапе ее выполнения и подобными факторами.

Накоплен большой опыт и теоретическая база по количественным методам анализа надежности аппаратных средств. Программа не может измениться во времени без изменения свойств материального носителя **сама по себе** и ее отказ есть проявление ошибок, содержащихся в программе. Количественный анализ отказов программ имеет ряд проблем:

- сложность получения аналитического выражения для функции, описывающей работу программы;
- случайный процесс, связанный с входными данными, уровнем загрузки вычислительных ресурсов, информационным окружением может иметь сложное или не известное распределение;
- наличие ошибок в программе, нелинейно влияют на вид функции, описывающей работу программы, и вид этой функции не известен.

В работе [4] приводится классификация типов ошибок в программе по их происхождению:

1. Системные ошибки при постановке целей и задач создания программы;
2. Ошибки программирования в текстах программ и описаниях данных (синтаксические ошибки);
3. Алгоритмические ошибки разработки при непосредственном формулировании требований к функциям программы и алгоритмические ошибки реализации этих требований.

Первый тип ошибок не является специфическим для программного обеспечения и не является предметом рассмотрения. Подавляющее большинство ошибок второго типа исключается средствами автоматической проверки программ (компиляторами). С *алгоритмическими ошибками* дело обстоит иначе: убедиться перед эксплуатацией программы в том, что она работает правильно и в ней нет алгоритмических ошибок, можно только в процессе *тестирования* программы (тестирование позволяет выявлять все типы ошибок). Из-за большой области проверки, тестовое покрытие для любой реальной программы не является полным, т.е. всегда остается возможность того, что в программе существуют ошибки.

В классических языках программирования известно, что количество ошибок зависит от объема исходного кода программы, технологии программирования, квалификации персонала участвующего в разработке программы и средств, выделенных на тестирование [5]. Данные показатели могут считаться константами для замкнутых групп разработчиков с устоявшимися нормами разработки и тестирования.

Однако нелинейная связь между количеством ошибок в программе и вероятностью их проявления при использовании программы приводит к негативным результатам при попытке использовать оценку по количеству ошибок в программе для расчета вероятности ее отказа [4]. Несмотря на проблемы с обоснованием применимости вероятностных методов оценки надежности программ-



ного обеспечения, разработано и применяются большое количество методов количественной оценки надежности программ. Ниже приведены наиболее часто используемые методы и указаны проблемы с их применением.

## Методы анализа надежности программ

Существует большое разнообразие областей применения моделей с точки зрения моделирования аппаратных и программных отказов, однако наибольшее внимание уделяется моделям оценки надежности программного обеспечения, способными быть интегрированными в существующую комплексную модель расчета надежности системы управления. В комплексной модели учитываются последствия видов отказов компонентов в цифровой системе в целом для объекта. Основные методы анализа надежности классифицируют в соответствии с их главной целью в соответствии с тем, как осуществляется анализ архитектуры программной системы:

1) Восходящий метод (главным образом направленный на исследования последствий единичных неисправностей):

- а) анализ дерева событий (ЕТА) и модификации;
- б) анализ видов и последствий отказов (FMEA) и модификации;

2) Нисходящие методы (исследующие последствия комбинаций неисправностей):

- а) анализ дерева неисправностей (FTA);
- б) Марковский анализ;
- с) анализ сети Петри;

3) Исследование опасности и удобства использования (HAZOP);

4) Статистические методы оценки надежности.

Эти методы анализа применимы как для оценки характеристик качества, так и для оценок количественных характеристик при прогнозировании поведения системы в эксплуатации. Достоверность результата зависит от точности и правильности данных об основных событиях. На практике используют комбинации

нисходящего и восходящего анализов, чтобы повысить полноту анализа.

В работе [4] выделены основные требования к моделям, используемым в методах расчета надежности:

1) Модель должна объяснять как уже произошедшие отказы, так и позволять прогнозировать отказы в будущем;

2) Модель должна основываться на существенных характеристиках моделируемой системы;

3) Модель должна основываться на понятных и достоверных предположениях;

4) Модель должна выражать в численной форме зависимости между отказами;

5) Модель должна основываться на простой и легко изучаемой концепции;

6) Исходные данные, требуемые для построения модели, должны приниматься достоверными значительной частью экспертного сообщества;

7) Модель должна различать одиночные и множественные отказы;

8) Модель должна различать отказы в выполнении функции и промежуточный отказ;

9) Модель должна позволять получить пользователю проверенные данные, включая вероятность отказа и оценку достоверности результата;

10) Модель должна позволять анализировать сценарии отказа цифровых компонентов во взаимодействии с нецифровыми компонентами;

11) Модель не должна использовать сиюминутную информацию о состоянии системы.

В таблице 1 приведено сравнение наиболее часто используемых в оценке показателей надежности методов с позиции их применения для программных компонентов. Данные для таблицы 1 в основном взяты из работы [4], в работе подчеркнут субъективный характер данных.

Можно видеть, что методы расчета надежности, приведенные в таблице 1, в целом имеют недостатки:

- 1. Неполнота компонентов и их отказов;
- 2. Отсутствие общепринятой философской основы программного моделирования интенсивности и ве-

Таблица 1. Сравнительная характеристика методов\*

| Метод \ Требование                               | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
|--------------------------------------------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|
| Непрерывное дерево событий [6]                   | x | x | x | x | 0 | ? | ? | x | ? | ?  | 0  |
| Динамическое дерево событий [7]                  | x | X | x | x | x | ? | ? | ? | x | x  | 0  |
| Марковские модели [2]                            | x | x | x | x | 0 | ? | ? | x | x | x  | 0  |
| Сети Петри [8]                                   | x | x | x | x | 0 | ? | ? | ? | x | ?  | 0  |
| Методология динамических граф-поток [9]          | x | x | x | ? | x | ? | ? | ? | x | x  | x  |
| Динамическое дерево отказов [10]                 | x | ? | ? | ? | x | ? | x | ? | x | ?  | x  |
| Диаграмма последовательности событий [11]        | x | x | x | x | 0 | ? | ? | ? | x | x  | 0  |
| Оценка по метрикам программного обеспечения [12] | x | ? | 0 | 0 | ? | ? | x | x | 0 | 0  | x  |

\*В таблице приняты следующие обозначения: X – свойство покрыто, 0 – свойство не покрыто, ? – покрытие сомнительно.



роятности отказов и методов для их количественной оценки;

3. Неубедительность оценки параметров отказа – интенсивности отказов, распределения режимов отказов и факторов отказа по общей причине (ООП).

Сомнительность применения методов расчета надежности для получения абсолютных значений показателей надежности не означает необходимости полного отказа от вероятностных методов их оценки. Методы могут быть использованы для анализа видов и последствий отказов отдельных компонентов АСУ ТП и для системы в целом, а также для анализа ее работоспособности. Марковские методы и сети Петри считаются [13] наиболее перспективными с точки зрения получения количественной оценки надежности программного обеспечения и учета взаимного влияния программных и аппаратных компонентов системы.

### Оценки качества программного обеспечения: модели качества

Сложность процесса разработки и сопровождения ПО во многом обуславливается особыми требованиями, предъявляемыми к его качеству. Базовую модель качества можно определить как структурированный набор свойств, которые необходимы для удовлетворения определенных целей [14]. Преимущество применения базовой модели качества заключается в декомпозиции значимых для программного обеспечения объектов, таких, как процессы жизненного цикла, программный продукт, на ряд своих характеристик/подхарактеристик.

Пользователи ПО испытывают потребности в создании моделей качества ПО для оценки качества как качественно, так и количественно [15]. Модели качества, которые имеются в настоящее время, в большинстве случаев являются иерархическими моделями на основе критериев качества и связанных с ними показателей (метрик). Все модели качества могут быть разделены на три категории в соответствии с методами, на основе которых

они были созданы. К первому виду можно отнести теоретические модели, основанные на гипотезе отношений между переменными качества. Ко второму виду относятся модели «управления данными», основанные на статистическом анализе. И, наконец, комбинированная модель, в которой интуиция исследователя используется для определения нужного вида модели, а анализ данных используется для определения констант модели качества. Но все эти модели связывают интересы пользователя, т.е. исходящие свойства системы, с внутренними свойствами, которые понятны разработчикам.

Качество ПО определяется в стандартах ISO/IEC 9126-1:2001 и ISO/IEC 25010:2011 как всякая совокупность его характеристик, относящихся к возможности удовлетворять высказанные или подразумеваемые потребности всех заинтересованных лиц.

Различаются понятия внутреннего качества, связанного с характеристиками ПО самого по себе, без учета его поведения; внешнего качества, характеризующего ПО с точки зрения его поведения; и качества ПО при использовании в различных контекстах – того качества, которое ощущается пользователями при конкретных сценариях работы ПО. Для всех этих аспектов качества введены метрики, позволяющие оценить их. Кроме того, для создания надежного ПО существенно качество технологических процессов его разработки. Взаимоотношения между этими аспектами качества по схеме, принятой в различных моделях качества, показано на рис. 1.

На рис. 2 приведена модель оценивания качества ПО согласно ISO/IEC 9126.

