



Новожилов Е.О.

ПРИНЦИПЫ ПОСТРОЕНИЯ МАТРИЦЫ РИСКОВ

Настоящая статья посвящена проблеме выбора параметров, обеспечивающих построение матрицы рисков. Выявлены основные аспекты, влияющие на погрешность представления результатов матрицы рисков, на частном примере показано построение матрицы с минимальной для заданных условий погрешностью, обозначены направления дальнейших исследований.

Ключевые слова: риск, матрица рисков, погрешность оценки риска, частота нежелательного события, размер последствий нежелательного события.

Применительно к техническим системам риск рассматривается как сочетание вероятности (или частоты) нежелательного события и размера его последствий [1]. Измерителем риска является уровень риска, который определяется некоторым функционалом, связывающим вероятность (или частоту) нежелательного события и математическое ожидание размера последствий (ущерба) от возникновения данного события [1]. Наиболее часто данный функционал представляет собой произведение частоты возникновения нежелательного события и среднего размера его последствий [2, 3]:

$$R = F \times C.$$

Однако, для задач по обработке риска представляет интерес не только значение уровня риска, но и соотношение его составляющих – частоты и последствий. Например, два риска могут иметь одинаковый уровень, но у первого высокая частота событий и небольшой размер последствий, а у второго – редкие события со значительными последствиями. В первом случае обработка риска может заключаться в снижении частоты события, а во втором, например, может использоваться передача риска (страхование).

В связи с необходимостью отображения как величины риска, так и сочетания его компонентов, на практике широкое распространение получили два средства: график риска в координатах «частота-последствия» и матрица риска. При этом матрица риска считается наиболее удобным и наглядным инструментом, который используется для поддержки принятия решения в системах управления рисками. Она представляет собой таблицу ячеек, отображающую сочетание частоты возникновения нежелательного события и тяжести его последствий и позволяет в наглядной форме проинформировать лица, принимающие решения, об уровнях рисков для рассматриваемого события. Параметры матрицы зависят от области ее применения.

Матрица риска имеет следующие основные параметры:

- количество N категорий (интервалов значений) рисков. В источниках рекомендуется использование 3-х [2, 4] или 4-х [1, 2, 5, 6] категорий рисков. В частности, ГОСТ Р 54505 [1] рекомендует 4 категории рисков (риск не принимаемый в расчет, допустимый, нежелательный, недопустимый). Соответственно, для N интервалов значений рисков требуется задать $N-1$ граничных уровней рисков (границы крайних областей, как правило, не ограничиваются): $R_1; R_2; \dots; R_{N-1}$. Их значения определяются, исходя из максимального и минимального отображаемых на матрице значений уровня риска, а также в

зависимости от выбранной шкалы риска (равномерная, логарифмическая или другая неравномерная шкала). Основным граничным уровнем, как правило, является допустимый уровень риска (значения риска выше данного уровня считаются неприемлемыми), этот уровень задается и является основным при формировании шкалы рисков. Категория рисков на матрице обычно обозначается определенным цветом, присваиваемым ячейке, которая принадлежит к данной категории;

- количество t интервалов значений частот события (соответствует количеству ячеек матрицы по вертикали). ГОСТ Р 54505 [1] рекомендует 6 интервалов: событие *маловероятное, крайне редкое, редкое, случайное, вероятное, частое*. Для t интервалов шкалы частот требуется задать $t+1$ граничных значений, которые будут определяться заданными минимальным и максимальным значениями частоты события, а также выбранным масштабом шкалы частот;

- количество n интервалов значений размеров последствий события (соответствует количеству ячеек матрицы по горизонтали). ГОСТ Р 54505 [1] рекомендует 4 интервала: размер последствий *незначительный, не-существенный, критический, катастрофический*. Для n интервалов шкалы последствий требуется задать $n+1$ граничных значений, которые будут определяться заданными минимальным и максимальным значениями размеров последствий события, а также выбранным масштабом шкалы последствий.

Рассмотрим графики риска в координатах «частота-последствия» в линейных (рис. 1а) и логарифмических (рис. 1б) координатах, приняв, что риск оценивается как произведение частоты нежелательного события на размер его последствий. На графиках показаны линии, соответствующие постоянным уровням риска $R = \text{const}$.

