Носов М.В.

МЕТОД ПОЛНОГО РАЗЛОЖЕНИЯ МОСТИКОВЫХ СОЕДИНЕНИЙ В ЗАДАЧАХ АНАЛИЗА СВЯЗНОСТИ СТРУКТУРНО-СЛОЖНЫХ ДВУХПОЛЮСНЫХ СЕТЕЙ

Рассматривается метод полного, разложения мостиковых (поперечных) соединений, содержанием которого является алгоритм обобщения известной формулы разложения Шеннона – Мура[1] для анализа связанности многозвенной мостиковой двухполюсной сети. Предложенный метод позволяет существенно сократить число анализируемых состояний, относительно известных комбинаторных методов, например, метода полного перебора состояний элементов [2].

Ключевые слова: *анализ, вероятность, связность, разложение, формула разложения Шеннона – Мура, случайный граф, двухполюсная сеть, мостиковые соединения, биномиальный коэффициент, комбинация.*

1.Введение

1.1. Принятые определения и обозначения

Мостиковое соединение (МС) – соединение двух смежных вершин v_i и v_j, $i \neq j$, принадлежащих соответственно верхнему и нижнему “независимым каркасам” [2].

Связность – свойство двухполюсных сетей сохранять работоспособное состояние и восстанавливать его в течении допустимого времени при возникновении случайных и параметрических отказов, физических разрушений, а так же при наличии преднамеренных и непреднамеренных помех.

Граф принято считать случайным, если его элементы находятся либо в работоспособном состоянии с вероятность p, либо в неработоспособном состоянии с вероятностью $q=1-p$, гдеp есть коэффициент готовности элемента случайного графа (СГ) [2].

ДС – двухполюсная сеть; СГДС – случайный граф двухполюсной сети (подробное определение СГДС представлено в [2]); ФРШМ – формула разложения Шеннона – Мура; МППСЭ – метод полного перебора состояний элементов; МПРМС – метод полного разложения мостиковых соединений; ВС – вероятность связности; БК – биномиальный коэффициент; К – комбинация, ВГП – вершина граничной пары; ССС – структурно -сложные системы; ТКН – теория комбинаторной надежности.

1.2. Краткий анализ актуальности и состояния проблемы

Многозвенные мостиковые двухполюсные сети (число мостиковых соединений в которых обозначим как m^M) имеют широкое практическое применение в сетях связи, в электроэнергетических и транспортных сетях, при организационно-техническом построении систем оповещения населения и др. [3].

Наличие многозвенных мостиковых соединений в ДС повышает эффективность их функционирования и в месте с тем существенно увеличивает сложность и трудоемкость анализа связности таких сетей [2,4,5]. В этом и заключена проблема анализа связности СГДС с m^M>1 мостиковыми (поперечными) соединениями.

Проблеме анализа СГДС с мостиковыми (поперечными) соединениями посвящено большое число работ, их неполный перечень можно найти, например, в работах [5,6], из содержания которых следует, что наряду с комбинаторными методами анализа связности таких СГДС [2,3] широкую известность и развитие получили логико-вероятностные методы анализа надежности структурно-сложных систем [5]. Таким образом единый аналитический подход к решению данного класса труднорешаемых задач пока отсутствует [5].

Существует мнение, что универсальным подходом к решению такого класса труднорешаемых задач является использование ЭВМ с соответствующим программным обеспечением [2,5].

Автор работы [5] это положение комментирует следующим образом: "все дело за разработкой соответствующего математического обеспечения, базирующегося на серьезной теории и апробированных аналитических методах. Отсутствие последних некоторых исследователей толкает на прямой и полный перебор на ЭВМ всех возможных состояний системы. Постоянный рост производительности ЭВМ поддерживает их надежду на перспективность этого пути исследования без "головной боли" доказывать и изобретать какие-то аналитические методы". Следовательно, все дело за разработкой аналитических методов, которые могли бы быть использованы в инженерной практике.

Значимый вклад в решение проблемы анализа надежности ДС с мостиковыми соединениями имела работа [1], в которой предложена формула разложения для одномостиковой схемы (ФРМШ). В последующих работах [5,8] доказана возможность применения ФРМШ для ДС с m^M>1 . Однако для иллюстрации этой возможности используется одномостиковая схема, предложенная Э. Шенноном.

В чем причина применения таких иллюстрированных примеров? А дело все в том, что сложность и трудоемкость практической реализации ФРШМ для m^M>1 мостиковых соединений определяется увеличением числа всех возможных состояний (комбинаций) анализируемого СГДСс m^M>1 мостиковыми соединениями пропорционально величине 2^{m^M}.

При увеличении числа мостиковых соединений m^M возникает непростая задача упорядочивания и учета всевозможных комбинаций (состояний) анализируемой ДС. Например, в работе [5] это затруднение "удается преодолеть с помощью табличного метода расчета надежности ССС". В данной статье, чтобы "не заблудиться" в лабиринте всевозможных комбинаций при увеличении числа мостиковых соединений m^M ДС, рассматривается алгоритм разложения для m^M>1, в основе которого находятся свойства биноминального распределения и его биноминальных коэффициентов.

