



**Чумаков И.А., Чепурко В.А., Антонов А.В.**

## НЕКОТОРЫЕ СВОЙСТВА МОДЕЛЕЙ НЕПОЛНОГО ВОССТАНОВЛЕНИЯ КИЖИМА

Статья рассматривает ряд свойств моделей неполного восстановления Кижима с использованием распределения Вейбулла для наработки до первого отказа. Метод максимального правдоподобия используется для оценки параметров распределения и коэффициента восстановления. Доверительные границы получены с помощью информационной матрицы Фишера. Обсуждается случай обработки данных от нескольких одинаковых элементов и доказана обратная зависимость величины дисперсии от количества элементов. Рассматриваются два способа оценки ведущей функции потока стареющего элемента. Производится сравнение нового подхода, представляющего ведущую функцию потока в виде конечной суммы и подхода с использованием метода статистических испытаний. Предложен способ вычисления среднего прямого и обратного остаточного времени, основанный на методе статистических испытаний. Рассматривается несколько демонстрационных примеров.

**Ключевые слова:** неполное восстановление, модели Кижима, распределение Вейбулла, ведущая функция потока, среднее прямое остаточное время.

### Введение

Наиболее употребительными для расчета надежности восстанавливаемых систем являются модели, предполагающие полное, либо минимальное восстановление. Функционирование технических систем, как правило, представляет собой более сложный процесс, для которого характерно неполное (частичное) восстановление. Становятся все более востребованными модели, учитывающие неполное восстановление, в том числе модели Кижима, являющиеся предметом исследования данной статьи.

### 1. Обобщенный процесс восстановления, модели Кижима

В случае мгновенного восстановления реальный возраст элемента на момент  $n$ -го восстановления можно представить в виде суммы всех его наработок до отказа:

$$S_n = \sum_{i=1}^n X_i, \quad S_0 = 0;$$

где  $X_i$  –наработка до  $i$ -го отказа.

Введем некоторую постоянную величину  $q$ , называемую коэффициентом (степенью) восстановления. Виртуальный возраст элемента определим как некоторую функцию  $v$ , такую, что  $v = v(\{X\}, q)$ . Виртуальный возраст и распределение наработки связаны следующим соотношением: пусть  $v_{i-1}$  – виртуальный возраст элемента на момент  $(i-1)$ -го восстановления. Тогда случайная величина  $X_i$  имеет следующую условную функцию распределения [1, 2]:

$$F_i(x | v_{i-1}) = \frac{F(x + v_{i-1}) - F(v_{i-1})}{1 - F(v_{i-1})}; \quad (1)$$

где  $F(x)$  – функция распределения наработки до первого отказа (НПО) для абсолютно нового элемента.

Модель Кижима-1 предполагает, что  $n$ -е восстановление влияет только на повреждения, полученные элементом между  $(n - 1)$ -м и  $n$ -м отказом, уменьшая прирост виртуального возраста элемента с  $X_i$  до  $qX_i$ . Виртуальный возраст элемента после  $n$ -го восстановления можно записать в виде:

$$v_n = v_{n-1} + qX_n = q \sum_{i=1}^n X_i = qS_n; \quad v_0 = 0; \quad (2)$$

Модель Кижима-2 предполагает, что каждое восстановление влияет на суммарные повреждения, соответственно уменьшая суммарный виртуальный возраст:

$$v_n = qv_{n-1} + qX_n = q(q^{n-1}X_1 + q^{n-2}X_2 + \dots + X_n); \quad v_0 = 0; \quad (3)$$

Таким образом, распределение НПО и коэффициент  $q$  полностью определяют процессы восстановления моделей Кижима. В том числе, по [2, 3, 4] случай  $q = 0$  описывает полное восстановление, случай  $q = 1$  описывает минимальное восстановление, случай  $0 < q < 1$  описывает неполное восстановление «хуже, чем новое, но лучше, чем было перед отказом». Оценка параметров модели возможна различными способами.

