УДК 629.039.58
Оригинальная статья
https://doi.org/10.21683/1729-2646-2025-25-4-17-28

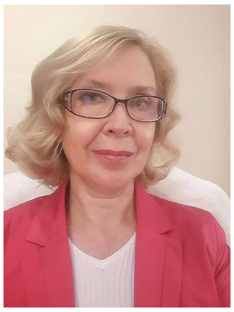
К выбору методов оценки статистических параметров надежности элементов систем для использования в вероятностном анализе безопасности

On the choice of methods for estimating statistical parameters of system component reliability for use in probabilistic safety analysis

Горюнов О.В.[1]*, Кузьмина И.Б.[1]
Goriunov O.V.[1]*, Kuzmina I.B.[1]

[1] *АО «РЭИН Инжиниринг», Санкт-Петербург, Российская Федерация*
[1] *JSC REIN Engineering, Saint Petersburg, Russian Federation*
* *ovgoriunov@mail.ru*

Горюнов О.В.



Кузьмина И.Б.

Резюме. Цель. *Проработать анализ факторов, которые могут повлиять на выбор метода(ов) оценки интенсивности отказов элементов систем при использовании его/их результатов в целях анализа надежности и выполнения вероятностного анализа безопасности.* **Методы.** *В статье применяются методы математического анализа, теории вероятностей.* **Результаты.** *Представлены результаты применения ряда методов для выборки N = 23 (групп) и выборок объемом N = 12 и N = 6. Выборки N = 12 и N = 6 составлены из вариационного ряда исходной выборки (N = 23) по следующему правилу, принятому для целей демонстрации подхода: для N = 12 – все четные, для N = 6 – каждый 4-й, что обеспечивало «подобность» выборок. В качестве специфических данных рассмотрено два варианта z = 0, t = 11,2 и z = 4, t = 11,2.* **Заключение.** *Представлен краткий обзор методов, используемых на практике для оценки характеристик интенсивности отказов элементов систем блока АЭС. Отмечены особенности представленных подходов, представлены рекомендации по использованию методов в практике подготовки исходных данных для выполнения задач анализа. Для случая отсутствия отказов в группе рекомендуется применять неинформативный метод Джеффриса. В рамках анализа надежности рекомендуется применять методы моментов, метод Морозова В.Б. и/или метод бутстрэпа.*

Abstract. Aim. *To analyse the factors that may affect the choice of the method(s) for assessing the failure rate of system components when using the results for reliability analysis and probabilistic safety analysis.* **Methods.** *The paper uses methods of mathematical analysis, probability theory.* **Results.** *The paper presents the results of applying a number of methods to a sample of N = 23 (groups) and samples of N = 12 and N = 6. Samples N = 12 and N = 6 are made up of a static series of the initial sample (N = 23) according to the following rule adopted for the purpose of demonstrating the method: for N = 12, all even, for N = 6, every 4th, that' ensured the "similarity" of the samples. Two variants, i.e. z = 0, t = 11.2 and z = 4, t = 11.2, were considered as specific data.* **Conclusions.** *The paper presents a brief overview of the practical methods for assessing the failure rate characteristics of a nuclear power unit's system components. The authors highlight the specific features of the presented approaches, provide recommendations for their application in the preparation of input data for analysis. For the case of no failures in a group, it is recommended using the Jeffreys noninformative method. Relibaility analysis should use the method of moments, the V.B. Morozov's method and/or the bootstrap method.*

Ключевые слова: *интенсивность отказов, вероятностный анализ безопасности, анализ надежности*
Keywords: *failure rate, probabilistic safety analysis, reliability analysis*

Для цитирования: *Горюнов О.В., Кузьмина И.Б. К выбору методов оценки статистических параметров надежности элементов систем для использования в вероятностном анализе безопасности // Надежность. 2025. №4. С. 17-28. https://doi.org/10.21683/1729-2646-2025-25-4-17-28*
For citation: *Goriunov O.V., Kuzmina I.B. On the choice of methods for estimating statistical parameters of system component reliability for use in probabilistic safety analysis. Dependability 2025;4: 17-28. https://doi.org/10.21683/1729-2646-2025-25-4-17-28*

Поступила: *25.03.2025* / **После доработки:** *07.09.2025* / **К печати:** *28.09.2025*
Received on: *25.03.2025* / **Revised on:** *07.09.2025* / **For printing:** *28.09.2025*

Введение

Известной задачей при разработке вероятностного анализа безопасности (ВАБ) является обеспечение качества исходных данных – интенсивностей отказов (параметр надежности элементов систем). Элементы АЭС относятся к категории высоконадежного оборудования, выпускаются относительно малыми сериями, часто эксплуатируются в режиме «горячего резерва» (в системах безопасности), что обуславливает крайне **малую статистическую выборку событий отказов**. Частным случаем является получение оценок показателей надежности для проектируемого блока при полном отсутствии специфической для этого блока эксплуатационной информации по отказам элементов систем.

Однотипные элементы систем АЭС могут эксплуатироваться в составе различных систем и при различных условиях, что может повлиять на статистические выборки по количествам отказов и, в итоге, на оценку интенсивности отказов. Использование статистических методов оценки интенсивности отказов должно быть обосновано с тем, чтобы обеспечить достаточный уровень доверия к результатам ВАБ. Применение различных статистических методов на практике приводит к различным результатам, которые обусловлены различными влияющими факторами: объем выборки, однородность выборки и др. Некорректный учет таких влияющих факторов приводит к некорректным результатам, влияющим на итоговые параметры надежности систем и результаты вероятностного анализа безопасности.

С целью проработки анализа факторов, которые могут повлиять на выбор метода(ов) оценки интенсивности отказов элементов систем при использовании его/их результатов в целях ВАБ, представляется **актуальным** выполнение анализа методов расчета характеристик интенсивностей отказов оборудования λ (среднее значение m и соответствующий фактор ошибки[1] EF) и предложение ряда рекомендаций для выбора наиболее подходящего метода оценки.

Основными **факторами, влияющими на результаты оценки интенсивности отказов элементов систем,** являются:

1. Объем выборки (количество элементов/групп элементов оборудования[2], для каждой из которых определено количество отказов);
2. Однородность выборки[3];
3. Метод статистической оценки.

[1] $EF = \lambda_{0,95} / \lambda_{0,50}$, где λ_P – квантиль распределения величины λ, соответствующий вероятности P.

[2] В данной статье начальная группировка элементов оборудования, для которых собираются данные по отказам, не рассматривается. Предполагается, что уже имеются данные по количествам отказов в каждой группе. Данные по количествам отказов являются исходной информацией для определения функции распределения для λ.

[3] Под однородностью выборки понимается соответствие всех элементов выборки одной функции распределения.

Дальнейшая дискуссия фокусируется на обсуждении влияния указанных факторов на результаты статистического анализа.

1. Малые выборки

Общепринятой верхней границы малой выборки не существует. В ряде научно-технической литературы малой выборкой называют выборку с количеством элементов в ней $N < 9\ldots30$ [1, 2]. В общем случае, выборку можно принять малой, если ее обработка методами, основанными на группировке наблюдений, приводит к существенной потере информации [3].

При наличии малой выборки невозможно получить точную оценку функции распределения (ФР) параметров надежности, что можно показать на основе распределения Колмогорова [4]; невозможно различать близкие гипотезы (особенно простые) при малых выборках с помощью непараметрических критериев согласия [5]; не удается однозначно идентифицировать вид ФР, т.к. не отклоняются гипотезы о принадлежности выборки целому ряду законов.

