



**Дзиркал Э.В.**

## МЕТОД ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОГО КОНТРОЛЯ Н.О.ДЕМИДОВИЧА

*Покойный наш коллега Николай Олегович Демидович успел разработать и оставить нам прекрасный метод последовательного контроля надёжности (и других подобных свойств изделий), существенно превосходящий «классический» (т.е. вошедший во все учебники) метод американца Вальда. Мало кто узнает теперь метод Демидовича в ГОСТ Р 27.402-95 и в IEC 61124. Первые его статьи относятся к 1960-м годам. Метод, использующий ЭВМ и формулы, позволяет подобрать границы последовательного контроля так, чтобы обеспечить точные значения заданных рисков. Границы Н.О. Демидовича могут образовывать область неопределённости любой формы, в т.ч. замкнутую, не требующую усечения. Данная статья написана, чтобы восстановить приоритет Н.О. Демидовича (и тем самым – России) в вопросах последовательного контроля и заменить им Вальда (воздав, конечно, последнему заслуженные почести).*

**Ключевые слова:** метод Демидовича, последовательный контроль, риски поставщика и заказчика.

### 1. Введение. Общая методика последовательного контроля надёжности

Последовательный контроль надёжности (и других подобных параметров) сводится к тому, что в каждый момент наблюдений некоторая величина примеряется к двум границам: приёмки и браковки. Между границами – область неопределённости (при попадании туда испытания продолжают). При испытаниях на надёжность результат суммирования наработок и отказов наносят на график плана испытаний в виде ступенчатой линии (линии реализации процесса отказов). Такой график для классического последовательного метода А.Вальда качественно показан на рис. 1. Испытания продолжают до тех пор, пока линия реализации процесса отказов не достигнет границы приемки (нижняя линия на рис. 1) или границы браковки (верхняя линия).

Метод А.Вальда, вошедший во все учебники, не предполагает каких-либо ограничений по времени испытаний. Как только область неопределённости Вальда усекают – тут же заметно (и неизвестно, насколько) возрастают риски поставщика и потребителя. На каком уровне эту область усекать, никто не знает – тут полный произвол, и это главный недостаток метода Вальда.

Н.О.Демидович разработал метод, позволяющий подобрать границы так, что последовательный контроль с их использованием обеспечит точные значения заданных рисков. Границы Н.О.Демидовича могут образовывать область неопределённости любой формы, в т.ч. замкнутую,

не требующую усечения (сам он принял треугольную). Метод признан специалистами ИСО/МЭК, узаконен в РФ стандартом ГОСТ Р 27.402-95 и вошёл во вторую редакцию проекта международного стандарта IEC 61124, подготавливаемую к выпуску.

Отметим, что ещё раньше планов Демидовича в СССР появились планы Н.Е.Ярлыкова, с теми же преимуществами (они вошли в ГОСТ 27.410-87, но не были замечены МЭК/ИСО по ряду причин).

Очевидно, что планы Демидовича заведомо лучше «классических» планов Вальда, и последние следует заменить во всех стандартах и учебниках. Первая из статей Н. О. Демидовича из журнала «Надёжность и контроль качества» за 1990 г. перепечатана в журнале «Надёжность» (№ 3 – 2013). Ниже приводится текст другой его статьи (он был написан как приложение к ГОСТу), где метод изложен несколько более чётко. Некоторые пояснения внесены Э.В.Дзиркалом.

