

Аналитические методы расчета вероятности и математического ожидания дефицита мощности в задаче определения оптимального резерва мощности в концентрированной энергосистеме

Analytical methods for calculating the probability and mathematical expectation of a power shortage as part of identifying the optimal reserve capacity in a concentrated power system

Обоскалов В.П.^{1, 2}
Oboskalov V.P.^{1, 2}

¹ФГБУН Научно-инженерный центр «Надежность и ресурс больших систем и машин» Уральского отделения Российской академии наук, ²ФГАОУ ВО «Уральский Федеральный Университет», Уральский энергетический институт
¹Research and Engineering Center Dependability and Life of Large Systems and Machines, Urals Branch of the Russian Academy of Sciences, ²Ural Federal University, Ural Power Engineering Institute

vpo1704@mail.ru



Обоскалов В.П.

Резюме. Цель. Рассматриваются методические аспекты оценки оптимального резерва мощности в концентрированной электроэнергетической системе. Определены источники погрешностей формулы Марковича. Показано, что основным требованием по применимости формулы Марковича является допущение об абсолютной надежности дополнительно вводимых резервных энергоагрегатов. Выполнен анализ математических процедур по определению вероятности и математического ожидания (МО) дефицита мощности (ДМ). Предложены формулы, позволяющие аналитически определить МО и дисперсию ДМ. Предложено график плановых ремонтов основного генерирующего оборудования представлять как детерминированную составляющую дополнительной нагрузки, что позволяет перейти от модели случайных процессов к случайным величинам. Показано, что между вероятностью и МО ДМ существует практически линейная функциональная связь, что позволяет оценивать показатели балансовой надежности исходя из интервальной вероятности ДМ.

Abstract. Aim. The paper examines the methodological aspects of estimating the optimal reserve capacity in a concentrated electric power system. The sources of errors in the Markovich formula are identified. It is shown that the key requirement for the applicability of the Markovich formula is the assumption of absolute dependability of additional backup power units. The author analysed the mathematical procedures for identifying the probability and mathematical expectation (ME) of power shortage (PS). He proposed formulas that allow analytically identifying the MO and the PS variance. It is proposed to represent the schedule of scheduled repairs of main generation equipment as a deterministic component of the additional load, which allows abandoning the random processes model in favour of random variables. It is shown that there is an almost linear functional relationship between the probability and the ME of PS, which allows estimating the adequacy indicators based on the interval probability of the PS.

Ключевые слова: электроэнергетическая система, дефицит мощности, показатели балансовой надежности ЭЭС.

Keywords: electrical power system, power shortage, EPS adequacy indicators.

Для цитирования: Обоскалов В.П. Аналитические методы расчета вероятности и математического ожидания дефицита мощности в задаче определения оптимального резерва мощности в концентрированной энергосистеме // Надежность. 2023. №1. С. 56-64. <https://doi.org/10.21683/1729-2646-2023-23-1-56-64>

For citation: Oboskalov V.P. Analytical methods for calculating the probability and mathematical expectation of a power shortage as part of identifying the optimal reserve capacity in a concentrated power system. Dependability 2023;1:56-64. <https://doi.org/10.21683/1729-2646-2023-23-1-56-64>

Поступила 24.10.2022/ После доработки 07.11.2022 / К печати 14.03.2023
Received on: 24.10.2022/ Revised on: 07.11.2022 / For printing: 14.03.2023

Введение

Задача определения оптимального резерва мощности (ОРМ) в электроэнергетической системе (ЭЭС) известна со времен образования ЭЭС и трансформируется во времени, в основном, в направлении совершенствования вычислительных процедур и расширения спектра учитываемых свойств и факторов реально существующих ЭЭС [1–8].

Значимой вехой является решение этой задачи И.М. Марковичем [1], представляемое в виде критерия:

$$\mathcal{F}_{def,T}(R_{onn}) = \frac{c}{T \cdot y_0}, \quad (1)$$

который формулируется следующим образом: ОРМ R_{onn} должен быть таким, чтобы соответствующая ему интервальная (на интервале времени T , например, год) вероятность дефицита мощности (ДМ) $\mathcal{F}_{def,T}(R_{onn})$ обеспечивала равенство (1), где c , y_0 – константы, отражающие затраты (c) на создание и содержание резерва R и удельный ущерб (y_0) от недоотпуска электроэнергии потребителям.

Представленная формула является решением оптимизационной задачи:

$$3(R) = cR + y_0 T m_{def,T}(R) \rightarrow \min, \quad (2)$$

где $m_{def,T}(R)$ – МО на интервале T ДМ, зависящего от резерва мощности $R = G_{yct} - L_{max}$, определенного при заданной максимальной мощности нагрузки L_{max} ; G_{yct} – величина суммарной (с учетом R) установленной генерирующей мощности.

Решение (результатирующая суммарная установленная мощность ЭЭС) оптимизационной задачи (2) не изменится, если в качестве варьируемой переменной принять G_{yct} :

$$3(G_{yct,onn}) = cG_{yct} + y_0 T m_{def,T}(G_{yct}) \rightarrow \min. \quad (3)$$

В представленной постановке задачи константы c , y_0 , как и G_{yct} рассматриваются как некоторые обобщенные величины, не зависящие от вида установленного генерирующего оборудования. Отсюда решение задачи (3) носит обобщенный оценочный характер.

Чаще всего задача выбора ОРМ рассматривается при оценке вариантов развития ЭЭС, где с целью повышения надежности электроснабжения потребителей определяется оптимальное число n_{new} дополнительно (к существующей системе генерации $G_{yct,0}$) устанавливаемых энергоблоков заданного типа с единичной мощностью $G_{a,new}$. При этом варьируемая переменная n_{new} является дискретной величиной, а оптимизационная задача (2) трансформируется к виду задач дискретного программирования:

$$3(n_{new}) = c_{new} n_{new} + y_0 T m_{def,T}(G_{yct,0} + G_{a,new} n_{new}) \rightarrow \min. \quad (4)$$

Частично отображающая удельные капиталовложения константа c_{new} здесь привязывается к конкретному типу энергетического оборудования, что больше соответствует практической направленности задачи.