## 2. Параметрическая оценка параметров модели

### 2.1. Метод максимального правдоподобия

Рассмотрим подход с использованием метода максимального правдоподобия (ММП) [1, 5]. В качестве допущения здесь и далее будем предполагать, что НПО имеет распределение Вейбулла. Функция этого распределения имеет различные формы записи. В работе использована следующая форма, упрощающая дальнейшие расчеты:

$$F(x) = 1 - \exp(-\lambda x^\beta); \quad \beta \geq 1. \quad (4)$$

Для (1) с учетом (4) логарифмическая функция правдоподобия (ЛФП) известна [4]:

$$\begin{aligned} \ln L(\lambda, \beta, q) = & n(\ln \lambda + \ln \beta) + \lambda \sum_{i=1}^n [v_{i-1}^\beta - (X_i + v_{i-1})^\beta] + \\ & + (\beta - 1) \sum_{i=1}^n \ln(X_i + v_{i-1}); \end{aligned} \quad (5)$$

где  $v_i$  зависят от  $q$  в виде (2) или (3).

Оценки  $\lambda, \beta, q$  могут быть получены с применением численных методов [1, 5].

Далее предположим, что под наблюдением находится

одновременно  $k$  абсолютно одинаковых восстанавливаемых элементов. В таком случае полагаем, что  $i$ -е времена отказа имеют одинаковые распределения для каждого элемента. Запишем ЛФП аналогично (5), но с одновременным учетом  $k$  выборок времен до отказа [3]:

$$\begin{aligned} \ln L(\lambda, \beta, q) = & \sum_{j=1}^k n_j (\ln \lambda + \ln \beta) + \\ & + \lambda \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^n [v_{j,i-1}^\beta - (X_{j,i} + v_{j,i-1})^\beta] + (\beta - 1) \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^n \ln(X_{j,i} + v_{j,i-1}). \end{aligned} \quad (6)$$

Функция (6) дает возможность найти оценки параметров аналогично (5).

### 2.2. Оценка погрешности метода максимального правдоподобия

Чтобы найти дисперсии оценок ММП, необходимо построить информационную матрицу Фишера [6, стр. 201]. Запишем вектор параметров  $(\lambda, \beta, q)$  в виде  $(\theta_1, \theta_2, \theta_3)$ . Элементы информационной матрицы Фишера вычисляются следующим образом:

$$I(i, j) = -M \left[ \frac{\partial^2 \ln L}{\partial \theta_i \partial \theta_j} \right].$$

Дисперсии оценок определяются из ковариационной матрицы  $V = I^{-1}$ , при этом  $D(\theta_i) = V(i, i)$ . Для ЛФП (6)  $k$  наблюдаемых идентичных элементов возможно аналогичным образом рассчитать элементы  $I_k(i, j)$  матрицы Фишера  $I_k$ , далее найти соответствующую дисперсию  $D_k(\theta_i)$ .

У любого  $j$ -го из наблюдаемых  $k$  элементов количество произошедших отказов  $n_j$  имеет одинаковое распределение и математическое ожидание (МО):

$$Mn_j = Mn_1; \quad j = 1 \dots k.$$

Для  $i$ -й наработки  $j$ -го элемента  $X_{j,i}$  и соответствующего виртуального возраста  $v_{j,i-1}$  получим:

$$MX_{j,i} = MX_{1,i}; \quad j = 1 \dots k;$$

$$Mv_{j,i-1} = Mv_{1,i-1}; \quad j = 1 \dots k.$$

Отметим также, что наработки 1-го элемента  $X_{1,i}$  не зависят от наработок 2-го элемента  $X_{2,i}$ , третьего и т.д. для любого  $i$ . Исследуем элементы матрицы  $I_k$ , построенной для (6) и сравним их с элементами матрицы  $I_1$ , построенной для одного элемента с помощью (5):

$$\begin{aligned} I_k(1, 1) = & -M \left[ \frac{\partial^2 \ln L}{\partial \lambda^2} \right] = -M \left[ \frac{\sum_{j=1}^k n_j}{\lambda^2} \right] = \\ = & -kM \left[ \frac{n_1}{\lambda^2} \right] = kI_1(1, 1) = kI(1, 1). \end{aligned}$$

