

Анализ погрешностей прогноза для интеллектуальных систем управления и предиктивной диагностики

Prediction error analysis for intelligent management and predictive diagnostics systems

Баранов Л.А.^{1*}, Балакина Е.П.¹, Юнцян Чжан¹
Baranov L.A.^{1*}, Balakina E.P.¹, Yungqiang Zhang¹

¹ Российский университет транспорта, Москва, Российская Федерация

¹Russian University of Transport, Moscow, Russian Federation

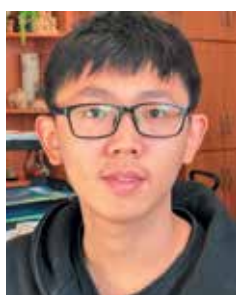
*baranov.mii@gmail.com



Баранов Л.А.



Балакина Е.П.



Юнцян Чжан

Резюме. Использование прогноза случайных сигналов эффективно в интеллектуальных системах управления и предиктивной диагностики. **Цель.** Целью данной статьи является анализ погрешности прогноза случайных сигналов. Разработка рекомендаций выбора параметров экстраполяторов случайных сигналов. **Методы.** Используется математический аппарат теории случайных функций, формализация, принятая в теории импульсных систем, математическое описание экстраполяторов многочленами Чебышева ортогональными на множестве равноотстоящих точек. Коэффициенты прогнозирующего многочлена выбираются по минимуму наименьших квадратов. **Результаты.** Описана математическая модель экстраполятора. Получены расчетные соотношения оценок погрешностей прогноза. Определены максимальная и усредненная по интервалу прогноза относительная среднеквадратическая погрешности экстраполяции. Анализируются погрешности экстраполяции случайных процессов, заданных суммой центрированного стационарного случайного процесса и детерминированной функцией времени. На базе многовариантных расчетов проведены рекомендации, позволяющие выбрать параметры экстраполятора (степень экстраполирующего многочлена, число точек измерения, предшествующих отрезку, на котором осуществляется прогноз, шаг дискретизации прогнозируемой функции) при заданных моделях входных сигналов. **Заключение.** Использование экстраполяторов на базе многочленов Чебышева, ортогональных на множестве равноотстоящих точек, и метода наименьших квадратов позволяет реализовать процедуру расчета прогнозируемых значений случайного процесса с требуемой точностью. При заданных моделях прогнозирующего сигнала разработана методика, позволяющая выбирать параметры экстраполятора (порядок, число точек, участвующих в формировании прогноза, шаг временной дискретизации) для обеспечения требуемой точности.

Abstract. Random signal prediction is efficient for intelligent management and predictive diagnostics systems. **Aim.** The paper aims to analyse the error of random signal prediction. To develop recommendations for the selection of random signal extrapolator parameters. **Methods.** The paper uses the mathematics of the theory of random functions, formalization adopted in the theory of pulse systems, mathematical description of extrapolators with Chebyshev polynomials orthogonal over a set of equally spaced points. The coefficients of the predicting polynomial are selected according to the minimal least squares. **Results.** The paper describes the mathematical model of the extrapolator. Design ratios were obtained for prediction error assessments. The maximum and prediction interval-averaged relative mean square error of extrapolation were defined. The authors analyse the error of extrapolation of random processes defined by the sum of a centred stationary random process and a deterministic time function. Based on diverse calculations, recommendations were defined that allow selecting the parameters of the extrapolator (degree of the extrapolating polynomial, number of test points that precede the prediction interval, discretisation interval of the predicting function) under the specified input signal models. **Conclusion.** The use of extrapolators based on Chebyshev polynomials orthogonal on a set of equally spaced points and the least square method allows implementing a procedure for calculating predicted values of a random process with the required accuracy. Under the specified models of the predicting signal, a method was developed that allows selecting the extrapolator's parameters (order, number of points involved in the generation of the prediction, sample spacing) for the purpose of ensuring the required accuracy.

Ключевые слова: автокорреляционная функция, метод наименьших квадратов, многочлены Чебышева, прогноз, экстраполяция, погрешность прогноза, случайный процесс, шаг временной дискретизации.

Keywords: autocorrelation wavelet, least square method, Chebyshev polynomials, prediction, extrapolation, prediction error, random process, sample spacing.

Для цитирования: Баранов Л.А., Балакина Е.П., Юнцян Чжан. Анализ погрешностей прогноза для интеллектуальных систем управления и предиктивной диагностики // Надежность. 2023. №2. С. 12-18. <https://doi.org/10.21683/1729-2646-2023-23-2-12-18>

For citation: Baranov L.A., Balakina E.P., Yungqiang Zhang. Prediction error analysis for intelligent management and predictive diagnostics systems. Dependability 2023;2: 12-18. <https://doi.org/10.21683/1729-2646-2023-23-2-12-18>

Поступила: 23.03.2023 / **После доработки:** 24.04.2023 / **К печати:** 15.06.2023

Received on: 23.03.2023 / **Revised on:** 24.04.2023 / **For printing:** 15.06.2023

Введение

Экстраполяторы эффективны при использовании в системах с обратной связью как составная часть оператора, преобразующего величину рассогласования в управление [1], в централизованных интеллектуальных системах управления движением поездов метрополитена для прогноза величины случайных возмущений задержки поезда до его прибытия на станцию при расчете управления верхнего уровня, определяющего момент отправления и задаваемое время хода сзади идущего поезда с целью обеспечения его движения без ограничения скорости системами обеспечения безопасности [2].