### Заключение

Проблема оценки надежности (безошибочности) программы, в отличие от проблемы создания качественной программы, видимо, не имеет решения в общем случае в рамках классической машины Тьюринга и существует некоторое количество фундаментальных проблем, связанных с детерминированным характером функционирования программы. Количественная оценка надежности

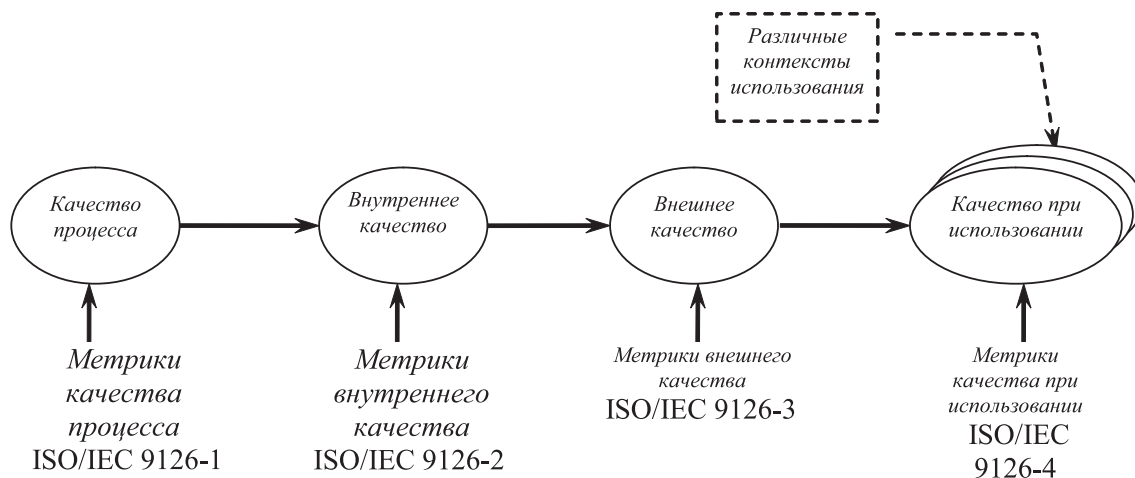


Рис. 1. Основные аспекты качества программного обеспечения по стандартам ISO/IEC 9126-1:2001 и ISO/IEC 25010:2011



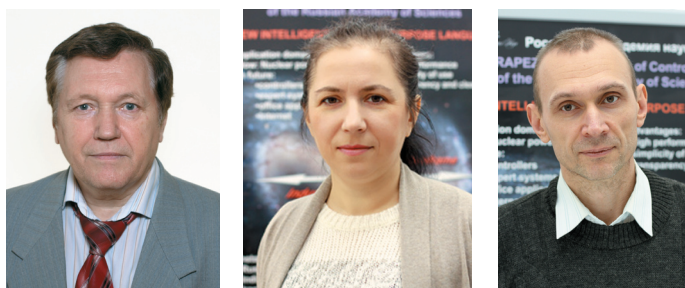
Рис. 2. Факторы и атрибуты внешнего и внутреннего качества программного обеспечения в соответствии с ISO/IEC 9126

систем, основанных на программных средствах, может быть получена только путем сочетания фактических данных из нескольких источников, однако и тогда будет существовать значительное недоверие к абсолютным цифрам для параметров надежности. В настоящее время не существует согласованных методов и данных об отказах для количественной оценки надежности цифровых систем. Возможно, решение проблемы лежит в области перехода от классической универсальной машины Тьюринга к ее модификации в виде вероятностной машины Тьюринга или к функциональному программированию, которые свободны от вышеуказанных ограничений и допускают формальную верификацию программы.

## Литература

1. Бывайков М.Е., Жарко Е.Ф., Менгазетдинов Н.Э., Полетыкин А.Г., Прангишвили И.В., Промыслов В.Г. Опыт проектирования и внедрения системы верхнего блочного уровня АСУ ТП АЭС // Автоматика и телемеханика. 2006. № 5. С. 65-79.
2. Smith D., DeLong T., Johnson B.W. A Safety Assessment Methodology for Complex Safety-Critical Hardware/Software Systems // International Topical Meeting on Nuclear Plant Instrumentation, Controls, and Human-Machine Interface Technologies. Washington, DC, November, 2000
3. Липаев В.В. Надежность программных средств. М.: СИНТЕГ, 1998.
4. Aldernir T., Miller D.W., Stovsky M.P., Kirschenbaur J., Bucci P., Fentiman A.W., Mangan L.T. Current State of Reliability Modeling Methodologies for Digital Systems and Their Acceptance Criteria for Nuclear Power Plant Assessments (NUREG/CR-6901).
5. Halstead M.H. Elements of Software Science. New York: Elsevier, 1977.

6. Devooght J., Smidts C. Probabilistic Reactor Dynamics I: The theory of continuous event trees // Nuclear Science and Engineering. 1992. Vol. 111. No. 3. P. 229-240.
7. Acosta C., Siu N. Dynamic event trees in accident sequence analysis: Application to steam generator tube rupture // Reliab. Engng & System Safety. 1993. Vol. 41, No. 2. P. 135-154.
8. Goddard P.L. A Combined Analysis Approach to Assessing Requirements for Safety Critical Real-Time Control Systems // Reliability and Maintainability Symposium, 1996 Proceedings. International Symposium on Product Quality and Integrity., Annual. P. 110-115.
9. Stamataletos M. et.al. Probabilistic Risk Assessment Procedures Guide for NASA Managers and Practitioners, Version 1.1, August, 2002.
10. Andrews J.D., Dugan J.B. Dependency modeling using fault-tree analysis // Proceedings of the 17 International System Safety Conference, The System Safety Society, Unionville, Virginia, 1999. P. 67-76.
11. Matsuoka T., Kobayashi M. An analysis of a dynamic system by the GOFLOW methodology // Proc. ESREL'96/PSAM III, Crete, 1996. P. 1547-1552.
12. Smidts C., Li M. Validation of a Methodology for Assessing Software Quality. Report UMDRE 2002-07. February, 2002.
13. NEA/CSNI Recommendations on assessing digital system reliability in probabilistic risk assessment of nuclear power plants. 2009. 157 p.
14. Fitzpatrick R. Software Quality: Definitions and Strategic Issues. Staffordshire University, School of Computing Report. 1996. 35 p.
15. Жарко Е.Ф. Сравнение моделей качества программного обеспечения: аналитический подход // XII Всероссийское совещание по проблемам управления. ВСПУ-2014. Москва, 16-19 июня 2014 г.: Труды. М.: ИПУ РАН, 2014. С. 4585-4594.



**Antonov A.V., Zharko E.F., Promyslov V.G.**

## PROBLEMS OF EVALUATION OF SOFTWARE DEPENDABILITY AND QUALITY IN INDUSTRIAL AUTOMATION AND CONTROL SYSTEMS

*The article describes aspects of evaluation of quality, reliability of software regarding theoretical basis, methods, main tendencies and problems in this area.*

**Keywords:** dependability, quality assurance, software, IACS.

### 1. Introduction

The development of automation of complex technological objects, whose malfunctions lead to large economic, ecological losses, threats to health or life of people, is characterized by a tendency of developing industrial and automation control systems (IACS) realizing much more complicated algorithms of data control and analysis with usage of complex software/hardware [1]. Assurance of IACS dependability at all stages of its life cycle is based on the qualitative and quantitative analysis, which according to normative documentation, should be also conducted at all stages. The qualitative and quantitative analysis of dependability should consider two components of software/hardware system (SW/HW): hardware and software. However, the quantitative analysis of dependability for software components of SW/HW systems (programs, software (SW)), unlike the hardware, has difficulties [2]. These difficulties are due to differences in the causes of failure occurrence in hardware and software components of SW/HW. The difficulty of calculating the dependability of classical program functioning within the framework of Turing universal machine consists in the fact that the algorithm of its functioning is not stochastic. Program failure appears after imposing on the determined function, which corresponds to the program's algorithm, stochastic process describing input data for it. Determinacy of algorithm for classical programs leads to the fact that at best there is a calculated probability of failure for the system: input data + program. Calculation of probability characteristics of output process, even in case of a known function, can be difficult, and at presence of errors during its implementation it is possible to consider such task as unfeasible. The problem was realized by many experts and, as there is a requirement for evaluation of dependability of programs applied as a part of various systems, there are models and methods allowing evaluation of dependability of the program [3].

Together with dependability, sometimes substituting it, the term "quality" of software is used. Quality of software can be defined as compliance to the explicitly set functional and operational requirements, explicitly specified development standards and implicit characteristics. Qualitative and quantitative indicators of quality of programs, unlike probabilistic reliability, can be used efficiently for analysis of types and consequences of failures, comparative analysis of variants of technical solutions on provision of dependability, organization of maintenance. Qualitative and quantitative indicators of quality of programs have a doubtless practical value.

In the article, most frequent methods of calculation of software dependability are analyzed, problems with application of these methods are shown. A review of main approaches to evaluation of software quality is given.

## 2. Causes of failures of hardware and software

In GOST 27.002-89 the following causes of occurrence of hardware failures are highlighted:

1. Imperfection or violation of fixed rules and (or) norms of development and designing (design errors);
2. Imperfection or violation of fixed process of manufacture or repair carried out at a repair enterprise;
3. Violation of fixed rules and (or) operational conditions;
4. Natural processes of ageing, wear, corrosion and fatigue at observance of all fixed rules and (or) norms of designing, manufacture during operation.

In a flow of hardware failures the greatest weight, as a rule, has failures of the 2<sup>nd</sup> and 4<sup>th</sup> type.

The program is a collection of instructions expressed in one of the languages and recorded on a material object of long-term or temporary storage. The failure of a program's material object is a failure of hardware, on which the program is executed, or an object's failure. Program's failure appears as mismatch of value on program's output to a preset value. The informational contents of the program does not vary itself (does not fail). Therefore, for failures of programs the reasons of types 1, 2 and 3 are characteristic. The greatest share among all SW failures, as a rule, is the failures caused by the first reason. The key feature of failures of this type both for software programs (otherwise called SW errors) and for hardware consists in the fact that errors are brought in the program (hardware) accidentally, while they appear deterministically at occurrence of specific events. For programs, the moment of failure occurrence is defined by configuration and value of a set of input data, level of loading of computer resources, informational environment of the program at a stage of its execution and by similar factors.

A wide experience and theoretical basis on quantitative methods of analysis of hardware dependability has been gained. The program cannot change in time without change of properties of a material object **by itself** and its failure is the demonstration of errors contained in the program. The quantitative analysis of software failures has a number of problems:

- complexity of receipt of analytical expression for the function describing operation of the program;
- stochastic process linked to input data, level of loading of computer resources, informational environment can have complicated or unknown distribution;
- presence of software program errors has a nonlinear influence on type of the function describing operation of the program, as well as the type of this function is unknown.

The document [4] contains the classification of types of software program errors by their origin:

1. System errors during setting of purposes and tasks related to the creation of program;
2. Software programming errors in texts of programs and data descriptions (syntax errors);
3. Algorithmic errors of development under a direct formulation of requirements to program's functions and algorithmic errors of implementation of these requirements.

The first type of errors is not specific to the software and is not the subject of consideration. The overwhelming majority of errors of the second type are eliminated by means of automatic check of programs (compilers). With *algorithmic errors* the situation is different: you can be convinced that the program works correctly and there are no algorithmic errors only in the course of program *testing* (testing allows revealing all types of errors). Due to the large area of check, the test coverage for any real program is not complete, i.e. there is always a probability that there are errors in the program.