Аналогично для остальных элементов  $I_k(i, j) = kI_1(i, j)$ , откуда получим дисперсии:

$$\begin{aligned} D_k(\theta_i) = & V_k(i, i) = I_k^{-1}(i, i) = \frac{1}{k} I_1^{-1}(i, i) = \\ = & \frac{1}{k} D_1(\theta_i) = \frac{1}{k} D(\theta_i). \end{aligned}$$

Полученные результаты означают, что в статистическом смысле дисперсия оценок обратно пропорциональна количеству наблюдаемых идентичных элементов. Иначе говоря, дисперсия оценок по  $k$  выборкам одного объема будет в  $k$  раз меньше дисперсии оценки по только лишь одной из представленных выборок. Здесь необходимо отметить, что процессы Кижима не являются однородными, поэтому данное свойство не следует из определения самих процессов.

### 3. Оценки ведущей функции потока методом конечных сумм

МО среднего числа отказов на интервале  $(0; t]$  также известно, как «функция восстановления», «ведущая функция потока» (ВФП). Для случая неполного восстановления данная величина определяется интегральным уравнением, решение которого невозможно аналитическим путем, и даже численное решение затруднительно [2]. По определению, ВФП может быть представлена в виде бесконечной суммы [7, стр.88]:

$$H(x) = \sum_{i=1}^{\infty} G_i(x), \quad (7)$$

где  $G_i(x)$  – функция распределения момента времени  $i$ -го отказа  $S_i$ .

В отличие от распределения (1),  $G_i(x)$  – безусловное распределение. Найдем  $G_i(x)$ , для этого рассмотрим  $S_i$  как сумму случайных величин  $S_{i-1}$  и  $X_i$ , где  $X_i$  –  $i$ -я наработка до отказа; далее найдем функцию распределения этой суммы:

$$\begin{aligned} G_i(x) &= P(S_{i-1} + X_i < x) = \\ &= \int_0^x g_{i-1}(y) \int_0^{x-y} \frac{f(z+qy)}{1-F(qy)} dz dy = \\ &= \int_0^x \frac{g_{i-1}(y)}{1-F(qy)} [F(x+y(q-1)) - F(qy)] dy. \end{aligned} \quad (8)$$

Преобразуем (8) к виду, удобному для расчетов:

$$G_i(x) = \int_0^x G_{i-1}(y) R(x, y) dy, \quad (9)$$

$$\begin{aligned} R(x, y) &= -\frac{(q-1)f(x+y(q-1))}{1-F(qy)} - \\ &= -\frac{qf(qy)}{(1-F(qy))^2} [F(x+y(q-1)) - 1]. \end{aligned}$$

В случае распределения Вейбулла последнее выражение принимает вид:

$$R_w(x, y) = \lambda \beta (qy)^{\beta-1} - (q-1)d^{\beta-1} \exp(\lambda((qy)^\beta - d^\beta)),$$

где  $d = x + y(q-1)$ .

Выражение (9) определяет рекуррентную зависимость между функциями распределения моментов времени отказов. Зная распределение НПО (4), мы можем вычислить некоторую конечную сумму функций распределения. Аналогичное рекуррентное соотношение было получено для плотности распределения  $i$ -й наработки до отказа:

$$\begin{aligned} g_i(x) &= \frac{\partial F_i(x)}{\partial x} = \int_0^x \frac{g_{i-1}(y)}{1-F(qy)} f(x+y(q-1)) dy = \\ &= \int_0^x g_{i-1}(x) Q(x, y) dy. \end{aligned}$$

В случае распределения Вейбулла выражение  $Q(x, y)$  принимает вид:

$$Q_w(x, y) = d^{\beta-1} \exp(\lambda((qy)^\beta - d^\beta)).$$

Из (7) мы можем найти значение ВФП с некоторой убывающей с ростом  $i$  погрешностью.