При известном синдроме состояния объекта и наличии точной информации об измененном сигнале, определяющем величину, характеризующую текущее состояние объекта, экстраполятор, работающий в реальном времени, позволяет реализовать процедуру прогноза состояния объекта, что является важнейшей составляющей системы предиктивной диагностики [3]. Модели экстраполяторов, работающие в реальном времени, алгоритмы их функционирования, методика анализа величин погрешностей прогноза при случайных и детерминированных входных сигналах изложены в работах [4], [5]. В [4], [5], [6] рассматриваются экстраполяторы, величина прогноза в которых рассчитывается по предыдущим значениям измеряемых величин. Прогноз вычисляется с использованием многочленов, ортогональных на множестве равноотстоящих точек (многочлены Чебышева, Кравчука).

В данной статье на базе многовариантных расчетов приведены рекомендации, позволяющие выбирать параметры экстраполятора (степень экстраполирующего многочлена, число точек измерения, предшествующих отрезку, для которого осуществляется прогноз, шаг временной дискретизации прогнозируемой функции) при заданных моделях входных сигналов. Анализируются экстраполяторы, построенные на многочленах Чебышева, ортогональных на множестве равноотстоящих точек, коэффициенты которых вычисляются по методу наименьших квадратов.

Математическая модель экстраполятора на базе многочленов Чебышева

Пусть $x[nT]$ – случайный процесс, значения которого известны в $(M+1)$ -й точке $(n-M+i)T$, $i=0,1,2,\dots,M$, $n=\dots,-2,-1,0,1,2,\dots$ – номер текущей точки на временной

оси, T – шаг временной дискретизации. Если t – текущее время, то $\frac{t}{T} = n + \epsilon$, где $0 \leq \epsilon \leq 1$.

Процедура прогноза позволяет вычислить в момент времени $t=nT$ значение функции при $t > nT$, в частности, в любой точке интервала от nT до $(n+1)T$ по известным значениям $x(t)$ в точках $(n-M+i)T$, $i=0,1,2,\dots,M$.

Функция $z[(n+\epsilon)T]$, $0 \leq \epsilon \leq 1$ является результатом экстраполяции $x(t)$ по известным значениям $x[(n-M+i)T]$, $i=0,1,2,\dots,M$ многочленом степени $l \geq M$, $M=0,1,2,\dots$. В случае, когда $l=M$, значения экстраполирующего многочлена в точках $t=(n-M+i)T$ совпадают со значениями функции $x[(n-M+i)T]$. Коэффициенты многочлена в этом случае вычисляются по формуле Лагранжа [4, 5].

При $M > l$ вычисление результата прогноза (функция $z[(n+\epsilon)T]$ определяется как линейная комбинация многочленов $\varphi_0(t), \varphi_1(t), \dots, \varphi_l(t)$, ортогональных на множестве равноотстоящих точек. Интервал измеренных значений $x(t)$ от t_0 до t_M преобразуем в интервал от 0 до MT , а точки $t_0, t_1, \dots, t_M$ в $i=0,1,\dots,M$ заменой переменных $\bar{t} = \frac{t-t_0}{T}$. Условие ортогональности многочленов на множестве равноотстоящих точек определяется выражением

$$\sum_{i=0}^M \varphi_{k,M}(\bar{t}) \varphi_{r,M}(\bar{t}) = 0 \text{ при } k \neq r, \quad (1)$$

где k, r – соответственно степени многочленов $\varphi_{k,M}(\bar{t})$ и $\varphi_{r,M}(\bar{t})$.

Многочлен $z[(n+\epsilon)T]$ определяется следующим выражением

$$z(\bar{t}) = \sum_{j=0}^l c_j \cdot \varphi_{j,M}(\bar{t}), \quad (2)$$

где c_j – коэффициенты аппроксимации.