Расчетная процедура усложняется за счет перехода в многомерное пространство (векторы c_{new} , n_{new}), но не меняется по существу, если рассматривается ввод в эксплуатацию некоторой комбинации энергоагрегатов:

$$3(n_{new}) = c_{new}^T n_{new} + y_0 T m_{def,T}(G_{yct,0} + G_{a,new}^T n_{new}) \rightarrow \min. \quad (5)$$

Представленное в (2) и определенное на интервале T МО недоотпуска электроэнергии $\Delta\mathcal{E} = T m_{def}(G_{yct})$ является аддитивной функцией времени. При дискретности интервала T (например, в виде множества часовых подынтервалов)

$$\Delta\mathcal{E} = \sum_{t \in T} \Delta\mathcal{E}_t = \sum_{t \in T} \tau_t m_{def,t}(L_t, G_{вкл,t})$$

где τ_t – длительность подынтервала t ; $G_{вкл,t} = G_{yct,t} - G_{ав,t} - G_{пл,t}$ – мощность генерирующих устройств, находящихся в состоянии готовности генерации энергии.

Компоненты целевой функции – нагрузка и генерация являются величинами, имеющими случайный характер, вызванный, в основном, суточной и сезонной неравномерностью электропотребления $\Delta L = L_{max} - L(t)$ ошибкой прогноза и случайным характером нагрузки δL , а также аварийно- ($G_{ав}$) и плано- ($G_{пл}$) отключенной генерацией $G_{откл} = G_{ав} + G_{пл}$. При этом функция дефицита мощности (ФД) в произвольный момент времени:

$$\psi = L - G = (L_{max} - \Delta L + \delta L) - (G_{yct} - G_{ав} - G_{пл}) = G_{ав} + G_{пл} + \delta L - \Delta L - R.$$

ДМ наступает тогда, когда случайная составляющая ФД больше установленного резерва мощности R :

$$\varphi = G_{ав} + G_{пл} + \delta L - \Delta L > R. \quad (6)$$

ФД, являясь случайной величиной, характеризуется своей функцией распределения $F_\varphi(x)$ с параметрами: m_φ ; σ_φ . При этом МО дефицита мощности [1, 8]:

$$m_{def} = \int_R^\infty (x - R) f_\varphi(x) dx.$$

Интегрирование по частям позволяет получить иное представление МО ДМ:

$$m_{def} = \int_R^\infty \mathcal{F}_\varphi(x) dx.$$

При этом выражение (2) трансформируется к виду:

$$3(R) = cR + y_0 T \int_R^\infty \mathcal{F}_\varphi(x) dx \rightarrow \min. \quad (7)$$

Формальное дифференцирование (4) по параметру R и приравнивание производной к нулю приводит к критерию Марковича (1) при условии независимости подынтегрального выражения от R . Действительно, в общем виде производная интеграла по параметру имеет вид:

$$\frac{d}{d\alpha} \int_{\chi(\alpha)}^{\psi(\alpha)} f(x, \alpha) dx = f(\psi(\alpha), \alpha) \psi'(\alpha) - f(\chi(\alpha), \alpha) \chi'(\alpha) + \int_{\chi(\alpha)}^{\psi(\alpha)} f'_\alpha(x, \alpha) dx. \quad (8)$$

В нашем случае

$$\frac{d}{dR} \int_R^{\infty} \mathcal{F}_{\varphi}(R, x) dx = -\mathcal{F}_{\varphi}(R) + \int_R^{\infty} \left(\frac{d}{dR} \mathcal{F}_{\varphi}(R, x) \right) dx. \quad (9)$$

В результате критерий Марковича справедлив только при условии

$$\frac{d}{dR} \mathcal{F}_{\varphi}(R, x) = 0,$$

то есть при независимости подынтегральной функции от R : $\mathcal{F}_{\varphi}(R, x) \equiv \mathcal{F}_{\varphi}(x)$.

Проверочные оптимизационные расчеты, выполненные согласно (3), при условии абсолютной надежности дополнительных генерирующих устройств показали абсолютную тождественность критерия (1). Однако при оценке показателей балансовой надежности (ПБН) ЭЭС все исправные, готовые к эксплуатации энергоагрегаты рассматриваются как готовые мгновенно компенсировать небалансы мощности (НМ) в ЭЭС. Это относится и к дополнительно устанавливаемым для обеспечения резерва мощности и энергии энергоагрегатам, то есть они также подвержены отказам и плановым ремонтам, как и все остальные. Отсюда составляющие $G_{ав}$ и $G_{нл}$ случайной величины φ (6) непосредственно зависят от величины резерва R . При этом оптимальное решение (3) в общем случае не соответствует критерию (1).

Погрешность решения в основном зависит от вида функции распределения $\mathcal{F}_{\varphi}(x)$. Представление системы генерации в виде полной свертки биномиальных распределений обеспечивает достаточно точное соблюдение критерия, в то время как при аппроксимации $\mathcal{F}_{\varphi}(x)$ нормальным распределением погрешность критерия (несогласованность левой и правой части (1)) может достигать недопустимо большую величину [9]. Дополнительно следует отметить не учитываемую в целевой функции большую неопределенность параметров c , y_0 [10–13]. Отсюда критерий (1) в практических расчетах может рассматриваться только как оценка надежности ЭЭС при определении необходимого резерва мощности и не может служить основанием для отказа от оптимизационной процедуры (3). Данный вывод распространяется и на интервальную вероятность $\mathcal{F}_{def, T}(R_{onm})$, которую часто предлагается использовать в качестве норматива надежности [14].

Наличие дисперсионной составляющей в формуле определения МО ДМ (9) предопределяет необходимость более детального рассмотрения влияния системы допущений и ограничений на результирующий ОРМ.