Научной новизной статьи является обобщение применения ФРШМ для ДС с m^M >1 мостиковыми соединениями на основе свойств биноминального распределения и его БК [6], определяющих формальный принцип разработки алгоритма разложения исходных СГДС с m^M мостиковыми соединениями (m^M>1) в 2^{m^M} условных параллельно-последовательных (приводимых) СГДС.

Практическая значимость – характеризуется возможностью применения предложенного метода в прикладных инженерных задачах анализа связанности СГДС с m^M>1 мостиковыми соединениями.

2. Исходные данные и постановка задачи

Пусть структурно сложная ДС будет задана графом G [7]:

$$G = \{V, L, \Phi\}, \tag{1}$$

где $V = \{v_i\}, i = \overline{1, m_V}$ – множество вершин графа, число которых равно $m_V = |V|$ – мощность множества вершин графа (число элементов некоторого множества или некоторой совокупности элементов принято называть его мощностью);

$L = \{l_{i,j}\},\ i, j = \overline{1, m_V}\ \ (i < j, i \neq j)$ – множество ребер графа мощностью $m_L = |L|$:(i, j) – номера вершин граничной пары (ВГП) ребра ($l_{i,j}$);

$\Phi(l_{i,j}) = v_i\ \&\ v_j$ – отображение инцидентности и смежности элементов графа такое, что: если ребро $l_{i,j}$ соединяет вершины v_i и v_j, то оно считается инцидентным вершинам граничной пары v_i и v_j; если вершина v_i соединена по ребру $l_{i,j}$ с вершиной v_j, то эти вершины являются смежными друг другу по ребру $l_{i,j}$.

Вершины графа, соединенные между собой ребрами, образуют определенную структуру графа, которая может быть как простой так и сложной и отражает способность графа по передаче информации от его вершины S – истока к вершине t – стока, рис. 2.

Ребра СГДС могут иметь частичную или сквозную нумерацию [7].

При частичной нумерации ребер используются их ВГП v_i и v_j таким образом, что порядок нумерации ребер формально выражается в виде

$$L = \{l_{i,j}\},\ \mathrm{i} < \mathrm{j}\ \&\ \mathrm{i} \neq \mathrm{j}\ \text{и}\ i, j = \overline{1, m_V}. \tag{2}$$

При использовании сквозной нумерации вершины и ребра графа соответственно будут иметь следующую нумерацию:

$$V = \{v_i\},\ i = \overline{1, m_V}\ \text{и}\ \mathrm{L} = \{l_\xi\},\ \xi = \overline{m_V + 1, m_V + m_L}, \tag{3}$$

где ξ – обозначение порядкового номера ребра.

Сквозная нумерация элементов графа (рис. 1) выполнена в соответствии со следующим методическим правилом: от вершины – истока S к вершине – стоку t и от верхних вершин к нижним.

Для кратности написания вершин v_i, $i = \overline{1, m_V}$ и ребер $l_\xi\ \xi = \overline{m_V + 1, m_V + m_L}$ в СГДС иногда будем использовать только присвоенные этим элементам соответствующие порядковые номера $i=\overline{1,m_V}$ и $\xi=\overline{m_V+1,m_V+m_L}$.

Кроме того для снижения трудоемкости анализа связности СГДС примем непринципиальное допущение о том, что вершины СГДС абсолютно надежны (на рис. 2 это допущение обозначено в виде жирных кружков), а ребра имеют надежность, равную:

$$P_{\xi=\overline{m_V+1,m_V+m_L}}=p. \qquad (4)$$

Для указанных исходных данных задача состоит в том, чтобы : предложить методику применения свойств биноминального распределения и его биноминальных коэффициентов для разработки алгоритма разложения СГДС с m^M>1 мостиковыми соединениями; показать на примере практическую реализацию этого алгоритма при разложении исходного СГДС с m^M>1 мостиковыми соединениями на условные параллельно-последовательные приводимые СГДС. Помимо этого покажем, что применение предложенного метода разложения позволяет сократить число анализируемых состояний в несколько десятков (сотен) раз относительно существующих комбинаторных методов, например, МППСЭ анализируемого СГДС.

3. Применение свойств биноминального распределения и его биноминальных коэффициентов при разложении мостиковых соединений в двухполюсных сетях

Пусть каждое мостиковое соединение $l_\xi^M \in m^M$ СГДС может находится в одном из двух состояний: работоспособном – l_ξ^M с вероятностью $p(l_\xi^M)=p$ или неработоспособном – $\overline{l_\xi^M}$ с вероятностью $q\left(\overline{l_\xi^M}\right)=1-p\left(l_\xi^M\right)=q$. При этом общее число всех возможных несовместных комбинаций при разложении m^M (m^M>1) мостиковых соединений по модулю два будет равно 2^{m^M}, каждое из которых будет включать i неработоспособных и m^M-i работоспособных состояний. Событие отказа любого мостикового соединения $\overline{l_\xi^M}$ не зависит от состояния других мостиковых соединений, составляющих комбинацию из m^M мостиковых соединений по i, т.е. $C^i_{m^M}$. Заметим, что каждая комбинация $C^i_{m^M}$ есть биноминальный коэффициент ($БК_i$).