В случае проверки простых гипотез, предельными распределениями статистик критериев Колмогорова и Смирнова можно пользоваться при $N > 20$ [6]. При небольших объемах выборки ($N \leq 20$) наблюдается существенная зависимость распределения статистики от N.

Обработка малой выборки требует индивидуального подхода, разработки специальных методов. Положительный результат верификации однородности малых выборок позволяет объединить выборки, тем самым обоснованно увеличив ее объем [6].

2. Верификация однородности

При решении задач статистического анализа имеет чрезвычайно важное значение проблема наличия в выборке аномальных данных (выбросов). Присутствие единственного аномального наблюдения может приводить к оценкам, которые совершенно не согласуются с другими данными в выборке (например, см. [1]).

Основным показателем ошибочности элемента в выборке может служить его отклонение от остальных наблюдений, при этом, как правило, сомнительны крайние элементы вариационного ряда. Верификацию отсутствия ошибочных данных в выборке, которые необходимо исключить из рассмотрения, можно выполнять на основе ряда критериев, например: критерий трех сигм; критерий Ирвина [7]; τ-критерий [2, 8]; критерий Романовского; критерий Морозова [7] и др.

Выявленные аномальные значения должны быть исключены из дальнейшего рассмотрения.

Результаты применения **методов статистической оценки** как определенных алгоритмов, напрямую обрабатывающих выборочные данные, зависят от качества входных данных и особенностей применяемого метода. Указанные методы разделяют на:

• параметрические – обладают максимальной эффективностью в рамках определенной модели функции распределения $F(x, \theta)$, где x – значения, принимаемые случайной величиной; θ – параметр распределения;

• непараметрические – применимы к широкому классу распределений, т.к. функцию распределения из этих классов нельзя задать с помощью конечного числа параметров.

Используемые методы статистических оценок должны характеризоваться критериями качества:

I. Состоятельность. Оценка $\theta_N(x_1, \ldots, x_N)$ сходится по вероятности к истинному значению θ, т.е. $\theta_N \to \theta$ при $N \to \infty$, $P(|\theta_N - \theta| < \varepsilon) = 1$ для любого $\varepsilon > 0$. В противном случае оценка не имеет практического смысла;

II. Несмещенность. Математическое ожидание величины θ_N равно истинному значению θ, $M[\theta_N] = \theta$, т.е. отсутствует систематическое занижение или завышение оценки;

III. Эффективность. Оценка θ_N при заданном объеме выборки N имеет наименьшую возможную дисперсию. Оценка является эффективной, если для несмещенной оценки θ_N достигается равенство Рао-Крамера: $M[(\theta_N - \theta)^2] = (I_N(\theta))^{-1}$, где $I_N(\theta)$ – информация Фишера [10, 11]. Несмещенная оценка будет эффективной, если функцию правдоподобия $L(\theta;\vec{x})$ можно представить в виде [11]

$$L(\theta;\vec{x}) = C(\vec{x}) \cdot \exp\left(\int\left(\theta_N(\vec{x}) - \omega\right) \cdot I_N(\omega)\,d\omega\right), \quad (1)$$

где $C(\vec{x})$ – некая функция, ω – переменная интегрирования.

В соответствии с (1) форма записи функции плотности распределения влияет на получение эффективных несмещенных оценок, что рекомендуется учитывать в расчетах: показательное $\lambda \cdot \exp(-\lambda x)$, Пуассона $\frac{(\lambda t)^x}{x!} e^{-\lambda t}$, гамма $k^k x^{k-1} \frac{e^{-xk/m}}{m^k \Gamma(k)}$.

Критерии качества (I, II, III), обозначенные выше, характеризуют исключительно применяемый математический метод оценивания, который не соотносится с имеющейся статистической базой.

Общими для каждой группы данных принимаются следующие допущения:

• наработка до отказа элемента подчиняется экспоненциальному закону распределения вероятностей с параметром λ (вероятность отказа за время t: $P(t)=1-e^{-\lambda t}$);

• интенсивность отказов λ каждого элемента постоянна во времени;

• в момент отказа элемента он заменяется новым, идентичным отказавшему элементу;

• абсолютная погрешность исходных данных пренебрежимо мала;

• наработки до отказа – независимые величины.

Из представленных выше допущений следует, что:

1) $\lambda = 1/M[t]$, где $M[t]$ – средняя наработка до отказа t;

2) распределение числа отказов r за время наблюдения T описывается законом Пуассона [12; 13]

$$P(r;\lambda T) = \frac{(\lambda T)^k}{k!} e^{-\lambda T}; \quad (2)$$

3) $\lambda = M[r]/T$;

4) достаточная статистика[1] – суммарное число отказов.

Рассмотрим ряд подходов к оценке интенсивности отказов и сравним результаты, полученные на основе их применения для различных объемов исходных данных.

Группирование данных выполняют с целью снижения уровня неоднородности. Статистические характеристики групп могут быть оценены на основе распределения Пуассона. Методы применимы для каждой группы в отдельности и в целом для объединенных групп данных.

3. Параметрические подходы к оценке параметров надежности элементов систем на основе однородных выборок

Применение параметрических подходов требует верификации однородности выборки, поскольку предполагается, что рассматриваемая выборка из одного распределения.

3.1. Метод моментов (ММ)

Метод был предложен К. Пирсоном (1894) и является исторически первым общим методом построения оценок [4, 13]. Пусть $\{x_k\}$, $k = 1,..., N$ – выборка параметрического семейства функций распределения $F(x; a_1, \ldots, a_N)$. Оценки параметров a_n, $n = 1,\ldots,m$ – решение системы уравнений:

$$\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} x_k^n = \int_0^\infty x^n dF(x;\vec{a}_N), n = 1,\ldots,m.$$

В соответствии с законом больших чисел $M\left[\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} g(x_k)\right] \to M[g(x)]$ при $N \to \infty$, что обеспечивает состоятельность оценок, однако свойство несмещенности и эффективности для оценок a_N в общем виде не выполняется, поэтому **обычно ММ применяется в случае больших выборок.**

3.2. Метод максимального правдоподобия (ММП)

Метод предложен Р. Фишером (1912 г.). Идея метода заключается в том, что мы максимизируем вероятность

[1] **Достáточная статúстика**- набор функций (называемых статистиками) от результатов наблюдений над случайной величиной, который содержит ту же информацию о параметре семейства распределений вероятностей этой случайной величины, что и сами результаты наблюдений

получения имеющейся выборки в результате наблюдений. Результаты выборки рассматривают как одну из возможных реализаций N-мерной случайной величины с независимыми компонентами, имеющими одну и ту же функцию плотности распределения $f(x;\theta)$.

Функция правдоподобия имеет вид $L(\theta;\vec{x})=\prod_{k=1}^{N} f(x_k;\theta)$. В качестве оценки θ_N принимается значение, при котором функция правдоподобия достигает своего максимума [4, 10, 12, 13]. Оценки ММП асимптотически нормальны: $\theta_N \sim N(\theta, 1/I_N(\theta))$.

Для обхода ограничения $\lambda k \neq 0$ в случае применения ММП для гамма распределения можно использовать распределение $g(x; m, \eta+1)$ [14; 15], для которого $x \geq 0$, но необходимо показать корректность такого предположения.