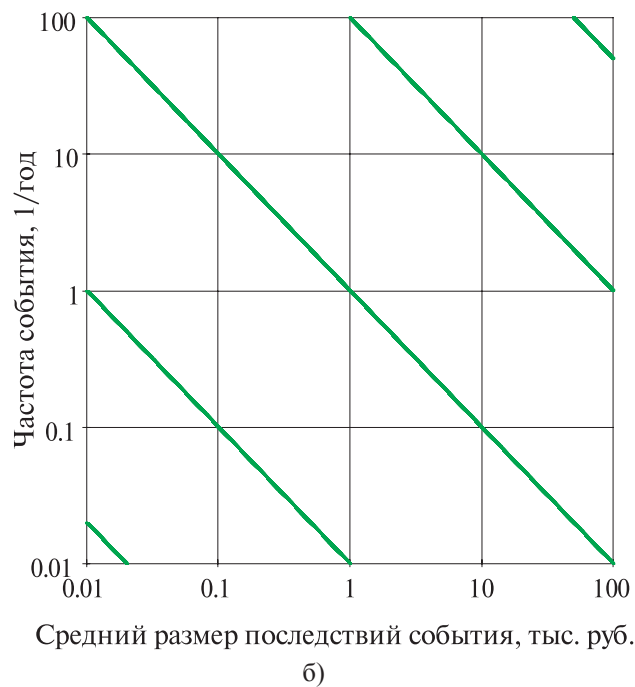
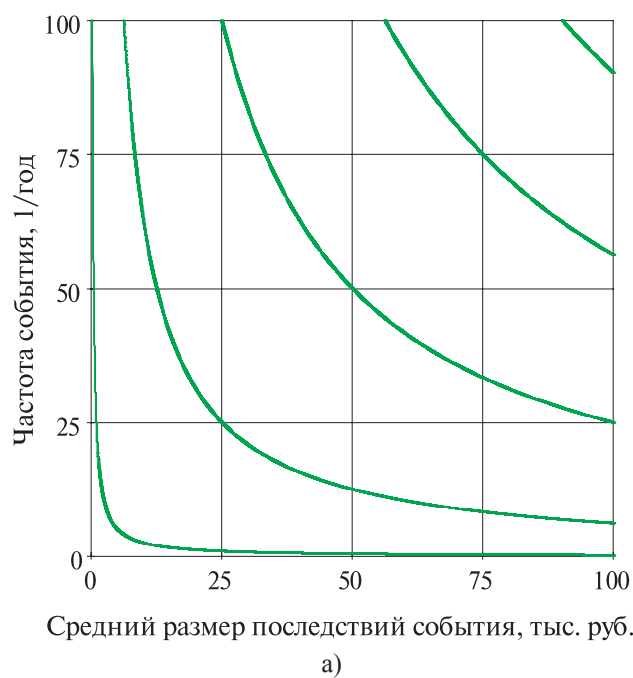


Рис. 1. Графики риска

Задачей перехода от графика к матрице риска является расположение ячеек матрицы на координатной плоскости и присвоение ячейкам определенной категории риска.

Из графиков на рис. 1 следует, что логарифмический масштаб является предпочтительным по следующим соображениям:

- в линейном масштабе линии $R = \text{const}$ являются гиперболами, а в логарифмическом они спрямляются;
- логарифмический масштаб позволяет использовать существенно более широкий диапазон значений частоты и последствий.

Таким образом, далее целесообразно рассматривать график риска «частота-последствия» в логарифмических координатах и его привязку к ячейкам матрицы риска, в которой шкала риска, а также шкалы частот и последствий имеют логарифмический масштаб.

Следует отметить, что матрица рисков обладает рядом недостатков, главным из которых является высокая погрешность оценки риска [7]. Поэтому целью данной статьи является рассмотрение подходов к построению матрицы рисков, позволяющих снизить погрешность представления результатов при заданных параметрах матрицы.

Параметры ячейки матрицы в логарифмических координатах соответствуют следующим положениям (рис. 2):

$$\log_k \frac{r_2}{r_1} = \log_k \frac{f_2}{f_1} + \log_k \frac{c_2}{c_1},$$

где r_1, r_2 – минимальный и максимальный уровни рисков, отображаемые в ячейке;

f_1, f_2 – минимальная и максимальная частота события, отображаемая в ячейке;

c_1, c_2 – минимальный и максимальный размер последствий, отображаемый в ячейке.