Основным математическим аппаратом определения МО и ДМ в ЭЭС является метод Монте-Карло (ММК) [9, 14–16]. Это объясняется возможностями метода моделировать трудно формализуемые вероятностные свойства элементов и подсистем ЭЭС. Однако известен основной недостаток ММК – недопустимо большие (необходимые для получения требуемой точности решения) затраты компьютерного времени, в частности, при использовании ММК в качестве вложенной процедуры

при вариантных расчетах, как это имеет место в задаче оценки вариантов развития ЭЭС. При оценке МО и ДМ число обращений к процедуре статистического моделирования ММК определяется числом интервалов времени неизменности вероятностных параметров генерации и нагрузки (8760 часов при годовом расчетном периоде [14, п.7.2]). Отсюда актуальной представляется замена ММК при определенных допущениях приемлемыми аналитическими процедурами.

Непрерывная случайная нагрузка и детерминированная генерация

Определение МО недоотпуска электроэнергии $\Delta \mathcal{E} = T m_{def, T}(G_{уст})$ является не только самостоятельной задачей при оценке показателей балансовой надежности (БН) ЭЭС, но и подзадачей в ряде оптимизационных или статистических процедур, например, при определении: оптимального резерва мощности в ЭЭС; оптимального плана ремонтов основного оборудования; оптимального распределения ДМ и др. С целью сокращения числа повторяющихся расчетов в качестве подынтервалов дискретности T целесообразно рассматривать интервалы неизменного состава генерирующих агрегатов и неизменных параметров нагрузки (m_L , σ_L). На таких укрупненных интервалах МО ДМ неизменно, $m_{def, t}(L_t, G_{вкл, t}) = idem$.

Неизменность состава генерирующих агрегатов $G_{вкл, t} = const$ наблюдается, например, при условии, что вывод в плановый ремонт энергоблоков осуществляется детерминировано в определенное время, например, в начале суток. Отсюда можно считать, что при условии детерминированности G на таком подынтервале случайной является только нагрузка, как правило, имеющая нормальное (Гауссовское) распределение, $L_t \sim N(m_{L, t}, \sigma_{L, t})$. При этом вероятность ДМ

$$\mathcal{P}_{def} = \mathcal{P}(L > G) = \mathcal{F}_L(G) = 1 - F_L(G).$$

МО ДМ

$$m_{def} = \int_G^{\infty} (x - G) dF_L(x) = \int_G^{\infty} x dF_L(x) - G \mathcal{F}_L(G).$$

В свою очередь, согласно [17], для нормально распределенной нагрузки:

$$\int_G^{\infty} x dF_L(x) = m_L \mathcal{F}_L(G) + \sigma_L^2 f_L(G).$$

В результате

$$m_{def} = (m_L - G) \mathcal{F}_L(G) + \sigma_L^2 f_L(G). \quad (10)$$

Данная формула может быть использована как основная при аналитических расчетах МО ДМ. Как правило, $m_L - G < 0$. Отсюда может сложиться впечатление, что согласно (10) МО ДМ примет отрицательное значение. Однако положительная дисперсионная составляющая делает $m_{def} > 0$. Это определяет значимость дисперсионной составляющей нагрузки.

Аналогичными математическими преобразованиями можно получить дисперсию ДМ:

$$D_{def} = G^2 F(G) - m_{def}^2 + (m_L^2 + \sigma_L^2) \bar{F}_L(G) + \sigma_L^2 [(m_L + G) f_L(G)].$$

Графики нагрузок. Являющаяся функцией времени нагрузка $L(t)$ представляет случайный процесс [3, 6–8, 12, 18, 19], где присутствуют суточные (ΔL_d), недельные (ΔL_w), сезонные (месячные, ΔL_m) периодические циклы отклонения ΔL нагрузки от максимальной на рассматриваемом периоде T мощности L_{max} . В практических расчетах принимается допущение, что данные отклонения являются детерминированными и пропорциональными L_{max} . При этом зависящие от времени графики нагрузки представляются в относительных (отнесенных к L_{max}) единицах. В частности, годовой график нагрузки может быть представлен 52-недельными максимумами; недельный – 7-суточными максимумами; суточный – 24-часовыми нагрузками:

$$\Gamma^Y = \{k_w^Y = L_w^{max} / L_{Y,max}, w = 1, \dots, 52\};$$

$$\Gamma^w = \{k_d^w = L_{w,d}^{max} / L_w^{max}, d = 1, \dots, 7\};$$

$$\Gamma^{wd} = \{k_h^{wd} = L_{w,d,h} / L_{w,d}^{max}, d = 1, \dots, 24\};$$

$$L_{max} = \max_{\forall w} (L_w^{max}); L_w^{max} = \max_{\forall d} (L_{w,d}^{max}); L_{w,d}^{max} = \max_{\forall h} (L_{w,d,h}).$$

При этом результирующий годовой (почасовой) график нагрузки (52·7·24 час), МВт представляется коэффициентами нагрузки $\{k_i\}$:

$$L = \{L_t = k_i L_{max}, t = 1, \dots, T\} = L_{max} \bigcup_{w=1}^{52} \bigcup_{d=1}^7 \bigcup_{h=1}^{24} (\Gamma^Y \Gamma^w \Gamma^{wd}). \quad (11)$$

Однако реально представленный принцип пропорциональности не соблюдается для среднеквадратического отклонения (СКО) часовой нагрузки ($\sigma_{L_t} = k_i \sigma_{L_{max}}$). Дело в том, что изменение нагрузки ЭЭС определяется не тем, что все электроприемники пропорционально снижают свою мощность, а тем, что происходит отключение части электроприемников. В результате неравномерности отключаемой номинальной мощности электроприемников относительный разброс по номинальной мощности включенных электроприемников становится не меньше, а, как правило, больше. По существу, это требует индивидуального задания СКО нагрузки $\{\sigma_{L_t}\}$ для каждого момента (или интервала неизменности статистических параметров) времени.

Другим фактором, требующим дополнительного обоснования применимости принципа пропорциональности СКО, является природа погрешности δL , определяющей СКО $\sigma_{L_{max}}$ годового максимума нагрузки. Основной причиной погрешности δL , как правило, является метеорологический фактор (например, отклонение среднегодовой температуры [14, п. 7.9.4]), который распространяется на все периоды года. Отсюда условно

можно считать, что СКО нагрузки остается неизменным в течение всего расчетного периода, а на каждом интервале постоянства нагрузки и состава генерации нагрузка описывается нормальным Гауссовским распределением с параметрами $m_{L_t} = k_i m_{L_{max}}; \sigma_{L_t} = \sigma_{L_{max}}$.

