

Анализ динамики пандемии с помощью бегущих волн: математическая модель

Running waves analysis of pandemic dynamics: a mathematical model

Таха Асраа¹, Игорь С. Константинов², Денис Н. Старченко²
Taha Asraa¹, Igor S. Konstantinov², Denis N. Starchenko²

¹ Белгородский национальный исследовательский университет, Ул. Победы, 85, Белгород, 308015, Россия

² Белгородский государственный технологический университет, ул. Костюкова, Белгород, 308012, Россия

¹ Belgorod State National Research University, 85 Pobedy st., Belgorod, 308015, Russia

² Belgorod State Technological University, Kostyukova st., Belgorod, 308012, Russia
1591248@bsu.edu.ru.



Таха Асраа



Игорь С.
Константинов



Денис Н.
Старченко

Резюме. В этой статье исследуется динамика пандемий через призму решений, основанных на бегущей волне, в рамках математических моделей. Расширяя классическую модель SIR (Восприимчивый-Инфекционный-Выздоровевший), включив в нее пространственную зависимость, мы исследуем, как волны заболеваний распространяются среди населения. Посредством математического анализа и вывода мы выводим уравнения для скорости распространения волн и оцениваем серьезность эпидемий. Наши результаты подчеркивают решающую роль снижения коэффициента контакта в замедлении распространения болезни и минимизации ее последствий. Исследование подчеркивает силу математического моделирования в понимании пандемий и борьбе с ними, предлагая понимание стратегий эффективного вмешательства.

Abstract. This paper examines pandemic dynamics using running-wave-based tools and mathematical models. By extending the classic SIR (Susceptible-Infected-Removed) model to include spatial dependence, we explore how disease waves spread across a population. Through mathematical analysis and inference, we derive equations for the wave velocity and assess the severity of epidemics. Our findings emphasise the crucial role of reducing the contact factor in slowing the spread of a disease and minimising its consequences. The study highlights the power of mathematical modelling in understanding and responding to pandemics, suggesting insights into effective intervention strategies.

Ключевые слова: динамика пандемии, бегущие волны, математическое моделирование, модель SIR, пространственная зависимость, скорость волны, тяжесть эпидемии, коэффициент контактности, распространение болезни, стратегии вмешательства

Keywords: pandemic dynamics, running waves, mathematical modelling, SIR model, spatial dependence, wave velocity, epidemic severity, contact rate, disease spread, intervention strategies

Для цитирования: Таха Асраа, Константинов И.С., Старченко Д.Н. Анализ динамики пандемии с помощью бегущих волн: математическая модель // Надежность. 2025. №2. С. 33-38. <https://doi.org/10.21683/1729-2646-2025-25-2-33-38>

For citation: Taha Asraa, Konstantinov I.S., Starchenko D.N. Running wave analysis of pandemic dynamics: a mathematical model. Dependability 2025;2:33-38. <https://doi.org/10.21683/1729-2646-2025-25-2-33-38>

Поступила: 29.07.2024 / **После доработки:** 29.12.2024 / **К печати:** 09.06.2025

Received on: 29.07.2024 / **Revised on:** 29.12.2024 / **For printing:** 09.06.2025

Введение

Волны в контексте пандемии представляют собой одну из волн распространения болезней среди населения. Математически волна – это нечто, что распространяется с постоянной формой и движется с постоянной скоростью. Решение этой формы называется решением бегущей волны. Это решение бегущей волны появляется в наших моделях путем добавления пространственной зависимости. Другими словами, мы хотим позволить людям передвигаться в рамках нашей модели и нашего эпидемического сценария. В модели SIR у нас есть зависимость только от времени для наших трех переменных S , I и R , мы можем видеть это, потому что у нас была только производная по времени. Итак, когда мы смотрим на то, как эти популяции менялись с течением времени, мы хотим, чтобы популяции также менялись в пространстве, потому что люди могут перемещаться. То, что мы делаем – создаем немного более реалистичную модель.

