Оригинальная статья
https://doi.org/10.21683/1729-2646-2023-23-4-3-7

Решение задачи устойчивости стационарного показателя качества сложных технических систем

Solving the problem of stability of the stationary quality indicator of complex technical systems

Карманов А.В.[1]*, Орлова К.П.[1], Серкин В.Е.[1], Токарев М.А.[1]
Karmanov A.V.[1]*, Orlova K.P.[1], Serkin V.E.[1], Tokarev M.A.[1]
[1] Российский государственный университет нефти и газа (национальный исследовательский университет) имени И.М. Губкина, Российская Федерация, Москва
[1] Gubkin University, Russian Federation, Moscow
**ABKar2007@yandex.ru*

Карманов А.В.

Орлова К.П.

Серкин В.Е.

Токарев М.А.

Резюме. Цель. *Формирование и решение задачи устойчивости стационарного показателя качества функционирования сложной технической системы. При этом случайный процесс блуждания системы по своим возможным состояниям описывается однородным Марковским процессом. Задача устойчивости состоит в определении таких стационарных (финальных) вероятностей Марковского процесса, на которых реализуются максимальное и минимальное значения показателя качества при условии, что интенсивности переходов по состояниям имеют интервальные оценки и эти интенсивности обуславливаются процессом отказов и восстановлений элементов системы. Стационарный показатель качества имеет достаточно общий вид и представляет собой скалярное произведение вектора финальных вероятностей Марковского процесса на вектор, характеризующий «вес» каждого состояния, где под «весом» могут пониматься различные содержательные характеристики состояний.* **Методы.** *В статье используется математические методы оптимального управления Марковским процессом с вектора дохода специального вида и линейного программирования.* **Результаты.** *Предлагается и обосновывается метод решения задачи устойчивости стационарного показателя качества функционирования сложной технической системы, а также излагается численный алгоритм решения поставленной задачи. Приводится пример решения задачи устойчивости с показателем качества, представляющим собой «штрафную» функцию.* **Заключение.** *Обсуждается проблема численного решения задачи устойчивости большой размерности.*

Abstract. Aim. *To define and solve the problem of stability of the stationary quality indicator of a complex technical system. The random process of the system's walking by its possible states is described with a homogeneous Markov process. The stability problem consists in defining such stationary (final) probabilities of the Markov process that implement the maximum and minimal values of the quality indicator, provided that the rate of state transitions have interval estimations and the rates are conditioned by the process of failures and recoveries of the system's elements. The stationary quality indicator has a fairly standard form and is a scalar product of the final probability vector of the Markov process and the vector that characterises the "weight" of each state, where "weight" may be understood as various contensive characteristics of states.* **Methods.** *The paper uses mathematical methods of optimal control of a Markov process using an income vector of a special form and linear programming.* **Results.** *A method is proposed and substantiated for solving the problem of stability of a stationary indicator of the quality of operation of a complex technical system. A numerical algorithm for solving the above problem is presented as well. The paper gives an example of the solution of a problem of stability with quality indicator that is a "penalty" function.* **Conclusion.** *The paper discusses the problem of numerical solution of the stability problem of a large dimensionality.*

Ключевые слова: *надежность, устойчивость, однородный Марковский процесс, показатели качества, интервальные оценки.*
Keywords: *dependability, stability, homogeneous Markov process, quality indicator, interval estimations.*

Для цитирования: *Карманов А.В., Орлова К.П., Серкин В.Е., Токарев М. А. Решение задачи устойчивости стационарного показателя качества сложных технических систем // Надежность. 2023. №4. С. 3-7. https://doi.org/10.21683/1729-2646-2023-23-4-3-7*
For citation: *Karmanov A.V., Orlova K.P., Serkin V.E., Tokarev M.A. Solving the problem of stability of the stationary quality indicator of complex technical systems. Dependability 2023;4:3-7. https://doi.org/10.21683/1729-2646-2023-23-4-3-7*

Поступила: *17.04.2023* / **После доработки:** *27.10.2023* / **К печати:** *20.11.2023*
Received on: *17.04.2023* / **Upon revision:** *27.10.2023* / **For printing:** *20.11.2023*

Введение

Многие показатели надежности сложных технических систем, характеризующие качество их функционирования, рассчитываются с привлечением аппарата однородных Марковских процессов (ОМП) [1]. Часто эти показатели основываются на значениях стационарных (финальных) вероятностей ОМП. К таким показателям относятся стационарные коэффициенты готовности, технического использования и тому подобные коэффициенты, а также некоторые виды интегральных показателей качества функционирования технических систем.