3.3. Метод максимального произведения спейсингов (МПС)

Метод предложен Ченом и Амином в 1983 г. Метод спейсингов (method of maximal spacing) предлагает для оценивания параметра(ов) распределения максимизировать функцию

$$S\left(x_{(1)},\ldots,x_{(N)};\theta_N\right)=\prod_{k=1}^{N} D_k,$$

где $D_k = P(x(k) \leq X \leq x(k+1); \theta)$ – спейсинг; $x(k)$ – вариационный ряд (упорядоченная по возрастанию выборка $\{x_k\}$). Тогда значение θ_N, максимизирующее S, называют оценкой методом спейсингов. Мотивировкой метода является то обстоятельство, что в силу условия $\sum_{k=1}^{N} D_k = 1$ максимум функции $\sum_{k=1}^{N}\ln D_k$ достигается, когда все $D_k=1/N$.

Эта оценка состоятельна, а в случае регулярных оценок асимптотически эффективна. Большим недостатком является затруднительность аналитических вычислений, большая часть задач решается численно.

3.4. Метод Морозова В.Б.

В работе [16] представлено углубленное и систематическое изложение метода, развивающего идеи работы [17]. В рамках байесовского подхода для однотипных элементов разных систем родственных энергоблоков АЭС выполняется конструирование некоторого обобщенного распределения, которое учитывает вариативность параметра надежности относительно более широкой популяции, по сравнению с той группой, к которой принадлежит данный элемент в энергоблоке анализируемой АЭС.

В общем виде подход может быть изложен следующим образом. Оценку для математического ожидания материнского распределения можно получить в классе линейных оценок максимума правдоподобия

$$z=\sum_{k=1}^{N} w_k x_k, \qquad (3)$$

где x_k – оценка математического ожидания в k-ой группе, w_k – коэффициенты разложения. Полагая, что ФР x_k имеет один параметр $F(x; a)$, безусловное математическое ожидание величины x_k обозначим $M[x]=M[M[x|a]]=m$. Соответственно

$$M[z]=m\sum_{k=1}^{N} w_k,$$

откуда следует условие несмещенности $\sum_{k=1}^{N} w_k = 1$. Обозначая $D[M[x|a]]=D$, безусловную оценку (3) можно записать в виде:

$$D[z]=\sum_{k=1}^{N} w_k^2\left(M\left[D\left[x_k \mid a\right]\right]+D\right)=\sum_{k=1}^{N} w_k^2 D_k.$$

При этом условие эффективности имеет вид [18]: $w_n=\dfrac{D_n^{-1}}{\sum_{k=1}^{N} D_k^{-1}}$. Параметры m, D являются функциями параметров материнского распределения $f(a;\vec{\omega})$. Учитывая, что

$$f(x)=\int f(x \mid a)\cdot f(a;\vec{\omega})\,da,$$

где $f(a;\vec{\omega})$ – априорная плотность распределения, сопряженная распределению функции правдоподобия; $f(x|a)$ – условная плотность распределения случайной величины x, вид которой считается известным; указанные параметры могут быть оценены на основе ММП.

Учитывая, что m, D являются характеристиками $M[x|a]$, а не случайную величину a, оценку дисперсии параметра a предлагается постулировать в виде взвешенной суммы дисперсий в отдельных группах с весовыми коэффициентами w_k:

$$D[a]=ND[z],$$

что приводит к необходимости корректировки параметров распределения $f(a;\vec{\omega})$.

Для случая распределения Пуассона (1) сопряженным априорным распределением является гамма распределение $g(\lambda; \omega_1, \omega_2)$, параметры которого имеют вид

$$\omega_1=\frac{\tau}{N}\sum_{j=1}^{N}\frac{r_j}{T_j+\tau};\quad \omega_2=\frac{\tau}{N}\sum_{j=1}^{N}\frac{T_j}{T_j+\tau},$$

где r_j, T_j – результаты группирования данных, параметр τ определяется из советующего уравнения ММП.

3.5. Оценки на основе смещенных оценок (метод Михайлова В.С.)

Для плана однородных испытаний с восстановлением случайная величина Σr_k имеет пуассоновское распределение

$$P\left(\sum r_k = m \middle| \lambda \sum T_k\right)=\frac{\left(\lambda \sum T_k\right)^m}{m!}\mathrm{e}^{-\lambda \sum T_k}.$$

При этом достаточной статистикой является число наблюденных отказов Σr_k. На основе использования интегральных характеристик в работе [19] получена эффективная оценка средней наработки до отказа в классе смещенных оценок, представимых в виде $T = \frac{\sum T_k}{r+1} + \sum T_k \cdot f(r)$. При этом оценка параметра λ имеет вид:

$$r = 0, \lambda = \left(2\sum T_k\right)^{-1}, r \neq 0, \lambda = \frac{r+1}{\sum T_k}.$$

3.6. Байесовский подход

В докладе [20] отмечается, что отношение к методу Байеса иногда сродни «религиозному». При таком отношении группа ВАБ верит, что все проблемы, связанные с недостатком данных, могут быть всегда решены с помощью байесовского подхода. В результате не уделяется должного внимания применимости обобщенных данных и априорной информации к АЭС, являющейся предметом анализа. Априорные значения, используемые в процессе уточнения данных, часто не согласуются со специфическими данными АЭС с точки зрения как определений исходного события / оборудования, так и численных значений.

Можно показать, что, в общем случае, оптимальной несмещенной оценкой случайной величины, минимизирующей средний квадрат ошибки, является условное математическое ожидание: $\theta_N = M[\theta|u]$, при этом такая оценка будет Байесовской.

Байесовский подход предполагает, что неизвестный параметр θ выбран случайным образом из распределения с плотностью $q(\theta)$ (априорная плотность). Выбор априорного распределения может быть либо субъективным (базирующимся на доступной априорной информации), либо объективным (необходимо сформулировать критерий, соответствующий отсутствию априорной информации и максимизирующий информационный вклад последующих наблюдений). Различают информативные и неинформативные априорные распределения.

Информативные распределения имеют определенную структуру, выбираемую исходя из имеющихся знаний об объекте исследований. Байесовское оценивание в этом случае, фактически, уточняет, на основе наблюдений, знания, заложенные в априорных распределениях. Для построения информативной ФР необходима представительная статистика.

Неинформативное распределение – специальный вид априорного распределения, который содержит максимально малое количество информации о параметре по отношению к той информации, которая может быть получена из опыта.

3.6.1. Неинформативный подход

В случае **малых выборок** (ограниченное количество или отсутствие обобщенных данных) обоснованность использования конкретного априорного распределения является дискуссионной. Одним из практических подходов в этом случае является использование правила Джеффриса (Jeffreys, 1946), основанного на идее инвариантности относительно ре-параметризации. При этом объективное априорное распределение определяется на основе информации Фишера как $q(\theta) \sim \sqrt{I_1(\theta)}$. В частности, для распределения Пуассона и показательного распределения $q(\theta) \sim \theta^{-1/2}$ [21-24].

3.6.2. Информативный подход

Априорную функцию распределения в отношении истинного значения параметра λ можно описать на основе структуры функции правдоподобия распределением, которое является сопряженным к функции правдоподобия. В частности, для показательного распределения и распределения Пуассона сопряженная ФР – гамма распределение $g(\lambda;\ r\ ,T)$. Параметры $(r,\ T)$ считаются известными – оцененными на основе одного из представленного выше методов на основе доступной представительной статистики. Полагая, что специфические данные по количеству отказов за время наблюдения $(z,\ t)$ известны, плотность апостериорного распределения λ находится по теореме Байеса следующим образом:

$$f(\lambda) = \frac{q(\lambda)L(z,t|\lambda)}{\int_0^\infty q(\lambda)\mathrm{L}(z,t|\lambda)d\lambda} = (t+T)^{r+z}\frac{\lambda^{r+z-1}\ \mathrm{e}^{-\lambda(T+t)}}{\Gamma(r+z)}. \quad (4)$$

Формулу (4) можно применять итерационно после поступления каждой новой порции данных.