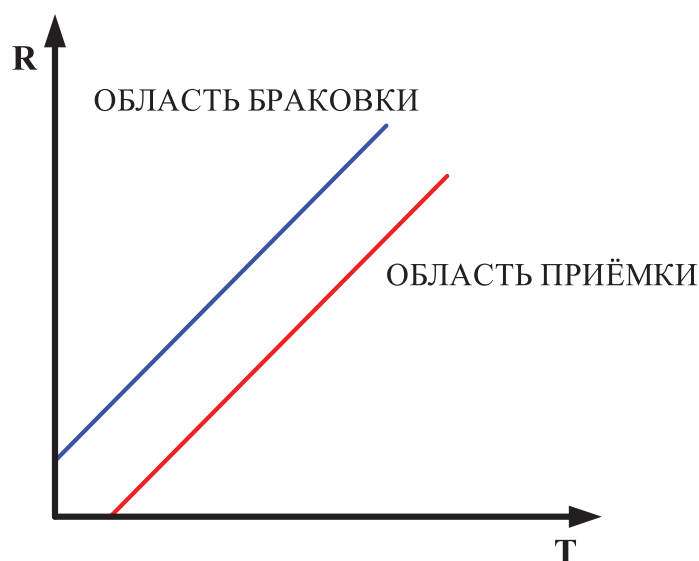


Рис. 1

## 2. Подход Н. О. Демидовича

Работа, проделанная Н. О. Демидовичем, проводилась в два этапа. Вначале он разработал способ, позволяющий с помощью ЭВМ вычислять все параметры (время испытаний, оба риска и др.) для плана любой формы. На втором этапе, пользуясь этим способом, он определяет (прямым подбором) оптимальные параметры плана выбранной формы, причём критерием оптимальности является продолжительность испытаний. Таким образом, он определил столько оптимальных планов для разных сочетаний исходных данных, сколько было нужно для включения в стандарт – вначале отечественный, а затем международный.

### 2.1. Исходные данные

План испытаний с границами произвольной формы изображен на рис. 2. Он ограничен максимальной суммарной наработкой  $T_{\max}$  и предельным (браковочным) числом отказов  $R$ .

*Примечания*

а) На рисунке предельное число отказов  $R=5$ , но в общем случае это может быть любое целое положительное число.

б) Границы плана испытаний изображают непрерывной линией, но значения границ имеют смысл только при целых значениях дискретной оси ординат.

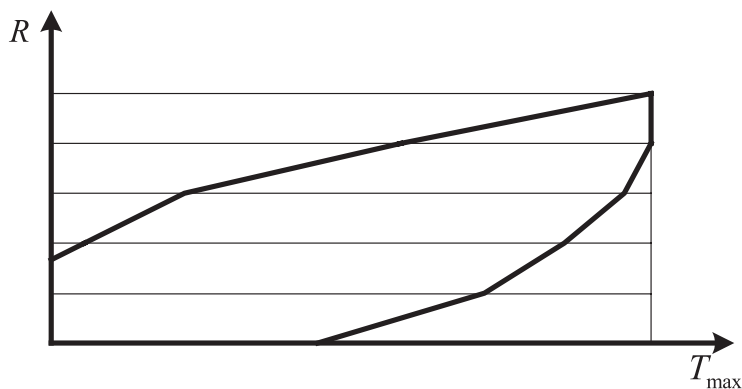
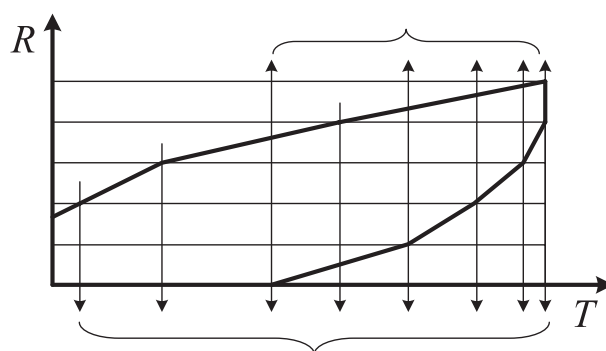


Рис. 2

## 2.2. Общий алгоритм вычисления характеристик планов испытаний

**Шаг 1.** Через точки пересечения границ с горизонтальными уровнями равными 0, 1, 2, проводят вертикальные сечения, как показано на рис. 3.

Примечание – Горизонтальный уровень  $R = 0$  представляет собой ось абсцисс.



- 1 – сечения, проходящие через границу приемки;
- 2 – сечения, проходящие через границу приемки и браковки.

Рис. 3

**Шаг 2.** Выделяют точки пересечения горизонтальных уровней и вертикальных сечений внутри границ плана испытаний и, отдельно, точки границы приемки, как показано на рис. 4. Точки внутри границ плана испытаний на рис. 4 обозначены светлыми кружками, а точки границы приемки – полужирными кружками.

Все возможные линии реализации процесса отказов между двумя точками в соседних сечениях изображают одной стрелкой, что также показано на рис. 4.