1. Обзор литературы

Пандемии были определяющими моментами на протяжении всей истории, формируя человеческую цивилизацию и оставляя неизгладимые следы в обществах, экономике и системах здравоохранения [1]. Эти глобальные вспышки инфекционных заболеваний выходят за рамки границ государств и оказывают массовое воздействие на население [2]. Динамика пандемий сложна, на нее влияют такие факторы, как вирулентность патогена, скорость передачи, плотность населения, инфраструктура здравоохранения и социальное поведение. Инфекционные заболевания могут быстро распространяться среди населения, чему способствуют глобальные путешествия, урбанизация и взаимосвязанность [3].

Математические модели широко использовались для изучения эпидемий, включая основополагающие работы, такие как модель SIR, представленная Кермаком и Маккендриком. Эти модели учитывают ключевые концепции, такие как восприимчивость, инфекционность и темпы выздоровления, для понимания динамики [4]. Они были применены к реальным сценариям для составления прогнозов и обоснования мер общественного здравоохранения. Например, математическое моделирование использовалось для контроля распространения заболеваний, управления ресурсами и принятия решений в спорте [5]. Использовались детерминированные и случайные модели, при этом компьютерные имитационные модели использовались для более сложных сценариев [6]. Системы математического моделирования предназначены для оценки эффективности мер по борьбе с эпидемией, анализа рисков и оценки экономического ущерба [7].

Решения в области пространственной зависимости и бегущей волны были изучены в нескольких исследованиях для расширения классических моделей эпидемий

и понимания пространственного распространения болезней среди населения. В этих исследованиях были изучены теоретические основы моделей бегущих волн и их значимость для описания динамики эпидемий. Например, в [8] исследована модель эпидемии нелокального распространения с множественными нелокально распределенными задержками и нелинейными эффектами распространения, определена минимальная скорость волны и базовое число воспроизведения для определения существования решений для бегущих волн. Аналогично, в [9] использовали метод решения бегущей волны для преобразования дифференциальных уравнений в частных производных в обыкновенные дифференциальные уравнения и получили решения для скорости инфекционной волны и гипергеометрической функции в пространственной модели SIR.

Математические модели, в том числе те, которые включают бегущие волны, использовались в исследованиях общественного здравоохранения и при разработке политики. Эти модели были применены для обоснования мер вмешательства, стратегий вакцинации и обеспечения готовности к пандемии. Например, в [4] обсуждаются основы и перспективы, принятые для моделирования инфекционных заболеваний с использованием математического моделирования. Они освещают методологию, тактику и взаимосвязи этих подходов. Рассматриваются эпидемиологические сетевые модели, которые использовались для объяснения COVID-19 и обеспечивают достаточно точное приближение для директивных органов для определения действий, необходимых для ограничения спроблем и ограничений, связанных с математическим моделированием эпидемий, включая неопределенности в оценке параметров, упрощающие допущения и потребность в данных в реальном времени для точных прогнозов. Будущие направления исследований и разработок в области динамики пандемии и математического моделирования включают изучение новейших технологий, междисциплинарных подходов и новых методологий для улучшения нашего понимания распространения болезней и информирования общественного здравоохранения об ответных действиях [10]. Многочисленные лекции, организованные Департаментом непрерывного образования Оксфордского университета, изучали динамику модели SIR, которую исследователи использовали в этой статье [11].

2. Модель D-развития

Отправной точкой является та же самая модель SIR. Есть класс S для восприимчивых, тех, кто пока не заражен этой болезнью, но потенциально может заболеть. Класс I включает инфицированных, которые в настоящее время имеют болезнь и распространяют ее среди населения, и класс R – для категории выздоровевших, то есть тех, кто был заражен и либо умер, либо выздоровел и теперь обладает иммунитетом. Модель включает три

дифференциальных уравнения для каждой из трех частей совокупности части:

$$\frac{dS}{dt} = -rSI, \quad (1)$$

$$\frac{dI}{dt} = rSI - aI, \quad (2)$$

$$\frac{dR}{dt} = aI, \quad (3)$$

где a, r – параметры.

