

## Определение характеристик надёжности изготовленных образцов радиоэлектронных систем

**Борис И. Филиппов**, кафедра защиты информации, Новосибирский государственный технический университет, Новосибирск, Россия, e-mail: filippov-boris@rambler.ru

**Юлия В. Замятина**, кафедра защиты информации, Новосибирский государственный технический университет, Новосибирск, Россия, e-mail: zamiatina.abs323@gmail.com



Борис И.  
Филиппов



Юлия В. Замятина

**Резюме.** Работа посвящена определению надёжности изготовленных образцов радиоэлектронных систем. Эта задача относится к классу задач апостериорного анализа. Для определения характеристик надёжности аппаратуры, после изготовления опытной партии проводится апостериорный анализ, первым этапом которого являются статистические испытания (РЭС). Существует множество методик проведения таких испытаний, которые, в основном, зависят от определения момента окончания испытаний ( $r$  – до отказа  $r$  систем,  $T$  – по достижению определённого времени работы  $T$ ,  $n$  – до отказа всех систем и смешанные) и возможности заменять отказавшие системы работоспособными. Такие испытания необходимы потому, что на стадии проектирования устройства конструктор не располагает полными априорными сведениями, которые позволили бы заранее определить показатели надёжности с достаточно высокой достоверностью. Важным источником сбора информации о надёжности является система сбора данных о работе изделий в процессе их эксплуатации. Существуют два основных вида испытаний на надёжность. Один из них – определительные испытания, задачей которых является оценка показателей надёжности. Он характерен для крупносерийных изделий. Другой вид испытаний – контрольные испытания, задачей которых является проверка соответствия техническим условиям показателя надёжности системы. Первому виду испытаний и посвящена данная работа. Показан порядок проведения статистических испытаний радиоэлектронных систем по различным процедурам. Для оценки среднего времени безотказной работы  $\hat{t}$  обычно используется метод максимального правдоподобия. Его суть заключается в том, что в процессе обработки статистических данных находится функция правдоподобия, а искомый параметр ( $\hat{t}$  – оценка параметра  $t$ ) равен значению аргумента, при котором функция правдоподобия максимальна. Оценка среднего времени безотказной работы  $\hat{t}$  является точечной оценкой исходного параметра  $t$ , который в свою очередь является случайной величиной и в конкретном испытании может принять любое положительное значение от 0 до  $\infty$ . Поэтому в дополнение к точечной оценке обычно определяется интервальная оценка измеряемого параметра. Имеется в виду, что по одной оценке  $\hat{t}$  определяется доверительный интервал  $(\hat{t}_H, \hat{t}_B)$  в котором находится истинное значение измеряемого параметра  $t$  с заданной доверительной вероятностью, здесь  $\hat{t}_H, \hat{t}_B$  – соответственно нижняя и верхняя границы доверительного интервала. В работе рассмотрены две процедуры испытаний опытной партии РЭС и для каждой из них определены следующие показатели надёжности: оценка среднего времени безотказной работы; доверительный интервал среднего времени безотказной работы. Показано, что при определении среднего времени безотказной работы, процедура испытаний  $[n, B, r]$  эффективнее процедуры  $[n, B, T]$ .

**Ключевые слова:** радиоэлектронная система, время безотказной работы, длительность испытаний.

**Формат цитирования:** Филиппов Б.И., Замятина Ю.В. Определение характеристик надёжности изготовленных образцов радиоэлектронных систем // Надежность. 2017. Т.17, № 1. С. 27-31. DOI: 10.21683/1729-2646-2017-17-1-27-31

### Введение

На текущем этапе развития общества, когда термин «информатизация» прочно закрепился в умах многих, каждый человек стал зависим от сохранности его личной информации. Недостоверность или несвоевременная передача ценной информации может привести к серьезным последствиям как для человека, так и для фирмы или государства. В связи с этим повышаются требования к надёжности и работоспособности радиоэлектронных систем передачи и обработки информации.