Порядком экстраполятора l будем называть степень многочлена $z(\bar{t})$. Коэффициенты c_j выбираются по критерию минимума среднеквадратической погрешности Δ^2 , определяющей близость функции $x(t_i)$ и $z(t_i)$:

$$\begin{aligned} \Delta^2 &= \frac{1}{M+1} \sum_{i=0}^M [x(iT) - z(iT)]^2 = \\ &= \frac{1}{M+1} \sum_{i=0}^M \left[x[(n-M+i)T] - \sum_{j=0}^l c_j \cdot \varphi_{j,M}(i) \right]^2. \end{aligned} \quad (3)$$

Приравняв нулю производную $d\Delta^2/dc_j$, с учетом (3) получаем:

$$c_j = \frac{\sum_{i=0}^M x[(n-M+i)T] \varphi_{j,M}(i)}{\sum_{i=0}^M \varphi_{j,M}^2(i)}. \quad (4)$$

Подставив (4) в (2), получаем результат экстраполяции

$$\begin{aligned} Z[(n+\varepsilon)T] &= \\ &= \sum_{j=0}^l \left[\frac{\sum_{i=0}^M x[(n-M+i)T] \varphi_{j,M}(i)}{\sum_{i=0}^M \varphi_{j,M}^2(i)} \varphi_{j,M}(M+\varepsilon) \right] = \\ &= \sum_{i=0}^M x[(n-M+i)T] \sum_{j=0}^l \frac{\varphi_{j,M}(i) \varphi_{j,M}(M+\varepsilon)}{\sum_{i=0}^M \varphi_{j,M}^2(i)} = \\ &= \sum_{i=0}^M x[(n-M+i)T] L_i^{\varepsilon, \text{KB}, l}[0, \varepsilon], \end{aligned} \quad (5)$$

где

$$L_i^{\varepsilon, \text{KB}, l}[0, \varepsilon] = \sum_{j=0}^l \frac{\varphi_{j,M}(i) \varphi_{j,M}(M+\varepsilon)}{\sum_{i=0}^M \varphi_{j,M}^2(i)}. \quad (6)$$

Как следует из (6), при увеличении порядка экстраполятора с l на $l+1$

$$L_i^{\varepsilon, \text{KB}, l+1}[0, \varepsilon] = L_i^{\varepsilon, \text{KB}, l}[0, \varepsilon] + \frac{\varphi_{l+1,M}(i) \varphi_{l+1,M}(M+\varepsilon)}{\sum_{i=0}^M \varphi_{l+1,M}^2(i)}. \quad (7)$$

Многочлены Чебышева $\varphi_{j,M}(\bar{t})$, следуя [7], получаем из следующего рекуррентного соотношения:

$$\begin{aligned} \bar{t} \varphi_{j,M}(\bar{t}) &= -\frac{(j+1)(M-j)}{2(2j+1)} \varphi_{(j+1),M}(\bar{t}) + \\ &+ \frac{M}{2} \varphi_{j,M}(\bar{t}) - \frac{j(M+j+1)}{2(2j+1)} \varphi_{(j-1),M}(\bar{t}), \end{aligned} \quad (8)$$

при

$$\varphi_{0,M}(\bar{t}) = 1, \varphi_{1,M}(\bar{t}) = 1 - \frac{2\bar{t}}{M}.$$

В табл. 1 приведены выражения $\varphi_{0,M}(\bar{t})$, $\varphi_{1,M}(\bar{t})$, $\varphi_{2,M}(\bar{t})$, $\varphi_{3,M}(\bar{t})$ и $\sum_{i=0}^M \varphi_{j,M}^2(i)$, рассчитанные в соответствии с (8) [4,5].

Табл. 1

Обозначение	Многочлены
$\varphi_{j,M}(\bar{t})$	$\sum_{k=0}^j \left[\frac{(-1)^k C_j^k C_{j+k}^k \prod_{r=0}^{k-1} (\bar{t}-r)}{\prod_{r=0}^{k-1} (M-r)} \right]$
$\varphi_{0,M}(\bar{t})$	1
$\varphi_{1,M}(\bar{t})$	$1 - \frac{2\bar{t}}{M}$
$\varphi_{2,M}(\bar{t})$	$1 - \frac{6\bar{t}}{M-1} + \frac{6\bar{t}^2}{M(M-1)}$
$\varphi_{3,M}(\bar{t})$	$\frac{(M-2\bar{t})}{M(M-1)(M-2)} \left[10\bar{t}^2 - 10M\bar{t} + \right]$ $\left[+ (M-1)(M-2) \right]$

Обозначение	Многочлены
$\sum_{i=0}^M \varphi_{j,M}^2(i)$	$\frac{(j+M+1)!(M-j)!}{(2j+1)M!^2}$

После подстановки в (6) соответствующих многочленов Чебышева, приведенных в табл. 1, получаем

$$\begin{aligned} L_i^{\varepsilon, \text{KB}, l}[0, \varepsilon] &= \\ &= \sum_{j=0}^l \frac{(2j+1)(M!)^2}{(M-j)!(j+M+1)!} \varphi_{j,M}(i) \varphi_{j,M}(M+\varepsilon). \end{aligned} \quad (9)$$

Выражения $L_i^{\varepsilon, \text{KB}, l}[0, \varepsilon]$ для экстраполяции нулевого, первого и второго порядка сведены в табл. 2 [5].