В качестве примера интегральных показателей качества укажем следующие два показателя: значение штрафной функции, определяемой санкциями за несвоевременную поставку продукции; вероятность выполнения плана поставки. Такие показатели часто используют при оценке качества функционирования сложных систем, в частности таких, как магистральные газо- или нефтепроводы [2, 3, 4]. Эти системы предназначаются для обеспечения бесперебойной поставки продукции потребителям в течение длительного времени и имеют в своем составе многочисленные восстанавливаемые, в том числе и резервные элементы.

Функционирование системы во времени можно представить процессом ее случайного блуждания по своим возможным состояниям, и этот процесс определяется случайным процессом отказов и восстановлений элементов системы. Он достаточно адекватно описывается ОМП с конечным числом состояний [2, 3, 4]. Стационарный показатель качества функционирования такой системы, в общем виде, можно представить следующей линейной формой:

$$Q(c,\pi) = c_1 \cdot \pi_1 + ... + c_n \cdot \pi_n, \qquad (1)$$

где $\pi=[\pi_1, \ldots, \pi_n]$ – вектор финальных вероятностей ОМП; $\pi_1+\ldots+ \pi_n=1$, $c=[c_1, \ldots, c_n]$ – вектор «весов»; n – число состояний. Каждая координата c_i, где $i=1, \ldots, n$, вектора c является числовом параметром, характеризующим «вес» состояния i. Например, для стационарного коэффициента готовности форма (1) примет вид: $Q(c, \pi)=\pi(J_1)$, где $\pi(J_1) = \sum_{i\in J_1} \pi_i$, J_1 – подмножество работоспособных состояний системы. Понятно, что в этом случае все c_i, для которых $i\in J_1$, равны единице, а остальные нулю.

Другой вид показателя качества – штрафная функция – рассматривается в примере, приведенного в конце этой статьи. Там «вес» c_i представляет собой денежные потери за попадание ОМП в состояние i.

На практике интенсивности отказов и восстановлений элементов сложной системы, которые формируют матрицу интенсивностей ОМП, часто имеют не точечную, а интервальную оценку своих значений. Например, эти интенсивности определяются обработкой статистических данных по отказам и восстановлениям элементов системы в процессе ее эксплуатации. При этом корректно их оценивать доверительными интервалами.

В указанных условиях становится актуальной задача устойчивости показателя качества, представленного выражением (1), по отношению к изменениям интенсивностей в пределах своих интервальных оценок.

Решению указанной задачи посвящается настоящая статья. При этом для изложения численной процедуры ее решения используется математический аппарат оптимального управления однородным Марковским процессом с доходом, имеющим специальный вид.

1. Постановка задачи устойчивости.

Рассмотрим ОМП $\xi(t)$ с доходом и конечным множеством сообщающихся состояний, который можно задать следующей совокупностью исходных данных:

$$(J, p(0), \Lambda, q), \qquad (2)$$

где $J=\{1, \ldots, n\}$ – множество состояний, $p(0)=[p_1(0), \ldots, p_n(0)]$ – стохастический вектор начального распределения, $\Lambda=\{\lambda_{i,j}\}$ – матрица интенсивностей порядка n, для элементов которой выполняется следующее условие: $[\lambda_{i,j} \geq 0,\ i \neq j;\ \lambda_{i,i} = -\sum_{j\neq i}\lambda_{i,j};\ \sum_{j=1}^{n}\lambda_{i,j} = 0]$, и не все $\lambda_{i,j}$ равны нулю; $q=[q_1, \ldots, q_n]^T$ – вектор, именуемый в [5] вектором «нормы выручки», T – знак транспонирования.