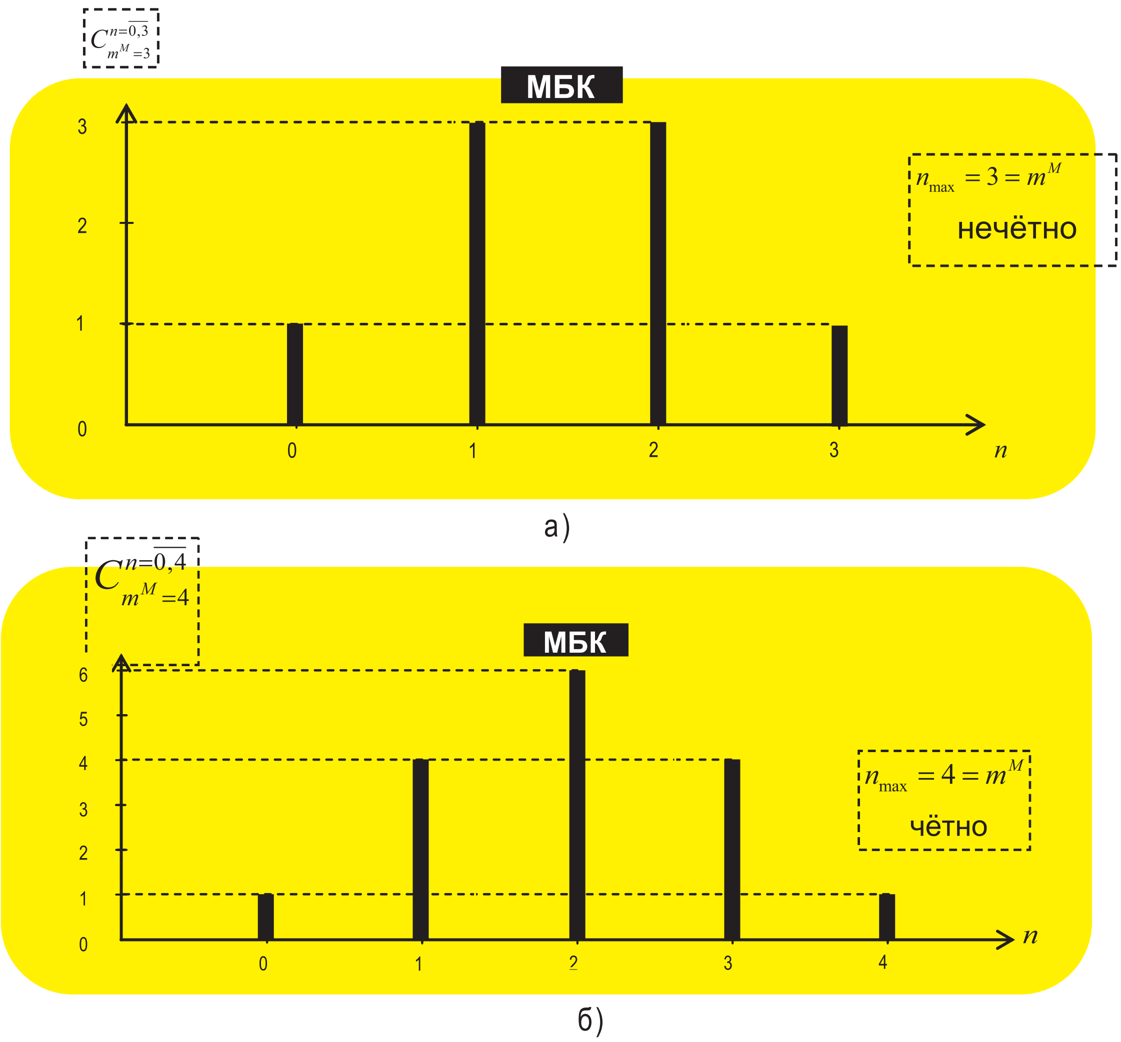

Рис. 1.

