



Русин А.Ю., Абдулхамед М.

УПРАВЛЕНИЕ ПРОЦЕССОМ ИСПЫТАНИЯ ОБОРУДОВАНИЯ НА НАДЕЖНОСТЬ

Повышения экономической эффективности системы испытания оборудования на надежность можно добиться сокращением времени испытаний или уменьшением количества испытываемых образцов. При сокращении времени испытаний возрастает степень цензурирования выборки, а при уменьшении количества образцов уменьшается объем выборки наработок оборудования. Сокращать параметры испытаний можно только в том случае, если методы обработки информации обеспечивают достоверность рассчитанных показателей надежности.

В результате проведения испытаний формируются малые, цензурированные выборки наработок оборудования на отказ. Расчет показателей надежности по таким выборкам выполняется методом максимального правдоподобия. В статье представлены экспериментальные исследования точности оценки максимального правдоподобия параметра экспоненциального закона распределения по малым, однократно цензурированным справа выборкам. Исследования выполнялись моделированием на компьютере цензурированных выборок, подобных выборкам, формирующимся при испытаниях оборудования на надежность. Эти экспериментальные данные показывают, что большинство оценок максимального правдоподобия, полученные по малым, однократно цензурированным справа выборкам имеют значительные отклонения от истинных значений.

В работе построены регрессионные модели, устанавливающие зависимость между отклонением оценки максимального правдоподобия от истинного значения и параметрами, характеризующими структуру выборки. Они позволяют рассчитать и ввести поправки к оценкам максимального правдоподобия. Были проведены экспериментальные исследования результатов их использования. Точность оценок максимального правдоподобия после применения разработанных моделей и введения поправки к оценкам максимального правдоподобия значительно возрастает. Разработано программное обеспечение для применения регрессионных моделей на практике.

Ключевые слова: компьютерное моделирование, обработка информации, испытания оборудования, надежность, цензурированные выборки, метод максимального правдоподобия.

На всех этапах проектирования и эксплуатации оборудования ведется контроль показателей надежности. При создании нового оборудования для определения показателей надежности проводят его испытания.

Оптимизация системы испытаний оборудования на надежность направлена на уменьшение затрат на их проведение. Один из путей их снижения – это сокращение времени проведения испытаний. Если испытываемые образцы дорогостоящие, то снижения стоимости можно добиться уменьшением их количества.

В результате проведения испытаний формируются выборки наработок на отказ исследуемого оборудования. При сокращении времени проведения испытаний и уменьшении количества образцов мы получаем малые цензурированные справа выборки наработок на отказ.

При параметрическом оценивании показателей надежности по цензурированным справа выборкам основным математическим методом является метод максимального правдоподобия.

В условиях сокращения времени испытаний и количества испытуемых изделий, становится актуальным вопрос исследования достоверности оценок максимального правдоподобия (МП).

Существует несколько разработанных планов испытаний. В данной статье рассмотрен план $[N, U, T]$, который приведен в стандарте [1]. Согласно этому плану, одновременно испытывают N объектов, отказавшие во время испытаний объекты не восстанавливают и не заменяют, испытания прекращают по окончании времени наблюдений или достижения наработки T для каждого не отказавшего объекта. В обновленном стандарте [2], действующем в настоящее время, также существует план испытаний, подобный этому. Он называется планом, ограниченным продолжительностью наблюдений.

При проведении испытаний по плану $[N, U, T]$ формируются однократно цензурированные выборки наработок на отказ. В работе выполнены экспериментальные исследования точности оценок МП экспоненциального закона распределения по малым, однократно цензурированным справа выборкам.

Для проведения исследований разработан алгоритм и подпрограмма моделирования процесса отказов на ЭВМ, возникающих при проведении испытаний по плану $[N, U, T]$, к программе моделирования отказов оборудования и обработке полученных результатов, разработанной в [7].

Использован следующий алгоритм формирования однократно цензурированной выборки:

1. Генерируется случайная величина t , распределенная по экспоненциальному закону распределения, рассчитываемая по формуле [6]

$$z = -\frac{1}{\lambda} \ln R,$$

где R – случайная величина, равномерно распределенная на интервале $(0, 1)$.

2. Полученные случайные величины сравниваются с заданным временем проведения испытаний T . Если $t < T$ к моделируемой выборке добавляется случайная величина t , соответствующая наработке до отказа. Если $t > T$ к моделируемой выборке добавляется случайная величина T , соответствующая наработке до цензурирования.