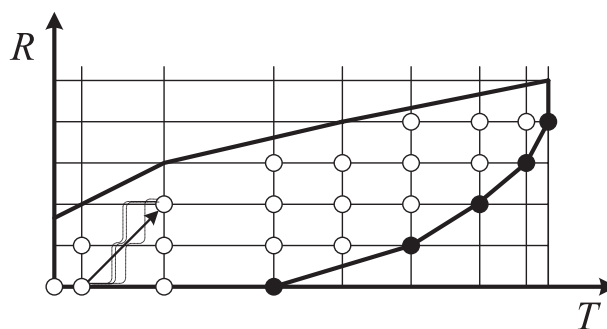


Рис. 4

Каждая линия реализации процесса отказов от начала координат и до пересечения границы браковки или до достижения границы приемки может быть представлена в виде последовательности точек и соединяющих их стрелок.

Для того, чтобы вычислить характеристики плана испытаний, достаточно рассматривать только выделенные точки.

Все возможные линии реализации процесса отказов до достижения границы приемки представляют собой совокупность стрелок, соединяющих точки в соседних сечениях, как показано на рис. 5.

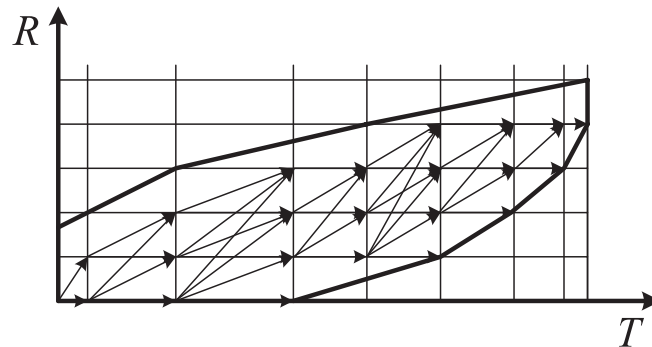


Рис. 5

**Шаг 3.** Последовательно (по вертикальным сечениям, начиная с первого, и снизу вверх по точкам каждого сечения) вычисляют значение вероятности того, что линия реализации процесса отказов пройдет через данную внутреннюю точку и значение вероятности того, что линия достигнет данной точки границы приемки. Затем вычисляют значения оперативной характеристики, рисков поставщика и заказчика, ожидаемой суммарной наработки до принятия решения о приемке.

Значение вероятности того, что линия реализации процесса отказов пройдет через внутреннюю точку, для каждой внутренней точки плана испытаний вычисляют по формуле

$$q_l^{(k)} = e^{-\lambda \Delta_k} \sum_{i=a_{k-1}}^{\min(l, b_{k-1})} q_i^{(k-1)} \frac{(\lambda \Delta_k)^{l-i}}{(l-i)!}, \quad (1)$$

где  $q_l^{(k)}$  – вероятность того, что линия реализации процесса отказов пройдет через внутреннюю точку на  $l$ -м уровне в  $k$ -м сечении;

$k$  – номер вертикального сечения,  $k=1, 2, \dots, s$ ;

$\lambda = 1/T$  – интенсивность отказов испытываемых изделий;

$T$  – истинное (неизвестное) значение средней наработки на отказ или до отказа;

$i$  – индекс суммирования в  $k$ -м сечении;

$l$  – фиксированный номер горизонтального уровня,  $l = 0, 1, \dots, R-1$ ;

$m$  – индекс суммирования в  $(k+1)$ -м сечении;

$\Delta_k$  – интервал суммарной наработки между соседними  $k$ -м и  $(k-1)$ -м сечениями;

$a_k$  – номер нижней внутренней точки в  $k$ -м сечении;  $b_k$  – номер верхней внутренней точки в  $k$ -м сечении.

Значение вероятности того, что линия реализации процесса отказов достигнет точки границы приемки, для каждой точки границы приемки вычисляют по формуле:

$$p_j \equiv q_{l=a_{k-1}}^{(k)} = q_{a_{k-1}}^{(k-1)} e^{-\lambda \Delta_k}. \quad (2)$$

Примечание – Уравнение (2) является частным случаем уравнения (1).  
Значение оперативной характеристики вычисляют по формуле:

$$L = \sum_{j=0}^{R-1} p_j. \quad (3)$$

Истинные значения рисков поставщика и заказчика вычисляют по формулам:

$$\alpha_1 = 1 - L(T_\alpha) = 1 - \sum_{j=0}^{R-1} p_j(T_\alpha) \quad (4)$$

$$\beta_1 = L(T_\beta) = \sum_{j=0}^{R-1} p_j(T_\beta). \quad (5)$$

Напомним, что риск поставщика (изготовителя)  $\alpha$  – это вероятность принятия решения о браковке изделий при условии, что истинное значение средней наработки на отказ или до отказа равно приемочному уровню  $T_\alpha$ . В свою очередь, риск заказчика (потребителя)  $\beta$  – это вероятность принятия решения о приемке изделий при условии, что истинное значение средней наработки на отказ или до отказа равно браковочному уровню  $T_\beta$ .