Недостатком байесовского подхода является его чувствительность к выбору априорной информации – необходимость постулировать как существование априорного распределения для неизвестного параметра, так и знание его формы.

3.6.3. Метод минимакса

Каждой возможной ошибке определения значения параметра надежности можно сопоставить определенный неотрицательный вес в форме функции потерь. Наиболее часто используются следующие функции потерь [10, 25]:

- линейная по модулю $\Pi(\theta_N, \theta) = |\theta_N - \theta|$;
- квадратичная $\Pi(\theta_N, \theta) = (\theta_N - \theta)^2$;
- прямоугольная $\Pi(\theta_N, \theta) = \mathrm{H}([\theta_N - \theta] - \varepsilon),\ \varepsilon > 0$,

где θ – истинное значение оцениваемого параметра; θ_N – оценка параметра θ. Среднее значение функции потерь как функции от совокупности случайных величин θ, θ_N определяется выражением:

$$M\left[\Pi(\theta_N,\theta)\right] = \int\left(\int q(u)W(\vec{x}|u)du\right)\int\Pi(\theta_N,\theta)W(\theta|\vec{x})d\theta d\vec{x}. \quad (5)$$

При этом функционал

$$J\left(z(\vec{x}),\vec{x}\right) = \int\Pi\left(z(\vec{x}),\theta\right)W(\theta|\vec{x})d\theta \quad (6)$$

называется апостериорным риском. Значение θ_N, минимизирующее функционал (6), является оптимальной оценкой параметра θ. Результаты, соответствующие различным видам функции потерь для распределения Пуассона (2) и информативной ($z \neq 0$, $t \neq 0$) или неинформативной априорной функции ($z = -1/2$, $t = 0$), представлены в табл. 1.

Табл. 1. Результаты оптимальной оценки для различных видов функций потерь

Функция потерь	Оптимальная оценка θ_N
Квадратичная $\Pi(\theta_N, \theta) = (\theta_N - \theta)^2$	$\dfrac{\sum r_k + z}{\sum T_k + t}$
Линейная по модулю $\Pi(\theta_N, \theta) = \lvert\theta_N - \theta\rvert$	$\dfrac{z_{0,5}\left(\sum r_k + z\right)}{\sum T_k + t}$
Прямоугольная $\Pi(\theta_N, \theta) = \mathrm{H}([\theta_N - \theta] - \varepsilon)$	$\dfrac{\sum r_k + z - 1}{\sum T_k + t}$

Причем на практике при выборе функции потерь следует учитывать неравенства

$$\frac{\sum r_k + z}{\sum T_k + t} > \frac{z_{0.5}\left(\sum r_k + z\right)}{\sum T_k + t} > \frac{\sum r_k + z - 1}{\sum T_k + t}.$$

3.6.4. Случай неизвестного априорного распределения

Для случая, когда **априорное распределение неизвестно**, но задано конечное количество ограничений, накладываемых на некоторые функционалы от априорного распределения в работе [26] предложен альтернативный подход на основе оценки апостериорного риска: выбирается такая априорная плотность распределения, которая обеспечивает максимум функции апостериорного риска (6). При этом априорное распределение принимается на основе формы функции правдоподобия для ФР (2) – в форме гамма распределения $g(\lambda;\, r+1,\, T)$. Параметр формы $r+1$ принимается с целью исключения возможной неопределенности при $r = 0$.

Полагая известными специфические данные объекта исследования (z, t) и априорное значение математического ожидания $\lambda_0 = (r+1)/T$ (например, на основе метода моментов или ММП) – получим, что для функции потерь в форме **квадратичной функции** максимум апостериорной дисперсии

$$\max\left\{\lambda_0^2 \cdot \frac{z + r + 1}{\left(z + \lambda_0 t\right)^2}\right\}$$

достигается при $r = 0$ если $\lambda_0 \leq (2z+1)/t$, в противном случае при $r = \lambda_0 t - 2z - 1$, а $M[\lambda] = \lambda_0/2$ при $\lambda_0 t > z$ и $M[\lambda] = z/t$ при $\lambda_0 t < z$. Метод требует наличия специфических данных (z, t), причем случай $z = 0$ допускается ($M[\lambda] = \lambda_0/2$). Для случая очень надежных элементов ($z/t << 1$), результаты расчетов будут приводить к наилучшим характеристикам надежности.

4. Параметрические подходы к оценке параметров распределений на основе неоднородных выборок

Стандартные методы оценивания любой статистики выборочных данных построены на предположении, что выборка взята из однородной совокупности с простой структурой закона распределения. На практике, выборки часто формируются под влиянием различных причин и условий, и могут быть представлены в виде объединения некоторого множества однородных выборок, каждая из которых имеет простую структуру.

Неоднородные данные можно попытаться свести к однородным применяя определенные преобразования, например, если x_k подчиняется нормальному распределению $N(m_k,\, A{\cdot}s_k)$, то значение параметра A можно оценить по выборке $z_k = (x_k - m_k)/s_k \sim N(0, A)$ [27]. Для пуассоновских и экспоненциальных наблюдений использование линейных преобразований не позволяет получить требуемую редукцию к случаю однородных наблюдений.

Обработка неоднородных выборок теми же методами, какие используются для однородных, недопустима, так как она может привести не только к большим ошибкам, но и к бессмысленным результатам. Представленные ниже методы «работают» с исходно неоднородной выборкой. При этом никакой работы по приведению неоднородной к однородной не выполняется.

Линейная суперпозиция разнородных распределений

При наличии N различных выборок (групп), которые подчиняются различным распределениям $f_k(x)$, $k = 1\ldots N$, плотность распределения объединения (не суммирования) указанных выборок может быть определена в форме линейной суперпозиции маргинальных плотностей:

$$f\left(x\right) = \sum_{k=1}^{N} w_k f_k\left(x\right) \tag{7}$$

где w_k – коэффициенты разложения, $\sum_{k=1}^{N} w_k = 1$ – условие нормировки. Математическое ожидание объединения определяется выражением

$$m = \sum_{k=1}^{N} w_k m_k,$$

где m_k – математическое ожидание k-й выборки. Дисперсия суперпозиции (7) имеет вид:

$$D = \sum_{k=1}^{N} w_k D_k + \sum_{k=1}^{N} w_k \left(m_k - m\right)^2,$$

где D_k – дисперсия k-й выборки.

Коэффициенты w_k можно определить различными способами в зависимости от исходных данных и целей (эффективность, однородность и т.д.). Оценки, полученные на основе (7), будут состоятельными и несмещенными.