Поскольку мы вводим пространственную зависимость в нашу первоначальную модель SIR, нам нужны дополнительные предположения, объясняющие, как люди взаимодействуют с окружающим их пространством. Наше первое предположение заключается в том, что эти восприимчивые группы населения не собираются переезжать, а это означает, что в контексте текущей вспышки COVID-19 мы можем считать, что люди, восприимчивые к этому заболеванию, остаются дома. Вторым предположением является то, что инфекционная миграция происходит с постоянной скоростью. Третье предположение заключается в том, что, как только люди оказываются в отдаленном населенном пункте, они больше не переезжают. Подводя итог, можно сказать, что пространственная зависимость сосредоточена на зараженных, поскольку подозреваемые не перемещаются, и удаленное население также не перемещается, поэтому нас интересует, как болезнь может заразить других, которые собираются мигрировать и могут распространить болезнь среди населения. Важно, что у нас есть дополнительный член dI/dt в уравнении (2) исходной модели SIR. Теперь мы добавляем член D , который является постоянной скоростью диффузии, а затем математически моделируем диффузию, используя производную, чтобы получить вторую производную. Таким образом, уравнение (2) принимает вид

$$\frac{dI}{dt} = rSI - aI + D \frac{\partial^2 I}{\partial x^2}. \quad (4)$$

Поскольку наша популяция зависит как от времени, так и от пространства, получаем уравнения в частных производных

$$\frac{\partial S}{\partial t} = -rSI, \quad (5)$$

$$\frac{\partial I}{\partial t} = rSI - aI + D \frac{\partial^2 I}{\partial x^2}, \quad (6)$$

$$\frac{\partial R}{\partial t} = aI. \quad (7)$$

Частные производные функций переменных S, I и R теперь зависят как от времени, так и от пространства. Что касается анализа, то важно отметить, что переход к безразмерной модели заключается в том, чтобы взять

все константы, которые есть в уравнениях (5)–(7), и объединить их таким образом, чтобы получить один ключевой параметр. Базовый репродуктивный показатель R_0 показывает количество вторичных инфекций, которые, как ожидается, произойдут в среднем среди населения в результате одной первичной инфекции. Другими словами, – это количество людей, которым, как мы ожидаем, один инфицированный человек передаст болезнь, и мы определяем это математически как $R_0 = S_0 q$, $q = r/a$, S_0 – количество восприимчивых в начале эпидемии, q – доля населения, которая контактирует с инфицированным человеком в период его зараженности. Помимо безразмерности мы можем использовать второй математический трюк, который заключается в изменении переменных. На данный момент у нас есть S, I и R , которые зависят от времени t и пространства x . Если бы мы ввели новую переменную с именем y , то мы преобразовали бы уравнения (5), (6) и (7) в дифференциальные уравнения, включающие только одну новую переменную, которая зависит от x и t :

$$y = x - ct, \quad (8)$$

где c – константа.

Это изменение действительно упростило бы наш набор уравнений

$$0 = c \frac{DS}{dy} - SI, \quad (9)$$

$$0 = \frac{d^2 I}{dy^2} + c \frac{dI}{dy} + I \left(S - \frac{1}{R_0} \right). \quad (10)$$

Уравнения изменились довольно кардинально, поэтому у нас больше нет производных по x и t с частными производными. Мы вернулись к полным производным по одной переменной y . Поскольку теперь нам нужно решить дифференциальные уравнения, нам нужны некоторые граничные или начальные условия. Целесообразно вернуться во времени к началу вспышки. Итак, мы предполагаем, что время в уравнении (8) равно $(-\infty)$, что означает возвращение в прошлое, тогда y в том же уравнении будет стремиться к плюс бесконечности из-за знака минус между x и t .