Табл. 2

l	$L_i^{\varepsilon, \text{KB}, l}[0, \varepsilon]$
0	$\frac{1}{M+1}$
1	$\frac{2(M^2 - M + 3M\varepsilon - 3Mi - 6\varepsilon i)}{M(M+1)(M+2)}$
2	$\frac{2(M^2 - M + 3M\varepsilon - 3Mi - 6\varepsilon i)}{M(M+1)(M+2)} -$ $-\frac{5(6\varepsilon(M+\varepsilon) + M(M-1))(6i(M-i) - M(M-1))}{M(M-1)(M+1)(M+2)(M+3)}$

При $M=l$ результаты прогноза совпадают с результатами, полученными при использовании формулы Лагранжа [4, 5].

Анализ прогноза при случайном входном сигнале. Выбор параметров экстраполятора

В качестве моделей входного сигнала рассмотрим стационарные центрированные случайные процессы с различными автокорреляционными функциями:

– процесс с постоянной спектральной плотностью в полосе частот от 0 до ω_0 и равной 0 вне этой полосы

$$R_{xx}(\tau) = G_x^2 \frac{\sin \omega_0 \tau}{\omega_0 \tau} = G_x^2 \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m (\omega_0 \tau)^{2m}}{(2m+1)!}; \quad (10)$$

– процесс, спектральная плотность мощности которого убывает с ростом частоты

$$R_{xx}(\tau) = G_x^2 e^{-\alpha^2 \tau^2} = G_x^2 \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m (\alpha \tau)^{2m}}{m!}; \quad (11)$$

– гармонический сигнал со случайной равномерно распределенной фазой

$$R_{xx}(\tau) = G_x^2 \cos \beta \tau = G_x^2 \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m (\beta \tau)^{2m}}{(2m)!}. \quad (12)$$

В выражениях (10), (11), (12) $G_x^2 = R_{xx}(0)$ – дисперсия случайного процесса; α – показатель, определяющий уменьшение автокорреляционной функции с ростом τ и, следовательно, уменьшение спектральной плотности мощности этого процесса с ростом ω ; β – частота гармонического процесса со случайной фазой.

В том случае, когда для экстраполяции используется $M+1$ точка при шаге временной дискретизации, равном T , временной интервал, используемый для прогноза, равен MT и коэффициент корреляции $k_{кор}$ между случайными величинами в момент $(n-M)T$ и nT равен

$$k_{кор} = \frac{R_{xx}(MT)}{R_{xx}(0)}, \quad (13)$$

где $R_{xx}(MT)$ определяется из (10), (11), (12) при $\tau=MT$.

Приведенные выражения не исчерпывают всего многообразия автокорреляционных функций, однако они позволяют проиллюстрировать методику анализа погрешностей и выбора параметров экстраполятора.

Линейная комбинация этих $R_{xx}(\tau)$ позволяет аппроксимировать множество автокорреляционных функций, встречающихся в технических приложениях [4, 5].

Погрешность экстраполяции на интервале от nT до $(n+1)T$ определяется выражением

$$\begin{aligned} \theta[n, \varepsilon] &= x[(n+\varepsilon)T] - z[(n+\varepsilon)T] = \\ &= x[(n+\varepsilon)T] - \sum_{i=0}^M L_i^{3,l}[0, \varepsilon] \cdot x[(n-M+i)T]. \end{aligned} \quad (14)$$

При случайном стационарном центрированном входном сигнале дисперсия погрешности прогноза [4], [5]:

$$\overline{\theta^2}[n, \varepsilon] = \text{Mat} \{ x[(n+\varepsilon)T] - z[(n+\varepsilon)T] \}^2, \quad (15)$$

где Mat – знак математического ожидания квадрата погрешности.

Из (15) следует [4], [5]:

$$\begin{aligned} \overline{\theta^2}[0, \varepsilon] &= R_{xx}(0) - 2 \sum_{i=0}^M L_i^{3,l}[0, \varepsilon] R_{xx}[(M-i+\varepsilon)T] + \\ &+ \sum_{i=0}^M \sum_{r=0}^M L_i^{3,l}[0, \varepsilon] L_r^{3,l}[0, \varepsilon] R_{xx}[(i-r)T]. \end{aligned} \quad (16)$$

Дисперсия погрешности зависит от ε , что определяется нестационарностью оператора, реализующего экстраполяцию. Разделив правую часть (16) на $R_{xx}(0)$, получаем

$$\begin{aligned} \overline{\delta^2}[0, \varepsilon] &= 1 - \frac{2}{R_{xx}(0)} \sum_{i=0}^M L_i^{3,l}[0, \varepsilon] R_{xx}[(M-i+\varepsilon)T] + \\ &+ \frac{1}{R_{xx}(0)} \sum_{i=0}^M \sum_{r=0}^M L_i^{3,l}[0, \varepsilon] L_r^{3,l}[0, \varepsilon] R_{xx}[(i-r)T], \end{aligned} \quad (17)$$

откуда относительные оценки среднеквадратической погрешности прогноза по отношению к среднеквадратическому значению входного сигнала определяется следующим образом:

$-\sqrt{\overline{\delta^2}[0, \varepsilon=1]} = \sqrt{\overline{\delta^2}}$ – максимальная среднеквадратическая погрешность;

$-\sqrt{\int_0^1 \overline{\delta^2}[0, \varepsilon] d\varepsilon} = \sqrt{\overline{\delta^2}}$ – усредненная на интервале экстраполяции среднеквадратическая погрешность.