График плановых ремонтов. Имеющая детерминированный характер плановая составляющая отключенной мощности $G_{пл}(t)$ является одним из основных факторов, заставляющих рассматривать случайное изменение нагрузки и генерации как зависимый случайный процесс [3, 6–8, 12, 18, 19], поскольку, во-первых, выведенный в ремонт энергоблок k не может быть введен в эксплуатацию до окончания ремонтных работ, то есть определяет состав генерирующей системы на последующий период τ_k , а во-вторых, $G_{пл}(t)$ определяется в зависимости от графика нагрузки (ремонтные работы планируются на период минимальных нагрузок). Хронологическая зависимость плановых ремонтов генерирующих агрегатов от годового графика нагрузки определяет зависимость от времени доступной генерации: $G_{вкл}(t) = G_{уст} - G_{пл}(t)$. Отсюда вероятность ДМ $\mathcal{F}_{def}(R_{огм})$ в (1) должна быть определена на множестве случайных процессов, результатом чего является приоритет статистического моделирования по отношению к аналитическим методам. Следует заметить, что стандарт «Методические указания по проведению расчетов балансовой надежности» [14, п. 7.1] предусматривает применение нехронологического метода математического моделирования, что позволяет оперировать со случайными величинами, а не со случайными процессами. Данное требование определяет необходимость адаптации математической модели при переходе от случайных процессов к случайным величинам.

Переход к случайным величинам возможен, если функция распределения $F(x, m, \sigma)$ обладает свойством $F(x + z, m, \sigma) = F(x, m + z, \sigma)$ (а присущее нагрузке нормальное распределение таким свойством обладает). С этой целью мощность $G_{пл}(t)$ следует рассматривать как дополнительную детерминированную нагрузку, согласованную с основным графиком нагрузки. При этом расчетная (суммарная) нагрузка $\tilde{L}(t) = L(t) + G_{пл}(t)$ имеет МО $m_{\tilde{L}}(t) = m_L(t) + G_{пл}(t)$ и неизменное СКО $\sigma_{\tilde{L}}(t) = \sigma_L(t)$. Новая случайная величина учитывает функциональную связь двух случайных процессов, но при определении вероятности и МО дефицита мощности хронологическая взаимосвязь исчезает. При дискретизации расчетного интервала времени нагрузка $\tilde{L}(t)$, а следовательно, и $\Delta \tilde{L}(t) = L_{max} - \tilde{L}(t)$ могут рассматриваться как совокупности независимых случайных величин $\{\tilde{L}(t), t = 1, \dots, T\}; \{\Delta \tilde{L}(t) = L_{max} - \tilde{L}_t, t = 1, \dots, T\}$. В результате переменные $\{G_{ав}(t); \delta L(t); \Delta \tilde{L}(t)\}$ можно рассматривать как независимые случайные величины и перейти от анализа случайных процессов к анализу случайных величин.

Представление $G_{пл}(t)$ как детерминированной величины, определяющей НМ, а следовательно, и ДМ, вынуждает рассматривать расчетный период детально,

без какого-либо эквивалентирования на всех интервалах неизменности $G_{nl}(t)$.

Аналитические методы определения вероятности и МО ДМ

Для каждого момента времени считаются известными параметры функций распределения системы генерации и нагрузки. Система генерации представляет собой совокупность групп однотипных генераторов с заданными числом n_i , мощностью $G_{a,i}$ и вероятностью q_i , $i=1, \dots, n_{gr}$ отказа одного генератора. Принимается, что число аварийно-отключенных (или работоспособных) генераторов в группе описывается биномиальным распределением с параметром q_i (или $p_i=1-q_i$), а нагрузка описывается нормальным распределением. Наличие конечного числа влияющих на результат случайных величин предполагает необходимость свертки вероятностных распределений [2, 18]. Поскольку непрерывной случайной величиной является только одна нагрузка $L \sim N(x, m_L, \sigma_L)$, то для определения МО ДМ при свертке уместно использование (10). С этой целью свертка выполняется только для системы генерации (совокупность дискретных случайных величин), в результате чего формируется вероятностный ряд (ВР) рабочей генерации $\{G_j, p_j, j=1, \dots, N_c\}$. При этом

$$P_{def} = \sum_{j=1}^{N_c} p_j \cdot F_L(G_j, m_L, \sigma_L); \quad (12)$$

$$m_{def} = \sum_{j=1}^{N_c} p_j \cdot \left((m_L - G_j) F_L(G_j) + \sigma_L^2 f_L(G_j) \right). \quad (13)$$

Известно, что число N_c чрезвычайно быстро возрастает по мере увеличения числа групп. В пределе, при числе групп, равном числу n_c генераторов $N_c = 2^{n_c}$ [1, 18]. Возникает задача сжатия ВР. Это реализуется путем объединения членов ВР с одинаковой мощностью генерации, интервального объединения членов ВР и исключения маловероятных событий [1, 20]. Однако при интервальном объединении и исключении маловероятных событий неизбежна погрешность моделирования. Отсюда в качестве альтернативы полной вероятностной свертке групп генераторов могут рассматриваться иные приближенные методы моделирования системы генерации, к числу которых можно отнести: описание системы генерации нормальным распределением; эквивалентирование однотипными генераторами; Грам-Шарлье эквивалентирование и др. При этом для повышения точности моделирования возможно и желательно выделение одной или нескольких групп наиболее мощных генераторов с эквивалентированием остальной системы генерации.