## 4. Оценки методом статистических испытаний

### 4.1. Моделирование наработок до отказа

Считая известными значения параметров распределения и коэффициента восстановления моделей Кижима, становится возможным моделировать процессы Кижима (2) и (3). Функция распределения НПО определяется (1). Из [4] получим формулу для  $i$ -й наработки до отказа:

$$X_i = ((v_{i-1})^\beta - \lambda^{-1} \ln U)^{\beta-1} - v_{i-1}. \quad (10)$$

Для моделирования необходимо разыграть  $U \sim U[0; 1]$ .

### 4.2. Оценка ведущей функции потока

Популярным способом вычисления ВФП в случае неполного восстановления является метод статистических испытаний, пригодный в т.ч. для прогнозирования оценки в будущем. Для оценки ВФП в точке  $t$ , необходимо разыграть последовательность случайных величин – наработок до отказа.  $N_j$  – количество отказов, произошедших до времени  $t$ , есть значение ВФП, далее моделирование повторяется необходимое число раз  $S$ . Итоговая оценка ВФП  $H_M(t)$  вычисляется как среднее из смоделированных значений [5]:

$$H_M(t) = \frac{1}{S} \sum_{i=1}^S N_i \quad (11)$$

### 4.3. Оценка среднего прямого и обратного остаточного времени

Среднее прямое остаточное время (СПОВ) [7] – это МО оставшегося времени работы объекта до очередного отказа от момента времени  $t$ , в который система была работоспособна.

Среднее обратное остаточное время (СООВ) – это МО времени работы объекта от начала эксплуатации либо последнего восстановления до момента времени  $t$ , в который система работоспособна.

Данные ресурсные характеристики рассчитываются только для восстанавливаемых элементов. Аналогично ВФП, прямое вычисление СПОВ и СООВ для моделей Кижима является нетривиальной задачей, поэтому авторами предлагается подход, основанный на методе статистических испытаний. Для оценки СПОВ и СООВ в точке  $t$ , необходимо разыграть последовательность случайных величин – наработок до отказа  $\{X_n\}$ , соответствующую последовательности моментов отказа  $\{T_n\}$ , такую, что  $T_{n-1} < t \leq T_n$ , как показано на рис. 1:

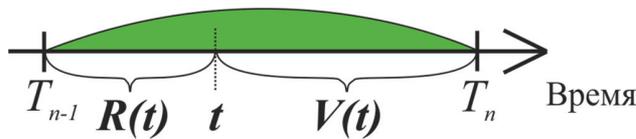


Рис. 1. Моделирование моментов отказа для вычисления остаточного времени

Оценки СПОВ  $V(t)$  и СООВ  $R(t)$  вычисляются как среднее из смоделированных значений:

$$V(t) = \frac{1}{S} \sum_{i=1}^S (T_n - t); \quad (12)$$

$$R(t) = \frac{1}{S} \sum_{i=1}^S (t - T_{n-1}). \quad (13)$$

Ниже в п.6 будут приведены результаты расчетов по данным формулам.

### 4.4. Оценка погрешности вычислений методом статистических испытаний

Как известно, при использовании метода статистических испытаний можно получить оценку погрешности не гарантированно, а лишь с некоторой степенью достоверности. Согласно [8, стр. 234] и ЦПТ, получаем верхнюю границу ошибки для (11) с коэффициентом доверия  $\beta$ :

$$\delta \leq t_\beta \sqrt{\frac{D(H_M)}{S}}; \quad (14)$$

где:  $t_\beta$  – значение аргумента функции Лапласа  $\Phi(t)$ , при котором  $\Phi(t) = \beta/2$ .

$$D(H_M) = \frac{\sum_{i=1}^S (H_M - N_i)^2}{S - 1}$$

– несмещенная оценка дисперсии оценки  $H_M$ .