После подстановки в (17) $R_{xx}(\tau)$ в форме степенных рядов, получаем

$$\overline{\delta^2}[0, \varepsilon] = \sum_{m=1}^{\infty} a_m [A_{2m}^3[0, \varepsilon] - 2B_{2m}^3[0, \varepsilon]], \quad (18)$$

где

$$a_m = \frac{R_{xx}^{(2m)}(0)}{R_{xx}(0)(2m)!} T^{2m},$$

$$A_{2m}^3[0, \varepsilon] = \sum_{i=0}^M \sum_{r=0}^M L_i^{3,l}[0, \varepsilon] L_r^{3,l}[0, \varepsilon] (i-r)^{2m};$$

$$B_{2m}^3[0, \varepsilon] = \sum_{i=0}^M L_i^{3,l}[0, \varepsilon] (M-i+\varepsilon)^{2m}.$$

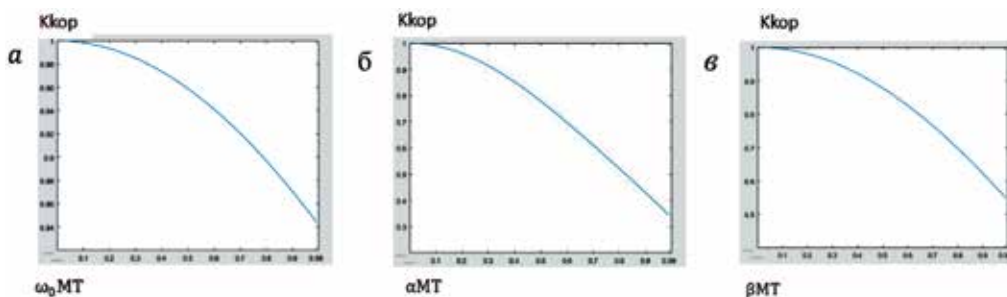
Выражения главного члена сходящегося ряда (17) сведены в табл. 3.

Величины оценок погрешностей рассчитываются при $0 < \omega_0 TM < 1$ для $R_{xx}(\tau)$, определяемой (10), $0 < \alpha TM < 1$ для $R_{xx}(\tau)$ определяемой (11), $0 < \beta TM < 1$ для $R_{xx}(\tau)$ определяемой (12).

Выбор диапазонов определяется приемлемой точностью вычисления погрешностей прогноза при использовании главного члена ряда, когда величины погрешностей не превышающую 40%, что соответствует возможности использования экстраполятора в технических приложениях. Величина M варьируется в диапазоне $l+1 \leq M \leq 100$. При $M=l$ получаем экстраполятор, использующий интерполяционную формулу Лагранжа [4]. Коэффициенты корреляции $k_{кор}$ между случайными величинами, находящимися на временной оси на расстоянии TM рассматриваются