For classic software programming languages it is known that the number of errors depends on the volume of program's source code, technology of software programming, qualification of personnel participating in the program's development and resources allocated for the testing [5]. These indices can be considered as constants for the closed development teams with the established norms of development and testing.

However, nonlinear link between number of program errors and probability of their appearance during program usage leads to negative results under the attempt to use evaluation by a number of program errors for calculation of probability of its failure [4]. Despite the problems with substantiation of applicability of probability methods of software reliability evaluation, a considerable amount of methods of quantitative evaluation of reliability of programs have been developed and applied. Most frequently used methods and problems with their application are specified below.

## 3. Methods of analysis of reliability of software programs

There is a big variety of areas of usage of models from the point of view of modeling hardware and program failures; however, the greatest attention is given to models of evaluation of dependability of software capable to be integrated into existing complex model of calculation of dependability of a control system. In complex model, consequences of types of failures of components in digital system as a whole for the object are considered. The main methods of analysis of reliability are classified according to their main objective in accordance with the fact, how analysis of architecture of the program system is carried out:

- 1) Ascending method (mainly directed on research of consequences of single failures):
  - a) Event tree analysis (ETA) and modifications;
  - b) Failure mode and effects analysis (FMEA) and modifications;



- 2) Descending methods (directed on research of consequences of combinations of failures);
  - a) Failure tree analysis (FTA);
  - b) Markov analysis;
  - c) Petri net analysis;
- 3) Hazard and Operability study (HAZOP);
- 4) Statistical methods of evaluation of dependability.

These methods of analysis are applicable both for evaluation of characteristics of quality and for evaluations of quantitative characteristics during forecasting of system behavior during operation. Reliability of the result depends on accuracy and correctness of data on main events. In practice, combinations of descending and ascending analyses are used to raise integrity of analysis.

In the paper [4] the main requirements to the models used in methods of reliability calculation are selected:

- 1) Model should explain both already occurred failures and allow to predict failures in the future;
- 2) Model should be based on substantial characteristics of modeled system;
- 3) Model should be based on clear and authentic suppositions;
- 4) Model should express in numerical form dependences between failures;
- 5) Model should be based on simple and easily studied concept;
- 6) Input data required for model construction should be accepted as authentic by a considerable part of expert community;
- 7) Model should distinguish between single and multiple failures;
- 8) Model should distinguish between failures during performance of function and intermediate failure;
- 9) Model should allow to the user obtaining of checked data, including probability of failure and evaluation of reliability of result;
- 10) Model should allow analysis of failure scenarios of digital components in interaction with non-digital components;
- 11) Model should not use momentary information on system's status.

Table 1 shows comparison of most often used methods for evaluation of indices of reliability from the point of view of their application for program components. Data for table 1 are taken basically from [4], wherein the subjective character of data is underlined.

It is possible to see that methods of calculation of reliability given in Table 1 on the whole have the following disadvantages:

1. Incompleteness of components and their failures;
2. Absence of commonly accepted philosophical basis of software modeling of intensity and probability of failures and methods for their quantitative evaluation;
3. Weakness of evaluation of failure parameters – failure rates, distribution of failure modes and factors of common cause failure (CCF).

Doubtfulness of application of methods of reliability calculation for receipt of absolute values of reliability indices does not mean a necessity of total rejection of probabilistic methods of their evaluation. Methods can be used for analysis of types and consequences of failures of individual IACS components and for a system as a whole, as well as for analysis of its functionality. Markov methods and Petri nets are considered in [13] as the most perspective from the point of view of receipt of quantitative evaluation of software reliability and consideration of mutual influence of software and hardware components of the system.

#### 4. Evaluations of software quality: quality models

Complexity of SW engineering and maintainability process is in many respects stipulated by special requirements presented to its quality. The base quality model can be defined as the structured set of properties, which are necessary for accomplishment of definite purposes [14]. Advantage of a base quality model consists in decomposition of such objects significant for software, as life cycle processes, software product, a number of characteristics/sub-characteristics.

SW users feel the needs in creation of the SW quality models necessary for quality evaluation both qualitatively

Table 1. Comparative characteristic of methods\*

| Method \ Requirement                        | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
|---------------------------------------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|
| Continuous tree of events [6]               | x | x | x | x | 0 | ? | ? | x | ? | ?  | 0  |
| Dynamic tree of events [7]                  | x | X | x | x | x | ? | ? | ? | x | x  | 0  |
| Markov models [2]                           | x | x | x | x | 0 | ? | ? | x | x | x  | 0  |
| Petri nets [8]                              | x | x | x | x | 0 | ? | ? | ? | x | ?  | 0  |
| Methodology of dynamic data-flow graphs [9] | x | x | x | ? | x | ? | ? | ? | x | x  | x  |
| Dynamic tree of failures [10]               | x | ? | ? | ? | x | ? | x | ? | x | ?  | x  |
| Diagram of sequence of events [11]          | x | x | x | x | 0 | ? | ? | ? | x | x  | 0  |
| Evaluation by metrics of software [12]      | x | ? | 0 | 0 | ? | ? | x | x | 0 | 0  | x  |

\* In the table we have the following designations: X – the property is covered, 0 – the property is not covered, ? – the coverage is doubtful.



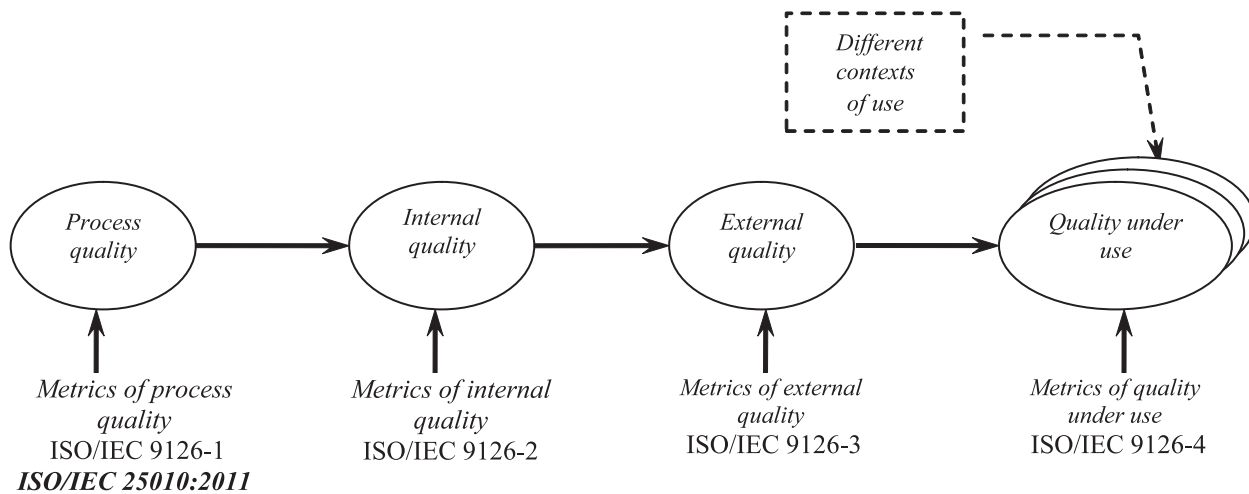


Fig. 1. Main aspects of software quality according to standards ISO/IEC 9126-1:2001 and ISO/IEC 25010:2011

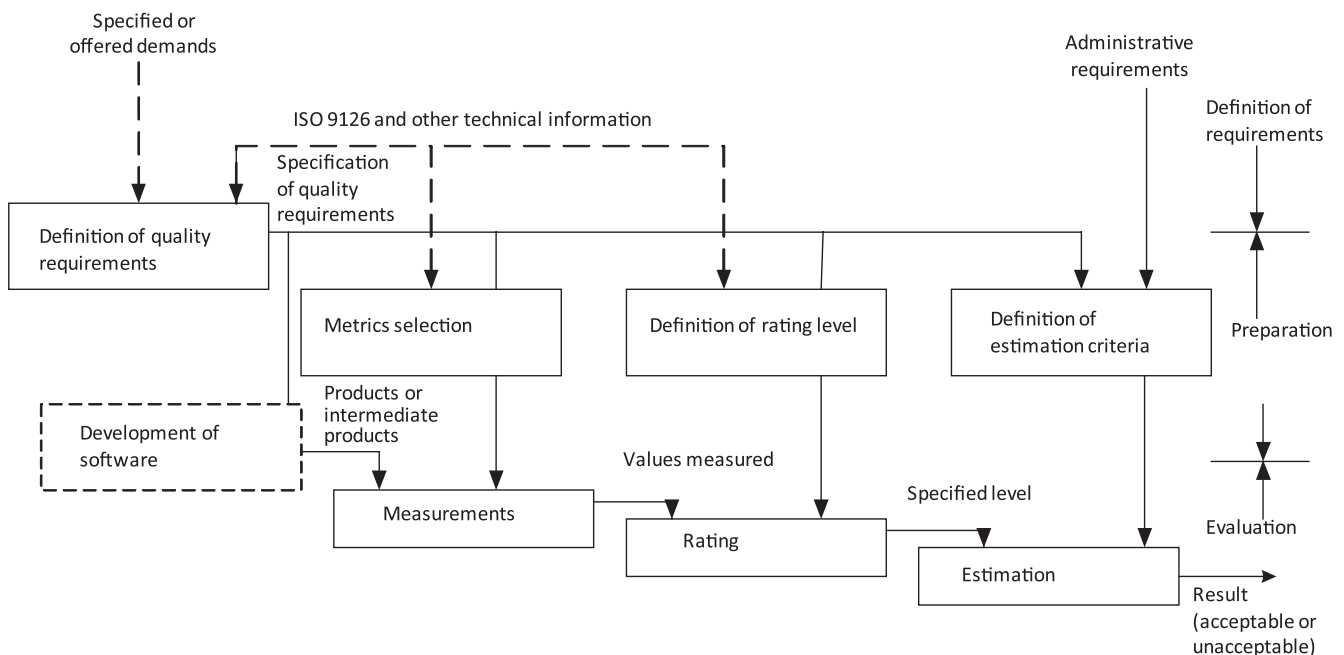


Fig. 2. Factors and attributes of external and internal quality of software according to ISO/IEC 9126

and quantitatively [15]. Quality models, which are available now, in most cases are hierarchical models on the basis of quality criteria and indices (metrics) linked to them. All quality models can be divided into three categories according to the methods, on the basis of which they were developed. The first type includes theoretical models based on a hypothesis of ratios between variables of quality. Models of “data control” based on statistical analysis refer to the second type. Finally, the combined model, in which intuition of the researcher is used for definition of the necessary model type and data analysis, is used for definition of constants of a quality model. But all these models link interests of the user, i.e. system’s initial properties with internal properties, which are clear to developers.