Определение характеристик надёжности радиоэлектронных систем (РЭС) проходит в два этапа: априорный анализ, который заключается в приблизительном расчете надёжности системы по известным количественным (вероятностным) характеристикам надёжности ее элементов; и апостериорный анализ после изготовления опытной партии аппаратуры [1–5]. Апостериорный анализ дает более точные результаты для конкретной изготовленной партии [6], поэтому данный этап представляется актуальной для производства задачей.

### Постановка задачи и решение

Для определения характеристик надёжности аппаратуры после изготовления опытной партии проводится апостериорный анализ, первым этапом которого являются статистические испытания (РЭС). Существует множество методик проведения таких испытаний, которые, в основном, зависят от определения момента окончания испытаний ( $r$  – до отказа  $r$  систем,  $T$  – по достижению определённого времени работы  $T$ ,  $n$  – до отказа всех систем и смешанные) и возможности заменять отказавшие системы работоспособными [7].

По завершении обработки статистических данных рассчитанные характеристики проверяются на соответствие техническим условиям и требованиям нормативно-технической документации, установленным государственными органами, если это необходимо.

### Определение характеристик надежности по результатам испытаний опытной партии РЭС по процедуре [n, Б, r]

#### 1. Условия задачи

Предполагается, что проводятся испытания опытной партии из 100 ( $n = 100$ ) РЭС без замены отказавших систем до 20 ( $r = 20$ ) отказов. Полученная выборка должна соответствовать теоретической модели потока отказов, т.е. функция плотности вероятности (ФПВ) интервалов между отказами должна соответствовать показательной модели вида

$$w(y_i) = \lambda(n - i + 1)e^{-\lambda(n-i+1)y_i} \tag{1}$$

где  $\lambda = 1/t^*$  – интенсивность отказа одной системы;  $t^*$  – среднее время безотказной работы одной системы,  $(n - i + 1)$  – число систем, участвующих в испытаниях с учетом отказавших.

Такую выборку можно получить из равномерно распределенной на интервале (0; 1) величины  $x$  по формуле

$$y_i = -\frac{1}{\lambda(n - i + 1)} \ln(x).$$

Пусть среднее время безотказной работы одной системы 1000 часов.

В итоге получается схема отказов, представлена на рисунке 1.

#### 2. Оценка среднего времени безотказной работы опытной партии

Для оценки среднего времени безотказной работы  $\hat{t}^*$  обычно используется метод максимального правдоподобия. Его суть заключается в том, что в процессе обработки статистических данных находится функция

правдоподобия, а искомым параметр ( $\hat{t}^*$  – оценка параметра  $t^*$ ) равен значению аргумента, при котором функция правдоподобия максимальна (рисунок 2).

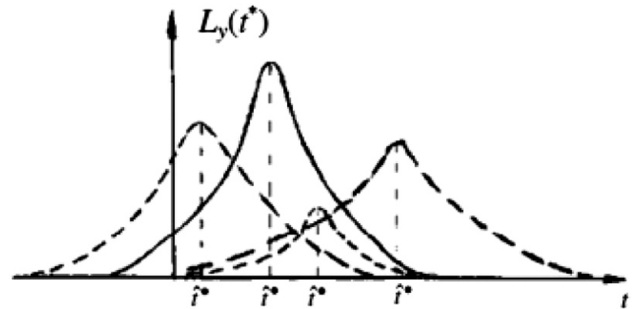


Рисунок 2 – Возможный вид функции правдоподобия

Функция правдоподобия равна совместной плотности вероятностей интервалов  $y_i$  с учетом их независимости

$$L_y(t^*) = \prod_{i=1}^r w(y_i) \tag{2}$$

И тогда оценка среднего времени безотказной работы будет равна экстремуму функции правдоподобия