Представление функции распределения системы генерации нормальным распределением является наиболее простым и часто применяемым методом эквивалентирования. Оно основано на том, что нормальное распределение является асимптотически предельным

для биномиального распределения. Отсюда ожидается, что при достаточно большом числе генераторов погрешность эквивалентирования не будет существенной. Критерияльным соотношением здесь является равенство МО и дисперсии суммарной мощности работоспособных генераторов

$$m_{G,\Sigma} = \sum n_j G_j p_j; \quad \sigma_{G,\Sigma}^2 = \sum n_j G_j^2 p_j q_j.$$

Учитывая, что нагрузка также описывается нормальным распределением, следует, что и функция дефицита $\psi=L-G$ описывается нормальным распределением с параметрами:

$$m_\psi = m_L - m_{G,\Sigma}; \quad \sigma_\psi^2 = \sigma_L^2 + \sigma_{G,\Sigma}^2.$$

Принимая во внимание, что ДМ соответствует условию $\psi > 0$, определяются вероятность и МО ДМ:

$$P_{def} = F_\psi(0, m_\psi, \sigma_\psi);$$

$$m_{def} = m_\psi F_\psi(0) + \sigma_\psi^2 f_\psi(0).$$

Эквивалентирование системы генерации группой однотипных агрегатов мощностью G_e и коэффициентом неготовности q_e выполняется исходя из условий равенства располагаемой мощности $G_\Sigma = n_e G_e$; МО и дисперсии отключенной генераторной мощности [8, 9, 21]. При этом:

$$q_e = (\sum n_j G_j q_j) / (\sum n_j G_j);$$

$$G_e = (\sum n_j G_j^2 p_j q_j) / (p_e \sum n_j G_j q_j);$$

$$n_e = \frac{1}{G_e} \sum n_j G_j.$$

При представлении биномиального распределения эквивалентной системы в виде ВР вероятность и МО ДМ определяются по формулам (12), (13).

Применение рядов Грама-Шарлье. Как отмечено в [22], существенное повышение точности оценки показателей БН при описании функции распределения суммы разнотипных (в том числе совокупности непрерывных и дискретных) случайных переменных, наблюдается при применении рядов Грама-Шарлье (Gram-Charlier expansions) [23, 24]:

$$F(x) = \Phi(x) + \sum_{i=3}^r \frac{c_i}{i!} \phi^{(i-1)}(x). \quad (14)$$

Где $\Phi(x)$, $\phi^{(i)}(x)$ – соответственно функция и i -я производная плотности эталонного (как правило, стандартного нормального) распределения; $\{c_i\}$ – коэффициенты ряда Грам-Шарлье; r – максимальный порядок ряда Грама-Шарлье (обычно $r=4$ или 6).

Коэффициенты ряда Грама-Шарлье определяются через центральные моменты $\{\mu_i\}$ или семиинварианты (кумулянты) $\{k_i\}$ результирующего вероятностного распределения:

$$c_0 = 1; c_1 = c_2 = 0; c_3 = -\frac{\mu_3}{\sigma^3} = -\frac{k_3}{\sigma^3}; c_4 = \frac{\mu_4}{\sigma^4} - 3 = \frac{k_4}{\sigma^4}. \quad (15)$$

Деление семиинварианта k_i на σ^i связано с нормированием случайной величины.

Четыре первые кумулянты биномиального распределения (группы генераторов):

$$k_1 = np; k_2 = np(1-p); k_3 = np(p-1)(2p-1); \\ k_4 = -np(p-1)(6p^2-6p+1).$$

Для нормального распределения (нагрузка) $k_1=m$; $k_2=\sigma^2$; $k_i=0, i>2$.

Замена нормального распределения при описании функции НМ рядами Грама-Шарлье существенно улучшает расчеты показателей БН. Однако, как это отмечается многими исследователями, в области малых вероятностей относительная погрешность остается достаточно большой.

Выделение группы (или групп) наиболее значимых (наиболее мощных) генераторов с эквивалентированием оставшейся части генерирующей системы частично позволяет учесть дискретность генерирующей системы. Как показывает практика это приводит к снижению погрешности вероятностного эквивалентирования.

На рис. 1 представлены результаты сравнения описанных выше методов эквивалентирования. В тестовом примере рассматривалась концентрированная генерирующая система, состоящая из 3 групп генераторов: $2 \times 300 + 5 \times 100 + 10 \times 25$ МВт, с коэффициентами неготовности соответственно: 0,05; 0,04; 0,03. МО нагрузки $m_{L_{max}} = 0,8 \cdot G_{расч}$; СКО нагрузки $\sigma_{L_{max}} = 0,05 \cdot m_{L_{max}}$. В качестве эталонного рассматривался метод полной свертки генерирующей системы (М1), который обеспечивал одинаковое с ММК решение. Наилучшим по точности эквивалентирования является метод М2 – Грама-Шарлье с выделением группы наиболее мощных генераторов. При полном эквивалентировании (без выделения особой группы генераторов) погрешность эквивалентирования возрастает (методы М3, М5). Результаты расчета вероятности и МО ДМ по методам М4–М6 значительно хуже результатов по методу Грама-Шарлье, что следует иметь в виду в практических расчетах.

Выделение суточной неравномерности нагрузки

Как отмечалось выше, представление суточного графика нагрузки в виде случайной величины с нормальным распределением приводит к существенной погрешности расчетов суммарных на суточном интервале вероятности и МО ДМ. Более точным является представление суточной неравномерности нагрузки в виде дополнительной генерации, с вероятностным рядом $\{\Delta G_s^{wd} = L_{w,d}^{max}(1-k_s^{wd}), p_s^{wd}\}$, $p_s^{wd} = \tau_s^{wd} / 24$, где $s=1, \dots, S$ – номер интервала неизменности нагрузки на суточном графике.

Нетрудно получить центральные моменты ΔG :

$$m_{\Delta G}^{wd} = \sum \Delta G_s^{wd} p_s^{wd};$$

$$\mu_r = \sum (\Delta G_s^{wd} - m_{\Delta G}^{wd})^r p_s^{wd}; r=1, \dots, 4,$$

а следовательно, и кумулянты $\{k_{\Delta G,1} - k_{\Delta G,4}\}$. Это позволяет приплюсовать полученные величины к кумулянтам основной (или дополнительной) генерации, после чего согласно (15) получить новые коэффициенты $\{c_1 - c_4\}$ ряда Грама-Шарлье.