3. Процесс моделирования продолжается до тех пор, пока число полученных случайных величин не станет равным заданному числу членов выборки N (объему выборки).

На ЭВМ моделировались однократно цензурированные справа выборки случайных величин объемом $N=5, 10, 15, 20$. Генерирование выборок выполнялось при следующих ограничениях

$$\begin{aligned} 6 \leq N < 10, q &\geq 0,5 \\ 10 \leq N < 20, q &\geq 0,3 \\ 20 \leq N \leq 50, q &\geq 0,2, \end{aligned}$$

где q – степень цензурирования выборки. Ограничения приняты в соответствии с рекомендациями [7].

Количество сформированных выборок V для каждого значения N равно 3000. По каждой выборке методом максимального правдоподобия рассчитывались оценки экспоненциального распределения и их относительные отклонения δ от истинных значений, которые использовались при генерации выборки.

$$\delta = \frac{\lambda - \lambda_{ОМП}}{\lambda}, \quad (1)$$

где λ – истинное значение параметра экспоненциального распределения,

$\lambda_{ОМП}$ – оценка максимального правдоподобия экспоненциального распределения. По результатам моделирования построены гистограммы относительных отклонений оценок максимального правдоподобия экспоненциального распределения. По оси ординат отложен процент оценок от общего количества, попавших в данный интервал. Полученные результаты приведены на рис. 1.

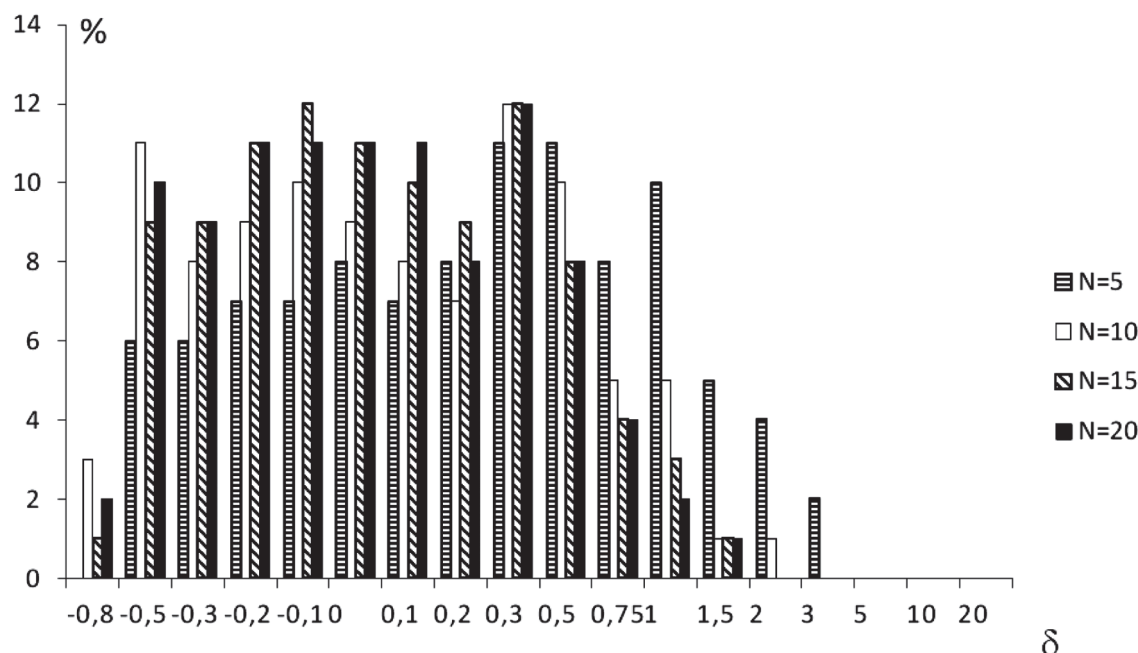


Рис. 1. Относительные отклонения оценки максимального правдоподобия

Эти экспериментальные данные показывают, что большинство оценок максимального правдоподобия, полученные по малым, однократно цензурированным справа выборкам, имеют значительные отклонения от истинных значений. Например, 2% оценок экспоненциального распределения при $N=5$ имеют относительные отклонения от 3 до 5; 4% от 2 до 3; 5% от 1,5 до 2. С увеличением объема выборки N точность оценок возрастает. При $N=20$ относительные отклонения оценок экспоненциального закона распределения не превышают 1,5. Несмотря на это, 4% оценок имеют относительные отклонения от 0,75 до 1; 8% от 0,5 до 0,75; 12% от 0,3 до 0,5.