Тогда, с целью упорядочивания процесса формирования всех возможных комбинаций из m^M по i и их учета при выполнении анализа связности СГДС с m^M мостиковыми соединениями ($m^M>1$) целесообразно использовать биноминальное распределение, которое выражается формулой [6]

$$P_{i,m^M} = C^i_{m^M} p^{(m^M-i)} q^i \qquad (5)$$

где P_{i,m^M} – вероятность того, что в результате разложения m^M мостиковых соединений в комбинации $C^i_{m^M}$ окажется i неработоспособных мостиковых ребер;

$C^i_{m^M}$ – биноминальный коэффициент, характеризующий число комбинаций (состояний), которое можно получить из m^M мостиковых соединений по i (здесь m^M – параметр комбинации (ПаК), а i – переменная комбинации (ПеК));

сомножитель $p^{(m^M-i)}q^i$ – вероятность получения $БК_i = C^i_{m^M}$;

$p^{(m^M-i)}$ – вероятность нахождения подмножества мостиковых ребер $L^M = \{l^M_\xi\} \in m^M$ в работоспособном состоянии в $БК_i$.

q^i – вероятность нахождения подмножества мостиковых ребер $\overline{L^M} = \{l^M_\xi\} \in m^M$ в неработоспособном состоянии в $БК_i$.

Регулярный ряд биноминальных коэффициентов $БК_i\left(i=\overline{0,m^M}\right)$ представляет собой известный бином Ньютона (БН) [6], который обладает свойством симметричности относительно максимальных биноминальных коэффициентов (МБК); $БК_{i=0}$ характеризует комбинацию когда подмножество $L^M = \{l^M_\xi\} = |m^M|$ мостиковых соединений графа G находится в работоспособном состоянии; $БК_{i=m^M}$ характеризует комбинацию, когда подмножество мостиковых соединений находится в неработоспособном состоянии, т.е. $\overline{L^M} = \{\overline{l^M_\xi}\} = |m^M|$.

Если ПаК имеет нечетное значение, то МБК будет только два (рис. 1, а). Если же ПаК имеет четное значение, то МБК будет один (рис. 1,б).

Из рис. 1 хорошо видно, во первых, БК в БН «ведут» себя симметрично относительно МБК в силу того, что при заданном m^M всегда выполняется $\dfrac{m^M!}{i_1!(m^M-i_1)!} = \dfrac{m^M!}{i_2!(m^M-i_2)!}$ при условии, что $0\le i_{1(2)} \le m^M$, $i_1 \ne i_2$ и $i_1+i_2=m^M$.

Во – вторых, все БК есть комбинации вида $C^{i=\overline{0,m^M}}_{m^M}$, и, наконец, в третьих, сумма всех возможных комбинаций точно равна $2^{m^M} = \sum\limits_{i=0}^{m^M} \dfrac{m^M!}{i!\left(m^M-i\right)!} = \sum\limits_{i=0}^{m^M} C^i_{m^M}$. Например, см. рис. 1, а:

$$2^{m^M=3} = 8 = (БК_{i=0}=1)+(БК_{i=1}=3)+$$
$$+(БК_{i=2}=3)+(БК_{i=3}=1) = 8 = 2^{m^M=3}.$$

Формально процедуру компоновки всех возможных комбинаций из m^M по $0\le i\le m^M$ только для $БК_i\,(i=\overline{0,m^M})$ запишем в следующем виде:

$$БК_i = K^i_{m^M} = \left\{k_{\omega=\overline{1,C^i_{m^M}}}\right\} = \sum_{\omega=1}^{C^i_{m^M}} \prod_{\substack{\varepsilon=1\\ \varepsilon\in k_\omega}}^{i} \bullet \overline{l^M_{\xi_\varepsilon}} \prod_{\substack{\varepsilon=1\\ \varepsilon\in k_\omega}}^{m^M-i} \bullet l^M_{\xi_\varepsilon} \qquad (6)$$

где ω – номер текущей формируемой комбинации k_ω;

$\sum\limits_{\omega=1}^{C^i_{m^M}}$ – комбинационная сумма (КС), набирающая ровно $C^i_{m^M}\omega - x$ комбинаций из m^M переменных по i;

$\prod\limits_{\substack{\varepsilon=1\\ \varepsilon\in k_\omega}}^{i}\bullet$ комбинационное произведение (КП), объединяющее $(\bullet)$ в одну формируемую ω-ю комбинацию ровно i неработоспособных мостиковых соединений;

$\prod\limits_{\substack{\varepsilon=1\\ \varepsilon\in k_\omega}}^{m^M-i}\bullet$ – КП, объединяющее в одну формируемую ω-ю комбинацию ровно $m^M - i$ работоспособных мостиковых соединений.