Расчетная практика показывает, что не менее эффективным инструментарием является свертка ВР суточной неравномерности нагрузки $\{\Delta G_s^{wd}, p_s^{wd}\}$ с ВР выделенной группы или полной совокупности генерирующих агрегатов.

Взаимосвязь интервальных и точечных оценок вероятности и МО ДМ

Конфигурация суточного графика и сезонная неравномерность нагрузки имеют относительно устойчивый характер. При этом искомые ПБН, в основном, зависят от резерва мощности $R = G_{учм} - L_{max}$, причем увеличение R распространяется на все периоды времени года. Отсюда возникает предположение о функциональной зависимости интервальных и точечных оценок вероятности и МО ДМ. Расчетные эксперименты показали, что несмотря на существенную нелинейность функций $\mathcal{F}_{def,T}(R)$ и $m_{def,T}(R)$, между оценками этих функций, полученных для всего расчетного интервала (для всех часов годового периода) и оценками для периода максимальной нагрузки наблюдается практически линейная зависимость (рис. 2 и 3), где пары соответствующих величин получены при относительно широком (но близком к наблюдаемому на практике) диапазоне R . Наличие сильной корреляционной связи между рассматриваемыми величинами позволяет учесть данный фактор и существенно сократить расчеты, ограничиваясь только одним часовым периодом максимальной нагрузки ЭЭС. При этом

$$\mathcal{F}_{def,T}(R) = k_{T/h}^{\mathcal{F}/\mathcal{F}} \mathcal{F}_{def,h}(R, L_{max}),$$

$$M(\Delta \mathcal{E}(R)) = 8760 k_{T/h}^{m/m} m_{def,h}(R, L_{max}),$$

где $k_{T/h}^{\mathcal{F}/\mathcal{F}}$ – коэффициент пропорциональности полученного на основании небольшого числа предварительных расчетов тренда функциональных зависимостей $\mathcal{F}_{def,T}(\mathcal{F}_{def,h})$. Коэффициент дефицита мощности $k_{T/h}^{m/m}$ по своей сущности подобен (но не совпадает) с коэффициентом заполнения графика нагрузки.

Более точные результаты наблюдаются, если в качестве базового (для перехода при оптимизации к другим показателям) расчета принять не час, а сутки, в которых наблюдается годовой максимум нагрузки. Однако коэффициент дефицита мощности $k_{T/d}^{m/m}$ здесь будет иным

$$M(\Delta \mathcal{E}(R)) = 365 k_{d/T}^{m/m} m_{def,d}(R, L_{max}).$$

Линейная зависимость наблюдается не только для однотипных переменных, но и между МО ДМ $m_{def,T}(R)$ и интервальной на расчетном периоде вероятностью $\mathcal{F}_{def,T}(R)$, рис. 4:

$$m_{def,T}(R) = k_{T/h}^{m/\mathcal{F}} \mathcal{F}_{def}(R).$$

В результате многократные расчеты ПБН (например, при выборе оптимального варианта развития ЭЭС) сводятся к предварительному определению взаимных коэффициентов пропорциональности между ПБН (это относится к вероятностям и МО ДМ) и расчету ПБН для режима максимальных нагрузок при разных внешних условиях (R, L_{max}).

Данный вывод распространяется и на связанные с вероятностью и МО ДМ зарубежные ПБН: LOLP (Loss of Load Probability); LOLE (Loss of load expectation) и LOLH (Loss of load hours), EUE (Expected Unserved Energy) [7, 13, 22, 23].

Попарно линейная функциональная связь между вероятностью и МО ДМ позволяет перейти от оптимизационной задачи (2), где существенную неопределенность имеют параметры c, y_0 , к назначению норматива интервальной вероятности $\mathcal{F}_{def}^{norm}$ [14] и проверке условия

$$\mathcal{F}_{def}(R) \leq \mathcal{F}_{def}^{norm}.$$

Безусловно, определение норматива возможно исходя из критерия Марковича (1), но, что более важно, этот норматив может быть изменен в большую или меньшую сторону исходя из опыта эксплуатации ЭЭС применительно к климатическим, социальным и другим внешним условиям. Вывод о значимости нормативов распространяется и на ПБН LOLP, LOLE, LOLH. Переход от одного норматива к другому не представляет проблем [22].

Выводы

- Критерий Марковича в практических расчетах может рассматриваться только как приближенная оценка оптимальной надежности ЭЭС.

- Допущение о нормальном распределении нагрузки при детерминированности генерации позволяет получить аналитическое представление вероятности и МО ДМ в ЭЭС без преобразования непрерывного распределения в дискретное с последующей целочисленной сверткой вероятностных рядов.

- Наилучшим методом для оценки вероятностных параметров ДМ в концентрированной ЭЭС является отдельный учет генерации и нагрузки, плюс полная свертка вероятностных рядов генерирующей мощности.

- Допущение о нормальном законе распределения генерации приводит к недопустимо большой погрешности результирующих вероятностных параметров ДМ.

- Коррекция функции распределения НМ рядом Грама-Шарлье позволяет получить достаточно точное решение и может быть рекомендована для практического использования при большой разнотипности генерирующих устройств, а также при наличии генерации на возобновляемых источниках энергии, где функции вероятностных распределений отличаются от нормального или биномиального распределения генерирующей мощности.