SW quality is defined in the standards ISO/IEC 9126-1:2001 and ISO/IEC 25010:2011 as any collection of its

characteristics referred to possibility to meet stated or meant requirements of all interested persons.

There are distinguished concepts of internal quality linked to characteristics of SW itself without consideration of its behavior, external quality characterizing SW from the point of view of its behavior and SW quality during usage in various contexts, i.e. the quality, which is felt by users at concrete scenarios of SW work. For all these aspects of quality there are introduced metrics allowing their evaluation. Besides, for creation of reliable SW the quality of technological processes of its development is important. Mutual relations between these aspects of quality by the scheme accepted in various quality models are shown in Fig. 1.

Fig. 2 shows the model of evaluation of SW quality according to ISO/IEC 9126.

## 5. Conclusion

The problem of evaluation of dependability (failure-free functioning) of the program, unlike the problem of creation of qualitative program, probably, has no solution in general case within the limits of classical Turing machine and there is a quantity of fundamental problems linked to the determined character of program's functioning. The quantitative evaluation of reliability of systems based on software can be obtained only by a combination of actual data from several sources; however, even then there will be a considerable distrust to absolute digits for dependability parameters. Now there are no commonly agreed methods and data about failures for quantitative evaluation of reliability of digital systems. Probably, problem's solution lays in the field of transition from classical universal Turing machine to its modification in the form of probabilistic Turing machine or to functional programming, which are free from the above limitations, permitting formal verification of the program.

## References

1. **Byvaikov M. E., Zharko E.F., Mengazetdinov N.E., Poletykin A.G., Prangishvili I.V., Promyslov V.G.** Experience of designing and implementation of system of upper unit level of NPP IACS//Automation and telemechanics. 2006. No. 5. p. 65-79.
2. **Smith D., DeLong T., Johnson B.W.** A Safety Assessment Methodology for Complex Safety-Critical Hardware/Software Systems//International Topical Meeting on Nuclear Plant Instrumentation, Controls, and Human-Machine Interface Technologies. Washington, DC, November, 2000
3. **Lipaev V.V.** Dependability of software. M: SINTEG, 1998.
4. **Aldernir T., Miller D.W., Stovsky M.P., Kirschenbaur J., Bucci P., Fentiman A.W., Mangan L.T.** Current State of Reliability Modeling Methodologies for Digital Systems and Their Acceptance Criteria for Nuclear Power Plant Assessments (NUREG/CR-6901).
5. **Halstead M.H.** Elements of Software Science. New York: Elsevier, 1977.
6. **Devooght J., Smidts C.** Probabilistic Reactor Dynamics I: The theory of continuous event trees // Nuclear Science and Engineering. 1992. Vol. 111. No. 3. P. 229-240.
7. **Acosta C., Siu N.** Dynamic event trees in accident sequence analysis: Application to steam generator tube rupture // Reliab. Engng & System Safety. 1993. Vol. 41, No. 2. P. 135-154.
8. **Goddard P.L.** A Combined Analysis Approach to Assessing Requirements for Safety Critical Real-Time Control Systems // Reliability and Maintainability Symposium, 1996 Proceedings. International Symposium on Product Quality and Integrity., Annual. P. 110-115.
9. **Stamataletos M. et.al.** Probabilistic Risk Assessment Procedures Guide for NASA Managers and Practitioners, Version 1.1, August, 2002.
10. **Andrews J.D., Dugan J.B.** Dependency modeling using failure-tree analysis // Proceedings of the 17 International System Safety Conference, The System Safety Society, Unionville, Virginia, 1999. P. 67-76.
11. **Matsuoka T., Kobayashi M.** An analysis of a dynamic system by the GOFLOW methodology // Proc. ESREL'96/PSAM III, Crete, 1996. P. 1547-1552.
12. **Smidts C., Li M.** Validation of a Methodology for Assessing Software Quality. Report UMDRE 2002-07. February, 2002.
13. **NEA/CSNI Recommendations on assessing digital system reliability in probabilistic risk assessment of nuclear power plants.** 2009. 157 p.
14. **Fitzpatrick R.** Software Quality: Definitions and Strategic Issues. Staffordshire University, School of Computing Report. 1996. 35 p.
15. **Zharko E.F.** Comparison of models of software quality: analytical approach//XII All-Russia conference on control problems. VSPU-2014. Moscow, June, 16-19th, 2014: Works. M: IPU of the Russian Academy of Sciences, 2014. p. 4585-4594.



И. Б. Шубинский

## «НАДЕЖНЫЕ ОТКАЗОУСТОЙЧИВЫЕ ИНФОРМАЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ»

Предлагаемая читателю книга «Надежные отказоустойчивые информационные системы. Методы синтеза» является третьей заключительной частью проекта «Надежность информационных систем».

Основные идеи построения надежных и безопасных информационных систем изложены в первой главе «Основы надежности и отказоустойчивости информационных систем». Эта глава предназначена для лиц принимающих решения, которым достаточно понимать проблему на концептуальном уровне. В этой главе изложены постулаты обеспечения надежности информационных систем, ключевые понятия избыточности, отказоустойчивости, отказобезопасности и киберзащищенности систем.

Во второй главе книги развиты традиционные модели надежности как невозстанавливаемых, так и восстанавливаемых объектов с общим и отдельным постоянным резервированием, а также резервированием замещением в целях учета скрытых отказов и учета реальных возможностей средств их обнаружения. Особый интерес представляют модели надежности объектов с мажоритарным резервированием, в которых совмещены модель структурной надежности мажоритарного объекта и функциональной надежности его восстанавливающего органа. В главе выполнена предельная оценка надежности резервированных объектов с бесконечным количеством резервных устройств, но ограниченной эффективностью системы обнаружения отказов, которая убедительно показывает, что не следует питать иллюзии относительно достижения требуемого уровня надежности системы за счет увеличения количества резервных устройств. Скромные возможности структурного резервирования, как с восстановлением, так, и тем более, без восстановления, вызывают необходимость в разработке нетривиальных методов обеспечения отказоустойчивости информационных систем. Это тем более важно, что рассчитывать на эффективное применение временного и/или функционального резервирования в информационно – управляющих системах, работающих в реальном времени, не представляется возможным. В главе также систематизированы методы информационного резервирования, основанные на различных требованиях к эффективности контроля достоверности хранимой информации.

В третьей главе представлены оригинальные методы построения модульных информационных систем с адаптивной отказоустойчивостью. Изложены идеи адаптивной отказоустойчивости (активной защиты), приведены способы организации активной защиты, способы автоматического обнаружения и устранения неисправностей, временные интервалы и дисциплины активной защиты. Оценена эффективность применения методов активной защиты. Изложен метод синтеза активной защиты. Показаны несомненные преимущества активной защиты перед традиционными методами структурного резервирования как в отношении надежности, так и в отношении технико – экономических показателей. При этом активная защита обеспечивает возможности адаптации системы не только к отказам, но и к сбойным и программным ошибкам.

В четвертой главе описаны методы построения надежных программных средств, в том числе обсуждены их характерные недостатки, приведены рекомендации по разработке спецификации требований к проектируемым программам, достаточно подробно раскрыта технология разработки архитектуры надежной программы. Большое внимание уделено вопросам проектирования надежного программного обеспечения и его реализации, в том числе верификации программ и их интеграции с аппаратными средствами, а также их аттестации, эксплуатации, сопровождению и конфигурации.

Пятая глава посвящена актуальной тематике функциональной безопасности информационно – управляющих систем критически важными и ответственными объектами. Рассмотрены ключевые понятия состояния безопасности, функции и полноты безопасности. Изложены основные принципы функциональной безопасности, в том числе принципы отказобезопасности, избыточности, разнообразия и локализации развития неблагоприятных событий. Произведена оценка допустимого времени обнаружения одиночного и двойного опасных отказов. Описаны и проанализированы модели функциональной безопасности двухканальной системы со встроенными средствами диагностики и с внешним контролем. Рассмотрена проблема перезапуска каналов. Предложена и изучена модель для оценки вероятности возникновения опасных отказов при перезапуске двухканальных систем. Совместное применение разных информационных технологий построения информационных систем управления ответственными и критически важными объектами создает естественные условия для построения двухуровневой системы управления безопасностью. В двухуровневой системе возможно применение небезопасных систем. В главе приведены результаты математического моделирования различных стратегий построения двухуровневых информационных систем. Показано, что значительно эффективнее по сравнению с другими стратегиями является та, которая при наличии недостаточно безопасных составных систем позволяет рационально использовать естественную дополнительную информацию, имеющуюся по результатам предыдущих циклов управления.

В шестую главу включены принципы и методы подтверждения соответствия информационных систем требованиям Технических регламентов и нормативных

документов. Приведены методы испытаний программных средств на соответствие требованиям качества и функциональной безопасности, а также безопасности информации. Рассмотрены вопросы практического применения методов испытаний программ. Особое внимание уделено проблеме ускорения испытаний. Описаны основные пути ускорения испытаний на основе понижения дисперсий получаемых показателей качества, надежности и безопасности испытываемых объектов: метод Монте-Карло и метод значимой выборки. Изложена инженерная методика ускоренных натурных испытаний на функциональную надежность и функциональную безопасность информационных систем управления ответственными или критически важными объектами, в том числе базовые теоретические положения этой методики, порядок проведения испытаний и оценка их продолжительности, порядок обработки результатов и формы представления данных. Приведен пример практического применения ускоренных натурных испытаний информационной системы диспетчерского управления на железнодорожном транспорте. Приведены основные положения методик испытаний программных средств по требованиям качества и функциональной безопасности и отсутствия недеklarированных возможностей в программах, а также порядок подтверждения комплексной безопасности программных средств.