Отметим следующие обстоятельства:

1) J совпадает с множеством возможных состояний технической системы, $\lambda_{i,j}$ представляет собой интенсивность перехода технической системы из состояния i в состояние j, $i\neq j$, $i\in J$, $j\in J$;

2) финальные вероятности $\pi_i(\Lambda)$, $i=1, \ldots, n$ процесса $\xi(t)$ не зависят от начального распределения $p(0)$ и вектора q [1, 5], а зависят только от элементов матрицы Λ;

3) каждая положительная интенсивность $\lambda_{i,j}$ имеет интервальную оценку, т.е.

$$I_{i,j} = [0 < \lambda_{i,j}^{(1)} \leq \lambda_{i,j} \leq \lambda_{i,j}^{(2)}]; \qquad (3)$$

4) если обозначить через Z множество всевозможных матриц интенсивностей $\Lambda=\{\lambda_{i,j}\}$, для компонент которых справедливо выражение (3), то это множество можно представить в виде:

$$Z = \{\Lambda \mid \lambda_{i,j} \in I_{i,j},\ i \neq j, i = 1,...,n,\ j = 1,...,n\}. \qquad (4)$$

Пусть вектор «нормы выручки» имеет следующий частный вид:

$$q^{(i)} = [q_1^{(i)},...,q_n^{(i)}]^T, \qquad (5)$$

где $i=1, \ldots, n$; $q^{(i)}$ – вектор, у которого i-ая координата равна единице, а остальные координаты – нулю. Тогда для любой матрицы $\Lambda\in Z$ справедливо выражение:

$$\pi_i(\Lambda) = \pi(\Lambda) \cdot q^{(i)}, \qquad (6)$$

где $\pi(\Lambda) = [\pi_1(\Lambda),...,\pi_n(\Lambda)]$ – вектор финальных вероятностей ОМП.

Задача устойчивости линейной формы (1) формулируется следующим образом: найти такие стохастические векторы $\pi^* = [\pi_1^*,...,\pi_n^*]$ и $\pi^{**} = [\pi_1^{**},...,\pi_n^{**}]$, которые удовлетворяют следующим соотношениям:

$$Q(c,\pi^*) = \max\left\{ \begin{matrix} Q(c,\pi) \mid \pi_i^{(1)} \leq \pi_i \leq \pi_i^{(2)}, \\ i = 1,...,n,\ \pi_1 + ... + \pi_n = 1 \end{matrix} \right\}, \qquad (7)$$

$$Q(c,\pi^{**}) = \min\left\{ \begin{matrix} Q(c,\pi) \mid \pi_i^{(1)} \le \pi_i \le \pi_i^{(2)}, \\ i=1,...,n,\ \pi_1+...+\pi_n=1 \end{matrix} \right\}, \quad (8)$$

$$\text{где } \pi_i^{(1)} = \min\{\pi_i(\Lambda) = \pi(\Lambda)\cdot q^{(i)} \mid \Lambda \in Z\}, \quad (9)$$

$$\pi_i^{(2)} = \max\{\pi_i(\Lambda) = \pi(\Lambda)\cdot q^{(i)} \mid \Lambda \in Z\}. \quad (10)$$

В том случае, если задача устойчивости решена и определена величина $a(Q) = Q(c,\pi^*) - Q(c,\pi^{**})$, то можно рассчитать коэффициент K устойчивости полученного решения относительно среднего изменения $b_{i,j} = \lambda_{i,j}^{(2)} - \lambda_{i,j}^{(1)}$ каждой интенсивности $\lambda_{i,j} \in I_{i,j}$, например, следующим образом:

$$K = \Delta(Q) : \delta(I), \quad (11)$$

где $\Delta(Q)$ – относительное отклонение решения от вычисленного среднего значения формы (1), т.е. $\Delta(Q)=a(Q)\cdot Q_c^{-1}$, $Q_c = Q(c,\pi^{**}) + a(Q)\cdot 2^{-1}$; $\delta(I)$ – среднее относительное отклонение интенсивностей, т.е.