Табл. 3

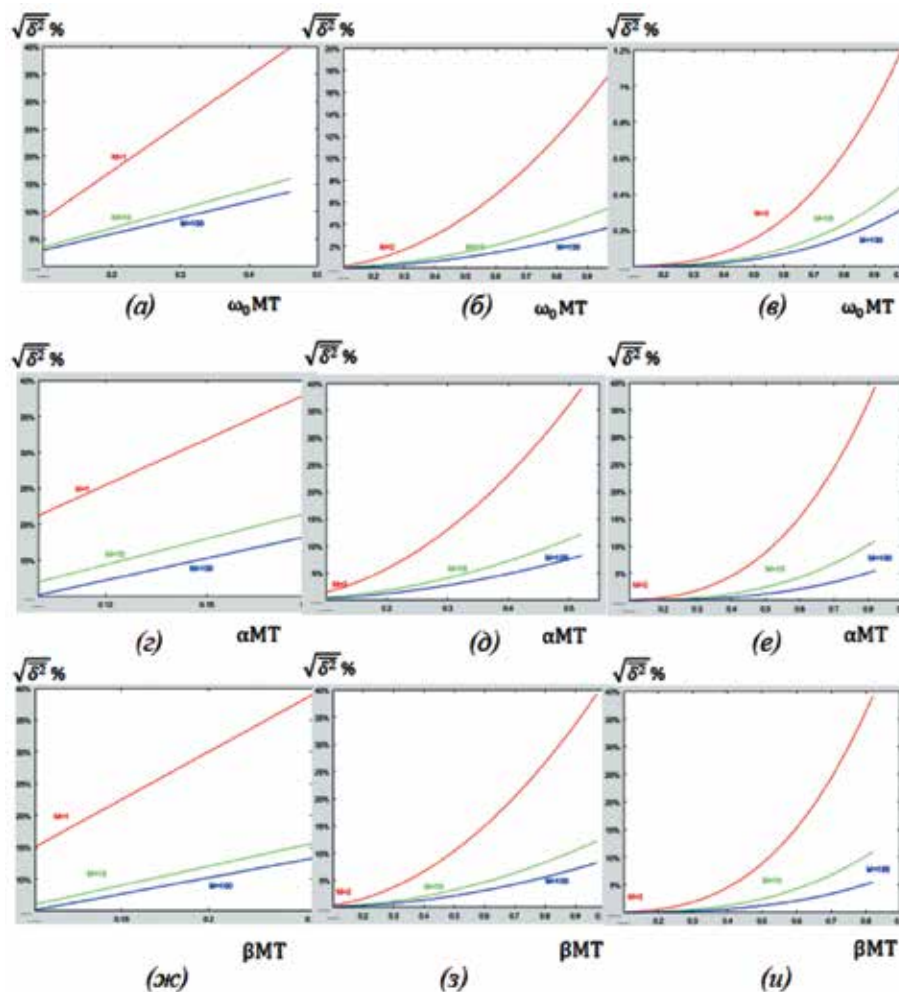
l	Главный член ряда $\overline{\delta^2}[0, \varepsilon]$	$\widetilde{\delta^2}$
0	$-\frac{a_1}{2}(M+2\varepsilon)^2$	$-a_1 \frac{3M^2+6M+4}{6}$
1	$\frac{a_2}{6}(M^2+6M\varepsilon-M+6\varepsilon^2)^2$	$a_2 \left(M^4+4M^3+11M^2+14M+\frac{36}{5} \right)$
2	$-\frac{a_3}{20}(M+2\varepsilon)^2(M^2+10M\varepsilon-3M+10\varepsilon^2+2)^2$	$-a_3 \left(\frac{M^6}{20} + \frac{3M^5}{10} + \frac{39M^4}{20} + \frac{29M^3}{5} + 11M^2 + \frac{56M}{5} + \frac{496}{105} \right)$


 Рис 1. Зависимости $k_{кор}$ от $\omega_0 TM$ (а), αTM (б), βTM (в)

в диапазонах $0,84 \leq k_{кор} < 1$ для (10), $0,3 \leq k_{кор} < 1$ для (11), $0,55 \leq k_{кор} < 1$ для (12). Увеличение TM приводит к увеличению погрешности прогноза. Зависимости $k_{кор}$ от $\omega_0 TM$, αTM и βTM приведены на рис. 1.

Результаты расчета оценок погрешностей $\sqrt{\delta^2}$ и $\sqrt{\delta^2}$ для экстраполятора нулевого ($l=0$), первого ($l=1$) и второго ($l=2$) порядков при моделях стационарного случайного входного сигнала, заданного автокорреляционными функциями (10), (11) и (12) приведены на рис. 2 для $\sqrt{\delta^2}$ и на рис. 3. для $\sqrt{\delta^2}$.

Полученные результаты позволяют при известной модели входного сигнала выбрать параметры экстраполятора (TM , M , l) таким образом, чтобы допустимая величина погрешности не превышала заданной, и имеют физически очевидную трактовку, показывающую уменьшение погрешности прогноза с ростом статистической связи между значениями прогнозируемой функции в точках начала и конца интервала TM , используемого для расчета. Выбор порядка экстраполяции ($l=0,1,2$) и числа точек ($M+1$), участвующих в вычислении прогноза, может быть осуществлен с помощью приведенных графических зависимостей.


 Рис 2. Зависимости $\sqrt{\delta^2}$ соответственно от $\omega_0 MT$ (а, б, в), αMT (г, д, е), βMT (ж, з, и), для экстраполяторов нулевого (а, б, в), первого (г, д, е), второго (ж, з, и) порядков

Особенности выбора параметров экстраполятора при нецентрированном случайном входном сигнале

Рассмотрим модель входного сигнала, заданной суммой центрированного стационарного случайного процесса $x(t)$ и детерминированной функцией $m_x(t)$, где m_x – математическое ожидание.

Операция экстраполяции, определяемая (5) линейна. Действительно,

$$\begin{aligned} z[(n+\varepsilon)T] &= \\ &= \sum_{i=0}^M L_i^{\alpha, \kappa \varepsilon, l} [0, \varepsilon] \{ x[(n-M+i)T] + m_x[(n-M+i)T] \} = \\ &= \sum_{i=0}^M L_i^{\alpha, \kappa \varepsilon, l} [0, \varepsilon] x[(n-M+i)T] + \\ &+ \sum_{i=0}^M L_i^{\alpha, \kappa \varepsilon, l} [0, \varepsilon] (m_x[(n-M+i)T]); \end{aligned}$$