Значение ожидаемой суммарной наработки испытываемых изделий до принятия решения о приемке вычисляют по формуле:

$$T_o^{(+)} = \frac{\sum_{j=0}^{R-1} \tau_j p_j}{\sum_{j=1}^{R-1} p_j}, \quad (6)$$

где  $\tau_j$  – суммарная наработка до  $j$ -го сечения границы приёмки,  $\tau_j = \tau_1, \dots, \tau_{R-1}$ .

**Шаг 4.** Последовательно (исходя из начала координат и снизу вверх по точкам каждого сечения) вычисляют вероятности того, что линия реализации процесса отказов из данной внутренней точки пересечет границу браковки в интервале между соседними сечениями.

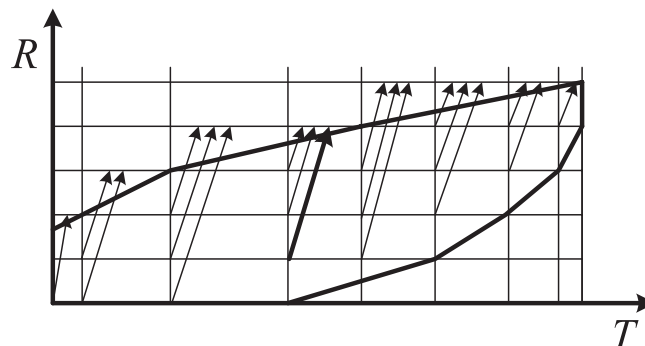


Рис. 6

Вероятность того, что линия реализации процесса отказов из данной внутренней точки пересечет границу браковки в интервале между соседними сечениями, для каждой внутренней точки плана вычисляют по формуле:

$$Q_i^{(k)} = 1 - e^{-\lambda\Delta_{k+1}} \sum_{m=0}^{b_{k+1}-i} \frac{(\lambda\Delta_{k+1})^m}{m!}. \quad (7)$$

Соответствующее значение ожидаемой суммарной наработки в данном интервале вычисляют по формуле:

$$\tilde{\Delta}_{k+1} = \frac{b_{k+1} - i + 1}{\lambda Q_i^{(k)}} \left( 1 - e^{-\lambda\Delta_{k+1}} \sum_{m=0}^{b_{k+1}-i+1} \frac{(\lambda\Delta_{k+1})^m}{m!} \right). \quad (8)$$

Значение ожидаемой суммарной наработки вычисляют по формуле:

$$T_o = \sum_{j=0}^{R-1} p_j \tau_j + \sum_{k=1}^{s-1} \sum_{i=\alpha_k}^{b_k} q_i^{(k)} Q_i^{(k)} (t_k + \tilde{\Delta}_{k+1}). \quad (9)$$

*Примечания*

Величины  $q_i$ ;  $p_j$ ;  $L$ ;  $T_o^{(+)}$ ;  $Q_i^{(k)}$ ;  $\tilde{\Delta}_{k+1}$ ;  $T_o$  являются функциями, зависящими от контролируемого показателя  $T$ .

Начальные значения величин, входящих в формулы:  $t_o = 0$ ;  $q_o^{(0)} = 1$ ;  $q_i^{(0)} = 0$ .

**2.3. Вычисление оптимальных планов**

Оптимальные планы испытаний определяют в такой последовательности:

**Шаг 1.** Задают (выбирают, устанавливают) значения исходных данных  $D$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$  ( $D$  – это отношение приемочного и браковочного уровней,  $D = T_\alpha/T_\beta$ ).

**Шаг 2.** Выбирают вид плана испытаний (например, последовательный план, границы которого изображены на рис. 7. Н.О. Демидович считал такую форму плана наиболее целесообразной).