$$\delta(I) = \left[\sum_{i=1}^{n} \sum_{j\ne i} \left(b_{i,j}\cdot 2^{-1}\cdot \lambda_{i,j,c}^{-1} \right) \right] \cdot [n\cdot(n-1)]^{-1}, b_{i,j} = \lambda_{i,j}^{(2)} - \lambda_{i,j}^{(1)},$$

$\lambda_{i,j,c} = (\lambda_{i,j}^{(1)} + b_{i,j}\cdot 2^{-1})$.

Таким образом, коэффициент K показывает отношение относительного изменения значения формы (1) к среднему относительному изменению каждой положительной интенсивности $\lambda_{i,j}$ в пределах интервалов $I_{i,j}$.

Замечание. Если имеется значение величины $a(Q) = Q(c,\pi^*) - Q(c,\pi^{**})$, то можно сформировать иной, чем выше введенный, коэффициент, характеризующий устойчивость формы (1), в зависимости от целей его дальнейшего использования.

2. Решение задачи устойчивости.

Решение задачи устойчивости показателя качества, представленного выражением (1), состоит, из последовательного осуществления следующих двух основных этапов:

Этап I. Нахождение алгоритмов определения векторов $\left(\pi_1^{(1)},...,\pi_n^{(1)}\right)$ и $\left(\pi_1^{(2)},...,\pi_n^{(2)}\right)$, являющихся решением задач (9) и (10).

Этап II. Указание алгоритмов определения векторов $\pi^* = [\pi_1^*,...,\pi_n^*]$, $\pi^{**} = [\pi_1^{**},...,\pi_n^{**}]$ и величин $Q(c,\pi^*)$, $Q(c,\pi^{**})$, являющихся решениями задач (7) и (8).

2.1. Необходимые сведения для решения задачи устойчивости.

Для реализации указанных этапов приведем необходимые сведения из теории ОМП, которые будут использоваться для построения алгоритмов решения задач (9) и (10).

Пусть имеется ОМП с доходом, задаваемый совокупностью исходных данных (2). Тогда финальные вероятности $\pi_i = \pi_i(\Lambda)$, $i=1, \ldots, n$ определяются как единственное решение [1, 6] следующей системы линейных уравнений:

$$-\left(\sum_{j=1, j\ne i}^{n} \lambda_{i,j} \right)\cdot \pi_i + \sum_{i=1, i\ne j}^{n} \left(\lambda_{j,i}\cdot \pi_j \right) = 0,\ i=1,...,n, \quad (12)$$

для которой выполнено условие A: последнее n-ое уравнение заменяется соотношением:

$$\pi_1 + ... + \pi_n = 1. \quad (13)$$

Если матрицу Λ^T, для которой выполнено условие A, обозначить через Λ_n, то система (12) в матричном виде примет вид:

$$\Lambda_n \cdot \pi^T = e, \quad (14)$$

где $e = [e_1,...,e_n]^T$ – вектор, в котором координата e_n равна единице, а остальные – нулю. При этом решение системы (14) можно представить в виде:

$$\pi_i = \pi_i(\Lambda) = \frac{\Delta_i(\Lambda_n)}{\Delta(\Lambda_n)},\ i=1,...,n, \quad (15)$$

где $\Delta(\Lambda_n)$ – определитель матрицы Λ_n, зависящий от всех интенсивностей $\lambda_{i,j}$, для которых $i\ne j$, $\Delta_i(\Lambda_n)$ является определителем $\Delta(\Lambda_n)$, в котором i-ый столбец заменяется на вектор e.

В дальнейшем понадобится следующее утверждение.