Например, пусть в анализируемомСГДС перечислены три мостиковых соединения с номерами l^M_{11}, l^M_{14} и l^M_{17}, см. рис. 2. Пусть в поле переменных (ПП) они размещаются в следующем порядке: $\Omega = \left\{l^M_{\xi=11_{\varepsilon=1}}, l^M_{\xi=14_{\varepsilon=2}}, l^M_{\xi=17_{\varepsilon=3}}\right\}$. Тогда при $m^M = 3$ комбинации по (i=2) в ПК будут согласно (6) иметь следующий вид:

$$K^{i=2}_{m^M=3} = \left\{k_{\omega=1} = \left\{\bar{l}^M_{\xi=11_{\varepsilon=1}} \bullet \bar{l}^M_{\xi=14_{\varepsilon=2}} \bullet l^M_{\xi=17_{\varepsilon=3}}\right\} + k_{\omega=2} = \right.$$
$$\left. = \left\{\bar{l}^M_{\xi=11_{\varepsilon=1}} \bullet l^M_{\xi=14_{\varepsilon=2}} \bullet \bar{l}^M_{\xi=17_{\varepsilon=3}}\right\} + k_{\omega=3} = \left\{l^M_{\xi=11_{\varepsilon=1}} \bullet \bar{l}^M_{\xi=14_{\varepsilon=2}} \bullet \bar{l}^M_{\xi=17_{\varepsilon=3}}\right\}\right\}.$$

Видно, что как и положено, сформировано ровно три комбинации для случая $C^{i=1}_{m^M=3} = \dfrac{3!}{2!\cdot 1!} = 3$ (см. на рис. 1, а третий столбик слева для i=2).

Формально процедура упорядоченной компоновки всех возможных комбинаций из m^M по $i=\overline{0,m^M}$ для всех $БК_i$ почти такая же, как и в (6). Добавляется лишь одна КС по управлению i. В целом же эта процедура выглядит таким образом:

$$БК_i = \overline{0,m^M} = K^{i=\overline{0,m^M}}_{m^M} = \left\{\sum_{i=0}^{m^M} k^i_{\omega=\overline{1,C^i_{m^M}}}\right\} =$$
$$= \sum_{i=0}^{m^M} \sum_{\omega=1}^{C^i_{m^M}} \prod_{\substack{\varepsilon=1\\ \varepsilon\in k_\omega}}^{i} \bullet \overline{l^M_{\xi_\varepsilon}} \prod_{\substack{\varepsilon=1\\ \varepsilon\in k_\omega}}^{m^M-i} \bullet l^M_{\xi_\varepsilon} \qquad (7)$$

Поскольку всевозможные комбинации образуют полную группу несовместных событий, то сумма всех вероятностей P_{i,m^M} равна единице: $\sum\limits_{i=0}^{m^M} P_{i,m^M} = 1$.

4. Решение поставленных задач

Существо предполагаемого метода заключается в следующем. Допустим, что требуется определить вероятность связности структурно-сложного СГДС в котором каждый ξ-й элемент может находиться в одном из двух состояний: работоспособном (обозначим как l_ξ) с вероятностью $P(l_\xi)$ или неработоспособном (обозначим как $\overline{l_\xi}$) с вероятностью $q(\overline{l_\xi})=1-P(l_\xi)$, – множество ребер графа мощностью $m_L = |L|$.

Тогда при использовании метода полного перебора состояний элементов (МППСЭ) для расчета вероятности связности заданной пары вершин (полюсов) S и t в анализируемом структурно-сложном СГДС потребуется проанализировать 2^{m_L} всевозможных состояний [3]. Очевидно при увеличении числа структурных элементов в СГДС количество анализируемых состояний и, следовательно, трудоемкость применения этого метода увеличиваются пропорционально величине 2^{m_L}.

Аналогичной сложностью и трудоемкостью обладают и другие комбинаторные методы полного перебора всевозможных состояний анализируемого структурно-сложного СГДС.

Следовательно, задача уменьшения сложности и трудоемкости комбинаторных методов анализа ВС может быть решена на основе сокращения числа анализируемых состояний, характеризующие исходный СГДС.

Решение этой задачи возможно на основе применения ФРШМ не только для одномостиковой схемы СГДС, как показано в [5], но и для некоторого подмножества мостиковых соединений $L^M = \{l^i_\xi\} = |m^M_L|$, находящихся в структурно-сложных СГДС.

При таком подходе число анализируемых состояний исходного СГДС сокращается пропорционально отношению

$$\gamma = K/K^M, \tag{8}$$

где $K=2^{m_L}$ – число всевозможных состояний (комбинаций) элементов, характеризующих в целом структуру СГДС;

$K^M=$ – число всевозможных состояний (комбинаций) мостиковых соединений, находящихся в структуре анализируемого СГДС, K»K^M.

Ниже рассматривается алгоритм применения ФРМШ для любого числа мостиковых соединений, находящихся в анализируемых структурах СГДС, в основе которого находятся свойства биноминального распределения и его биноминальных коэффициентов (5).