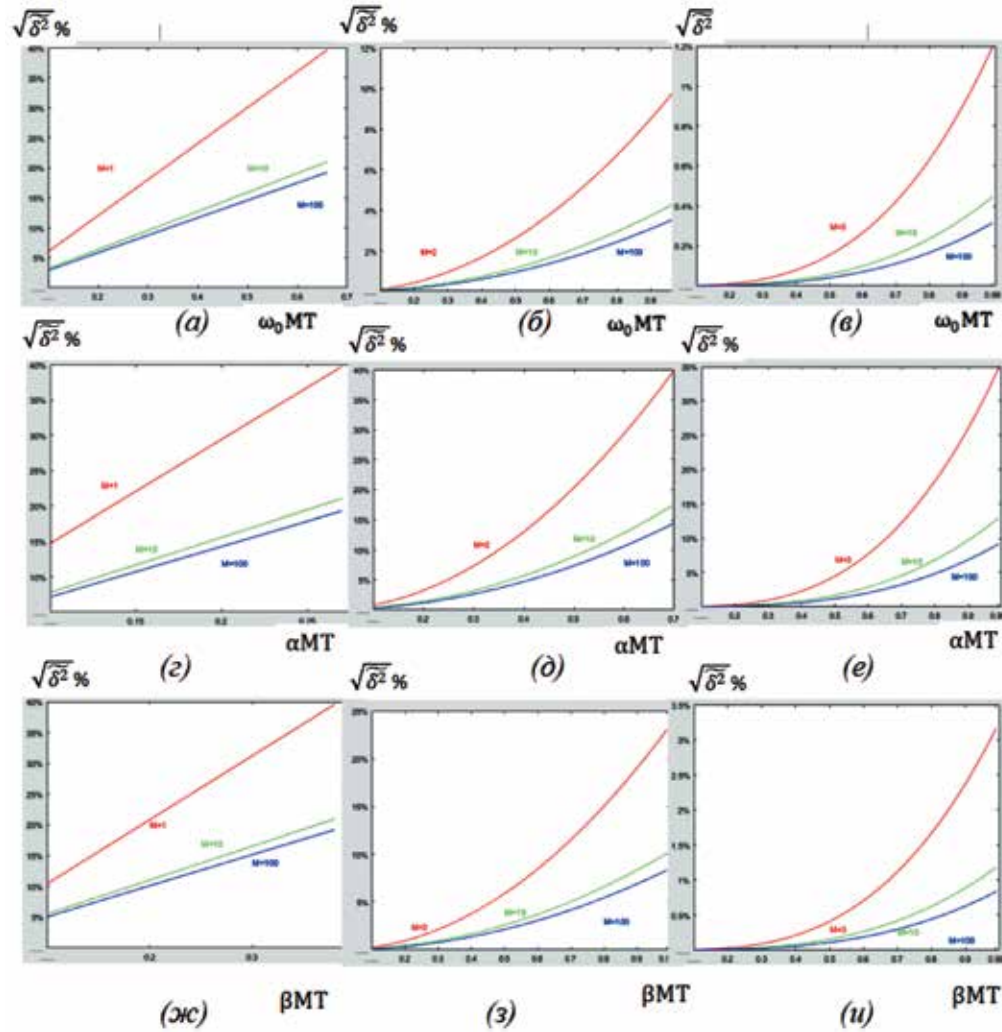


Рис 3. Зависимости $\sqrt{\delta^2}$ соответственно от $\omega_0 MT$ (а, б, в), αMT (г, д, е), βMT (ж, з, и), для экстраполяторов нулевого (а, б, в), первого (г, д, е), второго (ж, з, и) порядков

$$\begin{aligned} z[(n+\varepsilon)T] &= \sum_{i=0}^M L_i^{\varepsilon, K\varepsilon, l} [0, \varepsilon] c x[(n-M+i)T] = \\ &= c \sum_{i=0}^M L_i^{\varepsilon, K\varepsilon, l} [0, \varepsilon] x[(n-M+i)T]. \end{aligned}$$

Если на отрезке $(n-M)T \leq t \leq nT$ функция $m_x(t)$ задана многочленом степени l или меньше, то ее погрешность прогноза экстраполятором порядка l равна 0. В значительном числе приложений степень многочлена, задающего $m_x(t)$ на указанном отрезке, не превышает 2. В этом случае при выборе порядка экстраполятора, равном степени $m_x(t)$, погрешность прогноза математического ожидания равна 0. В иных случаях расчет погрешности прогноза выполняется по формуле (14).

Заключение

Прогноз случайных сигналов эффективно использовать в автоматических системах управления и предиктивной диагностики.

Прогноз величин случайных задержек поездов городского внеуличного транспорта на станциях позволяет реализовать алгоритмы централизованного управления на линии, минимизирующие вредное взаимодействие поездов через систему безопасности, что обеспечивает точное выполнение графика движения и минимизацию расхода энергии на тягу.

Использование экстраполяторов на базе многочленов Чебышева, ортогональных на множестве равноотстоящих точек, и метода наименьших квадратов позволяет реализовать процедуру расчета прогнозируемых значений случайного процесса с требуемой точностью.