Пример. ***Надежность элементов неоднородной выборки.*** Предполагая, что все элементы, попавшие в выборку, имеют различия в производителе, условиях

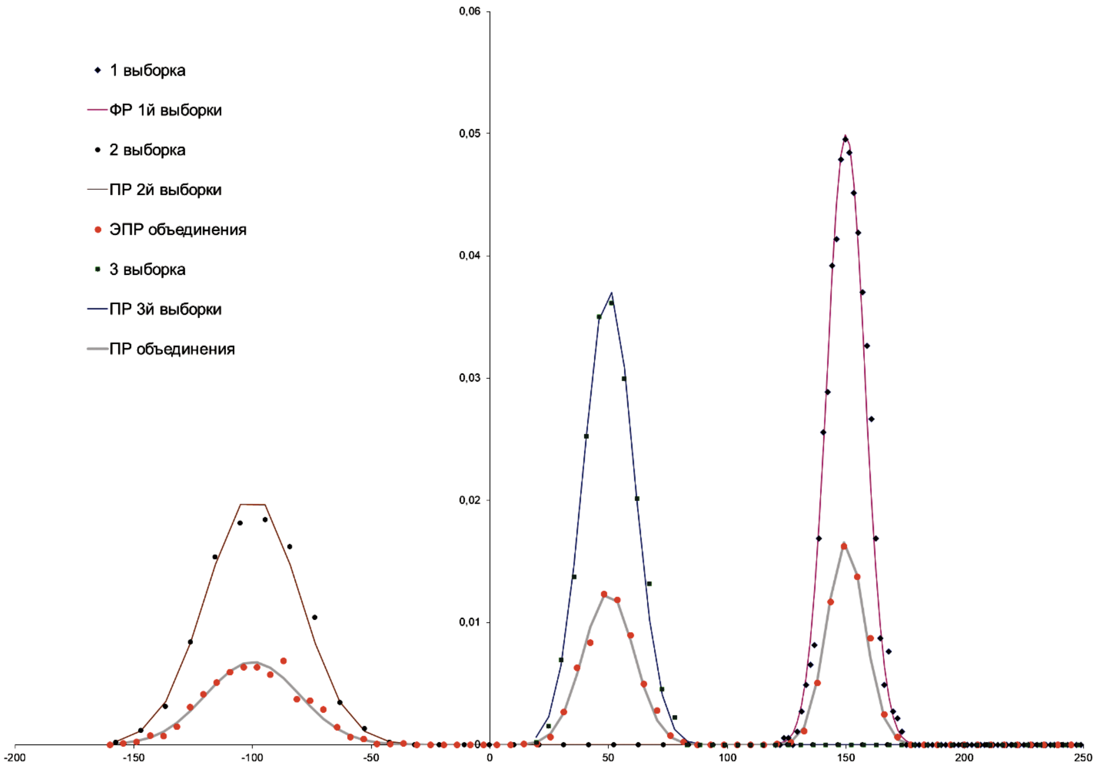


Рис. 1. Результаты объединения разнородных выборок

работы, режиме эксплуатации, классе безопасности и др. – все рассматриваемые элементы можно разделить на m групп по указанным признакам. При этом каждая группа элементов будет характеризоваться своим значением λ_k, $k = 1,\ldots,m$. Тогда вероятность безотказной работы за время t будет определяться выражением:

$$P(t) = \sum_{k=1}^{m} v_k e^{-\lambda_k t},$$

где v_k – доля элементов общей совокупности, которая характеризуется конкретным параметром λ_k. Задача оптимизации при этом не стоит: v_k известны.

При условии $\lambda_k t << 1$ зависимость $P(t)$ можно записать в виде $P(t) = 1 - \Lambda t$, где Λ – интенсивность отказа неоднородной объединенной выборки (общей совокупности):

$$\Lambda = \sum_{k=1}^{m} v_k \lambda_k.$$

В качестве примера на рис. 1 представлены результаты моделирования: плотность распределения объединения[1] трех различных выборок (по 1000 элементов в выборке), имеющих нормальное распределение с различными параметрами МО и дисперсии. На результирующий вид плотности функции распределения (ПР) интенсивности отказов (кривая «ПР объединения» на рис. 1) влияет долевой состав «новой» выборки.

Результирующая плотность распределения объединения m выборок принимает вид (7) с $v_n = N_n / \sum_{k=1}^{m} N_k$, где N_k – объем k-й выборки. Проведение эксперимента для других непрерывных распределений одного семейства также подтверждает справедливость выражения (7).

5. Непараметрические подходы к оценке

Бутстрэп (Bootstrap) метод представлен в работах Б. Эфрона (1979 г.) [28]. Бутстрэп – процедура управления выборкой, где рандомизация перенесена с опыта на процедуру обработки данных. Преимуществом методов бутстрэп является увеличение статистики без увеличения входных данных, а также отсутствия требований к наличию какой-либо априорной информации о законе распределения (см. рис. 2). Метод не выдвигает требования по верификации однородности выборки и дает состоятельные оценки.

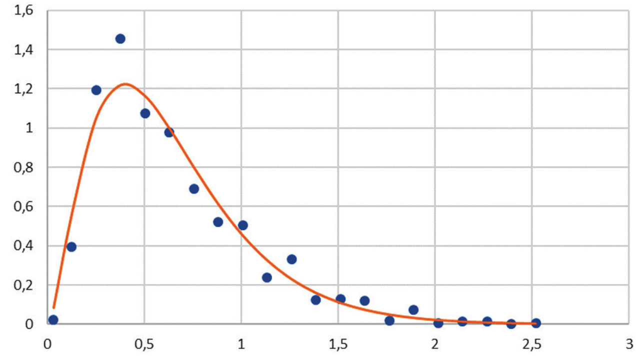


Рис. 2. Эмпирическая плотность распределения математического ожидания, полученная бутстрэп методом на основе выборки $N = 7$ [16]

[1] Объединение нескольких выборок с различными функциями распределения.

Полученные на основе бутстрэп метода эмпирические функции распределения математического ожидания позволяют, на основе свойств характеристических функций (ХФ), оценить параметры «исходного» распределения.

Лемма. Пусть $\{X_k\}$ – независимые однородные данные и нам известна функция распределения случайной величины $z = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} X_k$, что позволяет определить ХФ $z(t)$. Применяя свойства ХФ, получим, что

$$\varphi_z(t) = \left[\varphi_X\left(\frac{t}{N}\right)\right]^N.$$

Т.о., зная $z(t)$, можно определить $X(t)$ и все характеристики СВ X:

$$\varphi_X\left(\frac{t}{N}\right) = \left[\varphi_z(t)\right]^{1/N} \to \varphi_X(t) = \left[\varphi_z(Nt)\right]^{1/N}.$$

В частности, если z починяется гамма распределению $g(z;\, s,\, \tau)$, то

$$\varphi_X(t) = \left(1 - \frac{itN}{\tau}\right)^{-s/N},$$

т.е. $X \sim g(x;\, s/N,\, \tau/N)$. И, соответственно, $M[X] = s/\tau$; $D[X] = N \cdot D[z]$, $D[z] = s/\tau^2$.