В целом можно сделать вывод, что точность метода максимального правдоподобия при значениях $N < 20$ низка. Относительное отклонение оценок от истинных значений может достигать 5 и более, а половина всех оценок имеет отклонения больше 0,3 в зависимости от объема выборки.

В работе [7] предложена методика повышения точности оценок максимального правдоподобия по малым, многократно цензурированным выборкам, формирующимся в системе сбора информации об отказах оборудования в процессе его эксплуатации. В настоящих исследованиях осуществлялась проверка возможности применения этой методики при проведении испытаний оборудования на надежность по плану $[N, U, T]$.

Решение поставленной задачи осуществлялось в пять этапов:

1. Моделирование на ЭВМ однократно цензурированных справа выборок случайных величин, распределенных по экспоненциальному закону, характерных для плана испытаний $[N, U, T]$, и расчет параметров выборки, характеризующих ее структуру.

Для описания структуры сформированной выборки случайных величин в работе использовались стандартные параметры и их производные:

- степень цензурирования

$$X_1 = q = \frac{k}{N},$$

где k – число полных случайных величин, N – число членов выборки.

- коэффициент вариации

$$X_2 = \frac{S}{\bar{Z}},$$

где S – оценка среднеквадратического отклонения всех случайных величин в выборке;
 $\bar{Z}$ – математическое ожидание всех членов выборки.

- коэффициент вариации полных случайных величин

$$X_3 = \frac{S_{II}}{\bar{Z}},$$

где S_{II} – оценка среднеквадратического отклонения полных случайных величин.

- эмпирический коэффициент асимметрии [4]

$$X_4 = \tilde{A} = \frac{(\overline{z - \bar{Z}})^3}{\left(\sqrt{(\overline{z - \bar{Z}})^2}\right)^3}.$$

- коэффициент эксцесса

$$X_5 = \tilde{E} = \frac{\tilde{\mu}^4}{S^4} - 3,$$

где $\tilde{\mu}^4$ – центральный момент четвертого порядка.

Еще пять параметров представляют собой математические выражения, составленные из стандартных характеристик выборки:

- отношение математического ожидания полных случайных величин к математическому ожиданию всех членов выборки

$$X_6 = \frac{\bar{Z}_{II}}{\bar{Z}}.$$

- отношение математического ожидания цензурированных случайных величин к математическому ожиданию всех членов выборки

$$X_7 = \frac{\bar{Z}_{II}}{\bar{Z}}.$$

- относительное отклонение матожидания от середины вариационного размаха

$$X_8 = \frac{\frac{R}{2} - \bar{Z}}{\bar{Z}},$$

где $R = Z_{\max} - Z_{\min}$ – вариационный размах,
 $Z_{\max}, Z_{\min}$ – соответственно максимальное и минимальное значение случайной величины.

- отношение медианы к математическому ожиданию случайных величин

$$X_9 = \frac{\tilde{M}_e}{\bar{Z}},$$

где $\tilde{M}_e$ – медиана.

- отношение моды к математическому ожиданию

$$X_{10} = \frac{\tilde{M}_o}{\bar{Z}},$$

где $\tilde{M}_o$ – мода.

Все параметры измеряются в относительных единицах и не зависят от абсолютных значений случайных величин. Это позволит применять полученные уравнения к оборудованию со средними наработками на отказ разной величины.

2. Расчет оценок максимального правдоподобия.

3. Расчет зависимого параметра регрессионной модели – отклонение оценки максимального правдоподобия от истинного значения по формуле

$$Y = \frac{\lambda}{\lambda_{ОМП}}.$$

4. Построение регрессионных зависимостей. В результате исследований построены регрессионные математические модели, устанавливающие связь между отклонением оценки МП от истинного значения и параметрами, характеризующими структуру выборки. Для каждого объема выборки N построено свое уравнение регрессии.