При заданных моделях прогнозирующего сигнала разработана методика, позволяющая выбирать параметры экстраполятора (порядок, число точек, участвующих в формировании прогноза, шаг временной дискретизации) для обеспечения требуемой точности.

Библиографический список

1. Баранов Л.А., Пудовиков О.Е., Балакина Е.П. Влияние прогноза рассогласования на качество управления в

замкнутых автоматических системах // Электротехника. 2022. № 9. С. 8-15.

2. Баранов Л.А., Балакина Е.П., Иконников С.Е., Антонов Д.А. Централизованное управление движением поездов городских железных дорог современного мегаполиса // Наука и техника транспорта. 2020. № 1. С. 30-38.

3. Baranov L.A., Balakina E.P., Godyaev A.I. The object according state prediction to diagnostic data // Journal of Physics: Conference Series, Volume 2096, International Conference on Automatics and Energy (ICAE 2021) 7-8 October 2021, Vladivostok, Russia.

4. Баранов Л.А. Квантование по уровню и временная дискретизация в цифровых системах управления. М.: Энергоатомиздат, 1990. 304 с.

5. Баранов Л.А., Балакина Е.П. Прогнозирование случайных процессов на базе многочленов, ортогональных на множестве равноотстоящих точек // Электротехника. 2020. № 9. С. 39-45.

6. Баранов Л.А., Аршинов М.Н. Применение многочленов Кравчука для восстановления дискретизированного случайного сигнала методом наименьших квадратов // Межвузовский сборник научных трудов. М.: МИИТ, 1989. Вып. 811. С. 85-91.

7. Березин И.С., Жидков И.П. // Методы вычислений: Т.1. М.: Физматгиз, 1959. С.464.

References

1. Baranov L.A., Pudovikov O.E., Balakina E.P. [The effect of predicted disagreement on the quality of control in closed loop automatic control systems]. *Elektrotehnika* 2022;9:8-15. (in Russ.)

2. Baranov L.A., Balakina E.P., Ikonnikov S.E., Antonov D.A. Centralized train traffic operation of urban railways of a modern megalopolis. *Science and Technology in Transport* 2020;1:30-38. (in Russ.)

3. Baranov L.A., Balakina E.P., Godyaev A.I. The object according state prediction to diagnostic data. *Journal of Physics: Conference Series*, Volume 2096, International Conference on Automatics and Energy (ICAE 2021) 7-8 October 2021, Vladivostok, Russia.

4. Baranov L.A. [Level quantisation and time discretisation in digital control systems]. Moscow: Energoatomizdat; 1990. (in Russ.)

5. Baranov L.A., Balakina E.P. [Predicting random processes using polynomials orthogonal on the set of equally spaced points]. *Elektrotehnika* 2020;9:39-45.

6. Baranov L.A., Arshinov M.N. [Using the Krawchuk polynomial for regenerating a sampled random signal using the least square method]. In: [Interuniversity collection of science papers]. Moscow: MIIT; 1989;811:85-91. (in Russ.)

7. Berezin I.S., Zhidkov I.P. [Methods of calculation: Vol. 1]. Moscow: Fizmatgiz; 1959. (in Russ.)

Сведения об авторах

Баранов Леонид Аврамович – доктор технических наук, профессор, профессор кафедры «Управление и защита информации», Российский университет транспорта, Москва, Российская Федерация, e-mail: baranov.miit@gmail.com

Балакина Екатерина Петровна — кандидат технических наук, доцент кафедры «Управление и защита информации», Российский университет транспорта, Москва, Российская Федерация, e-mail: balakina_e@list.ru

Юнцянь Чжан – аспирант кафедры «Управление и защита информации». Закончил магистратуры по направлению 27.04.04 Управление в технических системах, Интеллектуальное управление в транспортных системах Российский университет транспорта, Москва, Российская Федерация, e-mail: zyuq0526@yandex.ru

About the authors

Leonid A. Baranov, Doctor of Engineering, Professor, Department of Management and Protection of Information, Russian University of Transport, Moscow, Russian Federation, e-mail: baranov.miit@gmail.com

Ekaterina P. Balakina, Candidate of Engineering, Associate Professor, Department of Management and Protection of Information, Russian University of Transport, Moscow, Russian Federation, e-mail: balakina_e@list.ru

Yungqiang Zhang, Postgraduate Student, Department of Management and Protection of Information. Graduated from the Master's degree program 27.04.04 Technical systems management, Intelligent management in transportation systems, Russian University of Transport, Moscow, Russian Federation, e-mail: zyuq0526@yandex.ru

Вклад авторов в статью

Баранов Л.А. Принципы построения и математическая модель экстраполяторов, случайных сигналов, работающих в реальном времени. Методика выбора параметров экстраполяторов.

Балакина Е.П. Погрешности прогноза экстраполяторов 0, 1 и 2 порядков

Юнцянь Чжан. Расчет погрешности прогноза. Анализ результатов расчета погрешностей прогноза.

Конфликт интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.