$$\hat{t}^* = \hat{t}_{МП}^* = \arg \max L_y(t^*).$$

Для поиска экстремума функции правдоподобия необходимо решить уравнение

$$\frac{\partial L_y(t^*)}{\partial t^*} = 0.$$

Так как любая монотонная функция от функции правдоподобия также является функцией правдоподобия, то для упрощения решения можно перейти к уравнению

$$\frac{\partial \ln L_y(t^*)}{\partial t^*} = 0.$$

С учётом (1) и (2) получаем:

$$L_y(t^*) = \prod_{i=1}^r w(y_i) = \prod_{i=1}^r \lambda(n - i + 1)e^{-\lambda(n-i+1)y_i} = e^{-\sum_{i=1}^r \lambda(n-i+1)y_i} \prod_{i=1}^r \frac{1}{t^*} (n - i + 1),$$

$$\ln L_y(t^*) = \sum_{i=1}^r [\ln(n - i + 1) - \ln t^* - \lambda(n - i + 1)y_i]. \tag{3}$$

Если заменить  $\lambda = 1/t^*$  и продифференцировать:

$$\frac{\partial \ln L_y(t^*)}{\partial t^*} = \sum_{i=1}^r \left[ -\frac{1}{t^*} + \frac{n - i + 1}{t^{*2}} y_i \right].$$

В итоге получается оценка среднего времени безотказной работы, которая для нашего случая равна:

$$\hat{t}^* = \hat{t}_{МП}^* = \frac{1}{r} \left[ \sum_{i=1}^r (n - i + 1)y_i \right] = 952,39 \text{ (часов)} \tag{4}$$



Рисунок 1 – Моменты отказов и интервалы между отказами

3. Суммарное время работы всех систем до  $r$ -го отказа  
Необходимо преобразовать выражение (4) к моментам времени:

$$\begin{aligned} \hat{t}^* &= \frac{1}{r} \left[ \sum_{i=1}^r (n-i+1)(t_i - t_{i-1}) \right] = \\ &= \frac{1}{r} \sum_{i=1}^r (n-i+1)t_i - \frac{1}{r} \sum_{i=1}^r (n-i+1)t_{i-1} = \\ &= \frac{1}{r} \left[ \sum_{i=1}^r t_i + (n-r)t_r \right], \end{aligned} \quad (5)$$

где  $(n-r)t_r = (100-20) \cdot 203,43 = 16274,4$  (часов) – суммарное время работы не отказавших систем;

$\sum_{i=1}^r t_i = 2366,6$  (часов) – суммарное время безотказной работы всех отказавших систем;

$\sum_{i=1}^r t_i + (n-r)t_r = 18641$  (часов) – суммарное время работы всех систем до  $r$ -го отказа.

4. Доверительный интервал среднего времени безотказной работы

Оценка среднего времени безотказной работы  $\hat{t}^*$  является точечной оценкой исходного параметра  $t^*$ , который в свою очередь является случайной величиной и в конкретном испытании может принять любое положительное значение от 0 до  $\infty$ . Поэтому в дополнение к точечной оценке обычно определяется интервальная оценка измеряемого параметра. Имеется в виду, что по одной оценке  $\hat{t}^*$  определяется доверительный интервал  $(\hat{t}_H, \hat{t}_B)$  в котором находится истинное значение измеряемого параметра  $t^*$  с заданной доверительной вероятностью

$$P\{\hat{t}_H < t^* < \hat{t}_B\} = \gamma, \quad (6)$$

где  $\gamma$  – доверительная вероятность (или коэффициент доверия),  $\hat{t}_H, \hat{t}_B$  – соответственно нижняя и верхняя границы доверительного интервала (рисунок 3).