В конце каждой главы книги содержатся контрольные вопросы по наиболее сложному и значимому материалу главы. Книга рассчитана, в первую очередь, на специалистов, занимающихся практической работой по разработке, производству, эксплуатации и модификации информационных систем. Она предназначена научным работникам в области надежности программно – аппаратных систем, профессорско – преподавательскому составу, аспирантам и студентам, специализирующимся в области информационных технологий, в области информационных систем, а также в области автоматизированных систем управления.

Данная книга завершает проект из трех книг, предназначенный для представления широкой аудитории специалистов методов анализа структурной и функциональной надежности информационных систем и, особенно, методов синтеза надежности, отказоустойчивости и функциональной безопасности таких систем.

**I.B. Shubinsky**

## **“DEPENDABLE FAIL-SAFE SYSTEMS”**

The book “Dependable fail-safe information systems. Synthesis methods” proposed to the attention of the reader is the third and final part of the project “Dependable of information systems”.

The first chapter “Basic concepts of dependability and fault tolerance of information systems” offers main ideas for construction of reliable and safe information systems. This chapter is for decision-makers who only need to understand the problem conceptually. This chapter contains the postulates of dependability of information systems, key concepts of redundancy, fault tolerance, fail safety and cyber security of systems.

The second chapter of the book represents traditional models of reliability of both non-restorable and restorable objects with common and separate constant redundancy as well as with standby redundancy for the purpose of considering latent failures and taking into account real capabilities for their detection. Of special interest are the models of dependability of objects with majority architectures combining a model of the structural reliability of a majority object and the functional reliability of its restoring element. This chapter gives limits of the reliability of redundant objects with an endless number of standby facilities, but with the limited efficiency of a failure detection system strongly indicating that we should not cherish illusions concerning the achievement of the required level of system reliability by means of increasing the number of standby facilities. Limited capabilities of structural redundancy with restoration and even more so without restoration generate needs for the development of nontrivial methods to ensure fault tolerance of information systems. This is all the more important because it does not appear feasible to rely on the efficient use of time and/or functional redundancy in information and control systems operating in real time. Information redundancy methods based on various requirements for the efficiency of control of stored information authenticity are also classified in the chapter.

The third chapter introduces original methods for construction of modular information systems with adaptive fault tolerance. It presents the ideas of adaptive fault tolerance (active protection), the ways of implementation of active protection, methods of automatic detection and elimination of failures, time intervals and active protection disciplines. The application of active protection methods is assessed. The method of active protection synthesis is described. The analysis shows obvious advantages of active protection compared to traditional methods of structural redundancy in relation to reliability as well technical and economic characteristics. In addition, active protection enables a system’s adaptation not only to failures but also to glitches and software errors.

The fourth chapter is devoted to the methods of construction of reliable software tools, with discussion of their inherent disadvantages. This section contains some recommendations for the development of requirements specifications for software programs to be designed, as well as the technology of the development of a reliable software program architecture is sufficiently detailed. A lot of attention is paid to the design of reliable software and its implementation, including the verification of programs and their integration with hardware, as well as certification, operation, maintenance and configuration.



The fifth chapter covers the topical issues of the functional safety of information and control systems of critical objects. It describes the key concepts of safety state, safety function and integrity, main principles of functional safety, including the principles of fail safety, redundancy, diversity and localization of undesired events. The assessment of allowed time for detection of single and double hazardous failures is provided. The chapter also describes and studies the models of functional safety of a two-channel system with built-in diagnostics tools and with an external control. The problem of channel restart is also defined. It offers the model for the assessment of the probability of hazardous failures under restart of two-channel systems. The combined application of different information technologies for construction of information systems to control critical objects provides natural conditions for construction of a two-level safety ensuring system. It is possible to use non-vital systems in a two-level system. This chapter contains the results of the mathematical simulation of various strategies for construction of two-level information systems. It is shown that if there are insufficiently safe constituent systems, a more effective strategy in comparison to other strategies is the strategy, which provides an efficient use of additional information occurred after previous control cycles.

The sixth chapter includes the principles and methods for demonstrating the conformance of information systems to the requirements of Technical Regulations and normative documents. It describes the methods of testing software tools to prove the conformance to the requirements of quality assurance and functional safety, as well as of information security. The issues of the practical application of software

test methods are studied. Principal attention is paid to the problem of testing acceleration. This section also describes the main ways of testing acceleration based on the reduction of variance of the obtained indicators of quality, reliability and safety for objects under testing: a Monte-Carlo method and a method of relevant retrieval. It defines engineering practice of accelerated field tests of functional reliability and functional safety of information systems for control of critical objects, including the basic theory of such practice, test procedures and estimation of its duration, procedures of results processing and data representation form. The chapter gives an example of the practical application of accelerated field testing of an information system of railway dispatch control. It also defines basic stipulations of software test procedures according to the quality requirements and requirements of functional safety and absence of undeclared program capabilities, as well as the procedure of confirmation of software integrated safety and security.

In the end of each chapter there are test questions for the most difficult and relevant material. The book is designed primarily for specialists engaged in practical work on development, production, operation and modification of information systems. It is intended for researchers worked in the field of reliability of software and hardware systems, academic teaching stuff, postgraduates and students specialized in information technologies, information systems and automated control systems.

The book completes the project of three books created to provide a wide audience of specialists with methods of analysis of structural and functional reliability of information systems and particularly, methods of synthesis of reliability, fault tolerance and functional safety of such systems.

### От редколлегии

Редколлегией журнала произведен сопоставительный анализ статьи «Методика определения ожидаемой стоимости гарантийных обязательств предприятия-изготовителя» (авторы: Ахрамович И.Л., Когут С.А., Терещенко Ф.В.) (журнал «Надежность», № 3, 2013) и статьи «Методика расчета стоимости гарантийных обязательств» (авторы Зайко Ю.Г., Искандарова Л.Н., Мишин В.Ф.) (журнал «Надежность», № 3, 2015). Анализ показал следующее.

Обе статьи «Методика определения ожидаемой стоимости гарантийных обязательств предприятия-изготовителя» и «Методика расчета стоимости гарантийных обязательств» имеют общий предмет и объект исследования, и практически одинаковые научные результаты, приоритет разработке которых принадлежит Ахрамовичу И.Л. и его соавторам. В статье Зайко Ю.Г. с соавторами результаты вторичны и детализированы только в части видов гарантийных обязательств. Они не имеют самостоятельного научного значения.

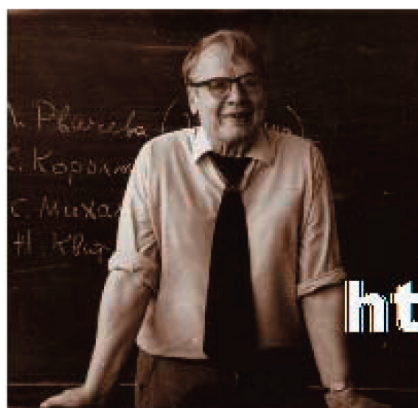
*С уважением, Главный редактор журнала «Надежность» д.т.н., профессор Шубинский И.Б.*

### From Editorial Board

Editorial board of the journal carried out a comparative analysis of the articles “Methods for defining of a manufacturer’s warranty expected costs” (by Akhramovich I.L., Kogut S.A., Tereschenko F.V.) (Dependability, № 3, 2013) and “Methodology for calculating the cost of warranty obligations” (by Zayko Y.G., Iskandarova L.N., Mishin V.F.) (Dependability, №3, 2015). The analysis showed the following.

Both articles “Methods for defining of a manufacturer’s warranty expected costs” and “Methodology for calculating the cost of warranty obligations” have common subject and object of the research, and almost common scientific results, developed with the priority of Akhramovich I.L. and his co-authors. The results represented in the article of Zayko Y.G. and his contributors, are secondary, and are extended only in the part related to the types of warranty obligations. They do not possess a self-contained scientific value.

*Sincerely yours, Editor-in-Chief Journal “Dependability” Dr.Sci., professor Shubinsky I.B.*



### Дорогие коллеги!

В 2005 году была основана неформальная Ассоциация специалистов по надежности, прикладной вероятности и статистике (I.G.O.R.), которая имеет свой сайт в Интернете GNEDENKO FORUM. Сайт назван в честь выдающегося математика Бориса Владимировича Гнеденко (1912-1995). Целью Форума является улучшение профессиональных и персональных контактов специалистов по математической статистике, теории вероятностей и их важных ветвей, как Теория надежности и контроля качества, Теория массового обслуживания, Теории управления запасами и т.п.

Начиная с января 2006 года Форум издает ежеквартальный Международный электронный журнал

**«Надежность: Теория и приложения» (“Reliability: Theory & Applications”).**

Журнал зарегистрирован в Библиотеке Конгресса США (ISSN 1932-2321). Все права сохраняются за авторами, так что статьи затем могут быть свободно опубликованы в любых других изданиях или представлены на конференции.



**Вступайте в Форум  
Гнеденко!**

**Добро**

**пожаловать!**

В наших рядах уже более

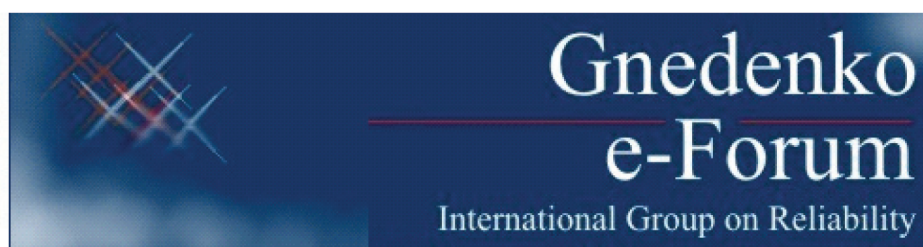
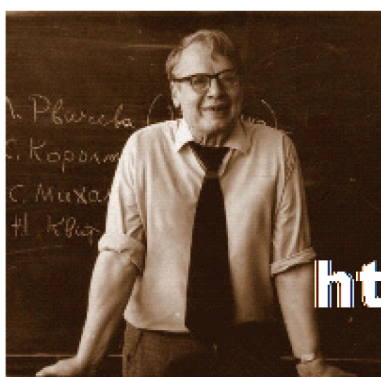
**500** специалистов

из **44** стран мира.