## 5. Исследование существования предельной точки процесса Кижима

### 5.1. Расходимость последовательности моментов отказов для минимального восстановления

Для некоторых моделей неполного восстановления, последовательность **математических ожиданий** (МО) моментов времени  $i$ -го отказа  $M(S_n)$ , может сходиться, т.е. иметь предел при  $i \rightarrow \infty$ . В частности, для геометрического процесса – последовательности неотрицательных независимых случайных величин  $\{\Delta_n; n = 1, 2, \dots\}$ , таких, что выполняется следующее равенство по распределению [9, с. 81]:

$$\Delta_{n+1} \stackrel{d}{=} \gamma \Delta_n;$$

справедливо:

$$M(S_\infty) = M\left(\lim_{n \rightarrow \infty} S_n\right) = \frac{M\Delta}{1 - \gamma};$$

где:  $M\Delta$  – МО 1-й наработки до отказа;  
 $\gamma > 0$  – знаменатель (параметр) геометрического процесса.

Докажем отсутствие сходимости последовательности МО моментов отказов для моделей Кижима для распределения Вейбулла. Рассмотрим частный случай  $q = 1$ . Формула (9) принимает вид:

$$\begin{aligned} G_i(x) &= \int_0^x G_{i-1}(y) \lambda \beta y^{\beta-1} \exp(\lambda(y^\beta - x^\beta)) dy = \\ &= e^{-\lambda x^\beta} \int_0^x e^{\lambda y^\beta} G_{i-1}(y) d(\lambda y^\beta) = \\ &= \left\{ \lambda y^\beta = t; y = \left(\frac{t}{\lambda}\right)^{\frac{1}{\beta}} = U; \lambda x^\beta = A \right\} = \\ &= e^{-A} \int_0^A e^t G_{i-1}(U) dt; \end{aligned}$$

Прежде всего, заметим:

$$G_1(x) = 1 - e^{-A}; G_1(U) = F_1\left[\left(\frac{t}{\lambda}\right)^{\frac{1}{\beta}}\right] = 1 - e^{-t};$$

$$G_2(x) = G_1(x) - A e^{-A}; \text{ и т.д.}$$

Отсюда получаем рекуррентное выражение в явном виде для (9):

$$G_i(x) = 1 - e^{-A} \left( 1 + A + \frac{A^2}{2!} + \frac{A^3}{3!} + \dots + \frac{A^{i-1}}{(i-1)!} \right).$$

Найдем МО  $i$ -го момента отказа:

$$\begin{aligned} M_i &= \int_0^{\infty} (1 - G_i(x)) dx = \\ &= \int_0^{\infty} e^{-A} \left( 1 + A + \frac{A^2}{2!} + \frac{A^3}{3!} + \dots + \frac{A^{i-1}}{(i-1)!} \right) dx; \end{aligned}$$

искомое МО представлено в виде:

$$\begin{aligned} M_{i+1} &= C \left( \Gamma\left(\frac{1}{\beta}\right) + \Gamma\left(\frac{1}{\beta} + 1\right) + \dots + \frac{1}{i!} \Gamma\left(\frac{1}{\beta} + i\right) \right) = \\ &= C \left( \Gamma\left(\frac{1}{\beta}\right) + \sum_{j=1}^i \frac{1}{j!} \Gamma\left(\frac{1}{\beta} + j\right) \right); \end{aligned} \quad (15)$$

где  $C = \text{const}$ ;  $\Gamma$  – гамма-функция.

Для  $j > 3$  согласно свойствам гамма-функции справедливо:

$$\frac{1}{j} \Gamma\left(\frac{1}{\beta} + j\right) > \frac{1}{j} \Gamma(j) = \frac{1}{j};$$

$$\sum_{j=1}^i \frac{1}{j!} \Gamma\left(\frac{1}{\beta} + j\right) > \sum_{j=1}^i \frac{1}{j} \rightarrow \infty; \quad i \rightarrow \infty.$$

Следовательно, последовательность (15) расходится, иначе говоря:

$$\lim_{i \rightarrow \infty} M_i = \lim_{i \rightarrow \infty} M(S_i | q = 1) = \lim_{i \rightarrow \infty} \sum_{j=1}^i M(X_j | q = 1) = \infty. \quad (16)$$

Т.е. для частного случая  $q = 1$  последовательность МО моментов отказов расходится при распределении Вейбулла для НПО и модели Кижима-1 или Кижима-2.