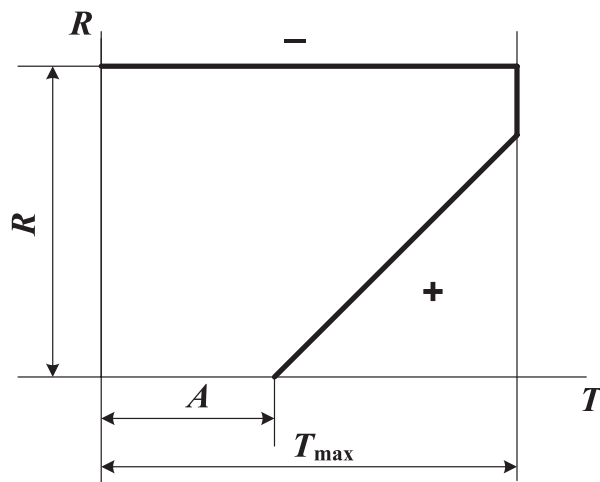


Рис. 7

**Шаг 3.** Выбирают начальные (стартовые) значения управляющих параметров плана  $A$ ,  $R$ ,  $T_{max}$  (см. рис. 7).

**Шаг 4.** Вычисляют характеристики плана испытаний выбранного вида с начальными значениями управляющих параметров. В результате вычислений на этом шаге получают первый, неточный и неоптимальный, план испытаний.

**Шаг 5.** Изменяют значения управляющих параметров, повторяют вычисления по формулам шага 4 и получают второй план испытаний. Затем снова изменяют значения управляющих параметров, повторяют вычисления и получают третий план испытаний и т. д. Эту процедуру повторяют итеративным образом, добиваясь постепенного приближения истинных значений рисков к заданным значениям. Когда истинные значения рисков совпадут с заданными с нужной точностью, процедуру завершают.

В результате вычислений на этом шаге получают первый точный (но еще не оптимальный) план испытаний.

**Шаг 6.** Изменяют значение управляющего параметра  $T_{\max}$  в пределах установленных ограничений, повторяют вычисления по шагам 4, 5 и получают второй точный план испытаний. Снова изменяют значения управляющего параметра, повторяют вычисления и получают третий точный план испытаний и т. д. Эту процедуру повторяют итеративным образом, добиваясь постепенного уменьшения ожидаемой суммарной наработки  $T_{\max}$  или ожидаемой суммарной наработки до принятия решения о приемке  $T_0^{(+)}$ . Когда эти значения достигнут минимума с нужной точностью, процедуру завершают.

В результате вычислений на этом шаге получают первый точный оптимальный план испытаний.

**Шаг 7.** Если значение управляющего параметра  $T_{\max}$  первого точного оптимального плана испытаний не превосходит установленного ограничения, значение управляющего параметра  $R$  увеличивают на единицу, повторяют вычисления по шагам 4, 5, 6 и получают второй точный оптимальный план испытаний. Если значение управляющего параметра  $T_{\max}$  второго точного оптимального плана испытаний также не превосходит установленного ограничения, снова значение управляющего параметра  $R$  увеличивают на единицу, повторяют вычисления, получают третий план испытаний и т. д.

Примечание – Каждый последующий план испытаний является более оптимальным по сравнению с предыдущим.

Если значение управляющего параметра  $T_{\max}$  первого точного оптимального плана испытаний превосходит установленное ограничение, то вопрос о выборе плана испытаний поставщик и заказчик решают совместно путем возможных изменений набора исходных данных и ограничения максимальной суммарной наработки.

Формулы (1), (2), (7) и (8) являются рекуррентными (одинаковыми для всех точек плана испытаний) и образуют рекуррентный элемент, приведенный на рис. 8.

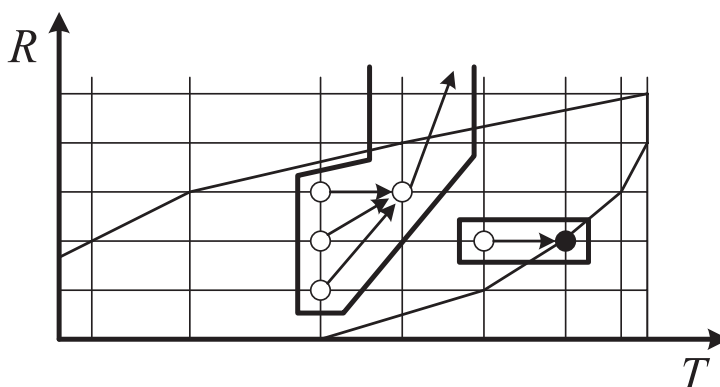


Рис. 8

Вычисление значений рисков и характеристик планов испытаний проводят с использованием компьютерной программы. Ручные вычисления являются громоздкими и не позволяют получать точные оптимальные планы испытаний.