Из анализа содержания ФРШМ [5] можно заметить, что она определяет полную вероятность связности полюсов S и t одномостикового СГДС, которую выразим в следующем виде:

$$P_{s,t} = p(k_0^M)p(G_{s,t} / k_0^M) + q(k_1^M)p(G_{s,t} / k_1^M), \tag{9}$$

где комбинации k_o^M и k_1^M образуют полную группу несовместных состояний мостикового соединения l_ξ^M: k_o^M~l_ξ^M; k_1^M~$\overline{l_\xi^M}$, где l_ξ^M и $\overline{l_\xi^M}$ – обозначения соответственно работоспособного и неработоспособного состояний мостикового соединения, $p(k_o^M) + q(k_1^M) =1$;

$p(G_{s,t} / k_o^M)$ – вероятность связности полюсов S и t СГДС $G_{s,t}$ при условии, что состояние мостикового соединения l_ξ^M работоспособно, и вследствие этого произошло замыкание смежных вершин по этому соединению;

$p(G_{s,t} / k_1^M)$ – вероятность связности полюсов S и tСГДС $G_{s,t}$ при условии, что мостиковое соединение $\overline{l_\xi^M}$ находится в неработоспособном состоянии, и вследствие этого произошло размыкание смежных вершин по неработоспособному $\overline{l_\xi^M}$;

С учетом указанных определений формула (9) примет вид

$$P_{s,t} = \sum_{i=0}^{1} p(k_i^M)p(G_{s,t} / k_i^M). \tag{10}$$

Допустим, что произвольный СГДС $G_{s,t}$ характеризуется некоторым подмножеством $L^M = \left\{l_\xi^M / \xi = \overline{1, m_L^M}\right\}$ мостиковых соединений, образующих полную группу несовместных состояний (комбинации):

$$K^M = 2^{m_L^M} = \left\{k_i^M / i = \overline{0, I}\right\}. \tag{11}$$

где, I – обозначение полной группы несовместных состоянии (комбинаций). Поскольку всевозможные комбинации (11) несовместны и имеют полную группу, то вероятность $P_{s,t}$ связности исходного структурно – сложного СГДС $G_{s,t}$ согласно (10) определим как

$$P_{s,t} = \sum_{i=0}^{I} p(k_i^M)p(G_{s,t} \big/ k_i^M), \tag{12}$$

где $p(G_{s,t} / k_i^M)=p(G^i_{s,t})$ – вероятность связности СГДС $G^i_{s,t}$, полученного в результате преобразования исходного СГДС $G_{s,t}$ при условии, что состояние мостиковых соединений соответствует комбинации k_i^M. Согласно этого определения, формулу (12) выразим следующим образом:

$$P_{s,t} = \sum_{i=0}^{I} p(k_i^M)p(G^i_{s,t}). \tag{13}$$

Формула (13) означает полную вероятность связности полюсов S и t для анализируемого СГДС $G_{s,t}$, в структуре которого есть некоторое подмножество мостиковых соединений $L^M = \left\{l_\xi^M\right\} = \left|m_L^M\right|$.

Расчет вероятностей комбинации $P(k_i^M)$ производится согласно рассмотренных ранее равенств (6), а также (7) и (8).

Поскольку условный граф СГДС $G^i_{s,t}$ образуется в результате разложения подмножества $L^M = \{l_\xi^M\} = m_L^M$ мостиковых соединений исходного СГДС $G_{s,t}$ на работоспособные или неработоспособные, и в результате этого производится соответственно замыкание или размыкание смежных вершин в СГДС $G_{s,t}$ по подмножеству мостиковых соединений m_L^M, то в структурах условных СГДС $G^i_{s,t}$ мостиковые соединения ликвидируются. В силу этого расчет вероятности связности полюсов S и t анализируемого СГДС выполняется по формулам последовательно-параллельного соединения элементов.

5. Результаты численного эксперимента

Для иллюстрации применения предложенного метода определим вероятность связности СГДС в структуре которого имеется три мостиковых соединения l^M_{11}, l^M_{14} и l^M_{17}, рис.2.

Примем, что вершины $\nu_{\xi=\overline{1,8}}$ анализируемого СГДС абсолютно надежны, а вероятность нахождения ребер СГДС в работоспособном состоянии $p(l_{\xi=9,19}) = p = 0{,}9$.

Полную группу несовместных состояний (комбинаций) мостиковых соединений согласно равенств (6), а также (7) и (8) при их разложении по модулю 2 определим следующим образом:

$$2^3 = \sum_{i=0}^{3} C_3^i = \sum_{i=0}^{3} \frac{3!}{i!(3-i)!} = 8, \qquad (14)$$

в том числе:

$$БК_{i=0} = C_3^0 = 1,\ БК_{i=1} = C_3^1 = 3,$$

$$БК_{i=2} = C_3^2 = 3,\ БК_{i=3} = C_3^3 = 1.$$

Запишем комбинации k^i_ω, соответствующие $БК_{i=\overline{0,3}}$: $:БК_{i=0} = C_3^0 = 1 : \mathrm{k}^{i=0}_{\omega=1} = l^M_{\xi=11_{\varepsilon=1}} \bullet l^M_{\xi=14_{\varepsilon=2}} \bullet l^M_{\xi=17_{\varepsilon=3}}$ – исходная комбинация, когда все мостиковые соединения находятся в работоспособном состоянии;