## 5.2. Расходимость моментов отказов для неполного восстановления

С учетом (2) и (3) для моделей Кижима верно: виртуальный возраст монотонно возрастает при возрастании параметра  $q$  при прочих равных условиях, для модели Кижима-1 имеем:

$$Mv_n = q \sum_{i=1}^n MX_i.$$

В обобщенном виде – если  $q_1 < q_2$ , то:

$$v_n(q_1) < v_n(q_2), \quad (17)$$

$$M(v_n(q_1)) < M(v_n(q_2)).$$

Далее, исследуем условную функцию распределения (1):

$$F_i(x | v_{i-1}) = \frac{F(x + v_{i-1}) - F(v_{i-1})}{1 - F(v_{i-1})}.$$

При распределении Вейбулла (4) для НПО, функция принимает вид:

$$F_i(x | v_{i-1}) = 1 - \exp(\lambda(v_{i-1}^\beta - (x + v_{i-1})^\beta)).$$

При фиксированном  $x$ , данная функция монотонно возрастает при возрастании  $v$ , иначе говоря, если  $v_{i-1}^* < v_{i-1}^{**}$ , то:

$$F_i(x | v_{i-1}^*) < F_i(x | v_{i-1}^{**}).$$

С учетом (17), если  $q_1 < q_2$ , то верно следующее неравенство:

$$F_i(x | v_{i-1}(q_1)) < F_i(x | v_{i-1}(q_2)).$$

Поскольку:

$$M(X_i | v_{i-1}(q)) = \int_0^{\infty} \{1 - F_i[x | v_{i-1}(q)]\} dx,$$

то отсюда следует:

$$M(X_i | v_{i-1}(q_1)) > M(X_i | v_{i-1}(q_2)),$$

$$MM(X_i | v_{i-1}(q_1)) > MM(X_i | v_{i-1}(q_2)),$$

откуда по свойству МО получаем неравенство для безусловного среднего:

$$M(X_i(q_1)) > M(X_i(q_2)). \quad (18)$$

С учетом (16) и (18) приходим к следующему выводу: если данный ряд расходится при  $q = 1$ , то данный ряд является расходящимся и при  $q \in [0; 1]$  при прочих равных условиях. Следовательно, последовательность МО моментов времени  $i$ -го отказа моделей Кижима-1 и Кижима-2 и распределения Вейбулла для НПО **расходится** на  $q \in [0; 1]$ .

## 6. Пример расчета

Апробируем изученные модели на реальных данных. Для этого воспользуемся информацией об отказах устройств накопления и обработки информации, работающих в составе штатного оборудования атомных электростанций. Для 2 выбранных устройств за время

$T \approx 8 \times 10^4$  ч был зафиксирован 121 отказ. Значения ЛФП (6), оценки параметров и доверительные интервалы для доверительной вероятности 0,95 приведены в таблице 1:

Таблица 1. Оценки параметров модели

Модель	$\ln L$	$\lambda$	$\beta$	$q$	$\Delta\lambda$	$\Delta\beta$	$\Delta q$
Кижима-1	-135,353	0,264	1,345	0,384	0,186	0,196	0,574
Кижима-2	-135,707	0,244	1,293	1,000	0,192	0,172	0,043

Исходя из значений ЛФП, целесообразнее выбрать модель Кижима-1 для дальнейшего исследования, как обладающую максимумом ЛФП из сравниваемых

моделей. Большие доверительные интервалы оценок объясняются недостаточным количеством исходных данных. Точечные оценки значений ВФП приведены на рис. 2 с обозначениями:

$H_C(t)$  – ступенчатая эмпирическая ВФП:

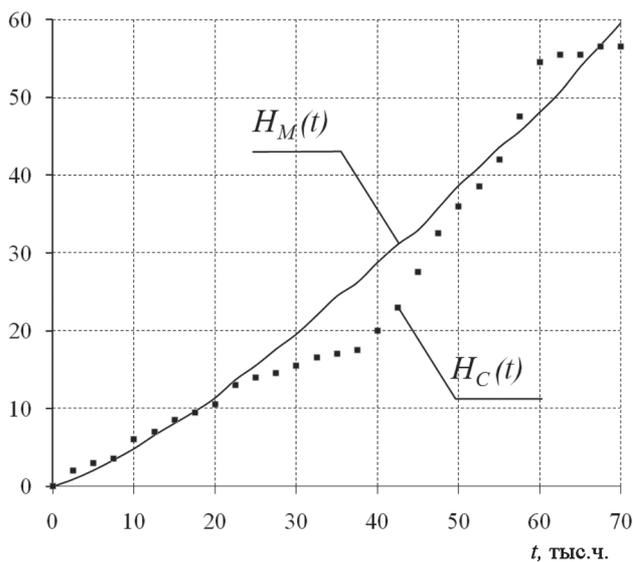
$$H_C(t) = i, \quad i: T_i \leq t \leq T_{i+1};$$

$H_M(t)$  – ВФП для модели Кижима-1 методом статистических испытаний по формуле (11);

$H_K(t)$  – ВФП для модели Кижима-1 методом конечных сумм по формулам (7) и (9);

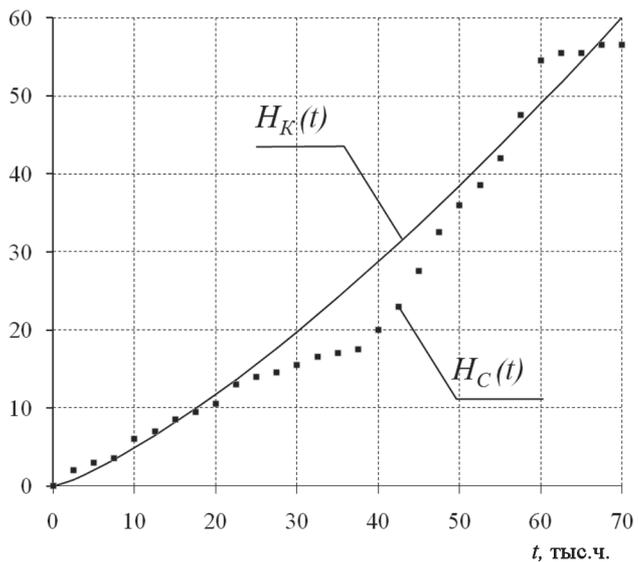
Рис. 2 демонстрирует, что сравниваемые методы дают практически идентичные результаты. Оценки

Ведущая функция потока, у.е.



а)

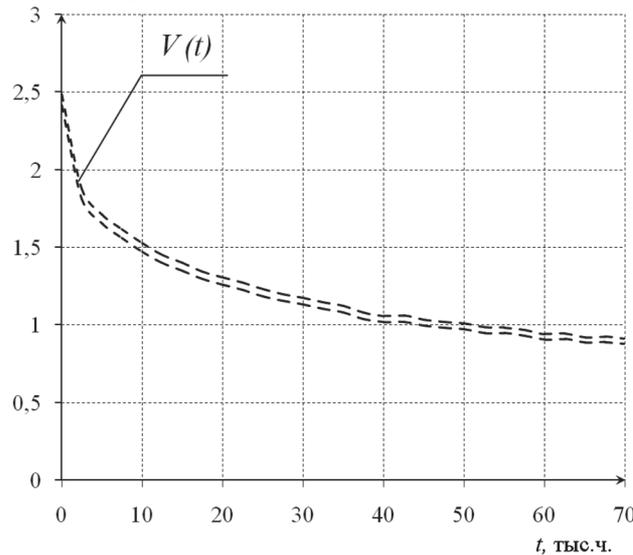
Ведущая функция потока, у.е.