Математические модели построены в классе линейных уравнений регрессии вида

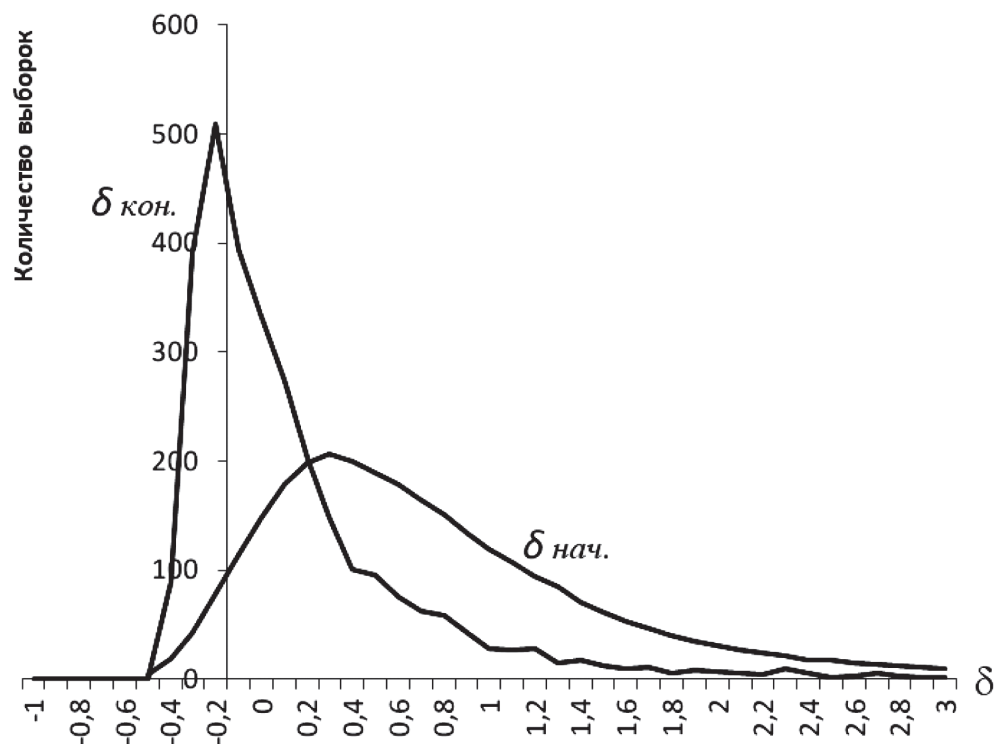
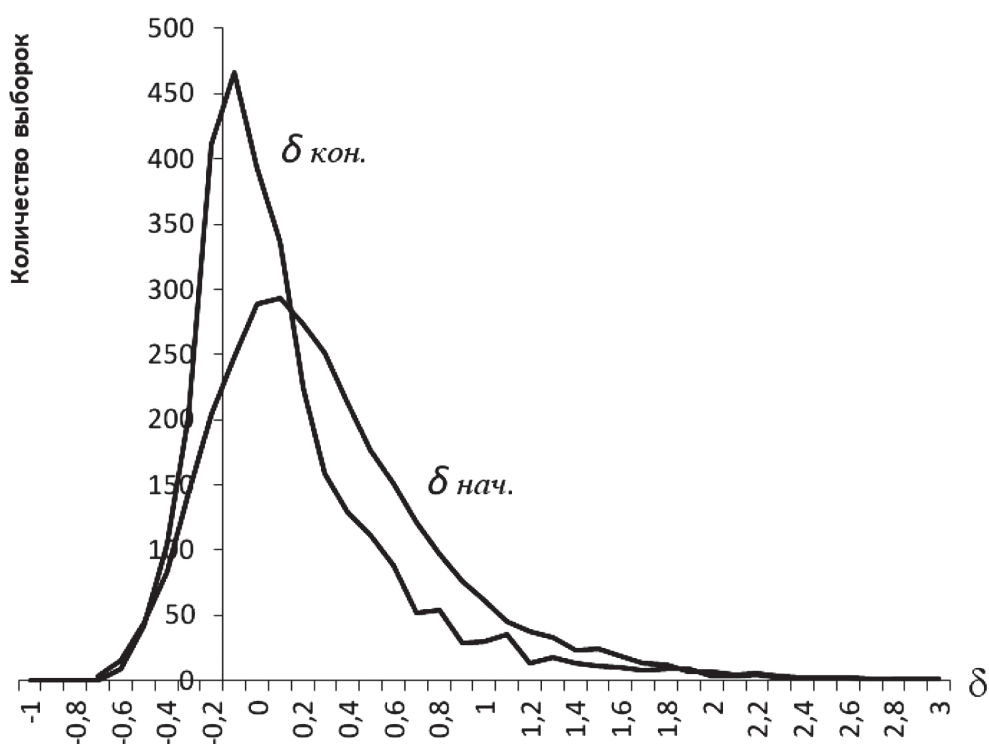
$$\bar{y}(x) = b_0 + b_1 x_1 + \dots + b_{10} x_{10}. \quad (2)$$