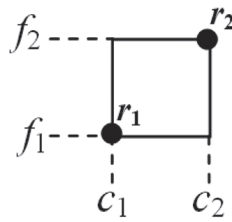


Рис. 2. Параметры ячейки матрицы риска

Примем условный шаг риска ячейки в логарифмических координатах равным единице:

$$\log_k \frac{r_2}{r_1} = 1.$$

Тогда условные шаги ячейки по шкале частот и последствий будут соответственно равны:

$$\alpha = \log_k \frac{f_2}{f_1}; \beta = \log_k \frac{c_2}{c_1}.$$

При этом должно выполняться условие

$$\alpha + \beta = 1. \quad (1)$$

В рассматриваемом случае относительный шаг ячейки по шкале рисков будет равен k , а относительные шаги ячейки по шкале частот и последствий – k^α и k^β соответственно. При этом диапазон частот, диапазон последствий и диапазон рисков матрицы будут соответственно равны:

$$k^{\alpha m}; k^{\beta n}; k^{(\alpha m + \beta n)}. \quad (2)$$

Очевидной проблемой при наложении ячеек матрицы рисков на график является то, что прямые, которые разделяют координатную плоскость на несколько областей (интервалов) значений риска, имеют наклон. Вследствие этого некоторые ячейки матрицы будут разделяться данными прямыми на части. Такие ячейки будут охватывать две (или более) областей значений рисков, поэтому возникают сложности с присвоением этим ячейкам определенной категории риска. В наиболее неблагоприятном случае ячейка может разделяться на два сегмента одинаковой площади, из-за чего нельзя точно определить, к какой области значений рисков относится большинство точек, расположенных внутри данной ячейки.

Следовательно, первой задачей является определение таких значений тангенса угла наклона прямых $R = \text{const}$, при которых количество ячеек матрицы, разделяемых пополам будет отсутствовать (или будет минимальным).

В результате анализа была выдвинута гипотеза, что тангенс угла наклона, при котором будут отсутствовать ячейки, разделенные пополам, выражается как

отношение натуральных чисел 1:2; 2:3; 1:4; 3:4; 2:5; 4:5 и т.д., причем отношение двух нечетных чисел не подходят, поскольку при этом существуют ячейки, разделяемые наполовину. Данная гипотеза была проверена путем имитационного компьютерного моделирования. Луч, выходящий из точки O под углом γ , проходит через ячейки, расположенные на плоскости (использовалась матрица 100×100 квадратных ячеек со стороной, равной 1), при этом некоторые ячейки разделяются лучом на две части (рис. 3). Тангенс угла наклона изменялся с шагом 0,001 в диапазоне от 0 до 1. В качестве критерия оценки использовались наибольшие доли площади всех разделяемых лучом ячеек, из которых выбиралось наихудшее (меньшее) значение.

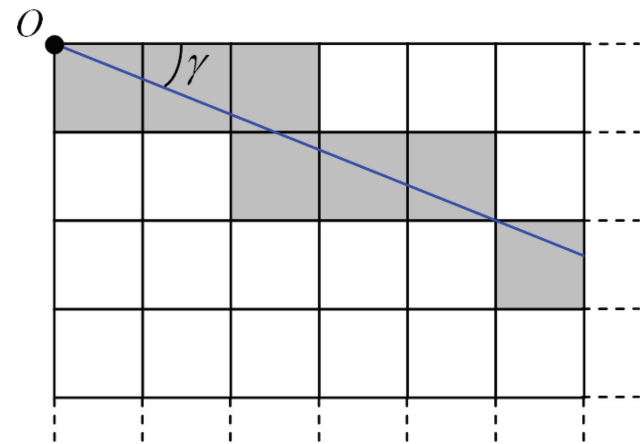


Рис. 3. Схема деления ячеек лучом, проходящим под различным углом

В результате получены значения, представленные в таблице 1 (приведены результаты, в которых наихудшее значение доли площади наибольшего сегмента разделенных ячеек превышает 0,599).

Таблица 1. Наихудшее значение доли площади наибольшего сегмента ячейки от тангенса угла наклона

Тангенс угла наклона	Наихудшее значение доли площади наибольшего сегмента
-1/2 или -2	0,75
-2/3 или -1,5	0,6667
-1/4 или -4	0,625
-3/4 или -4/3	0,625
-2/5 или -2,5	0,6
-4/5 или -1,25	0,6

Из представленных в таблице 1 результатов следует, что наиболее благоприятное разделение ячеек имеет место при тангенсе угла наклона $\text{tg } \gamma = -0,5$ или $\text{tg } \gamma = -2$. При дальнейшем рассмотрении данные значения будут использованы как обеспечивающие наиболее высокую точность представления результатов.