- Между вероятностями и МО ДМ для отличающихся по длительности интервалов годового графика нагрузки существует практически линейная функциональная взаимосвязь. Это позволяет перейти от задачи определения ОРМ в ЭЭС к оценке норматива интервальной



Рис. 1. Вероятность и МО дефицита мощности по отношению к методу М1: М1 – полная свертка ВР генерации; М2 – метод Грам-Шарлье с выделением одной группы; М3 – метод Грам-Шарлье для всех групп генераторов; М4 – Эквивалентирование суточного графика нагрузки нормальным распределением; М5 – эквивалентирование группой эквивалентных генераторов; М6 – эквивалентирование с выделением наиболее мощных генераторов

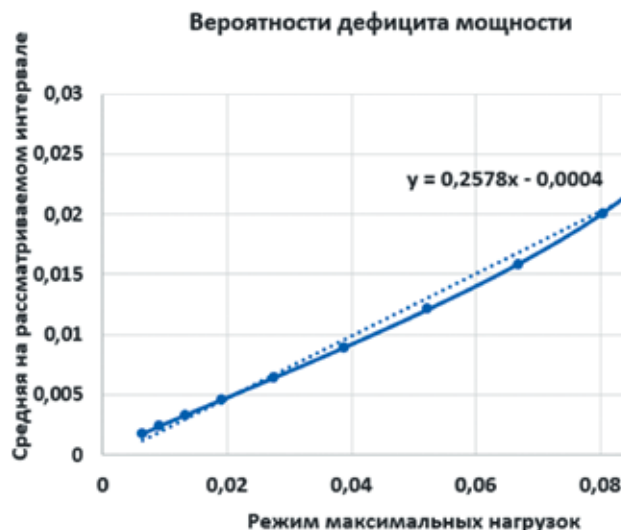


Рис. 2. Зависимость средней на интервале вероятности от вероятности ДМ при максимальной нагрузке

вероятности и проверке условия: вероятность ДМ на рассматриваемом интервале времени не превышает нормативное значение.

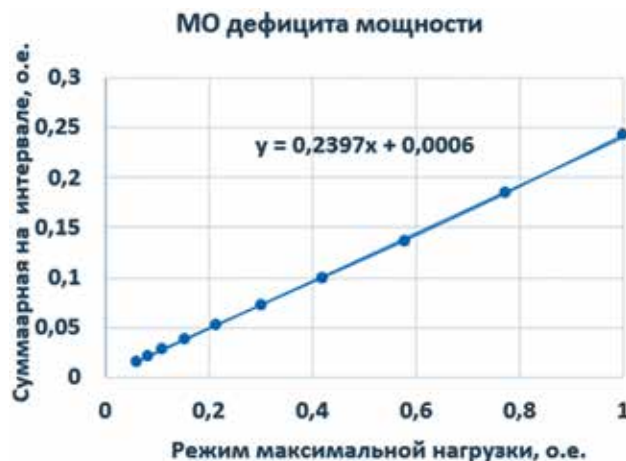


Рис. 3. Зависимость МО суммарного на интервале ДМ от МО ДМ при максимальной нагрузке

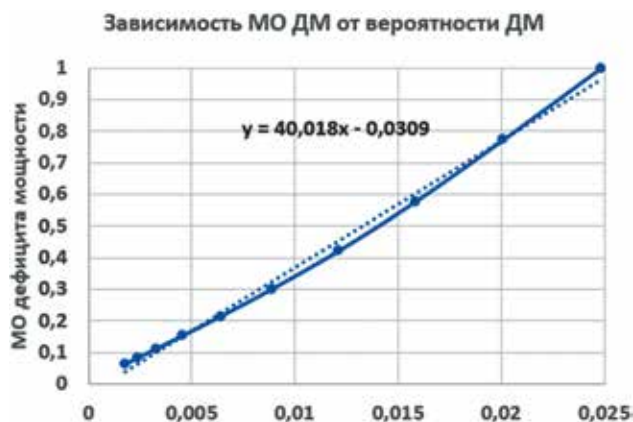


Рис. 4. Зависимость МО ДМ от Интервальной на расчетном периоде вероятности ДМ

Библиографический список

- Маркович И.М. Режимы электроэнергетических систем. М.: Энергия, 1969. 372 с.
- Гнеденко Б.В., Беляев Ю.К., Соловьев А.Д. Математические методы в теории надежности. М.: Наука, 1965. 524 с.
- Руденко Ю.Н., Чельцов М.Б. Надежность и резервирование в энергосистемах. Новосибирск: Наука, 1974. 263 с.
- Биллinton Р., Аллан Р. Оценка надежности электроэнергетических систем: Пер. с англ. М.: Энергоатомиздат, 1988. 288 с.
- Эндрэни Дж. Моделирование при расчетах надежности в электроэнергетических системах. М.: Энергоатомиздат, 1983. 336 с.
- Дубицкий М.А., Руденко Ю.Н., Чельцов М.Б. Выбор и использование резервов генерирующей мощности в электроэнергетических системах. М.: Энергоиздат, 1988. 272 с.
- Надежность систем энергетики (сборник рекомендуемых терминов) / Чельцов М.Б., Воропай Н.И., Илькевич Н.И., Ковалев Г.Ф., Савельев В.А., Славин Г.Б., Федотова Г.А. ИД «Энергия», 2007. 192 с.
- Надежность систем энергетики и их оборудования: Справочник: В 4 т. / Под общ. ред. Ю.Н. Руденко. М.: Недра, 1994. Т. 2: Надежность электроэнергетических систем. Т. 2 / [Н.И. Воропай и др.]; Под ред. М.Н. Розанова. 2000. 564 с.
- Чукреев Ю.Я. Модели обеспечения надежности электроэнергетических систем. Сыктывкар: Коми НЦ УрО РАН, 1995. 176 с.
- Непомнящий В.А. Учет надежности при проектировании энергосистем. М.: Энергия, 1978. 200 с.
- Розанов М.Н. Надежность электроэнергетических систем. М.: Энергоатомиздат, 1984. 198 с.
- Китушин В.Г. Надежность энергетических систем. Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2003. 256 с.
- Чукреев Ю.Я. Сравнение отечественных и зарубежных вероятностных показателей балансовой надежности электроэнергетических систем // Изв. РАН. Энергетика. 2012. № 6. С. 27-38.
- Стандарт АО «СО ЕЭС» СТО 59012820.27.010.005-2018. Методические указания по проведению расчетов балансовой надежности. М.: АО «СО ЕЭС», 2018. 25 с.
- Надежность систем электроэнергетики / Г.Ф. Ковалев, Л.М. Лебедева; отв. ред. Н.И. Воропай; Рос. акад. наук, Сиб. отд-ие, Ин-т систем энергетики им. Л.А. Мелентьева. Новосибирск: Наука, 2015. 222 с.: ил.
- R. Billinton, W. Li. Reliability Assessment of Electric Power Systems Using Monte Carlo Methods. Springer Science+Business Media, New York, 1994.
- Обоскалов В.П. Надежность обеспечения баланса мощности электроэнергетических систем. Екатеринбург: УГТУ-УПИ, 2002. 210 с.
- Руденко Ю.Н., Ушаков И.А. Надежность систем энергетики. М.: Наука, 1986. 252 с.
- Кокс Д., Смит В. Теория восстановления. М.: Советское радио, 1967. 299 с.
- Волков Г.А. Оптимизация надежности электроэнергетических систем. М.: Наука, 1986. 117 с.
- Обоскалов В.П. Резервы мощности в электроэнергетических системах. Свердловск: УПИ, 1989. 92 с.
- NERC. Reliability Assessment Guidebook Version 2.1. Princeton, NJ: North American Electric Reliability Corporation, 2010.
- Vijayamohan P.N. Loss of Load Probability of a Power System. J Fundam Renewable Energy Appl. 2014. Vol. 5: Issue 149. Pp. 1-9. doi: 10.4172/20904541.10001497.