Теорема 1. Для значений $\pi_i^{(1)}$, $\pi_i^{(2)}$, указанных в оптимизационных задачах (9) и (10), выполняются соотношения:

$$\pi_i^{(1)} = \min\left\{ \pi_i(\Lambda) = \pi(\Lambda)\cdot q^{(i)} \mid \Lambda \in Z_0 \right\}, \quad (16)$$

$$\pi_i^{(2)} = \max\left\{ \pi_i(\Lambda) = \pi(\Lambda)\cdot q^{(i)} \mid \Lambda \in Z_0 \right\}, \quad (17)$$

где $Z_0 \subset Z$ и $Z_0 = \{\Lambda | \lambda_{i,j} \in \{\lambda_{i,j}^{(1)}, \lambda_{i,j}^{(2)}\},\ j\ne i, i=1,...,n,\ j=1,...,n\}$.

Доказательство. Из выражения (15) следует, что зависимость $\pi_i(\Lambda)$, $i=1, \ldots, n$ от каждой интенсивности $\lambda_{\nu,k}$, где $\nu\ne k$, $\nu=1, \ldots, n$, $k=1, \ldots, n$, можно представить в следующем виде (при остальных фиксированных интенсивностях):

$$\pi_i(\lambda_{\nu,k}) = \frac{a_i^{(1)} + a_i^{(2)}\cdot \lambda_{\nu,k}}{a_i^{(3)} + a_i^{(4)}\cdot \lambda_{\nu,k}} \text{ или}$$

$$\pi_i(\lambda_{\nu,k}) = \frac{a_i^{(1)}}{a_i^{(3)} + a_i^{(4)}\cdot \lambda_{\nu,k}}. \quad (18)$$

Из выражения (18) следует, что выполняются следующие неравенства:

$$\frac{\partial \pi_i(\lambda_{\nu,k})}{\partial \lambda_{\nu,k}} > 0, \text{ если } \omega_i > 0;$$

$$\frac{\partial \pi_i(\lambda_{\nu,k})}{\partial \lambda_{\nu,k}} = 0, \text{ если } \omega_i = 0;$$

$$\frac{\partial \pi_i(\lambda_{\nu,k})}{\partial \lambda_{\nu,k}} < 0, \text{ если } \omega_i < 0, \quad (19)$$

где $\omega_i = a_i^{(2)}\cdot a_i^{(3)} - a_i^{(1)}\cdot a_i^{(4)}$.

Из неравенств (19) следует, что $\pi_i(\lambda_{\nu,k})$, где $i = 1, \ldots, n$, является монотонной функцией по аргументу $\lambda_{\nu,k}$, т.е. справедливы соотношения (16) и (17). Теорема доказана.

2.2. Алгоритмы нахождения величин $\pi_i^{(1)}$, $\pi_i^{(2)}$, $i = 1, \ldots, n$.

Теорема 1 позволяет сформировать конечные множества D_i, $i = 1, \ldots, n$ вида:

$$D_i = \left\{ \begin{array}{l} \lambda_i = (\lambda_{i,1},...,\lambda_{i,n} | \lambda_{i,j} \in \left(\lambda_{i,j}^{(1)}, \lambda_{i,j}^{(2)}\right), \\ j \neq i, j = 1,...,n, \lambda_{i,i} = -\sum\limits_{j=1,...,n, j\neq i}^{n} \lambda_{i,j} \end{array} \right\}. \quad (20)$$

Отметим, что любая матрица $\Lambda \in Z_0$ обладает свойством: i-ая строка λ_i этой матрицы принадлежит конечному множеству D_i, т.е. $\lambda_i \in D_i$, где $i = 1, \ldots, n$.

Таким образом, задачи, представленные выражениями (16) и (17), являются частными случаями известных задач оптимального управления ОМП с доходом [5], которые решаются вычислительными процедурами с использованием множеств D_i, $i = 1, \ldots, n$.

Теперь укажем алгоритмы решения задач, определяемые выражениями (16) и (17), а следовательно, и (9), (10).