Для вступления в  
Форум присылайте  
фото и краткое резюме  
по адресу:

**к.т.н. Александр Бочков,**  
[a.bochkov@gmail.com](mailto:a.bochkov@gmail.com)

**Membership is free.**



<http://Gnedenko-Forum.org/>

**Dear colleagues!**

In 2005 the informal Association of Experts in Reliability, Applied Probability and Statistics (I.G.O.R.) was established with its own Internet website GNEDENKO FORUM. The site has been named after the outstanding mathematician Boris Vladimirovich Gnedenko (1912-1995). The Forum's purpose is an improvement of personal and professional contacts between experts in the mathematical statistics, probability theory and their important branches, such as reliability theory and quality control, the theory of mass service, storekeeping theory, etc.

Since January 2006, the Forum has published a quarterly international electronic magazine

***"Reliability: Theory and Applications"***.

The magazine is registered with the Library of Congress in the USA (ISSN 1932-2321). All rights reserved for authors so that articles can be freely published in any other publications or presented at conferences.



**Join Gnedenko Forum!**

**Welcome!**

**More than 500 experts  
from 44 countries  
worldwide have already  
joined us!**

To join the Forum, send a  
photo and a short CV to the  
following address:

**Alexander Bochkov, PhD**

[a.bochkov@gmail.com](mailto:a.bochkov@gmail.com)

**Membership is free.**



## АВТОРЫ НОМЕРА / AUTHORS OF THIS ISSUE

**Алпеев Анатолий Степанович**

кандидат технических наук, ведущий научный сотрудник, ФБУ «Научно-технический центр по ядерной и радиационной безопасности»  
тел. +7-916-373-61-00  
e-mail: alpeev@yandex.ru

**Антонов Александр Владимирович**

кандидат технических наук, старший научный сотрудник, Институт проблем управления им. В.А.Трапезникова РАН  
тел.: +7 (495) 334-75-71  
e-mail: av@ipu.ru

**Баева Мария Андреевна**

магистрант, инженер-программист, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования Омский государственный технический университет  
e-mail: baeva\_m\_a@mail.ru

**Баранов Леонид Аврамович**

доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Управление и защита информации», Московский государственный университет путей сообщения (МИИТ)  
тел.: (495) 684-21-68  
e-mail: baranov.miit@gmail.com

**Волков Артем Николаевич**

аспирант, ФГУП НИИ Физических проблем им. Ф.В.Лукина  
тел.: +7 (905) 756-97-27  
e-mail: artem.n.volkov@yandex.ru

**Ермолин Юрий Александрович**

доктор технических наук, профессор кафедры «Управление и защита информации», Московский государственный университет путей сообщения (МИИТ)  
тел.: (495) 684-21-68  
e-mail: ermolin.y@yandex.ru

**Жарко Елена Филипповна**

кандидат технических наук, старший научный сотрудник, Институт проблем управления им. В.А.Трапезникова РАН  
тел.: +7 (495) 334-75-71  
e-mail: elena\_hot@inbox.ru

**Каштанов Виктор Алексеевич**

доктор физико-математических наук, профессор, профессор Департамента Прикладной математики, Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»  
e-mail: vakashtanov@hse.ru

**Перевода Александра Анатольевна**

старший преподаватель, Обнинский институт атомной энергетики – филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»  
e-mail: Pereguda@iate.obninsk.ru

**Перевода Аркадий Иванович**

доктор технических наук, профессор, Обнинский институт атомной энергетики – филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»  
тел.: +7 (962) 174-40-59

**Потапов Илья Викторович**

доктор технических наук, доцент, профессор кафедры «Радиотехнические устройства и системы диагностики», ФГБОУ ВПО «Омский государственный технический университет»  
тел.: +7 (905) 923-38-49  
e-mail: ip@omgtu.ru

**Промыслов Виталий Георгиевич**

кандидат физико-математических наук, ведущий научный сотрудник, Институт проблем управления им. В.А.Трапезникова РАН. Тел.: +7 (495) 334-75-71  
e-mail: v1925@mail.ru

**Ротштейн Александр Петрович**

доктор технических наук, профессор, профессор кафедры управления промышленностью, Иерусалимский политехнический институт  
e-mail: alexrot@inbox.ru

**Тюфанова Анастасия****Александровна**

кандидат технических наук, старший преподаватель, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Государственный морской университет имени адмирала Ф.Ф.Ушакова». Тел.: +7 (918) 413-41-15  
e-mail: alina.34@mail.ru

**Alpeev Anatoly Stepanovich**

PhD Engineering, Chief Research Assistant, FSI "Scientific and Engineering Centre for Nuclear and Radiation Safety"  
tel. +7-916-373-61-00  
e-mail: alpeev@yandex.ru

**Antonov Aleksander Vladimirovich**

PhD Engineering, Senior Research Assistant, V.A.Trapeznikov Institute of Control Sciences, RAS  
tel.: +7 (495) 334-75-71  
e-mail: av@ipu.ru

**Baeva Maria Andreevna**

Master's degree Student, Software Development Engineer, Federal State-Funded educational Institution of Higher Professional Education "Omsk State Technical University"  
e-mail: baeva\_m\_a@mail.ru

**Baranov Leonid Avraamovich**

Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of Chair "Control and protection of information", Moscow State University of Railway Engineering (MIIT)  
tel.: (495) 684-21-68  
e-mail: baranov.miit@gmail.com

**Volkov Artem Nikolaevich**

Postgraduate student, F.V. Lukin State Research Institute of Physical Problems  
tel.: +7 (905) 756-97-27  
e-mail: artem.n.volkov@yandex.ru

**Ermolin Yury Aleksandrovich**

Doctor of Technical Sciences, Professor of Chair "Control and protection of information", Moscow State University of Railway Engineering (MIIT)  
tel.: (495) 684-21-68  
e-mail: ermolin.y@yandex.ru

**Zharko Elena Filippovna**

PhD Engineering, Senior Research Assistant, V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences, RAS  
tel.: +7 (495) 334-75-71  
e-mail: elena\_hot@inbox.ru

**Kashtanov Viktor Alekseevich**

Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Professor of the Department of Applied Mathematics, National Research University "Higher School of Economics"  
e-mail: vakashtanov@hse.ru

**Pereguda Aleksandra Anatolievna**

Senior Lecturer, Obninsk Institute for Nuclear Power engineering – Branch of National Research Nuclear University MEPhI  
e-mail: Pereguda@iate.obninsk.ru

**Pereguda Arkady Ivanovich**

Doctor of Technical Sciences, Professor, Obninsk Institute for Nuclear Power engineering – Branch of National Research Nuclear University MEPhI  
tel.: +7 (962) 174-40-59

**Potapov Ilya Viktorovich**

Doctor of Technical Sciences, Docent, Professor of Chair "Radio technical devices and systems of diagnostics", Federal State-Funded educational Institution of Higher Professional Education "Omsk State Technical University"  
tel.: +7 (905) 923-38-49  
e-mail: ip@omgtu.ru

**Promyslov Vitaly Georgievich**

Candidate of physical-mathematical sciences, Senior Research Assistant, V.A.Trapeznikov Institute of Control Sciences, RAS  
tel. +7 (495) 334-75-71  
e-mail: v1925@mail.ru

**Rotstein Aleksander Petrovich**

Doctor of Technical Sciences, Professor, Professor of Chair Industrial Management, Technological University of Jerusalem  
e-mail: alexrot@inbox.ru

**Tyufanova Anastasia Aleksandrovna**

PhD Engineering, Senior Lecturer, Federal State-Funded educational Institution of Higher Professional Education "Admiral Ushakov Maritime state University"  
tel.: +7 (918) 413-41-15  
e-mail: alina.34@mail.ru



## ТРЕБОВАНИЯ РЕДАКЦИИ ПО ОФОРМЛЕНИЮ СТАТЕЙ В ЖУРНАЛАХ ИЗДАТЕЛЬСКОЙ ГРУППЫ IDT PUBLISHERS

Письмо от организации, где работает автор(ы), либо лично от автора(ов) с предложением о публикации статьи направляется в редакцию журнала по фактическому адресу: 107078, г.Москва, Орликов переулок, д.5, офис 755 ООО «ЖУРНАЛ «НАДЕЖНОСТЬ» или по адресу e-mail: E.Patrikeeva@gismps.ru (в отсканированном виде). Для журналов издательской группы IDT PUBLISHERS по адресу: 105005, г.Москва, набережная академика Туполева, д. 15, корп. 29 ООО «Издательский дом «Технологии» или по адресу e-mail: knstas@yahoo.com (в отсканированном виде).

К письму прилагается в электронном виде (на CD или по приведенному выше E-mail) текст статьи с аннотацией и ключевыми словами, информацией об авторах, с приставным библиографическим списком, предоставляется с одним комплектом рисунков

**Внимание! Названия статьи, ФИО авторов, аннотация и ключевые слова обязательно представляются в соответствии с требованиями ВАК на русском и английском языках.**

Информация о каждом авторе должна содержать следующие стандартные сведения:

- Фамилия, имя, отчество;
- Ученая степень, ученое звание, почетное звание;
- Членство в общественных союзах и т.д.;
- Место работы, должность;
- Перечень и номера журналов IDT Publishers, в которых ранее публиковались статьи автора;
- Сведения для контактов;
- Фотографии всех авторов статьи.

Текст необходимо набирать в редакторе Word 97-2003 шрифтом № 12; текст не форматируется. Абзацы организуются путем нажатия клавиши Enter.

Текст статьи набирается через полтора интервала на странице формата A4; слева должно быть поле 2 см; страницы нумеруются, «красная строка» обязательна. Все буквенные обозначения, приведенные на рисунках, необходимо пояснять в основном или под-

рисуночном тексте. Недопустимы отличия в обозначениях на рисунках и в тексте. Нумеровать следует только те формулы и уравнения, на которые есть ссылка в тексте.

Непосредственно в тексте набираются простые формулы (например,  $m^2$ ;  $n^2t$ ,  $C = 1 + DDF - A_2$ ), греческие буквы и символы, например,  $\beta$ ,  $\odot$  — шрифтом Symbol. То, что невозможно набрать непосредственно в текстовом редакторе, — с использованием редактора формул Microsoft Equation (входящего в комплект поставки Microsoft Office) или редактора формул MathType.

Не допускается представление текста, в котором формулы представлены в виде изображения.

Фотографии и рисунки к статьям предоставляются отдельными файлами с расширением TIF, или EPS или JPEG с разрешением не менее 300 dpi.