Число случаев заражения должно снизиться до нуля, потому что это было до того, как болезнь появилась среди населения. Кроме того, восприимчивость должна вернуться к своему первоначальному значению – с учетом того, что модель безразмерная, S должно быть равно 1:

$$\begin{aligned} &\text{Поскольку } t \rightarrow -\infty \text{ (прошлое),} \\ &\text{то } y \rightarrow +\infty \text{ тогда } I \rightarrow 0, S \rightarrow 1. \end{aligned} \quad (11)$$

Мы также можем подумать о том, что по нашим ожиданиям произойдет в будущем. Итак, будущее – это когда мы позволим времени t уйти в бесконечность, и это приведет к тому, что y перейдет в минус бесконечность; если y перейдет в $(+\infty)$, тогда вспышка, должно быть, прошла так далеко в будущем, что болезнь начала свое

распространение среди населения, и теперь I снова исчезнет, так что зараженность должна снизиться до нуля:

$$\begin{aligned} &\text{Поскольку } t \rightarrow +\infty \text{ (будущее),} \\ &\text{то } y \rightarrow -\infty, \text{ тогда } I \rightarrow 0. \end{aligned} \quad (12)$$

Здесь мы пока не знаем значение S в будущем.

Первый вопрос, на который мы хотим получить ответ – насколько быстро болезнь будет распространяться среди населения. Потому что сейчас мы представляем болезнь как волну, распространяющуюся по населению. Мы можем рассчитать скорость распространения болезни при нашей вспышке. Вопрос в следующем: какова скорость волны? Чтобы ответить на вопрос, мы используем математический инструмент, называемый линеаризацией, в котором мы применим значение S в прошлом в качестве приближения так, что $S=1-P$, где P – малое значение (приближение), а затем, поскольку мы линеаризуем, подставим $S=1-P$ в уравнения (9) и (10), игнорируя любой член, который равен P в степени 2 и выше, в результате получим следующий набор уравнений:

$$0 = -c \frac{dp}{dy} - I, \quad (13)$$

$$0 = \frac{d^2 I}{dy^2} + c \frac{dI}{dy} + I \left(1 - \frac{1}{R_o} \right). \quad (14)$$

Уравнения (13) и (14) имеют форму, позволяющую нам использовать другой математический инструмент, называемый анализом фазовой плоскости. А применение анализа фазовой плоскости к уравнениям (13) и (14) говорит нам, что решение для бегущей волны существует, тогда

$$c \geq 2 \sqrt{1 - \frac{1}{R_o}}. \quad (15)$$

Выражение (15) определяет минимально возможную скорость волны, для которой существует решение. Обычно скорость волны принимается равной минимальному значению и задается через равенство

$$c = 2 \sqrt{1 - \frac{1}{R_o}}. \quad (16)$$

Итак, значение c в формуле замены переменной (8) на самом деле представляет собой скорость бегущей волны и, следовательно, скорость распространения болезни среди населения.

При любой эпидемии, в частности при современной COVID-19, мы хотим снизить скорость c распространения болезни настолько, насколько это возможно; мы хотим замедлить распространение болезни, и, исходя из формулы (16), мы можем уменьшить c , сделав R_o также малым. При $R_o < 1$ c становится отрицательным,

но на самом деле этого не может произойти, потому что согласно базовой модели SIR эпидемия возникнет тогда и только тогда, когда R_o будет больше 1. Таким образом, абсолютное меньшее значение, которое может принимать R_o , равно единице, и при подстановке $R_o = 1$ в уравнение (16) получится $c = 0$. Следовательно, мы должны поддерживать R_o на как можно более низком уровне, чтобы снизить скорость распространения болезни. Минимальное значение, к которому мы можем его свести – немногим более единицы, для этого мы смотрим на формулу $R_o = S_o/q$ и видим, что единственное, что мы можем контролировать, – это коэффициент контакта q , поскольку количество зависимых объектов S_o фиксировано. Чтобы снизить количество контактов, нам нужно постоянно мыть руки и как можно больше времени проводить дома, а если нам приходится выходить на улицу, мы должны свести к минимуму количество контактов с помощью социального дистанцирования.