Полученные уравнения регрессии позволяют повысить точность оценки максимального правдоподобия введением к оценке МП поправки $\bar{y}(x)$ по формуле

$$\lambda_{кон} = \lambda_{ОМП} \cdot \bar{y}(x), \quad (3)$$

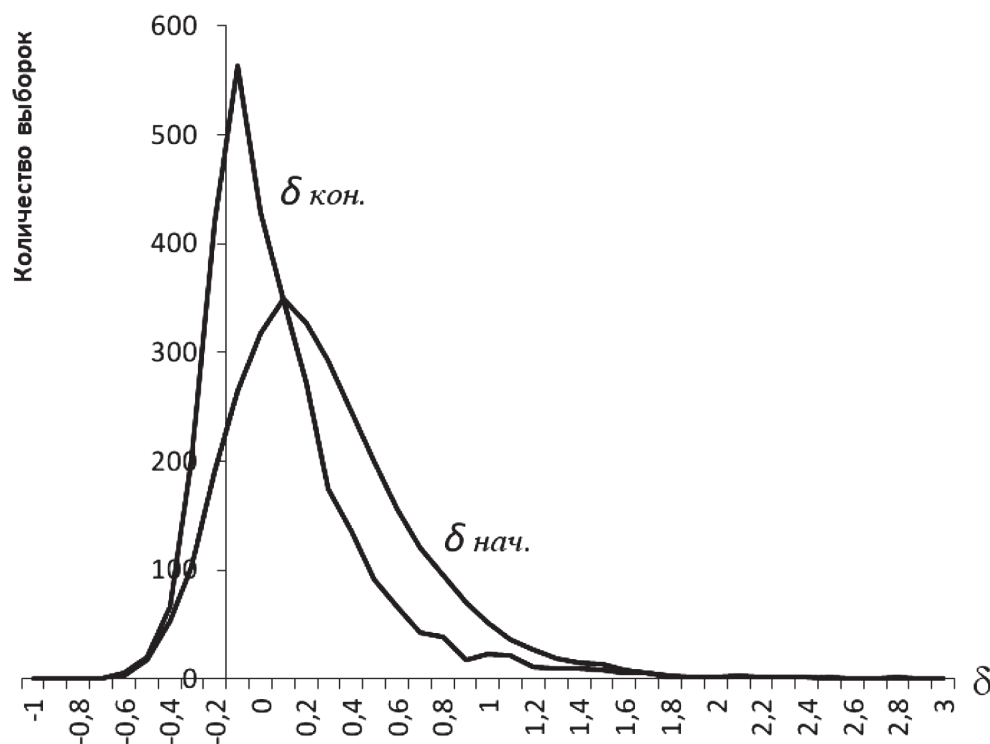
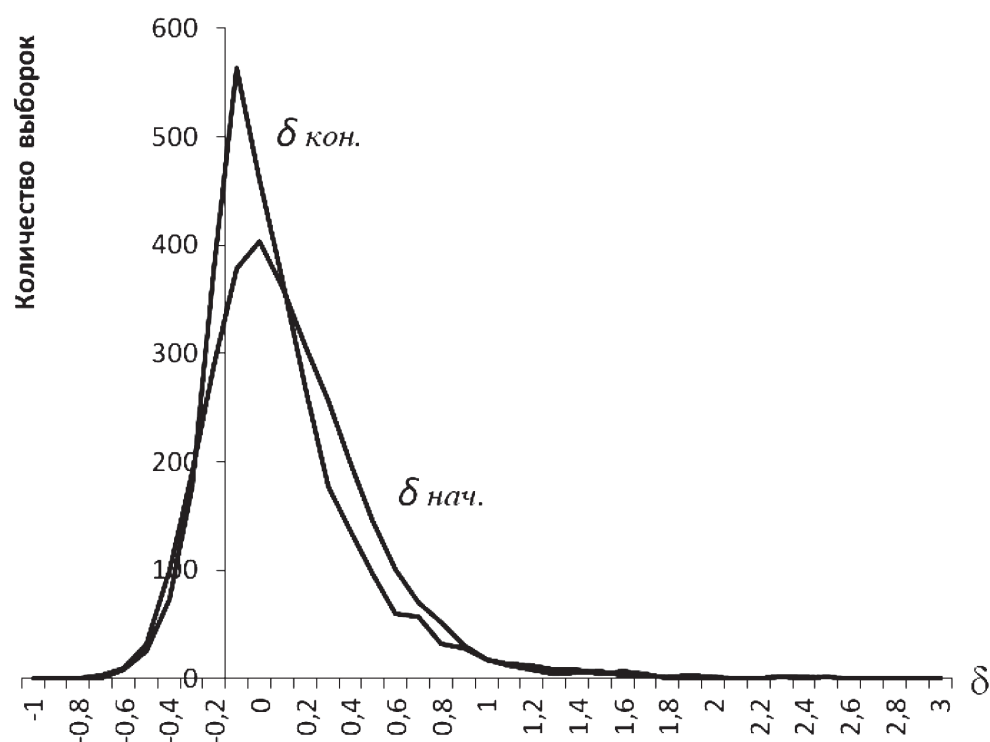
где $\lambda_{кон}$ – конечная оценка параметра распределения.