Табл. 2. Результаты применения методов статистической оценки

№	Метод	Математическое ожидание	D^1 (дисперсия)	EF
1	Метод моментов Пуассона (r_k, T_k)	$\frac{\sum r_k}{\sum T_k}$	$\frac{r}{T^2}$	$\frac{z_{0,95}(r)}{r}$
2	Метод моментов Гамма ($\lambda_k > 0$)	$\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}\lambda_k$	–	$\frac{z_{1-\alpha/2}(k^*)}{k^*}$
3	ММП Показательное	$\frac{\sum r_k}{\sum T_k}$	$\frac{r}{T^2}$	$\frac{z_{0,95}(r+1)}{r+1}$
4	ММП Пуассона	$\frac{\sum r_k}{\sum T_k}$	$\frac{r}{T^2}$	$\frac{z_{0,95}(r)}{r}$
5	ММП Гамма распределение $\{\lambda_k \neq 0\}$	$\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}\lambda_k$	–	$\frac{z_{0,95}(\mu^*)}{\mu^*}$
6	Метод Морозова В.Б. [16]	$\sum_{k=1}^{N} w_k \frac{r_k}{T_k}$	–	$\frac{z_{0,95}(\omega_1)}{\omega_1}$
7	Метод Михайлова В.С. ($r = 0$) Метод Михайлова В.С. ($r \neq 0$)	$\frac{1/2}{\sum T_k}$ $\frac{\sum r_k + 1}{\sum T_k}$	$\frac{\bar{r}+1}{T^2}$	$\frac{z_{0,95}(\bar{r}+1)}{r+1}$
8	Байес (неинф.распределение Джеффриса) Байес (инф.распределение)	$\frac{\sum r_k + 1/2}{\sum T_k}$ $\frac{a+z}{b+t}$	$\frac{r+1/2}{T^2}$ $\frac{a+z}{(b+t)^2}$	$\frac{z_{0,95}(r+1/2)}{r}$ $\frac{z_{0,95}(a+z)}{a+z}$
9	Минимакса $\Pi(z, Z) = H([z - Z] - \varepsilon)$	$\frac{\sum r_k + z - 1}{\sum T_k + t}$	$\frac{r+z-1}{(T+t)^2}$	$\frac{z_{0,95}(r+z-1)}{r+z-1}$
10	$r \neq 0,\ \lambda_0 t > z$ $r \neq 0,\ \lambda_0 t < z$	$\frac{\lambda_0}{2}$ $\frac{z}{t}$	$\frac{\lambda_0^2}{4(\lambda_0 t - z)}$ $\frac{z}{t^2}$	$\frac{z_{0,95}(\lambda_0 t - z)}{\lambda_0 t - z}$ $\frac{z_{0,95}(z)}{z}$
11	Суперпозиция распределений (гамма-распределение $\lambda_k = g(r_k + 1/2; T_k)$)	$\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}\lambda_k$	–	$\frac{1}{m}\int_0^{x_{0,95}} f(x)\,dx$
12		$\frac{1}{T_\Sigma}\sum_{k=1}^{N} T_k \lambda_k$	–	
13	Бутстрэп (гамма)	$\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}\frac{r_k}{T_k}$	$\frac{Nm}{\tau}$	$\frac{z_{0,95}(s/N)}{s/N}$

[1] Пустые ячейки соответствуют случаю, когда в явном виде записать выражение не представится возможным

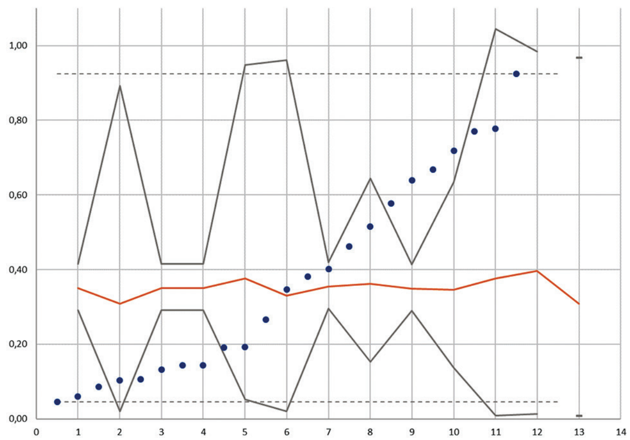


Рис. 3 Результаты оценки характеристик параметра интенсивности отказов, полученные на основе различных методов оценки, для выборки $N = 23$ (количество отказов $z \neq 0$).

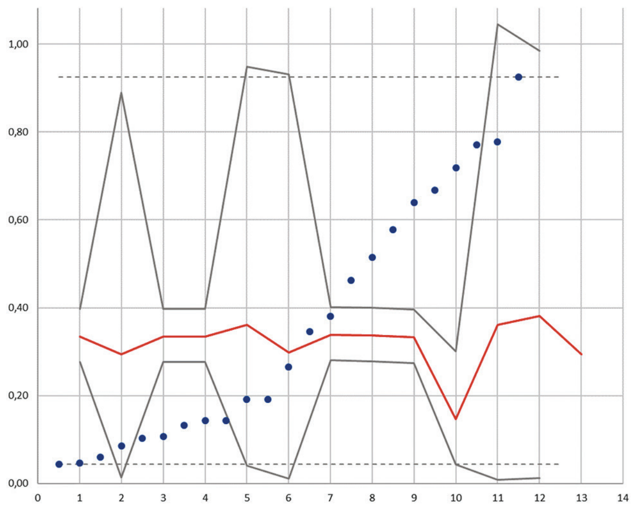


Рис. 4 Результаты оценки характеристик параметра интенсивности отказов, полученные на основе различных методов оценки, для выборки $N = 23$ (количество отказов $z = 0$).

Для гамма-распределения лемма позволяет получить явное выражение для распределения случайной величины X. Для других распределений соответствующие доверительные границы могут быть получены численными методами.

Обобщение результатов

Результаты применения методов оценки параметра интенсивности отказов представлены в табл. 2. Обозначения, используемые в Таблице 2 приведены в описании методов выше.

Из табл. 2 видно, что представленные методы приводят к оценке параметров постулированного распределения, которые характеризуются близкими значениями математического ожидания. При этом EF, как характеристика неопределенности, тем выше, чем меньше 0,95·z, поскольку $\frac{\partial}{\partial r}\frac{z_{0,95}(r)}{r} < 0$.

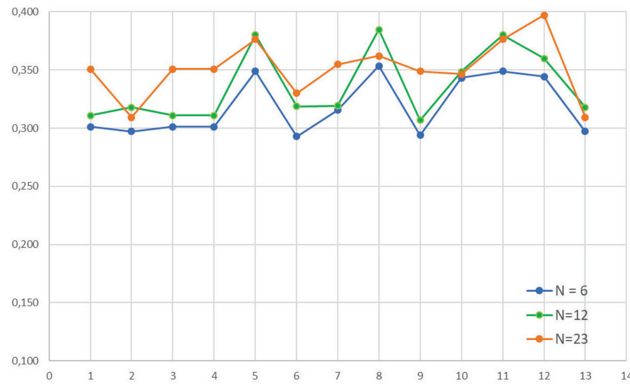


Рис. 5 Результаты оценки среднего значения, полученные на основе различных методов оценки, для выборок $N = 6$, $N = 12$, $N = 23$ (количество отказов $z \neq 0$).

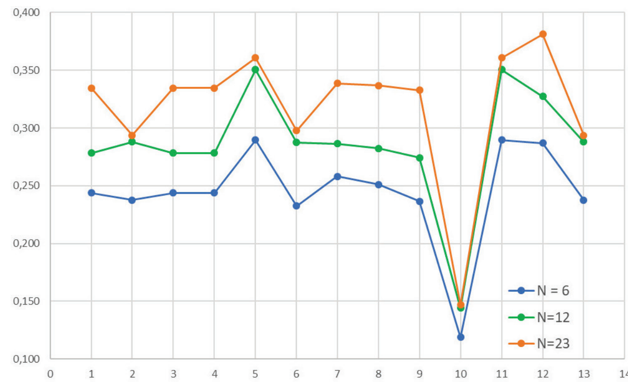


Рис. 6 Результаты оценки среднего значения, полученные на основе различных методов оценки, для выборок $N = 6$, $N = 12$, $N = 23$ (количество отказов $z = 0$).