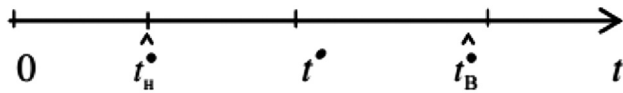


Рисунок 3 – Доверительный интервал

Для определения доверительного интервала надо знать функцию распределения вероятностей оценок. Для этого необходимо преобразовать выражение (6) таким образом, чтобы в нём использовались нормированные величины

$$\begin{aligned} \hat{t}_H &= \hat{t}^* (1 - \varepsilon_1), \\ \hat{t}_B &= \hat{t}^* (1 + \varepsilon_2), \end{aligned} \quad \text{при этом } \hat{t}_B - \hat{t}_H = \hat{t}^* (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) - \text{длина интервала.}$$

Тогда (6) переписывается в виде

$$P\{\hat{t}^* (1 - \varepsilon_1) < t^* < \hat{t}^* (1 + \varepsilon_2)\} = \gamma \quad (7)$$

С учётом того, что

$$\begin{aligned} t^* &> \hat{t}^* (1 - \varepsilon_1) & \hat{t}^* < \frac{t^*}{1 - \varepsilon_1} \\ t^* &< \hat{t}^* (1 + \varepsilon_2) & \text{или} & \hat{t}^* > \frac{t^*}{1 + \varepsilon_2} \end{aligned}$$

выражение (7) примет вид

$$P\left\{ \frac{t^*}{1 + \varepsilon_2} < \hat{t}^* < \frac{t^*}{1 - \varepsilon_1} \right\} = \gamma,$$

$$\text{или } P\left\{ \frac{1}{1 + \varepsilon_2} < \frac{\hat{t}^*}{t^*} < \frac{1}{1 - \varepsilon_1} \right\} = \gamma. \quad (8)$$

Таким образом, необходимо найти ФПВ величины  $\frac{\hat{t}^*}{t^*}$ .

Из (5) можно определить, что суммарное время наработки на отказ равно

$$t_\Sigma = \hat{t}^* r = \sum_{i=1}^r (n-i+1)y_i = 18844,43 \text{ (часов)}. \quad (9)$$

Функция плотности вероятностей интервалов  $y_i$  известна (1). В этом законе необходимо заменить переменную, чтобы получить стандартную плотность вероятностей с дисперсией равной 1.

Обозначим через

$$z_i = \frac{n-i+1}{t^*} \cdot 2y_i; \quad \frac{\partial y_i}{\partial z_i} = \frac{t^*}{2(n-i+1)}. \quad (10)$$

Тогда  $w(z_i) = \frac{1}{2} e^{-\frac{z_i}{2}}$  – экспоненциальная плотность с единичной дисперсией.

Известно, что в этом случае  $\sqrt{z_i}$  имеет распределение Гаусса, а  $\sum_{i=1}^r z_i$  имеет распределение  $\chi^2(2r)$  с  $2r = 40$  степенями свободы, которое широко используется в статистике для обработки экспериментальных данных.

С учётом (9) и (10)

$$\sum_{i=1}^r z_i = \frac{2t_\Sigma}{t^*}.$$

Введём переменную

$$\tau = \sum_{i=1}^r z_i = \frac{2t_\Sigma}{t^*} = \frac{2\hat{t}^* r}{t^*},$$

$\tau$  имеет распределение  $\chi^2(2r)$  с  $2r$  степенями свободы;  $r$  – число отказов.

Распределения  $\chi^2(2r)$  табулированы. Для большого числа степеней свободы это распределение стремится к нормальному.

Пусть  $\frac{1}{1 + \varepsilon_2} = \alpha_2$  и  $\frac{1}{1 - \varepsilon_1} = \alpha_1$ , тогда выражение (8) для доверительного интервала преобразуется к виду

$$P\{2r\alpha_2 < \tau < 2r\alpha_1\} = \gamma. \quad (11)$$

На рисунке 4 показана ФПВ  $\chi^2$ , заштрихованная площадь под кривой представляет собой доверительную вероятность  $\gamma$  (вся площадь под кривой ФПВ, как известно, равна единице). Как видно из рисунка 4, доверительный

интервал можно расположить на оси  $\tau$  по-разному, т. е. решение задачи неоднозначно.