Второй задачей является выбор шага между несколькими прямыми, проходящими по плоскости с ячейками и разделяющими плоскость на области значений. Шаг можно измерять как по горизонтали (d_β , рис. 4), так и по вертикали (d_α).

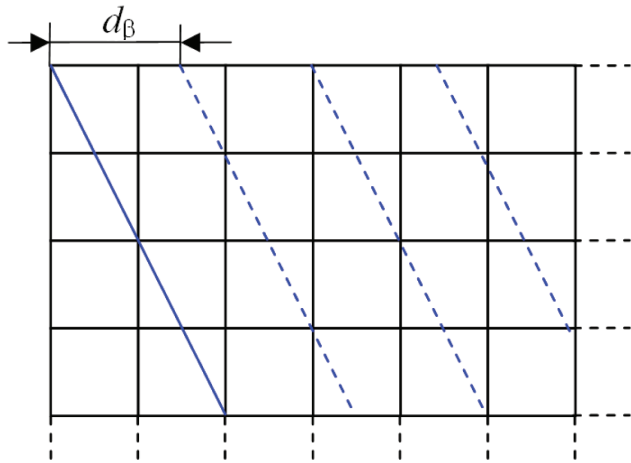


Рис. 4. Горизонтальный шаг между прямыми $R = \text{const}$

Анализ показал, что вероятность p принадлежности любой точки в ячейке требуемой области подчиняется закону:

$$\text{для } \text{tg } \gamma = -2: \begin{cases} p = d_\beta, & 0 \leq d_\beta \leq 0,5; \\ p = 1 - \frac{1}{4d_\beta}, & d_\beta > 0,5; \end{cases}$$

$$\text{для } \text{tg } \gamma = -0,5: \begin{cases} p = \frac{d_\beta}{2}, & 0 \leq d_\beta \leq 1; \\ p = 1 - \frac{1}{2d_\beta}, & d_\beta > 1. \end{cases}$$

График данной зависимости для $\text{tg } \gamma = -2$ представлен на рис. 5.

Из графика на рис. 5 следует, что оптимальное значение шага d_β будет находиться в диапазоне от 1 до 5, поскольку значения p , меньшие 0,5, не позволяют однозначно сопоставить ячейке область значений риска, а значения p от 0,5 до 0,75 не обеспечивают достоверность представления результатов. С другой стороны, в области значений d_β , превышающих 5, функция переходит в насыщение и значение p увеличивается незначительно (нет смысла выбирать большие значения d_β).

Также следует отметить, что чем выше значение шага d_β , тем большая размерность матрицы рисков потребуется для того, чтобы «вместить» заданное количество категорий рисков (чтобы в матрице присутствовала хотя бы одна ячейка каждой категории). Таким образом, от значения d_β зависит соотношение в матрице количества ячеек различных категорий.

Максимальное значение d_β , при котором в матрице размерностью $m \times n$ представлено заданное количество N ($N > 2$) категорий риска для тангенсов угла наклона -0,5 и -2 определяется выражением:

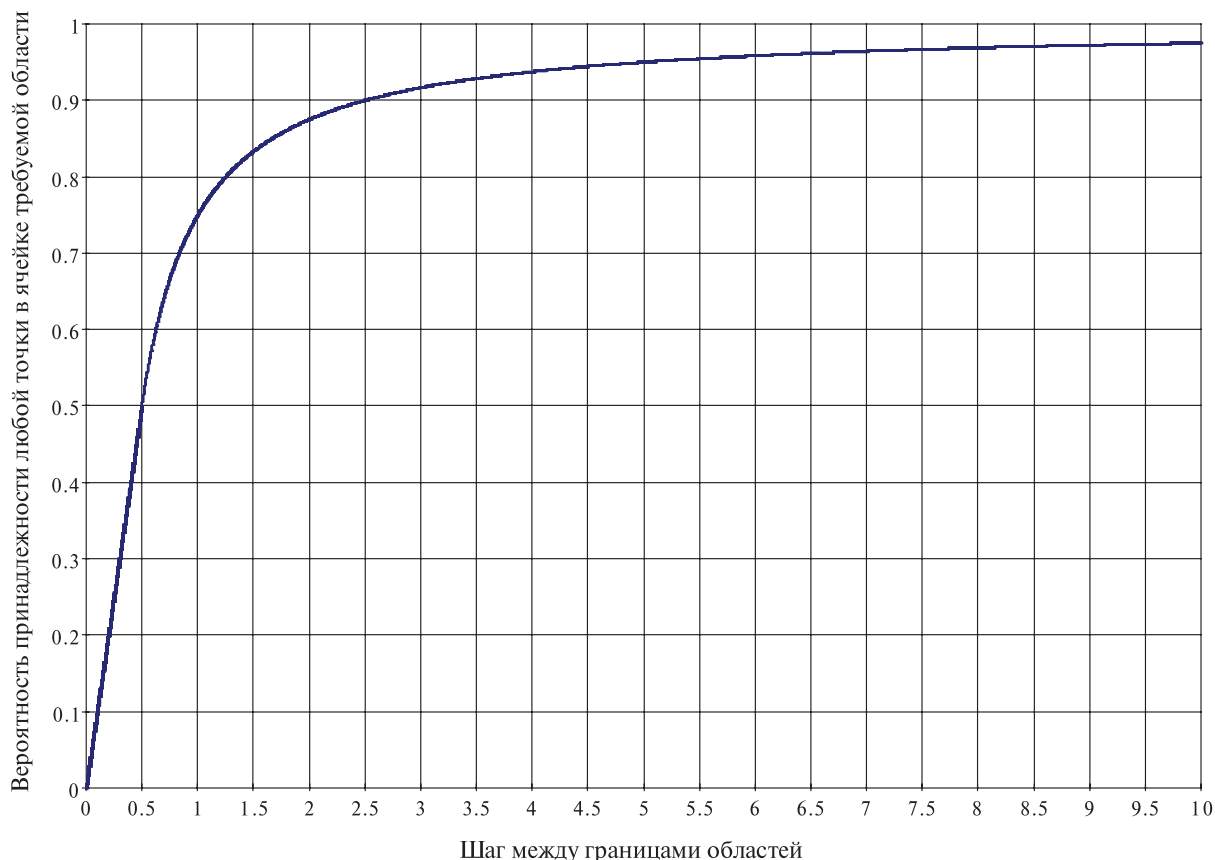


Рис. 5. Зависимость вероятности принадлежности точки требуемой области от шага между границами областей

$$\text{для } \operatorname{tg} \gamma = -2: d_{\beta} \leq \frac{0,5 \cdot m + n - 2}{N - 2}; \quad (3)$$

$$\text{для } \operatorname{tg} \gamma = -0,5: d_{\beta} \leq \frac{2m + n - 4}{N - 2}.$$

Для корректной интерпретации уровней рисков должно выполняться соотношение

$$\alpha \cdot d_{\alpha} = \beta \cdot d_{\beta},$$

где $\alpha \cdot d_{\alpha} = \beta \cdot d_{\beta}$ – условный шаг шкалы рисков матрицы.

Относительный шаг шкалы рисков матрицы находится из условия:

$$K = k^{\beta d_{\beta}} = k^{\alpha d_{\alpha}}. \quad (4)$$

Поскольку $d_{\alpha} = -\operatorname{tg} \gamma \cdot d_{\beta}$, то отсюда следует, что

$$\operatorname{tg} \gamma = -\frac{\beta}{\alpha}. \quad (5)$$

Следует также отметить, что относительный шаг K между границами категорий (областей значений) рисков в общем случае может отличаться от относительного шага k ячейки по шкале рисков и зависит от значения d_{β} .

Отдельной задачей является присвоение числовых значений шкалам частот и последствий, привязанных к границам ячеек матрицы. При этом основным требованием является обеспечение необходимых диапазонов частот и последствий.

Рассмотрим применение вышеизложенных положений на примере построения типовой матрицы риска [1], имеющей 4 категории рисков и размерность 6×4 ($N = 4$, $m = 6$, $n = 4$).

При выборе тангенса угла наклона прямых $R = \text{const}$ следует учитывать, что в соответствии с (2) условные диапазоны частот и последствий матрицы равны $\alpha \cdot m$ и $\beta \cdot n$.

Согласно (5), при тангенсе угла наклона $-0,5$ будет выполняться соотношение $\alpha = 2 \cdot \beta$. С учетом (1) получаем, что в этом случае $\alpha = 2/3$ и $\beta = 1/3$, а условные диапазоны частот и последствий – 4 и 1,333.

В случае выбора тангенса угла наклона -2 имеем: $\alpha = 1/3$, $\beta = 2/3$, условные диапазоны частот и последствий – 2 и 2,667. Второй вариант является наиболее предпочтительным, поскольку условные диапазоны шкал отличаются менее существенно. Поэтому для дальнейших расчетов принимаем $\operatorname{tg} \gamma = -2$.