References

- Markovich I.M. [Modes of electrical power systems]. Moscow: Energiya; 1969. (in Russ.)
- Gnedenko B.V., Beliaev Yu.K., Soloviev A.D. [Mathematical methods in the dependability theory]. Moscow: Nauka; 1965. (in Russ.)

3. Rudenko Yu.N., Cheltsov M.V. [Dependability and redundancy in electrical power systems]. Novosibirsk: Nauka; 1974. (in Russ.)

4. Billington R., Allan R. Reliability Evaluation of Engineering Systems. Moscow: Energoatomizdat, 1988.

5. Endrenyi J. Reliability Modelling in Electric Power Systems. Moscow: Energoatomizdat; 1983.

6. Dubitsky M.A., Rudenko Yu.N., Cheltsov M.B. [Selection and use of generating reserves in electrical power systems]. Moscow: Energoatomizdat; 1988. (in Russ.)

7. [Dependability of power system (A collection of recommended terms)]. Moscow: Energia; 2007. (in Russ.)

8. Rozanov M.N. [Dependability of electrical power systems. A reference book]. In: Rudenko Yu.N., editor. [Dependability of energy systems and their equipment. Vol. 2]. Moscow: Energoatomizdat; 2000. (in Russ.)

9. Chukreev Yu. Ya. [Models of ensuring the dependability of electrical power systems]. Syktyvkar: Komi RC of the UrD of the RAS; 1995. (in Russ.)

10. Nepomniashchiy V.A. [Taking into account dependability while designing electrical power systems]. Moscow: Energia; 1978. (in Russ.)

11. Rozanov M.N. [Dependability of electrical power systems]. Moscow: Energoatomizdat; 1984. (in Russ.)

12. Kitushin V.G. [Dependability of power systems]. Novosibirsk: NSTU Publishing; 2003. (in Russ.)

13. Chukreev Yu. Ya. [A comparison of domestic and foreign probabilistic indicators of adequacy of electrical power systems]. *Izvestiya RAN. Energetika* 2012;6:27-38. (in Russ.)

14. [Standard. Guidelines for adequacy calculation]. Moscow; 2018. Available at: www.so-ups.ru.

15. Kovaliov G.F., Lebedev L.M. [Dependability of electrical energy systems]. Novosibirsk: Sibirskaya izdatelskaya firma "Nauka" Akademizdatcentra "Nauka"; 2015. (in Russ.)

16. Billinton R., Li W. Reliability Assessment of Electric Power Systems Using Monte Carlo Methods. Springer Science+Business Media; New York; 1994.

17. Oboskalov V.P. [Reliable assurance of the power balance of electrical power systems]. Ekaterinburg: USTU; 2002. (in Russ.)

18. Rudenko Yu.N., Ushakov I.A. [Dependability of energy systems]. Moscow: Nauka; 1986. (in Russ.)

19. Cox D.R., Smith W.L. Renewal theory. Moscow: Sovetskoye radio; 1967. (in Russ.)

20. Volkov G.A. Optimising the dependability of electrical power systems]. Moscow: Nauka; 1986. (in Russ.)

21. Oboskalov V.P. [Reserve capacity in electrical power systems]. Sverdlovsk: UPI; 1989. (in Russ.)

22. NERC. Reliability Assessment Guidebook. Version 2.1. April 7, 2009.

23. Pillai V.N. Loss of Load Probability of a Power System. *Journal of Fundamentals of Renewable Energy and Applications* 2015;5(1):1-9. DOI: 10.4172/20904541.1000149.

Сведения об авторе

Обоскалов Владислав Петрович – доктор технических наук, профессор, ведущий научный сотрудник ФГБУН Научно-инженерный центр «Надежность и ресурс больших систем и машин» Уральского отделения Российской академии наук, профессор ФГАОУ ВО «Уральский Федеральный Университет», Уральский энергетический институт, Екатеринбург, Российская Федерация, e-mail: vpo1704@mail.ru

About the author

Vladislav P. Oboskalov, Doctor of Engineering, Professor, Lead Researcher, Research and Engineering Center Dependability and Life of Large Systems and Machines, Urals Branch of the Russian Academy of Sciences, Ural Federal University, Ural Power Engineering Institute, Yekaterinburg, Russian Federation, e-mail: vpo1704@mail.ru

Вклад автора в статью

Автором проведен обзор литературы, поставлена задача исследования. Показано, что основным требованием по применимости формулы Марковича является допущение об абсолютной надежности дополнительно вводимых резервных энергоагрегатов.

Выполнен анализ математических процедур по определению вероятности и МО ДМ, предложены формулы, позволяющие аналитически определить МО и дисперсию ДМ. Предложено график плановых ремонтов основного генерирующего оборудования представлять как детерминированную составляющую дополнительной нагрузки. Показано, что между вероятностью и МО ДМ существует практически линейная функциональная связь.

Разработаны программные процедуры и проведены проверочные расчеты для оценки адекватности предлагаемых формул и математических выражений.

Конфликт интересов

Автор заявляет об отсутствии конфликтов интересов.