В работе [5] приводится пошаговая процедура решения задачи оптимального управления ОМП с доходом. Эта процедура применительно к задаче (16) состоит из конечного числа циклов по $v = 1, \ldots, n$, где на каждом v-ом цикле выполнятся следующий пошаговый алгоритм, завершающихся за конечное число шагов k_v:

1. На k-ом шаге, используя матрицу $\Lambda(k) = \{\lambda_{i,j}^{(k)}\} \in Z_0$ и вектор $q^{(v)}$ (при $k = 0$ матрица $\Lambda(0)$ является любой матрицей из множества Z_0), решается следующая система линейных уравнений:

$$g^{(v)}(k) = q_i^{(v)} + \sum_{j=1}^{n} \lambda_{i,j}(k) \cdot w_j^{(v)}(k), i = 1,...,n, \quad (21)$$

в которой $g^{(v)}(k), w_j^{(v)}(k), j = 1,...,n-1$ являются неизвестными величинами, а $w_n^{(v)}(k) = 0$.

2. Для каждого i, где $i = 1, \ldots, n$, определяется такая строка $\lambda_i(k+1)$, для которой выполняется соотношение:

$$f(\lambda_i(k+1)) = \min\{q_i^{(v)} + \sum_{j=1}^{n} \lambda_{i,j} \cdot w_j^{(v)}(k) | \lambda_i \in D_i\}. \quad (22)$$

При этом формируется матрица интенсивностей $\Lambda(k+1) \in Z_0$, в которой $\lambda_i(k+1)$, $i = 1, \ldots, n$ являются ее строками, и делается переход к п. 1 алгоритма, где $k=k+1$.

3. Действие алгоритма завершается на шаге k_v, при котором $g^{(v)}(k_v + 1) = g^{(v)}(k_v)$. При этом, выполняется соотношение:

$$\pi_v^{(1)} = g^{(v)}(k_v). \quad (23)$$

Далее делается переход к следующему $(v+1)$-ому циклу и осуществляется вышеприведенный алгоритм до тех пор, когда $(v+1)$ не будет равен n. Таким образом, вычисляется вектор – $\left(\pi_1^{(1)},...,\pi_n^{(1)}\right)$.

Вектор $\left(\pi_1^{(2)},...,\pi_n^{(2)}\right)$ вычисляется также по приведенной процедуре, если в выражении (22) символ «min» заменить на «max».

2.3. Алгоритм решения задачи устойчивости.

Теперь перейдем к алгоритмам решения оптимизационных задач, представленных выражениями (7) и (8). Эти задачи завершают решение задачи устойчивости показателя качества, представленного выражением (1). Задачи (7) и (8) представляют собой задачи линейного программирования, в которых ограничения являются симплексами. Поскольку симплексы в этих задачах имеют специфический вид, то для их решения можно применить упрощенный алгоритм, изложенный в работе [6]. Этот алгоритм не включает в себя процедуру нахождения обратных матриц, которая всегда присутствует в стандартном алгоритме решения задач линейного программирования.

Разработанные алгоритмы реализованы с помощью языка Python в виде программных модулей.

Результатом решения задач (6) и (7) являются векторы π^*, π^{**} и величины $Q(c,\pi^*)$, $Q(c,\pi^{**})$.

Ниже приводится пример решения задачи устойчивости, иллюстрирующий применение изложенных алгоритмов.

Пусть имеется ОМП, которая характеризуется множеством состояний $J = \{1,2,3,4\}$ и матрицей интенсивностей $\Lambda=\{\lambda_{i,j}\}$. Интенсивности матрицы Λ имеют следующие интервальные оценки:

$$[\lambda_{1,2}^{(1)} = 1.2\cdot 10^{-3}, \lambda_{1,2}^{(2)} = 8\cdot 10^{-3}];$$
$$[\lambda_{1,3}^{(1)} = 4\cdot 10^{-2}, \lambda_{1,3}^{(2)} = 6\cdot 10^{-2}];$$
$$[\lambda_{1,4}^{(1)} = 8\cdot 10^{-4}, \lambda_{1,4}^{(2)} = 1.2\cdot 10^{-3}];$$
$$[\lambda_{2,1}^{(1)} = 6.4\cdot 10^{-2}, \lambda_{2,1}^{(2)} = 9.6\cdot 10^{-2}];$$
$$[\lambda_{2,3}^{(1)} = 8\cdot 10^{-3}, \lambda_{2,3}^{(2)} = 1.2\cdot 10^{-2}];$$
$$[\lambda_{2,4}^{(1)} = 8\cdot 10^{-4}, \lambda_{2,4}^{(2)} = 1.2\cdot 10^{-3}];$$
$$[\lambda_{3,1}^{(1)} = 8\cdot 10^{-4}, \lambda_{3,1}^{(2)} = 1.2\cdot 10^{-3}];$$
$$[\lambda_{3,2}^{(1)} = 6\cdot 10^{-2}, \lambda_{3,2}^{(2)} = 7\cdot 10^{-2}];$$
$$[\lambda_{3,4}^{(1)} = 7\cdot 10^{-4}, \lambda_{3,4}^{(2)} = 10^{-3}];$$
$$[\lambda_{4,1}^{(1)} = 6\cdot 10^{-4}, \lambda_{4,1}^{(2)} = 10^{-3}];$$
$$[\lambda_{4,2}^{(1)} = 5\cdot 10^{-4}, \lambda_{4,2}^{(2)} = 8\cdot 10^{-3}];$$
$$[\lambda_{4,3}^{(1)} = 6\cdot 10^{-2}, \lambda_{4,3}^{(2)} = 8\cdot 10^{-2}].$$

«Веса» состояний:
$c_1 = 10^2; c_2 = 5\cdot 10^2; c_3 = 5\cdot 10^3; c_4 = 10^4$.

Размерность указанных интенсивностей – [1/час], «весов» – [денежная единица].

Расчеты, проведенные по указанным выше алгоритмам, дали следующий результат:

$$(\pi_1^{(1)} = 0{,}2974, \pi_2^{(1)} = 0{,}1927, \pi_3^{(1)} = 0{,}2711, \pi_4^{(1)} = 0{,}0085),$$
$$(\pi_1^{(2)} = 0{,}4828, \pi_2^{(2)} = 0{,}3455, \pi_3^{(2)} = 0{,}4061, \pi_4^{(2)} = 0{,}0184),$$
$$\pi^* = [0{,}2974 \quad 0{,}2781 \quad 0{,}4061 \quad 0{,}0184],$$
$$\pi^{**} = [0{,}4828 \quad 0{,}2376 \quad 0{,}2711 \quad 0{,}0085],$$
$$Q(c,\pi^*) = 2383{,}29 \text{ и } Q(c,\pi^{**}) = 1607{,}58.$$

При этом коэффициент устойчивости, определенный выражением (11), примет следующее значение: $K \cong (0{,}38:0{,}3)$, т.е. при среднем относительном изменении интенсивностей на 30% линейная форма изменяется на 38%.

Заключение

В предлагаемой вычислительной процедуре решения задачи устойчивости возникает проблема, связанная с резким возрастание погрешности в вычислениях финальных вероятностей по системе уравнений (14) при большом числе состояний ОМП и при большой разнице в значениях компонент матрицы интенсивностей. Эту проблему можно устранить использованием подхода, основанного на некоторых преобразованиях матрицы интенсивностей. Однако изложение этого подхода является предметом отдельной работы, которая выходит за рамки настоящей статьи.

Библиографический список

1. Половко А.М., Гуров С.В. Основы теории надежности. Санкт-Петербург: БХВ-Петербург, 2006. 699 с.

2. Сухарев М.Г., Карасевич А.Н. Технологический расчет и обеспечение надежности газо- и нефтепроводов. М.: РГУ нефти и газа им. И.М. Губкина, 2000. 272 с.

3. Надежность систем энергетики и их оборудования. Справочник т. 3 «Надежность систем газо- и нефтепроводов», М.: ГУП «Нефть и газ», РГУ нефти и газа им. И.М.Губкина, 2000. 272 с.