С применением (3) находим максимальное значение шага d_{β} , при котором матрица заданной размерности охватывает 4 категории рисков:

$$d_{\beta} \leq \frac{0,5 \cdot m + n - 2}{N - 2} = \frac{0,5 \cdot 6 + 4 - 2}{4 - 2} = 2,5.$$

Минимальное значение d_{β} принимаем равным 1.

На рис. 6 а-г показаны ячейки матрицы с заданными параметрами при $d_{\beta} = 1$, $d_{\beta} = 1,5$, $d_{\beta} = 2$ и $d_{\beta} = 2,5$ соответственно. Согласно (2), условные шаги шкалы риска для данных матриц равны соответственно 0,667; 1; 1,333 и 1,667. Точность представления результатов (оценивается вероятностью попадания точки в соответствующую область значений), как следует из графика на рис. 5, составляет 0,75; 0,833; 0,875 и 0,9 (см. рис. 5).

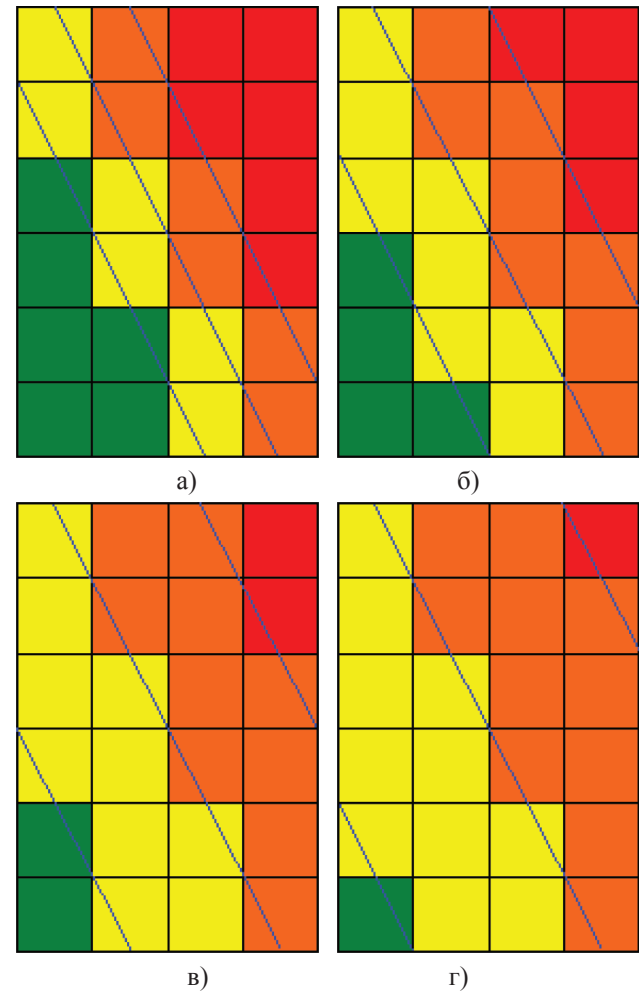


Рис. 6. Ячейки матрицы рисков 6×4 при $\operatorname{tg} \gamma = -2$ и $d_{\beta} = 1; 1,5; 2; 2,5$

С точки зрения удобства практического применения предпочтительной является матрица на рис. 6 б. В ней распределение ячеек по областям значений рисков осуществлено наиболее равномерно, а также, в соответствии с (4), относительный шаг K шкалы рисков матрицы совпадает с относительным шагом k рисков ячейки. Таким образом, для дальнейшего применения примем $d_{\beta} = 1,5$ и $K = k$.

Рассмотрим присвоение числовых значений шкалам частот и последствий для матрицы с выбранными параметрами при условии, что на шкале рисков задано только значение $R_{\text{доп}}$, соответствующее границе между категориями риска «нежелательный» и «недопустимый»