Другой вопрос, на который следовало бы ответить, заключается в том, какова серьезность эпидемии или каково значение количества восприимчивых людей S_{end} , оставшихся в конце вспышки; последнее можно определить из граничных условий в уравнении (9): $SI = c \cdot dS/dy$, и подставить его в уравнение (10). Поскольку члены – производные по dy , то возможно проинтегрировать все уравнение, тогда полученное выражение будет включать только I и S

$$\frac{dI}{dy} + cI + c \left(S - \frac{1}{R_o} \ln S \right) = \text{const}. \quad (17)$$

Чтобы вычислить значение константы, мы должны использовать наши начальные граничные условия в (11). Чтобы найти количество восприимчивых S_{end} на момент окончания вспышки, зная серьезность эпидемии, нам нужно продлить время до бесконечности и, следовательно, устремиться в будущее (12), в результате

$$S_{end} - \frac{1}{R_o} \ln(S_{end}) = 1. \quad (18)$$

Самый простой и лучший способ справиться с уравнением (18) – это построить график. Сначала мы должны подумать о диапазоне значений, которые могут принимать S_{end} и R_o . Итак, поскольку мы рассматривали

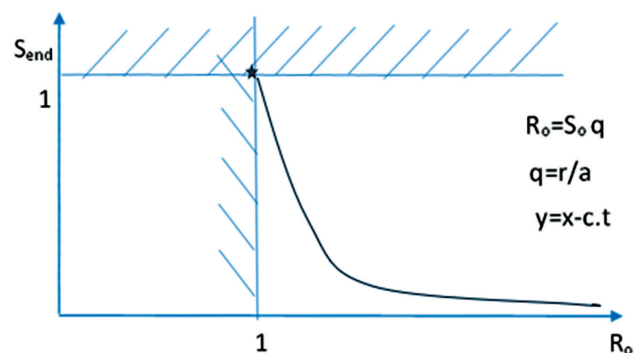


Рис. 1

безразмерную модель, это означает, что S – доля от первоначальной восприимчивой популяции, и поэтому она может варьироваться только от нуля до единицы. В то время как R_0 в соответствии с уравнением (16) задает скорость бегущей волны, в первую очередь R_0 должно быть больше единицы, чтобы эпидемия возникла, и поскольку мы моделируем распространение эпидемии, это означает, что R_0 также должно быть ограничено единицей снизу.

При построении графика для уравнения (18), мы видим быстро уменьшающуюся кривую, поэтому максимальное значение достигается при (S_{end}, R_0) равном $(1; 1)$. Когда значение S_{end} равно единице, это означает, что никто не заразился болезнью, мы можем полагать, что значение S_{end} будет уменьшаться по мере того, как R_0 увеличивается.

Итак, возвращаясь к нашему вопросу, какова серьезность эпидемии – в лучшем случае общее число людей, заразившихся этой болезнью, было бы ниже, чем число людей, незатронутых, или количество восприимчивых. Для этого мы хотим сделать S_{end} как можно больше, изменяя R_0 , что означает, что R_0 будет максимально приближено к единице, чего можно добиться, уменьшив коэффициент контакта q .