Список использованной литературы составляется в порядке цитирования и дается в конце статьи.

Ссылки на литературу в тексте отмечаются порядковыми цифрами в квадратных скобках.

### Вниманию авторов, публикующихся в журналах IDT Publishers.

Представленная информация о каждом авторе помимо журнала будет размещаться на сайте techizdat.ru в разделе «Авторы» на отдельной интернет-странице.

Авторам также предоставляется возможность при публикации своих статей направить в редакцию свою электронную фотографию и дополнительные материалы для размещения их на этой индивидуальной Интернет-визитке. По своему усмотрению автор может рассказать более подробно о себе, об интересных примерах и историях решения технических проблем, о современных задачах - в соответствии с тематикой соответствующего журнала - и т.п. Желательный объем этого материала — не более 1000 знаков с пробелами.

## ПОДПИСКА НА ЖУРНАЛ «НАДЕЖНОСТЬ»

Подписаться на журнал в 2016 году можно:

- Через агентство «Роспечать» — индекс 81733;

- По каталогу «Пресса России» агентства «Книга-Сервис» — индекс 11804;

- Через редакцию на любой срок  
тел.: 8-916-105-81-31  
e-mail: E.Patrikeeva@gismps.ru

## REQUIREMENTS OF EDITION ON EXECUTION OF PAPERS IN JOURNALS OF PUBLISHING GROUP OF IDT PUBLISHERS

A letter from the organisation where the author (s) works or from the author (s) personally with the paper offered for publication should be sent to the de facto editorial office address: 107078, Moscow, 5 Orlikov lane, Office 755, LLC "JOURNAL DEPENDABILITY" or e-mail: E.Patrikeeva@gismps.ru (in scanned form). For journals of the publishing group of "IDT PUBLISHERS" the paper offered for publication should be sent to the address: 105005, Moscow, 15 Quay of Academician Tupolev, building 29, LLC "the publishing house Technology" or e-mail to: knstas@yahoo.com <mailto:knstas@yahoo.com> (in scanned form).

The letter should be attached to a paper text containing the summary and keywords, information on authors, bibliographic list, and one complete set of figures. All listed items are to be presented in an electronic form (on CD or via the e-mail address provided above).

**Attention!** Titles of papers, names of authors, summary and keywords must be presented, in Russian and English languages, according to the requirements of the Higher Attestation Commission. The information on each author should contain the following standard data:

- Surname, name, patronymic;
- Scientific degree, academic status, honorary title;
- Membership of relevant public unions, etc.;
- Place of employment, position;
- The list and numbers of Journals of IDT Publishers in which papers of the author have been previously published;
- Contact information.

Texts should be presented in Word 97-2003 format in a 12-point typeface; the text should not be formatted. Paragraphs should be arranged by pressing the "return" key. The text of the paper should be double-spaced on pages of A4; on the left there should be a margin of 2 cm; pages should be numbered, the «first line indent» is obligatory.

All alphabetical designations represented in figures should be explained in the body text or in a legend. Inconsistencies between designations in figures and in the text are inadmissible. Numbering should only be applied to those formulas and equations that are referred to in the text.

Simple formulas appearing directly in the text (for example,  $m^2$ ,  $n^2t$ ,  $c = 1 + DDF - A_2$ ), and the Greek letters and symbols, for example,  $\beta$ ,  $\otimes$  may be typed using the Symbol font. When it is not possible to type directly in the text editor, use the "Microsoft Equation" formula editor (available with the complete installation of Microsoft Office) or the "Mathtype" formula-editing program. Representation of formulae in the text in the form of images is not admissible. Photos and figures for papers should be provided in individual files with extension TIF, EPS or JPG with a resolution of not less than 300 dpi. The list of literature referred to in the paper (bibliography) is presented according to order of citation and provided at the end of paper. References to the literature in the text are marked by serial numerals in square brackets.

### To authors that are published in journals of "IDT Publishers".

In addition to the journal, information on each author will be presented at the techizdat.ru site in the «Authors» section on the individual web page.

Authors of papers for publication have the opportunity to send an electronic photo and additional material to appear on this individualised Internet-business card. At their own discretion, authors can present more details about themselves, interesting examples and stories of solutions to technical problems, about contemporary problems according to subjects of corresponding journal, etc. This material should not exceed 1000 characters including spaces.

## SUBSCRIPTION TO THE JOURNAL «DEPENDABILITY»

It is possible to subscribe to the journal for 2016:

- Through the agency «Rospechat»  
– for the first half of the year: an index 81733;
- Under the catalogue "Press of Russia" of the agency «Books-services»:  
– for half a year: an index 11804;
- Through the editorial office:  
– for any time-frame  
tel.: 8-916-105-81-31; e-mail: E.Patrikeeva@gismps.ru

## ЗАЯВКА НА ПОДПИСКУ НА ЖУРНАЛ «НАДЕЖНОСТЬ»

с № \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. по № \_\_\_\_\_ 20\_\_ г., количество экз. \_\_\_\_\_

|                                                             |  |
|-------------------------------------------------------------|--|
| Полное наименование<br>организации                          |  |
| Юридический адрес<br>предприятия<br>(индекс, страна, адрес) |  |
| Почтовый адрес<br>предприятия<br>(индекс, страна, адрес)    |  |
| ИНН/КПП                                                     |  |
| Расчетный счет                                              |  |
| Банк                                                        |  |
| Корреспондентский счет                                      |  |
| БИК                                                         |  |
| Контактное лицо:<br>Ф.И.О., должность                       |  |
| Телефон/факс, e-mail                                        |  |

### Реквизиты: ООО «Журнал «Надежность»

Адрес редакции: 109029, г. Москва, ул. Нижегородская, д.27, стр.1, оф. 209

Тел./факс: (495) 967-77-02 , e-mail: E.Patrikeeva@gismps.ru

ИНН 7709868505 КПП 770901001

р/с 40702810100430000017

к/с 30101810100000000787

### Адрес доставки:

Кому: \_\_\_\_\_

Куда: \_\_\_\_\_

Для оформления подписки на журнал «Надежность» заполните заявку и отправьте ее по факсу или электронной почте.

По всем вопросам, связанным с подпиской, обращайтесь в редакцию журнала.

Стоимость годовой подписки 4180-00 руб, в т.ч. НДС 10%.

Периодичность – 4 номера в год.

## SUBSCRIBER APPLICATION FOR DEPENDABILITY JOURNAL

Please subscribe us for 20\_\_\_\_  
from No. \_\_\_\_\_ to No. \_\_\_\_\_ number of copies \_\_\_\_\_

|                                               |  |
|-----------------------------------------------|--|
| Company name                                  |  |
| Name, job title<br>of company head            |  |
| Phone/fax, e-mail<br>of company head          |  |
| Mail address<br>(address, postcode, country)  |  |
| Legal address<br>(address, postcode, country) |  |
| VAT                                           |  |
| Account                                       |  |
| Bank                                          |  |
| Account number                                |  |
| S.W.I.F.T.                                    |  |
| Contact person:<br>Name, job title            |  |
| Phone/fax, e-mail                             |  |

**Publisher details: Dependability Journal Ltd.**

Address of the editorial office: office 209, bldg 1, 27 Nizhegorodskaya Str., Moscow 109029,  
Russia Phone/fax: 007 (495) 967-77-02, e-mail: E.Patrikeeva@gismps.ru  
VAT 7709868505 Account 890-0055-006  
Account No. 40702810100430000017  
Account No. 30101810100000000787

**Address of delivery:**

**To whom:** \_\_\_\_\_

**Where:** \_\_\_\_\_

To subscribe for Dependability journal, please fill in the application form and send it by fax or email.

In case of any questions related to subscription, please contact us.

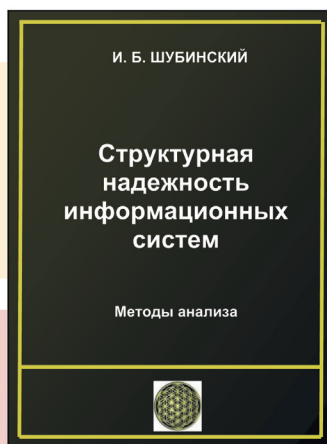
Cost of year subscription is 4180 rubles, including 18 per cent VAT.

The journal is published four times a year.

# НАДЁЖНОСТЬ

НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

ПРЕДСТАВЛЯЕТ



Приобрести издание  
можно через редакцию  
ООО «Журнал «Надёжность»

8 (495) 967-77-05, доб.186  
8-916-105-81-31  
(Патрикеева Евгения)

E.Patrikeeva@gismps.ru,  
www.dependability.pro

И. Б. ШУБинский

## Структурная надёжность информационных систем

Методы анализа



Шубинский Игорь Борисович

СТРУКТУРНАЯ НАДЁЖНОСТЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМ  
Методы анализа

Редактор: Патрикеева Евгения Владимировна  
Компьютерная верстка: Куртиш Борис Сергеевич  
Корректор: Комарова Екатерина Евгеньевна

Подписано в печать 12.07.2012. Формат издания 70х100/16.  
Печать офсетная. Бумага офсетная. Усл. печ. л. 17,55.  
Тираж 700 экз. Заказ № 1452.

ООО «Журнал «Надёжность»,  
109029, г. Москва,  
ул. Нижегородская, д.27, стр.1, офис 209  
Тел./факс: +7 499 262 53 20  
E-mail: E.Patrikeeva@gismps.ru

## И.Б.Шубинский «Структурная надёжность информационных систем» 2012г.

В книге приведены основные понятия и показатели структурной надёжности информационных систем, показана общность и специфические отличия показателей надёжности, применяемых в отечественных и международных стандартах. Отражены недавние изменения в подходах к моделированию надёжности. Подробно описаны Марковские модели надёжности и графовые полумарковские методы расчета надёжности, которые проиллюстрированы многочисленными примерами. Значительное внимание уделено инженерным методам расчета и приближенного прогнозирования структурной надёжности информационных систем, оценкам погрешностей расчетов, а также статистической оценке показателей надёжности. В конце каждой главы содержатся контрольные вопросы по наиболее сложному и значимому материалу главы.

Книга рассчитана, в первую очередь, на специалистов, занимающихся практической работой по разработке, производству, эксплуатации и модификации информационных систем. Она предназначена научным работникам в области структурной надёжности различных дискретных систем, преподавательскому составу, аспирантам и студентам, специализирующимся в области информационных систем, а также в области автоматизированных систем управления.