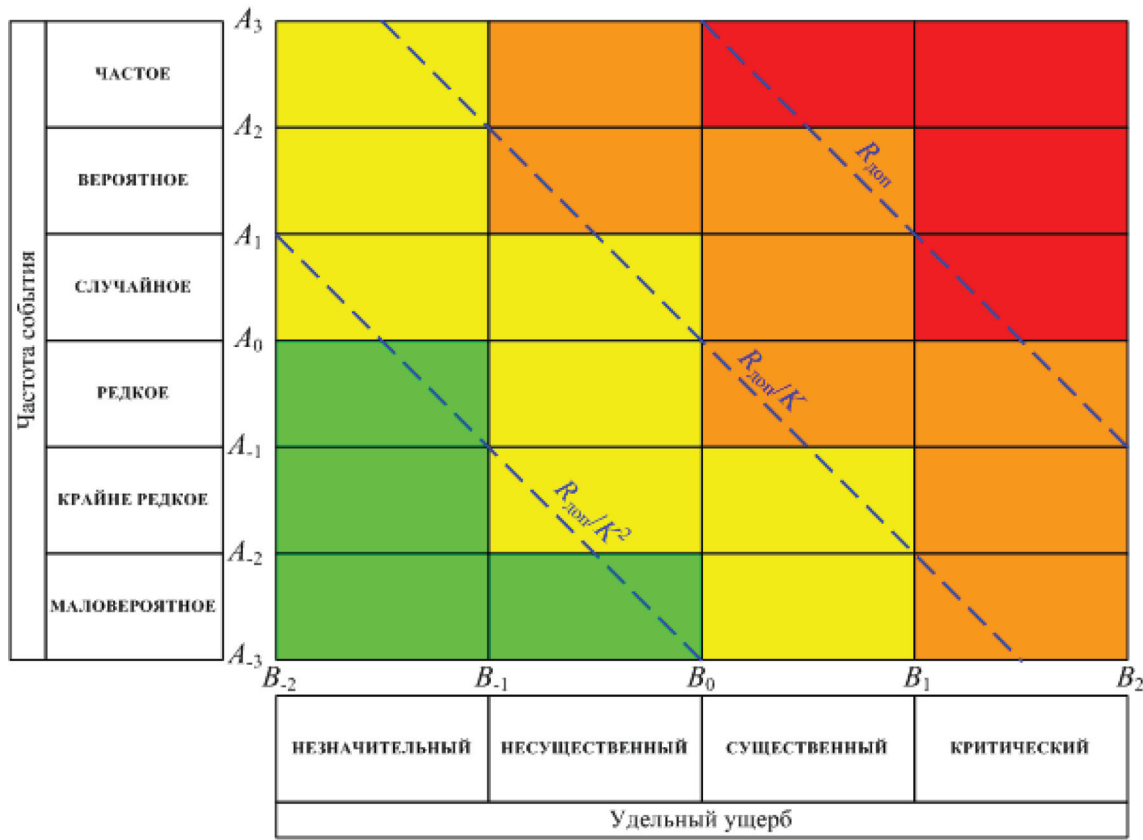


Рис. 7. Вид матрицы рисков 6×4 при $\lg \gamma = -2$ и $d_\beta = 1,5$

(остальные граничные значения категорий рисков получаются с использованием коэффициента K) (рис. 7).

Для привязки числовых значений к шкалам матрицы потребуются выборки значений частот события и удельного размера последствий за несколько интервалов наблюдения. Это позволит строить точки на данной матрице, соответствующие уровню риска за любой выбранный интервал наблюдения.

Относительный диапазон A частот (с учетом коэффициентов запаса $a_{\max}$ и $a_{\min}$) вычисляется по выражению:

$$A = \frac{a_{\max} \cdot F_{\max}}{F_{\min} \cdot a_{\min}},$$

где $F_{\min}$, $F_{\max}$ – минимальное и максимальное значения частоты нежелательного события в выборке.

Относительный диапазон B последствий (с учетом коэффициентов запаса $b_{\max}$ и $b_{\min}$) оценивается по аналогичной формуле:

$$B = \frac{b_{\max} \cdot C_{\max}}{C_{\min} \cdot b_{\min}},$$

где $C_{\min}$, $C_{\max}$ – минимальное и максимальное значения удельного размера последствий нежелательного события в выборке.

Необходимый относительный шаг шкалы рисков находится из условий, при которых область данной

матрицы попадают точки, соответствующие минимальному и максимальному уровню риска для заданных выборок значений частот события и удельного размера последствий:

$$\begin{cases} K \geq \left(\frac{f_{\max} \cdot C_{\max} \cdot a_{\max} \cdot b_{\max}}{R_{\text{дop}}} \right)^{\frac{1}{2\alpha + \beta}}, \\ K \geq \left(\frac{f_{\min} \cdot C_{\min}}{R_{\text{дop}} \cdot a_{\min} \cdot b_{\min}} \right)^{\frac{1}{-4\alpha - 3\beta}}, \end{cases},$$

где $R_{\text{дop}}$ – допустимый уровень риска;

$\alpha = 1/3$ – условный шаг шкалы частот;

$\beta = 2/3$ – условный шаг шкалы последствий.