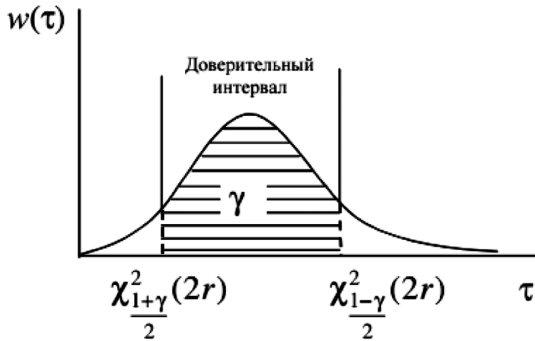


Рисунок 4 – Функция плотности вероятности  $\chi^2$

Обычно поступают так, чтобы границы интервала отсекали справа и слева одинаковые площади под кривой, равные  $\frac{1-\gamma}{2}$ .

Тогда нижняя граница доверительного интервала  $\chi^2_{\frac{1-\gamma}{2}}(2r)$  – это  $\left(\frac{1-\gamma}{2}\right)\%$ -ая точка распределения  $\chi^2(2r)$ , а верхняя граница доверительного интервала  $\chi^2_{\frac{1+\gamma}{2}}(2r)$  – это  $\left(\frac{1+\gamma}{2}\right)\%$ -ая точка распределения  $\chi^2(2r)$ , значения которых определяются по таблицам квантилей  $\chi^2(2r)$  распределения.

Затем, на основании (11),

$$P\left\{\chi^2_{\frac{1+\gamma}{2}}(2r) < \tau < \chi^2_{\frac{1-\gamma}{2}}(2r)\right\} = \gamma,$$

или

$$P\left\{\chi^2_{\frac{1+\gamma}{2}}(2r) < \frac{2\hat{t} \cdot r}{t^*} < \chi^2_{\frac{1-\gamma}{2}}(2r)\right\} = \gamma, \quad (12)$$

или

$$P\left\{\frac{2\hat{t} \cdot r}{\chi^2_{\frac{1-\gamma}{2}}(2r)} < t^* < \frac{2\hat{t} \cdot r}{\chi^2_{\frac{1+\gamma}{2}}(2r)}\right\} = \gamma.$$

Из (12) очевидно, что нижняя граница доверительного интервала равна

$$t^* > \frac{2\hat{t} \cdot r}{\chi^2_{\frac{1-\gamma}{2}}(2r)} = \hat{t}_H,$$

а верхняя граница, соответственно, равна

$$t^* < \frac{2\hat{t} \cdot r}{\chi^2_{\frac{1+\gamma}{2}}(2r)} = \hat{t}_B.$$

Таким образом, можно определить, что для нашей испытываемой радиотехнической системы при до-

верительной вероятности 80% истинное значение  $t^*$  лежит в пределах от  $\hat{t}_H = \frac{2\hat{t} \cdot r}{\chi^2_{\frac{1-\gamma}{2}}(2r)} = 735,3$  (часов) до

$$\hat{t}_B = \frac{2\hat{t} \cdot r}{\chi^2_{\frac{1+\gamma}{2}}(2r)} = 1311,4 \text{ (часов)}.$$

### 5. Длительность испытаний

Длительность испытаний совпадает с моментом  $g$ -го отказа, когда испытания прекращаются. Для процедуры  $[n, B, r]$  это случайная величина, которую важно оценить, как для исполнителя, так и для заказчика.

ФПВ данной величины найти трудно, так как  $T = t_r = \sum_{i=1}^r y_i$ , а величины  $y_i$  разнородны (зависят от  $i$  (1)). Поэтому определим только среднее значение (мат. ожидание) и дисперсию.