б)

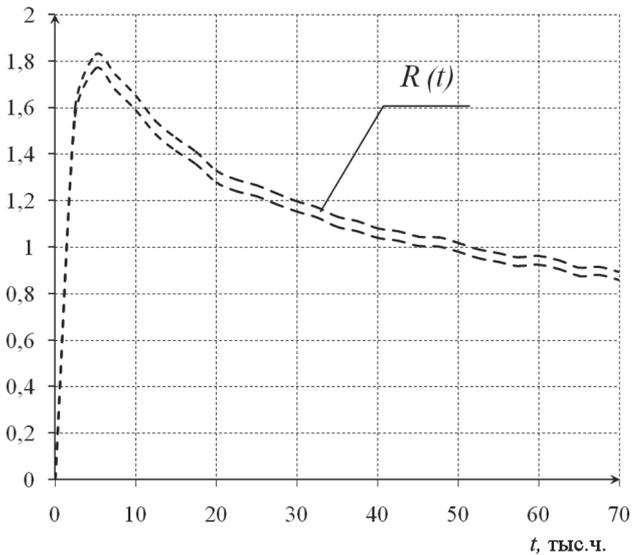
Рис. 2. Оценка ВФП методом а) статистических испытаний и б) методом конечных сумм

Среднее прямое остаточное время, тыс.ч.



а)

Среднее обратное остаточное время, тыс.ч.



б)

Рис. 3. Оценки среднего а) прямого и б) обратного остаточных времен

ВФП  $H_M(t)$  и  $H_K(t)$  хорошо соотносятся с экспериментальными данными – функцией  $H_C(t)$ , и пригодны для прогнозирования.

Интервальные оценки остаточного времени приведены на рис. 3 с обозначениями:

$V(t)$  – оценка СПОВ для модели Кижима-1 по формулам (12) и (14);

$R(t)$  – оценка СООВ для модели Кижима-1 по формулам (13) и (14).

Как видно на графике, оценки СПОВ и СООВ постоянно убывают и на наблюдаемом промежутке времени не имеют асимптотического предельного значения, что, в том числе, свидетельствует об отсутствии стационарного режима на интервале наблюдения, постепенном ухудшении его характеристик и наличии неполного восстановления.

## Заключение

Модели Кижима позволяют учитывать случай неполного восстановления «хуже, чем новое, но лучше, чем было перед отказом». В статье освещается способ получения интервальных оценок параметров моделей Кижима в предположении распределения Вейбулла для наработки до первого отказа. Доказана обратно пропорциональная зависимость величины дисперсии от числа наблюдаемых элементов. Доказана расходимость последовательности математических ожиданий моментов времени  $i$ -го отказа для моделей Кижима.

Предложен метод точечной оценки ведущей функции потока, основанный на вычислении конечных сумм. Также, авторами предложено использовать метод статистических испытаний для оценки среднего прямого и обратного остаточного времени для моделей Кижима. Приведены оценки характеристик надёжности по дан-

ным эксплуатации устройств накопления и обработки информации, работающих в составе штатного оборудования атомных электростанций.

## Литература

1. **Wibowo W.** On approaches for repairable system analysis : Renewal Process, Nonhomogenous Poisson Process, General Renewal Process / W. Wibowo // Indonesia, Jurnal Industri, 2010 — Vol.9, №1 — P.60-66.
2. **Каминский М., Кривцов В.** Применение метода Монте-Карло к оценке обобщенного процесса восстановления при анализе данных об отказах в период действия гарантийных обязательств // Reliability: Theory & Applications. — 2006. — №1 — С.32-34.
3. **Mettas A., Zhao W.** Analysis of Repairable Systems with General Repair // Reliability and Maintainability Symposium, 2005 — P.176–182.
4. **Чумаков И.А., Антонов А.В.** Оценки характеристик надёжности в предположении неполного восстановления // Надежность. — 2014. — №1 (48). — С.3 11.
5. **Guo H., Liao H., Pulido J.** Failure Process Modeling For Systems With General Repairs / // MMR 2011. International Conference on Mathematical Methods in Reliability, 2011.
6. **Антонов А.В.** Системный анализ. Учеб. для вузов — М.: Высшая школа, 2004. — 454 с.
7. **Байхельт Ф., Франкен П.** Надежность и техническое обслуживание / — М.: Радио и связь, 1988. — 357 с.
8. **Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М.** Численные методы — М.: Наука, 2003. — 635 с.
9. **Чепурко В.А., Чепурко С.В.** Модели неоднородных потоков в теории восстановления. — Обнинск: НИЯУ МИФИ, 2012. — 162 с.