4. Ливанов Ю.В. Задача управления технологической системой с учетом надежности. М.: Вычислительный центр АН СССР, 1987. 21 с.: ил.

5. Р. Ховард. Динамическое программирование и Марковские процессы. М.: Советское Радио, 1964. 189 с.

6. Карманов А.В., Орлова К.П. Алгоритм определения риска на опасных производственных объектах // Автоматизация и информатизация ТЭК. 2022. № 2(583). С. 36-40. DOI: 10.33285/2782-604X-2022-2(583)-36-40

References

1. Polovko A.M., Gurov S.V. [Foundations of the dependability theory]. Saint Petersburg: BHV-Peterburg; 2006. (in Russ.)

2. Sukharev M.G., Karasevich A.N. [Engineering simulation and assurance of reliability of gas and oil pipe lines]. Moscow: Gubkin University; 2000. (in Russ.)

3. [Reliability of power engineering systems and their equipment. A reference book, vol. 3, Reliability of gas and oil pipe line systems]. Moscow: GUP Neft i Gaz, Gubkin University; 2000. (in Russ.)

4. Livanov Yu.V. [The problem of controlling a process system taking reliability into consideration]. Moscow: USSR AS Computer Center; 1987. (in Russ.)

5. Howard R. Dynamic programming and Markov processes. Moscow: Sovietskoye Radio; 1964. (in Russ.)

6. Karmanov A.V., Orlova K.P. Risk determining algorithm at hazardous production facilities. Automation and Informatization of the fuel and energy complex 2022;2(583):36-40. DOI: 10.33285/2782-604X-2022-2(583)-36-40. (in Russ.)

Сведения об авторах

Карманов Анатолий Вячеславович – доктор физико-математических наук, старший научный сотрудник, профессор, Российский государственный университет нефти и газа (национальный исследовательский университет) имени И.М. Губкина, проспект Ленинский, дом 65, корпус 1, г. Москва, Российская Федерация, 119991, e-mail: ABKar2007@yandex.ru

Орлова Ксения Петровна – кандидат технических наук, доцент, Российский государственный университет нефти и газа (национальный исследовательский университет) имени И.М. Губкина, проспект Ленинский, дом 65, корпус 1, г. Москва, Российская Федерация, 119991, e-mail: sherksu@mail.ru

Серкин Владислав Евгеньевич – ассистент, Российский государственный университет нефти и газа (национальный исследовательский университет) имени И.М. Губкина, проспект Ленинский, дом 65, корпус 1, г. Москва, Российская Федерация, 119991, e-mail: serkin.ve@gmail.com

Токарев Максим Алексеевич – ассистент, Российский государственный университет нефти и газа (национальный исследовательский университет) имени И.М. Губкина, проспект Ленинский, дом 65, корпус 1, г. Москва, Российская Федерация, 119991, e-mail: maxrus-121@mail.ru

About the authors

Anatoly V. Karmanov, Doctor of Physics and Mathematics, Senior Researcher, Professor, Gunkin University, 65, korp. 1 Leninsky prospekt, Moscow, 119991, Russian Federation, e-mail: ABKar2007@yandex.ru.

Ksenia P. Orlova, Candidate of Engineering, Associate Professor, Gunkin University, 65, korp. 1 Leninsky prospekt, Moscow, 119991, Russian Federation, e-mail: sherksu@mail.ru.

Vladislav E. Serkin, Assistant, Gunkin University, 65, korp. 1 Leninsky prospekt, Moscow, 119991, Russian Federation, e-mail: serkin.ve@gmail.com.

Maksim A. Tokarev, Assistant, Gunkin University, 65, korp. 1 Leninsky prospekt, Moscow, 119991, Russian Federation, e-mail: maxrus-121@mail.ru.

Вклад авторов в статью

Карманов А.В. выполнил анализ литературы по теме исследования и сформировал задачу исследования.

Орлова К. П. предложила метод решения рассматриваемой задачи.

Серкин В.Е. и **Токарев М. А.** разработали алгоритм решения задачи и выполнили расчет примера.

Конфликт интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.