5. В исследованиях была проведена оценка эффективности построенных уравнений регрессии. Для каждой сгенерированной выборки по уравнениям регрессии (2) были рассчитаны поправки к оценке МП и конечная оценка параметра распределения по выражению (3).

Рис. 2. Начальные и конечные отклонения оценок МП для $N=5$ Рис. 3. Начальные и конечные отклонения оценок МП для $N=10$

Результаты исследований эффективности применения построенных уравнений регрессии для экспоненциального закона распределения показаны на рис. 2 – рис.5.

Графики, приведенные на рис.2 – рис.5 показывают, что точность оценок МП после применения разработанных моделей и введения поправки значительно возрастает. После введения поправки, относительные отклонения оценок от истинного значения параметров распределения, в зависимости от объема выборки N , не превышают 0,3-0,5, в то время как начальные отклонения при малых зна-

Рис. 4. Начальные и конечные отклонения оценок МП для $N=15$ Рис. 5. Начальные и конечные отклонения оценок МП для $N=20$

чениях N могут быть больше 3. Наибольший эффект от введения поправок оценкам максимального правдоподобия экспоненциального распределения достигается при числе членов выборки $N=5$. Окончательно можно сделать вывод о том, что введение поправок позволяет повысить точность оценок максимального правдоподобия, в зависимости от объема выборки, в 1,5-3 раза.

Для расчета показателей надежности электрооборудования с применением предложенной методики разработано программное обеспечение для ЭВМ.

Литература

1. ГОСТ 27.410–87. Надежность в технике. Методы контроля показателей надежности и планы контрольных испытаний на надежность. М.: Издательство стандартов, 1987. 79 с.
2. ГОСТ 27.402–95. Планы испытаний для контроля средней наработки до отказа (на отказ). Часть 1. Экспоненциальное распределение. М.: Издательство стандартов, 2002. 41 с.
3. **Баталова З.Г., Благовещенский Ю.Н.** О точности оценок ресурсов элементов изделий методом максимума правдоподобия при случайном усечении длительностей наблюдений // Надежность и контроль качества. 1979. № 9. с.12-20.
4. **Бурдасов Е.И., Зарифьянц И.Д., Дворникова Н.Н.** Об оценке параметров нормального распределения по случайно цензурированной выборке // Надежность и контроль качества. 1978. № 6. С.10-16.
5. **Бурдасов Е.И., Зарифьянц И.Д., Дворникова Н.Н., Аронов И.З.** Исследование оценок параметров распределений при анализе результатов незавершенных испытаний.// Надежность и контроль качества. 1980. № 12. с.47-55.
6. **Петрович М.Л., Давидович М.И.** Статистическое оценивание и проверка гипотез на ЭВМ. М.: Финансы и статистика, 1989.189 с.
7. **Русин А.Ю.** Имитационное моделирование процессов возникновения отказов электрооборудования с целью повышения эффективности системы технического обслуживания и ремонта. Дисс. на соиск. канд. техн. наук. Тверь: ТГТУ, 1999. 214 с.