Заключение

Используя модель бегущей волны для распространения болезни, мы смогли вывести уравнение для скорости волны c в уравнении (16), которое представляет собой скорость, с которой болезнь распространялась бы среди населения. Кроме того, нам удалось получить выражение в уравнении (18), которое определяет количество восприимчивых людей, оставшихся в конце вспышки. Чтобы свести к минимуму тяжесть и последствия такой вспышки, как COVID-19, нам необходимо максимально снизить скорость распространения, чтобы болезнь распространялась как можно медленнее и у нас было больше времени для принятия мер по борьбе с ней, таких как вакцинация. Чтобы сделать это, мы должны сделать R_0 как можно меньше, где нижняя граница для R_0 равна 1; чтобы приблизить R_0 к единице, зная, что R_0 пропорционально q , нужно минимизировать q , что снизит скорость распространения болезни. А что касается второго вопроса о степени эпидемической тяжести – уравнения (18) для количества восприимчивых в конце эпидемии – то мы хотим сделать его наибольшим, потому что количество восприимчивых, оставшихся после вспышки, – это количество людей, которые не были затронуты болезнью, и поэтому они не пострадали. Это можно сделать в соответствии с рис. 1, сократив репродуктивный показатель до единицы.

Все ответы говорят нам, что мы должны снизить коэффициент контакта q . Это дает нам один конкретный параметр, который мы хотим сделать как можно меньше. В этом сила математического моделирования, потому что когда мы ввели пространственную зависимость в

модель SIR, мы получили различные решения, которые выглядят как бегущие волны. Но все то, чего мы хотим добиться (замедление распространения болезни, уменьшение числа заболевших), имеет одну общую черту: всего этого можно достигнуть, сделав число контактов как можно меньше.

Библиографический список

1. Emerging Pandemics: Connections with Environment and Climate Change (1st ed.) / S. Nazneen, A.L. King Abia, S. Madhav (Eds.). CRC Press, 2023. 180 p.
2. Schulz S., Pastor R., Koyuncuoglu C. et al. Real-time Dissection and Forecast of Infection Dynamics during a Pandemic. 2023. URL: https://www.researchgate.net/publication/369095299_Real-time_Dissection_and_Forecast_of_Infection_Dynamics_during_a_Pandemic (дата обращения 31.03.2025).
3. Frutos R. Chapter 15 – Emergence and dynamics of COVID-19 and future pandemics / In : Omics approaches and technologies in COVID-19. Debmalaya Barh (ed.). Academic Press, 2023. Pp. 245-254.
4. Abiodun O., Olukayode A., Ndako J. Mathematical Modeling and Its Methodological Approach: Application to Infectious Disease // 2023 International Conference on Science, Engineering and Business for Sustainable Development Goals (SEB-SDG), Omu-Aran, Nigeria. 2023. Pp. 1-14.
5. Богданов А.И., Монгуш Б.С., Кузьмин В.А. и др. (2023). Анализ моделей математической теории эпидемий и рекомендации по использованию детерминированных и стохастических моделей // Нормативно-правовое регулирование в ветеринарии. 2023. № 4. С. 37-42.
6. Piqueira J. R. C. Editorial: Epidemic models on networks // Frontiers in Physics. Sec. Social Physics. 2022. Vol. 10. P. 1122070.
7. Cifuentes-Faura J., Faura-Martínez U., Lafuente-Lechuga M. Mathematical Modeling and the Use of Network Models as Epidemiological Tools // Mathematics. 2022. Vol. 10(18). P. 3347. DOI: 10.3390/math10183347
8. Alam N. An analytical technique to obtain traveling wave solutions to nonlinear models of fractional order // Partial Differential Equations in Applied Mathematics. 2023. Vol. 8. P. 100533.
9. Zhang Q., Wu S.-L. Wave propagation of a discrete SIR epidemic model with a saturated incidence rate // Int. J. Biomath. 2019. Vol. 12. P. 1950029. DOI: 10.1142/S1793524519500293
10. Yin Zhang Y., Xiong J., Mao N. Epidemic model of Covid-19 with public health interventions consideration: a review // Authorea. 2023. DOI: 10.22541/au.168539048.84429551/v1
11. Факультет непрерывного образования Оксфордского университета. 2021. «Серия «Динамика пандемии»: доктор Том Кроуфорд». URL: <https://www.conted.ox.ac.uk/profiles/tom-crawford> (дата обращения 31.03.2025).