Среднее время испытаний

$$m(T) = m(t_r) = \sum_{i=1}^r m\{y_i\} = \hat{t} \cdot \sum_{i=1}^r \frac{1}{n-i+1}. \quad (13)$$

Запишем (13) в виде ряда  $m(t_r) = \hat{t} \cdot \sum_{k=n-r+1}^n \frac{1}{k}$ , где  $k=n-i+1$ .

$$\text{Обозначим } \phi(m) = \sum_{k=1}^m \frac{1}{k},$$

$$\text{тогда } m(t_r) = \hat{t} \cdot [\phi(m) - \phi(n-r)]$$

Известно, что при  $m \gg 1$ , функция  $\phi(m) \approx \ln m$ . Значит, если  $r \gg 1$ , то среднее время испытаний

$$m(t_r) \approx \hat{t} \cdot \ln \frac{n}{n-r}.$$

Если  $n = r$ , то  $m(t_r) = \hat{t} \cdot \phi(n) = \hat{t} \cdot \ln n = 4385,93$  (часов). Дисперсия времени испытаний равна

$$D(t_r) = \hat{t}^2 \sum_{i=1}^r \frac{1}{(n-i+1)^2}. \quad (14)$$

Обозначим  $\phi(m) = \sum_{k=1}^m \frac{1}{k^2}$ , тогда

$$D(t_r) = \hat{t}^2 [\phi(n) - \phi(n-r)].$$

Если  $n \rightarrow r$ , то  $D(t_r) \rightarrow \hat{t}^2 \cdot \frac{\pi^2}{6}$ .

То есть дисперсия времени испытаний уменьшается с увеличением  $r$ , но стремится не к нулю, а к некоторому постоянному числу, поэтому данная процедура не очень эффективна.

## Определение характеристик надежности по результатам испытаний конкретной опытной партии РЭС по процедуре $[n, B, r]$

### 1. Условия задачи

Предполагается, что условия данной задачи аналогичны рассмотренной ранее. В результате испытаний получена выборка моментов отказов (рисунок 5).

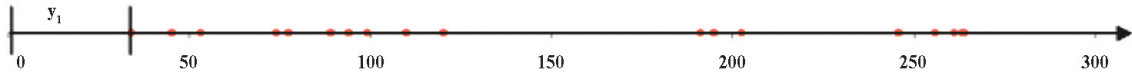


Рисунок 5 – Моменты отказов и интервалы между отказами

Модель отказов для одной системы

$$w(t) = \lambda e^{-\lambda t}, t > 0, \lambda > 0,$$

или

$$w(t) = \frac{1}{t^*} e^{-\frac{t}{t^*}}, t > 0,$$

где  $t^*$  – среднее время наработки на отказ.

Выборка интервалов  $y_i = t_i - t_{i-1}$  однородная и подчиняется плотности вероятности

$$w(y_i) = n\lambda e^{-n\lambda y_i},$$

где  $n\lambda$  – общая интенсивность отказов систем, участвующих в испытаниях.

2. Определение среднего времени безотказной работы

Для оценки среднего времени безотказной работы  $\hat{t}^*$  так же используется метод максимального правдоподобия (МП).

В условиях решаемой задачи, функция правдоподобия представляет собой ФПВ интервалов  $y$  при данном значении параметра  $t^*$

$$L_y(t^*) = \prod_{k=1}^r w(y_k) = \left(\frac{n}{t^*}\right)^r \cdot e^{-\sum_{k=1}^r \frac{y_k}{t^*}}.$$

Оценка  $\hat{t}^*$  по максимуму правдоподобия определяется как параметр, соответствующий максимуму функции правдоподобия

$$\frac{\partial \ln L_y(t^*)}{\partial t^*} = \frac{-r}{t^*} - \frac{n}{t^{*2}} \cdot \sum_{k=1}^r y_k = 0.$$

Тогда оценка

$$\hat{t}^* = \frac{n}{r} \sum_{k=1}^r y_k = \frac{n \cdot t_r}{r} = 1319,85 \text{ (часов)},$$

где  $n \cdot t_r = t_\Sigma = 26397$  (часов) – суммарная наработка на отказ, общая для обоих планов испытаний. Отсюда следует, что  $\hat{t}^* = \frac{t_\Sigma}{r}$  и значит качество оценки такое же, как и в процедуре  $[n, B, r]$  при одинаковых  $t_\Sigma$  и  $r$ .