6. Результаты расчетов

Результаты применения, представленных выше методов, для выборки $N = 23$ (групп) и выборок объемом $N = 12$ и $N = 6$ представлены на рис. 3–6. Выборки $N = 12$ и $N = 6$ составлены из вариационного ряда исходной выборки ($N = 23$) по следующему правилу, принятому для целей демонстрации подхода: для $N = 12$ – все четные, для $N = 6$ – каждый 4-й, что обеспечивало «подобность» выборок. В качестве специфических данных рассмотрено два варианта $z = 0$, $t = 11{,}2$ и $z = 4$, $t = 11{,}2$. Ось абсцисс на рис. 3–6 соответствует нумерации методов в соответствии с табл. 2.

Для каждой выборки, использованной в расчетах была выполнена верификация однородности, выявленные ошибочные значения были исключены из расчетов. Точками на рис. 3 и 4 представлены значения выборки ($N = 23$); соответствующие методу оцененные границы доверительного интервала $\lambda_{0,05}$ и $\lambda_{0,95}$ представлены серыми линиями, соответственно; пунктирные линии отражают максимальное и минимальное значения выборки; красная линия соответствует оценке математических ожиданий.

Заключение

С целью анализа факторов, которые могут повлиять на выбор метода(ов) при использовании его/их результатов в целях ВАБ, был выполнен анализ методов расчета интенсивностей отказов оборудования на различных выборках. Представлен ряд факторов, влияющих на результаты обработки данных.

Представлен краткий обзор методов, используемых на практике для оценки характеристик интенсивности отказов элементов систем блока АЭС. Отмечены особенности представленных подходов, представлены рекомендации по использованию методов в практике подготовки исходных данных для выполнения задач анализа.

Результаты оценки интенсивностей отказов представлены для выборок $N = 23$, $N = 12$ и $N = 6$ на основе применения различных методов.

Результаты расчетов позволяют сделать следующие выводы:

- применение рассмотренных методов приводит к относительно близким оценкам значений математических ожиданий;
- неопределенность, характерная для представленных методов, существенно различается в зависимости от применяемого метода оценки;
- методы № 2, 5, 6, 11, 12, 13 показали наиболее удовлетворительные результаты с точки зрения числа элементов выборки, попадающих в доверительный интервал;
- методы № 2, 6, 8, 10, 13 показали устойчивость среднего значения при уменьшении объема выборки;
- методы № 1, 3, 4, 7, 9 показали наименее корректные результаты, поскольку значительная часть данных выходит за рамки оцененного доверительного интервала.

Также можно отметить, что Метод минимакса (№ 10 в табл. 2) чувствителен к специфической информации наблюдения, что делает его неприемлемым для практического применения. Метод линейной суперпозиции (№ 11, 12) приводит, в силу своей специфики, к наибольшему доверительному интервалу и наибольшему значению математического ожидания, но малочувствителен к неоднородности выборки.

Для случая отсутствия отказов или непредставительной выборки в группе, для оценки рекомендуется применять неинформативный метод Джеффриса.

На основе выполненных расчетов, в рамках анализа надежности, рекомендуется применять методы моментов (№ 2), метод Морозова В.Б. (№ 6) и/или метод бутстрэпа (№ 13).

Список литературы

1. Fisher N.I. Statistical analysis of circular data. Cambridge: Cambridge University Press, 2000. 237 p.

2. Доспехов Б.А. Методика полевого опыта (с основами статистической обработки результатов исследований): Изд. 4-е, перераб. и доп. М.: Колос, 1979. 416 с.

3. Гаскаров Д.В., Шаповалов В.И. Малая выборка. М.: Статистика, 1978. 248 с.

4. Ллойд Э., Ледерман У. (ред.). Справочник по прикладной статистике. Том 1. М.: Финансы и статистика, 1989. 510 с.

5. Лемешко Б.Ю., Постовалов С.Н. О зависимости распределений статистик непараметрических критериев и их мощности от метода оценивания параметров // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 2001. Т. 67. № 7. С. 62-71.

6. Р 50.1.037-2002 правила проверки согласия опытного распределения с теоретическим, ч. II, Непараметрические критерии, М.: Гостандартинформ, 2002.

7. Морозов В.Б. О формировании групп однородности однотипного оборудования АЭС при объединении статистических данных в рамках модели Пуассона, 2024 («в печати»)

8. ГОСТ 10518-88. Системы электрической изоляции. Общие требования к методам ускоренных испытаний на нагревостойкость. М.: Гос. ком. СССР по стандартам, 1988. 29 с.

9. Пустыльник Е.И. Статистические методы анализа и обработки наблюдений, М.: Наука, 1968. 290 с.

10. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники. М.: 1989, 656 с.

11. Б.Л. ван дер Варден. Математическая статистика. М.: Изд-во иностранной литературы, 1960. 435 с.

12. Гнеденко Б.В., Беляев Ю.К., Соловьев А.Д. Математические методы в теории надежности. М.: Наука, 1965. 526 с.

13. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов: 13-изд., испр. М.: Наука, Гл.ред.физ.-мат.лит., 1986. 544 с.

14. ГОСТ 11.011-83. Прикладная статистика. Правила определения оценок и доверительных границ для параметров гамма-распределения. М.: Гос. ком. СССР по стандартам, 1985. 50 с.

15. Волковицкий С.О., Любарский А.В., Солдатов В.С., Жукова Е.В. Рациональная методология оценки параметрической неопределенности, использованная в ВАБ Калининской и Нововоронежской АЭС // Вестник Госатомнадзора России. 2004. №3. С. 3-7.

16. Морозов В.Б., Морозова М.А. О методах оценки интенсивности отказов оборудования для вероятностного анализа безопасности проектируемой АЭС при объединении данных от различных источников // Надежность и качество сложных систем. 2024. № 1. С. 39-48. DOI: 10.21685/2307-4205-2024-1-5

17. Morozov V.A. Treatment of Uncertainties for Component Reliability or Initiator Frequency Estimates Based on Combining Data Sources with the Potential of Non-Homogeneity // Proceedings of the International Topical Meeting on Probabilistic Safety Assessment PSA-99. Washington, DC, 1999. Pp. 377–379.

18. Закс Ш. Теория статистических выводов. М.: Мир, 1975. 779 с.

19. Михайлов В.С. Нахождение эффективной оценки средней наработки на отказ // Надежность. 2016. № 4. С. 40-42. DOI: 10.21683/1729-2646-2016-16-4-40-42

20. Любарский А.В., Токмачев Г.В. Уроки, полученные при проведении экспертиз ВАБ АЭС с ВВЭР. Сборник трудов международной конференции PSAM7-ESREL’04, 14-18 июня 2004 г., Берлин, Германия, том 1, стр.32-38.

21. Зельнер А. Байесовские методы в эконометрии М.: Статистика, 1980. 440 с.

22. РБ-100-15. Рекомендации по порядку выполнения анализа надежности систем и элементов атомных станций, важных для безопасности, и их функций. Утв. приказом Федеральной службы по экологическому, технологическому и атомному надзору от 28 января 2015 г. № 26.

23. Бард Й. Нелинейное оценивание параметров. М.: Статистика, 1979. 349 с.

24. Determining the quality of probabilistic safety assessment (PSA) for applications in nuclear power plants. IAEA-TECDOC-1511 IAEA, Vienna, 2006. URL: https://www-pub.iaea.org/MTCD/publications/PDF/te_1511_web.pdf (дата обращения 01.10.2025).