$$БК_{i=1} = C_3^1 = 3 : \mathrm{k}^1_{\omega=1} = \bar{l}_{\xi=11_{\varepsilon=1}} \bullet l_{\xi=14_{\varepsilon=2}} \bullet l_{\xi=17_{\varepsilon=3}};$$

$$k^1_{\omega=2} = l_{\xi=11_{\varepsilon=1}} \bullet \bar{l}_{\xi=14_{\varepsilon=2}} \bullet l_{\xi=17_{\varepsilon=3}};$$

$$k^1_{\omega=3} = l_{\xi=11_{\varepsilon=1}} \bullet l_{\xi=14_{\varepsilon=2}} \bullet \bar{l}_{\xi=17_{\varepsilon=3}};$$

$$БК_{i=2} = C_3^2 = 3 : \mathrm{k}^2_{\omega=1} = \bar{l}_{\xi=11_{\varepsilon=1}} \bullet \bar{l}_{\xi=14_{\varepsilon=2}} \bullet l_{\xi=17_{\varepsilon=3}};$$

$$k^2_{\omega=2} = \bar{l}_{\xi=11_{\varepsilon=1}} \bullet l_{\xi=14_{\varepsilon=2}} \bullet \bar{l}_{\xi=17_{\varepsilon=3}};$$

$$k^2_{\omega=3} = l_{\xi=11_{\varepsilon=1}} \bullet \bar{l}_{\xi=14_{\varepsilon=2}} \bullet \bar{l}_{\xi=17_{\varepsilon=3}};$$

$$БК_{i=3} = C_3^3 = 1 : \mathrm{k}^3_{\omega=1} = \bar{l}_{\xi=11_{\varepsilon=1}} \bullet \bar{l}_{\xi=14_{\varepsilon=2}} \bullet \bar{l}_{\xi=17_{\varepsilon=3}};$$

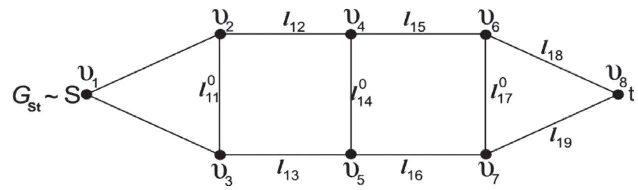

Рис. 2. Трехмостиковый СГ ДС

– завершающая комбинация, когда все мостиковые соединения находятся в неработоспособном состоянии.

Для вычисления вероятности $p\left(k^i_{\omega=\overline{1,C^i_{m^m}}}\right)$ каждого состояния (комбинации) $k^i_{\omega=\overline{1,C^i_{m^m}}}$ анализируемого СГДС (рис. 2) следует использовать равенство (6).

В результате разложения исходной трехмостиковой структуры СГДС (рис. 2), согласно биноминальных коэффициентов (7), получим условные СГДС $G^i_{s,t}$ $(i=\overline{0,7})$, структуры которых представлены на рис. 3.

С учетом условных структур СГДС $G^i_{s,t}$ (рис. 3) по формуле (13) определим полную вероятность связности полюсов S и tдля исходного СГДС $G_{s,t}$, рис. 2:

$$P_{s,t} = p^3 \bullet p\,(G^0_{s,t}) + (1\text{-}p) \bullet p^2 \bullet p\,(G^1_{s,t})$$

$$(1\text{-}p) \bullet p^2 \bullet p(G^2_{s,t}) + (1\text{-}p) \bullet p^2 \bullet$$

$$(G^3_{s,t}) + (1-p)^2 \bullet p \bullet p\left(G^4_{s,t}\right) + (1-p)^2 \bullet p \bullet p\left(G^5_{s,t}\right) +$$

$$+ (1-p)^2 \bullet p \bullet p\left(G^6_{s,t}\right) + (1-p)^3 \bullet p \bullet \left(G^7_{s,t}\right), \qquad (15)$$

где

$$p\,(G^0_{s,t}) = (2p - P^2)^4;$$

$$p(G^1_{s,t}) = (2p^2 - P^4)(2p - P^2)^2;$$

$$p\,(G^2_{s,t}) = (2p^2 - p^4)(2p - p^2)^2;$$

$$p\,(G^3_{s,t}) = (2p^2 - p^4)(2p - p^2)^2;$$

$$p\,(G^4_{s,t}) = (2p^3 - p^6)\ (2p - p^2);$$

$$p\,(G^5_{s,t}) = \ (2p^2 - p^4)^2;$$

$$p\,(G^6_{s,t}) = (2p^3 - p^6)\ (2p - p^2);$$

$$p\,(G^7_{s,t}) = \ 2p^4 - p^8.$$

Таблица 1. Трудоемкость МПРМЭ

Наименование анализируемого СГ ДС	Число анализируемых состояний (гипотез) МППСЭ: K=2^{m_L}	Число анализируемых состояний (гипотез) МПРМС: $K^M = 2^{m^M_L}$	Сокращение числа анализируемых состояний $\gamma = K / K^M$(разы)
СГ ДС с одним МС	32	2	16
СГ ДС с двумя МС	256	4	64
СГ ДС с тремя МС	2048	8	256

Для принятых исходных данных вероятность связности полюсов S и t анализируемого СГДС равна $P_{s,t}$ =0,955596.