Приобрести издание можно через редакцию журнала «Надёжность»  
по тел. 8 (495) 967-77-05, доб.186; 8-916-105-81-31 (Патрикеева Евгения),  
e-mail: E.Patrikeeva@gismps.ru, www.dependability.pro

## Igor B. Shubinsky STRUCTURAL DEPENDABILITY OF INFORMATION SYSTEMS 2012

The book presents the basic concepts and parameters of the structural dependability of information systems. It discusses general and specific differences in dependability indices used in domestic and international standards, along with recent developments in approaches to dependability modeling. Markov reliability models together with graph semi-Markov methods for calculating reliability are described in detail and illustrated by numerous examples. Considerable attention is paid to the engineering methods of calculation and the approximate prediction of structural dependability and error estimation of information systems as well as to the statistical assessment of dependability parameters. At the end of each chapter there are checklists of the most complex and significant subjects of the chapter.

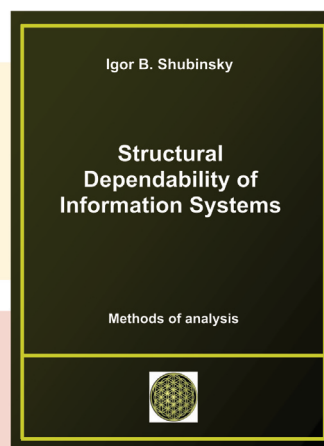
The book is intended primarily for professionals involved in practical work on the development, production, operation and modification of information systems. It is designed for scientists in the field of structural dependability of various discrete systems, academic staff and graduates (students) specializing in information systems as well as in the field of automated control systems.

Publication can be purchased through the editorial board of Journal Dependability Ltd.  
by phone 8 (495) 967-77-05, ext.186; 8-916-105-81-31 (Patrikeeva Evgenia)  
e-mail: E.Patrikeeva@gismps.ru, www.dependability.pro

# НАДЁЖНОСТЬ

DEPENDABILITY SCIENTIFIC AND TECHNICAL JOURNAL

REPRESENTS



Igor B. Shubinsky

## Structural Dependability of Information Systems

Methods of analysis



Publication can be purchased  
through the editorial board  
of Journal Dependability Ltd.

8 (495) 967-77-05, ext.186;  
8-916-105-81-31  
(Patrikeeva Evgenia)

E.Patrikeeva@gismps.ru,  
www.dependability.pro

Igor B. Shubinsky

STRUCTURAL DEPENDABILITY OF INFORMATION SYSTEMS  
Methods of analysis

Editor: Patrikeeva Evgenia  
Make-up: Kurish Boris S.  
Proofreading: Komarova Catherine E.

Copy deadline 12.07.2012. Format of the edition 70х100/16.  
Offset printing. Offset paper. Conv. Sheet L 24,05.  
Circulation of 700 copies. Order number 1452.

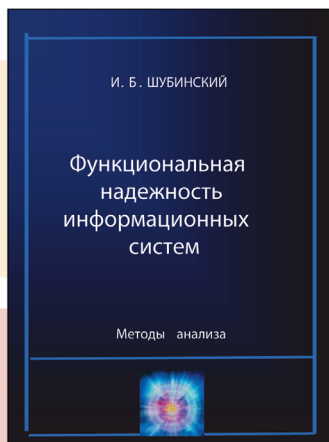
Journal Dependability Ltd.  
109029, Moscow,  
Nizhegorodskaya str., 27, bldg. 1, office 209  
Tel. / Fax: +7 499 262 53 20  
E-mail: E.Patrikeeva@gismps.ru



# НАДЁЖНОСТЬ

НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

ПРЕДСТАВЛЯЕТ



Приобрести издание  
можно через редакцию  
ООО «Журнал «Надёжность»

8 (495) 967-77-05, доб.186  
8-916-105-81-31  
(Патрикеева Евгения)

E.Patrikeeva@gismps.ru,  
www.dependability.pro

ООО «Журнал «Надёжность»,  
109029, г. Москва,  
ул. Нижегородская, д.27, стр.1, офис 209  
Тел./факс: +7 499 262 53 20  
E-mail: E.Patrikeeva@gismps.ru

Шубинский Игорь Борисович  
ФУНКЦИОНАЛЬНАЯ НАДЕЖНОСТЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМ  
Методы анализа

Редактор: Патрикеева Евгения Владимировна  
Компьютерная верстка: Куртиш Борис Сергеевич  
Корректор: Комарова Екатерина Евгеньевна

Подписано в печать 12.07.2012. Формат издания 70х100/16.  
Печать офсетная. Бумага офсетная. Усл. печ. л. 24,05.  
Тираж 700 экз. Заказ № 1453.

## И.Б.Шубинский «Функциональная надёжность информационных систем» 2012г.

В книге впервые представлена теория функциональной надёжности информационных систем как составная часть общей теории надёжности. Она включает понятия и определения; основные угрозы нарушения функциональной надёжности информационных систем; систему показателей; методы оценки функциональной надёжности цифровых устройств; методы и модели оценки функциональной надёжности программного обеспечения. В отдельной главе рассмотрена функциональная надёжность критически важных информационных систем, в том числе понятие критически важной системы, особенности оценки сбойных ошибок, оценки функциональной надёжности операторов, оценки опасных отказов и рисков, требования к функциональной надёжности и к архитектуре программного обеспечения критически важных информационных систем.

В конце каждой главы содержатся контрольные вопросы по наиболее сложному и значимому материалу главы.

Книга рассчитана, в первую очередь, на специалистов, занимающихся практической работой по разработке, производству, эксплуатации и модификации информационных технологий и информационных систем. Она предназначена научным работникам в области надёжности программно – аппаратных средств информационных систем, преподавательскому составу, аспирантам и студентам, специализирующимся в области информационных технологий, а также в области автоматизированных систем управления.

Приобрести издание можно через редакцию журнала «Надёжность»  
по тел. 8 (495) 967-77-05, доб.186; 8-916-105-81-31 (Патрикеева Евгения),  
e-mail: E.Patrikeeva@gismps.ru, www.dependability.pro

## Igor B. Shubinsky FUNCTIONAL DEPENDABILITY OF INFORMATION SYSTEMS 2012

For the first time, this book presents the theory of functional dependability of information systems as a component of the general dependability theory. The book comprises basic concepts and definitions, major threats for the functional dependability of information systems, system parameters, methods for estimating the functional dependability of digital devices, and methods and models of estimating software functional dependability. A separated chapter considers the functional reliability of critical information systems, including the concept of a critical system, features of faults, estimation of functional reliability of operators, estimation of hazardous failures and risks, the requirements of functional dependability and the software architecture of critical information systems. A checklist of the most complex and significant subjects is provided at the end of each chapter.

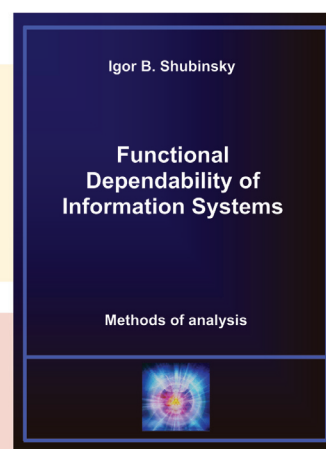
The book is primarily intended for experts who are engaged in practical development, manufacture, operation and updating of information technologies and information systems. It is intended for researchers in the field of software-hardware of information systems, academic staff, post-graduate students and students specializing in the field of information technologies as well as those working in the field of automated control systems.

Publication can be purchased through the editorial board of Journal Dependability Ltd.  
by phone 8 (495) 967-77-05, ext.186; 8-916-105-81-31 (Patrikeeva Evgenia)  
e-mail: E.Patrikeeva@gismps.ru, www.dependability.pro

# НАДЁЖНОСТЬ

DEPENDABILITY SCIENTIFIC AND TECHNICAL JOURNAL

REPRESENTS



Publication can be purchased  
through the editorial board  
of Journal Dependability Ltd.

8 (495) 967-77-05, ext.186;  
8-916-105-81-31  
(Patrikeeva Evgenia)

E.Patrikeeva@gismps.ru,  
www.dependability.pro

Igor B. Shubinsky

STRUCTURAL DEPENDABILITY OF INFORMATION SYSTEMS  
Methods of analysis

Editor: Patrikeeva Evgenia  
Make-up: Kurish Boris S.  
Proofreading: Komarova Catherine E.

Copy deadline 12.07.2012. Format of the edition 70x100/16.  
Offset printing. Offset paper. Conv. Sheet L 24,05.  
Circulation of 700 copies. Order number 1452.

Journal Dependability Ltd.  
109029, Moscow,  
Nizhegorodskaya str., 27, bldg. 1, office 209  
Tel. / Fax: +7 499 262 53 20  
E-mail: E.Patrikeeva@gismps.ru

## ЖУРНАЛ ИЗДАЕТСЯ ПРИ УЧАСТИИ И ПОДДЕРЖКЕ

ОТКРЫТОГО АКЦИОНЕРНОГО ОБЩЕСТВА «НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ И ПРОЕКТНО-КОНСТРУКТОРСКИЙ ИНСТИТУТ ИНФОРМАТИЗАЦИИ, АВТОМАТИЗАЦИИ И СВЯЗИ НА ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОМ ТРАНСПОРТЕ»  
(ОАО «НИИАС»)



**ОАО «НИИАС»** – ведущее предприятие ОАО «РЖД» в области создания комплексов и систем обеспечения безопасности движения, управления движением, геоинформационного обеспечения, мониторинга состояния подвижного состава и инфраструктуры железных дорог



### Цели:

- ☐ эффективность,
- ☐ безопасность
- ☐ надежность перевозок



### Основные направления деятельности

- Интеллектуальные системы управления
- Технологии управления перевозками и транспортного обслуживания
- Системы автоматики и телемеханики
- Центры автоматизированного управления
- Информационные системы
- Геоинформационные системы и спутниковые технологии
- Системы транспортной безопасности
- Системы управления инфраструктурой
- Системы управления топливно-энергетическими ресурсами
- Испытания, сертификация и экспертиза
- Информационная безопасность
- Нормативно-правовое обеспечение



[www.vniias.ru](http://www.vniias.ru)