3. Средняя продолжительность испытаний

$$m\{t_r\} = \sum_{k=1}^r m\{y_k\} = \frac{r}{n} t^*.$$

Если  $n = r$ , то  $m\{t_r\} = t^* = 1319,85$  (часов), что меньше, чем при процедуре  $[n, B, r]$ .

Дисперсия продолжительности испытаний

$$D\{t_r\} = \sum_{k=1}^r D\{y_k\} = \frac{r}{n^2} (t^*)^2.$$

Если  $n = r$ , то  $D\{t_r\} = \frac{(t^*)^2}{n}$  и стремится к нулю при увеличении  $n$ . Следовательно, данная процедура испытаний более эффективна, по сравнению с  $[n, B, r]$ .

## Выводы

Рассмотрены две процедуры испытаний опытной партии РЭС и для каждой из них определены следующие показатели надёжности:

- оценка среднего времени безотказной работы;
- доверительный интервал среднего времени безотказной работы.

Показано, что при определении среднего времени безотказной работы, процедура испытаний  $[n, B, r]$  эффективнее процедуры  $[n, B, r]$ .

## Библиографический список

1. Жаднов В. В. Проектная оценка надёжности радиоэлектронных систем / В. В. Жаднов, С. Н. Полесский // Надёжность и качество: тр. Междунар. симпоз.: в 2 т. Т. 1 / под ред. Н. К. Юркова. Пенза: Изд-во Пенз. гос. ун-та, 2006. – С. 24–29.
2. Жаднов В. В. Управление качеством при проектировании теплонагруженных радиоэлектронных средств / В. В. Жаднов, А. В. Сарафанов. М.: Солон-Пресс, 2004. – 464 с.
3. Артюхова М. А. Метод учёта влияния системы менеджмента надёжности предприятия при расчётной оценке показателей надёжности электронных средств / М. А. Артюхова, В. В. Жаднов, С. Н. Полесский // Радиоэлектроника, информатика, управление. – 2013. – № 2. – С. 48–53.
4. Филиппов Б. И. Априорный анализ надёжности радиотехнических систем без восстановления / Б. И. Филиппов // Известия ВолгГТУ, серия Электроника, измерительная техника, радиотехника и связь, выпуск 12.2015. – № 11 (176). – С. 97–111.
5. Филиппов Б. И. Апостериорный анализ надёжности радиоэлектронных систем / Б.И. Филиппов // Вестник АГТУ, серия Управление, вычислительная техника и информатика. – 2015. – № 4. – С. 81–91.
6. Надёжность ЭРИ: Справочник. М.: МО, 2006. – 641 с.
7. Левин Б. Р. Теория надёжности радиотехнических систем / Б. Р. Левин. М.: Сов.радио, 1978. – 264 с.

## Сведения об авторах

**Борис И. Филиппов** – кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры защиты информации Новосибирского Государственного Технического Университета. 630099, Новосибирск, ул. Урицкого, д. 17, кв. 13, тел. +79232256721, e-mail: Fillipov-boris@rambler.ru

**Юлия В. Замятина** – студент кафедры защиты информации Новосибирского Государственного Технического Университета. 630017, Новосибирск, ул. Б.Богаткова, д. 192/5, кв. 183, тел. +79132094656, e-mail: e-zamiatina.abs323@gmail.com

Поступила 24.11.2016