Результаты сравнительного анализа трудоемкости МПРМС относительно МППСЭ по принятому показателю (1) представлены в табл. 1.

Из представленных результатов следует, что с усложнением структуры анализируемых СГДС:

Трудоемкость МППСЭ экспоненциально возрастает (см. 2-ю колонку табл. 1).

Трудоемкость МПРМС относительно МППСЭ сокращается пропорционально величине $2^{(m_L - m_L^0)}$, где $m_L > m_L^0$.

Таким образом, проблема частичного устранения сложности и трудоемкости точного расчета вероятности связности структурно-сложных СГДС имеет аналитическое решение на основе предложенного МПРМС.

6. Заключение

Возможность применения ФРШМ для случая, когда в СГДС насчитывается более чем одно мостиковое соединение доказана в работах [2,5,8].

Целью данной статьи являлось рассмотрение комбинаторного алгоритма практической реализации указанной возможности при решении задачи анализа связанности такого варианта СГДС, в котором решение задачи выбора мостиковых соединений не требовалось, поскольку она априори решена структурой построения анализируемого СГДС, см. рис. 2.

Вместе с тем задача определения мостиковых соединений в анализируемом структурно-сложном СГДС считается основополагающей в ТКН, основные положения которой сформулированы в работах [2,8].

Поэтому научно-практический интерес представляет решение двуединой задачи: 1) выбора совокупности $L^M = \left\{ l_\xi^M \right\} = \left| m^M \right|$ мостиковых соединений из их множества $L=\{l_\xi\}=|m_L|$, находящихся в исходном структурно-сложном СГДС, и 2) их последующее практическое использование для расчета связности анализируемого СГДС.

Литература

1. **Мур Р., Шеннон К.** Надежные схемы из ненадежных реле. Работы по теории информации и кибернетики. М.: ИЛ. 1963.

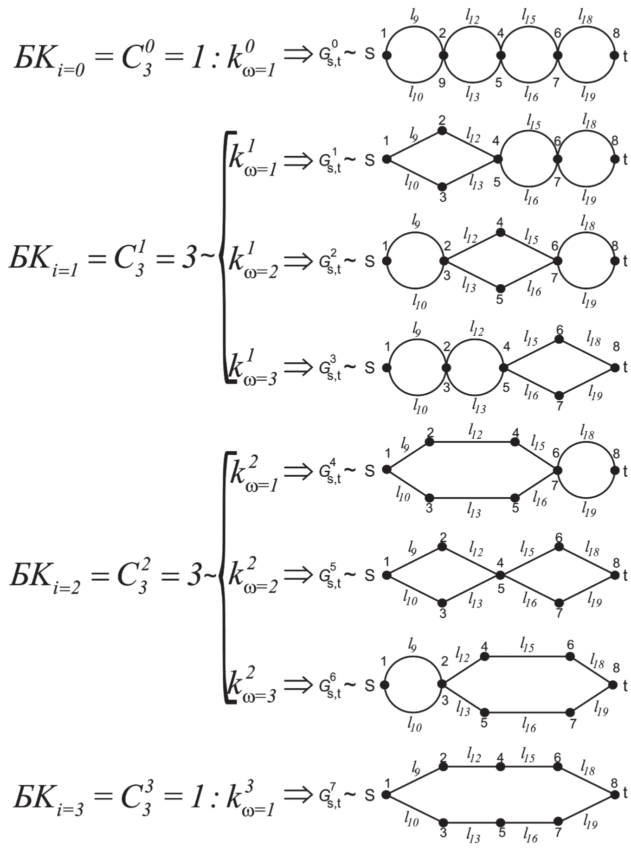

Рис. 3. Условные СГ ДС $G_{s,t}^{i=\overline{0,7}}$

2. **Филин Б.П.** Методы анализа структурной надежности сетей связи. М.: Радио и связь. 1988.

3. **Носов М.В.** Комбинаторные методы анализа качества функционирования и модернизации систем оповещения населения. Академия гражданской защиты МЧС России. 2014.

4. **Гэри М., Джонсон Д.** Вычислительные машины и трудно-решаемые задачи. М: Мир. 1982.

5. **Рябинин И.А.** Надежность и безопасность структурно – сложных систем. СПб.: Политехника. 2000.

6. **Вентцель Е.С.** Теория вероятностей. М.: Физматгиз. 1968.

7. **Филин Б.П.** О предельном развязывании клаттеров в оценках Полесского границ комбинаторной надежности случайных бинарных систем. Автоматика и телемеханика. №9. 2005.

8. **Филин Б.П.** Об аналитическом методе приближенного вычисления надежности сложных систем. Автоматика и телемеханика. №7. 1998.