25. Determining the quality of probabilistic safety assessment (PSA) for applications in nuclear power plants. IAEA-TECDOC-1511 IAEA, Vienna, 2006. URL: https://www-pub.iaea.org/MTCD/publications/PDF/te_1511_web.pdf (дата обращения 01.10.2025).

26. Куликов Е.И., Трифонов А.П. Оценка параметров сигналов на фоне помех. М.: Сов. радио, 1978. 296 с.

27. Савчук В.П., Байесовские условно минимаксные оценки надежности технических систем // Автомат. и телемех. 1986. Вып. 8. С. 156-162.

28. Боровоков А.А. Математическая статистика. СПб.: Лань, 2010. 704 с.

29. Эфрон Б. Нетрадиционные методы многомерного статистического анализа: Сб.статей. М.:Финансы и статистика, 1988. 263 с.

References

1. Fisher N.I. Statistical analysis of circular data. Cambridge: Cambridge University Press; 2000.

2. Dospekhov B.A. [Methodology of field testing (including foundations of statistical processing of research results): 4th ed., revised and extended]. Moscow: Kolos; 1979. (in Russ.)

3. Gaskarov D.V., Shapovalov V.I. [Small sample]. Moscow: Statistika; 1978. (in Russ.)

4. Lloyd E., Lederman W., editors. Handbook of applied statistics. Volume 1. Moscow: Finansy i statistika; 1989.

5. Lemeshko B.Y., Postovalov S.N. [On the dependence of distributions and power of nonparametric criteria statistics on the method of parameter estimation]. *Industrial laboratory. Diagnostics of materials* 2001;67(7):62-71. (in Russ.)

6. R 50.1.037-2002 [Rules for verifying the agreement of an experimental distribution with a theoretical one, Part II, Nonparametric criteria]. Moscow: Gostandartinform; 2002. (in Russ.)

7. Morozov V.B. [On defining homogeneity groups of same-type nuclear power plant equipment when combining statistical data within a Poisson model]; 2024 (preprint).

8. GOST 10518-88. Electric insulation systems and other polymer systems. General requirements for methods of accelerated tests for thermal endurance. Moscow: USSR State Committee for Standardisation; 1988. (in Russ.)

9. Pustylnik E.I. [Statistical methods for analysing and processing observations]. Moscow: Nauka; 1968. (in Russ.)

10. Levin B.R. [Theoretical foundations of statistical radio engineering]. Moscow: 1989. (in Russ.)

11. B.L. Waerden. Mathematische Statistik. Moscow: Izdatelstvo inostrannoy literatury; 1960.

12. Gnedenko B.V., Belyaev Yu.K., Solovyov A.D. [Mathematical methods in the dependability theory]. Moscow: Nauka; 1965. (in Russ.)

13. Bronstein I.N., Semendyaev K.A. [Handbook of mathematics for engineers and students of higher education institutions: 13th ed., revised]. Moscow: Nauka, Main Office for Literature of Physics and Mathematics; 1986. (in Russ.)

14. GOST 11.011-83. Applied statistics. Regulations for determination of estimates and confidence limits for parameters of gamma distribution. Moscow: USSR State Committee for Standardisation; 1985. (in Russ.)

15. Volkovitsky S.O., Lyubarsky A.V., Soldatov V.S., Zhukova E.V. [A rational methodology for estimating parametric uncertainty used in the Kalininskaya and Novovoronezhskaya nuclear power plants]. *Vestnik Gosatomnadzora Rossii* 2004;3:3-7. (in Russ.)

16. Morozov V.B., Morozova M.A. On methods for assessing equipment failure rates for probabilistic safety analysis of nuclear power plants at design stage when pooling data from various sources. *Reliability and quality of complex systems* 2024;(1):39-48. (in Russ.). DOI: 10.21685/2307-4205-2024-1-5

17. Morozov V.A. Treatment of Uncertainties for Component Reliability or Initiator Frequency Estimates Based on Combining Data Sources with the Potential of Non-Homogeneity. In: Proceedings of the International Topical Meeting on Probabilistic Safety Assessment PSA-99. Washington, DC; 1999. Pp. 377–379.

18. Zacks S. The theory of statistical inference. Moscow: Mir; 1975.

19. Mikhailov V.S. [Efficient estimation of mean time to failure]. *Dependability* 2016;4:40-42. (in Russ.) DOI: 10.21683/1729-2646-2016-16-4-40-42.

20. Lyubarsky A.V., Tokmachev G.V. [Lessons learned from expert evaluations of the PSA of VVER-based NPPs]. In: Proceedings of the international conference PSAM7-ESREL’04, June 14-18; 2004; Berlin (Germany); Volume 1. Pp. 32-38. (in Russ.)

21. Zelner A. [Bayesian methods in econometrics]. Moscow: Statistics; 1980. (in Russ.)

22. RB-100-15. [Recommendations on the procedure for analysing the dependability of safety-critical systems and elements of nuclear power plants and their functions]. Approved by Order No. 26 of the Federal Service for Environmental, Technological and Nuclear Supervision dated January 28, 2015. (in Russ.)

23. Bard Y. Nonlinear parameter estimation. Moscow: Statistika; 1979. (in Russ.)

24. Determining the quality of probabilistic safety assessment (PSA) for applications in nuclear power plants. IAEA-TECDOC-1511 IAEA. Vienna; 2006. (accessed 01.10.2025). Available at: https://www-pub.iaea.org/MTCD/publications/PDF/te_1511_web.pdf.

25. Kulikov E.I., Trifonov A.P. [Estimation of signal parameters against interference]. Moscow: Sovietskoye radio; 1978. (in Russ.)

26. Savchuk V.P. Bayesian minimax estimates of systems reliability. *Avtomat. i Telemekh.* 1986;8:156-162. (in Russ.)

27. Borovkov A.A. [Mathematical statistics]. Saint Petersburg: Lan; 2010. (in Russ.)

28. Efron B. [Unconventional methods of multivariate statistical analysis: collected papers]. Moscow: Finansy i statistika; 1988. (in Russ.)

Сведения об авторах

Горюнов Олег Владимирович, кандидат технических наук, руководитель направления, ORCID: 0000-0001-6414-8619, e-mail: ovgoriunov@mail.ru, АО «РЭИН Инжиниринг», 194044, Россия, г. Санкт-Петербург, Выборгская наб., 45Е.

Кузьмина Ирина Борисовна, эксперт, кандидат технических наук,, e-mail: IrBoKuzmina@rosatom.ru, АО «РЭИН Инжиниринг», 115114, Россия, г. Москва, ул. Летниковская, д.10, стр. 5.

About the authors

Goryunov, Oleg V., Candidate of Technical Sciences, Head of the department, ORCID: 0000-0001-6414-8619, e-mail: ovgoriunov@mail.ru, RHEIN Engineering JSC, 45E Vyborgskaya nab., Saint Petersburg, Russia, 194044.

Kuzmina, Irina B., expert, Candidate of Technical Sciences,, e-mail: IrBoKuzmina@rosatom.ru , JSC "RHEIN Engineering", 115114, Russia, Moscow, Letnikovskaya str., 10, building 5

Вклад авторов

Горюнов О.В. и **Кузьмина И.Б.** совместно выполнили анализ методов оценки статистических параметров надёжности и провели сравнительные расчёты на различных выборках, сформулировали рекомендации по выбору методов для использования в вероятностном анализе безопасности.

Конфликт интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.