References

1. Nazneen S., King Abia A.L., Madhav S, editors. Emerging Pandemics: Connections with Environment and Climate Change (1st ed.). CRC Press; 2023.
2. Schulz S., Pastor R., Koyuncuoglu C. et al. Real-time Dissection and Forecast of Infection Dynamics during a Pandemic. 2023. (accessed 31.03.2025). Available at: https://www.researchgate.net/publication/369095299_Real-time_Dissection_and_Forecast_of_Infection_Dynamics_during_a_Pandemic.
3. Frutos R. Chapter 15 – Emergence and dynamics of COVID-19 and future pandemics. In: Barh D., editor. Omics approaches and technologies in COVID-19. Academic Press; 2023. Pp. 245-254.
4. Abiodun O., Olukayode A., Ndako J. Mathematical Modeling and Its Methodological Approach: Application to Infectious Disease. In: 2023 International Conference on Science, Engineering and Business for Sustainable Development Goals (SEB-SDG). Omu-Aran; Nigeria. 2023. Pp. 1-14.
5. Bogdanov A.I., Mongush B.S., Kuzmin V.A., Orekhov D.A., Nikitin G.S., Baryshev A.N., Aidiev A.B., Gulyukin E.A. Analysis of models of the mathematical theory of epidemics and recommendations on the use of deterministic and stochastic models. *Legal regulation in veterinary medicine* 2022;(4):37-42. (in Russ.)
6. Piqueira J. R. C. Editorial: Epidemic models on networks. *Frontiers in Physics. Sec. Social Physics* 2022;10:1122070.
7. Cifuentes-Faura J., Faura-Martínez U., Lafuente-Lechuga M. Mathematical Modeling and the Use of Network Models as Epidemiological Tools. *Mathematics* 2022;10(18):3347. DOI: 10.3390/math10183347.
8. Alam N. An analytical technique to obtain traveling wave solutions to nonlinear models of fractional order. *Partial Differential Equations in Applied Mathematics* 2023;8:100533.
9. Zhang Q., Wu S.-L. Wave propagation of a discrete SIR epidemic model with a saturated incidence rate. *Int. J. Biomath* 2019;12:1950029. DOI: 10.1142/S1793524519500293.

10. Yin Zhang Y., Xiong J., Mao N. Epidemic model of Covid-19 with public health interventions consideration: a review. *Authorea* 2023. DOI: 10.22541/au.168539048.84429551/v1.

11. Department of Continuing Education, University of Oxford. 2021. The Pandemic Dynamics Series: Dr. Tom Crawford. (accessed 03/31/2025). Available at: <https://www.conted.ox.ac.uk/profiles/tom-crawford>.

Сведения об авторах

Таха Асраа, аспирант кафедры математического и программного обеспечения информационных систем Белгородского государственного национального исследовательского университета, Белгород, Россия

Константинов Игорь Сергеевич, кандидат технических наук, профессор института энергетики, информатики и систем управления, Белгородский государственный технологический университет, Белгород, Россия

Старченко Денис Николаевич, кандидат технических наук, доцент института энергетики, информатики и систем управления, Белгородский государственный технологический университет, Белгород, Россия

About the authors

Taha Asraa, Postgraduate Student, Department of Mathematics and Software in Information Systems, Belgorod State National Research University, Belgorod, Russia

Igor S. Konstantinov, Candidate of Engineering, Professor, Institute of Energy, Computer Science, and Control Systems, Belgorod State Technological University, Belgorod, Russia

Denis N. Starchenko, Candidate of Engineering, Associate Professor, Institute of Energy, Computer Science, and Control Systems, Belgorod State Technological University, Belgorod, Russia

Конфликт интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.