Обоснование определения коэффициентов запаса подлежит отдельному рассмотрению. Для тестовых расчетов использовались значения $a_{\max} = b_{\max} = 2$ и $a_{\min} = b_{\min} = 1,5$.

Если коэффициент K выбран по первому из двух вышеуказанных условий, привязка шкал матрицы проводится, начиная с максимальных уровней A_3 и B_2 :

$$A_3 = F_{\max} \cdot a_{\max} \cdot \left(\frac{R_{\text{дop}} \cdot K^{(\alpha + \beta)}}{F_{\max} \cdot C_{\max} \cdot a_{\max} \cdot b_{\max}} \right)^{\alpha},$$

$$B_2 = C_{\max} \cdot b_{\max} \cdot \left(\frac{R_{\text{дop}} \cdot K^{(\alpha + \beta)}}{F_{\max} \cdot C_{\max} \cdot a_{\max} \cdot b_{\max}} \right)^{\beta}.$$

При выборе K по второму условию привязка проводится, начиная с минимальных уровней A_{-3} и B_{-2} :

$$A_{-3} = \frac{F_{\min}}{a_{\min}} \cdot \left(\frac{a_{\min} \cdot b_{\min} \cdot R \cdot K^{(\alpha + 3\beta)}}{F_{\min} \cdot C_{\min}} \right)^{\alpha},$$

$$B_{-2} = \frac{C_{\min}}{b_{\min}} \cdot \left(\frac{a_{\min} \cdot b_{\min} \cdot R \cdot K^{(\alpha + 3\beta)}}{F_{\min} \cdot C_{\min}} \right)^{\beta}.$$

Далее определяются остальные уровни шкал по формулам:

$$A_{i-1} = A_i \cdot K^{(-\alpha)}, A_{i+1} = A_i \cdot K^{\alpha};$$

$$B_{i-1} = B_i \cdot K^{(-\beta)}, B_{i+1} = B_i \cdot K^{\beta}.$$

Линейные координаты точки с частотой f и размером последствий c , в виде смещения, отсчитываемого от левого нижнего угла ячеек матрицы (см. рис. 7), рассчитываются по следующим выражениям (за 1 принята ширина и высота ячейки):

$$a = \frac{1}{\alpha} \log_k \left(\frac{f}{A_{-3}} \right); b = \frac{1}{\beta} \log_k \left(\frac{c}{B_{-2}} \right),$$

где a – смещение по оси частот (по вертикали);

b – смещение по оси последствий (по горизонтали).

Таким образом, формируется матрица рисков, позволяющая отображать риск в количественном выражении с контролируемой погрешностью.

В рамках данной статьи были рассмотрены основные аспекты построения матрицы рисков, оказывающие влияние на погрешность представления результатов. На примере частного случая показано применение данных подходов. Расширение рассмотренных подходов на матрицы рисков с другими параметрами, уточнение правил построения матриц рисков и критериев выбора их параметров является задачей дальнейших исследований.

Литература

1. ГОСТ Р 54505-2011 Безопасность функциональная. Управление рисками на железнодорожном транспорте.
2. **Pickering A., Cowley S.P.** Risk Matrices: implied accuracy and false assumptions // Journal of Health & Safety Research & Practice. – Volume 2, issue 1. October, 2010.
3. **Cox L. A. Jr., Huber W.** Optimal design of qualitative risk matrices to classify binary quantitative risks [abstract] // Proceedings of the Annual Meeting of the Society of Risk Analysis. Boston, December 7-10, 2008.
4. **Clemens P.L.** Working with the risk assessment matrix (lecture notes). 2nd edition. Tullahoma, TN: Sverdrup Technology, Inc., 1993.
5. A risk matrix for risk managers. – The National Patient Safety Agency. London, January, 2008.
6. Risk assessment in audit planning. A guide for auditors on how best to assess risks when planning audit work // Internal Audit Community of Practice. http://www.pempal.org/data/upload/files/2014/09/rap_guide_eng.pdf.
7. **L.Cox.** Whats wrong with risk matrices? Risk analysis. Vol. 28. №2, 2008. Pp. 497-511.