

Определение априорного распределения наработки на отказ уникальных высокоответственных элементов экспертным методом

Identifying the a priori time-to-failure distribution of unique highly vital elements using the expert method

Бочков А.В.¹

Bochkov A.V.¹

¹АО «НИИАС», Москва, Российская Федерация

¹JSC NIIS, Moscow, Russian Federation

a.bochkov@gmail.com



Бочков А.В.

Резюме. Цель. Систематические отказы в отличие от случайных отказов аппаратных средств не могут быть описаны математическим аппаратом теории вероятностей и теории надежности. Однако именно такие отказы составляют наибольшую проблему, вследствие своей непредсказуемости. Выходом в случае описания систематических отказов уникальных высокоответственных систем становится подход, заключающийся во введении в рассмотрение количественных критериев выполнения объектом во времени требуемых функций, устанавливаемых, например, заданием для каждой функции набора параметров, характеризующих способность ее выполнения, и допустимых пределов изменения значений этих параметров. Целью статьи является разработка подхода к использованию экспертного оценивания для установления вида и параметров распределения наработки на отказ уникальных высокоответственных элементов. Рассмотрен подход к определению априорного распределения наработки на отказ уникальных высокоответственных элементов методом парных сравнений, полезный для повышения точности показателей их надежности. **Методы.** Использованы методы анализа иерархий, нечеткой логики и теории перестановок. Введены нечеткие переменные, степени принадлежности которым интерпретируются как субъективные вероятности нахождения наработки на отказ и ее характеристик в различных временных интервалах. Предложен метод учета точности экспертного оценивания и метод решения задачи группового выбора.

Abstract. Aim. Systematic failures, unlike random hardware failures, cannot be described using the mathematics of the probability theory and the dependability theory. However, such failures are the biggest problem due to their unpredictability. In the case of describing systematic failures of unique highly vital systems, a solution is presented by an approach that involves taking into account the quantitative criteria of functional performance of a facility in time that are defined, for example, by prescribing a set of parameters for each function that characterize its ability to perform, as well as acceptable limits for such parameters' variation. The paper aims to develop an approach to the use of expert evaluation for the purpose of identifying the type and parameters of the distribution of the time to failure of unique highly vital elements. The author examined an approach to determining the a priori distribution of the time to failure of unique highly vital elements by pairwise comparison that would be useful for improving the accuracy of their dependability indicators. **Methods.** Hierarchy analysis, fuzzy logic and permutation theory were used. Fuzzy variables were introduced, the degrees of belonging to which are interpreted as subjective probabilities of the time to failure and its characteristics within different time intervals. Methods were proposed for accounting for the accuracy of expert evaluation and for solving the cluster sampling problem.

Ключевые слова: уникальные высокоответственные элементы, распределение наработки на отказ, экспертные методы, метод парных сравнений, перестановки, кривые Пирсона.

Keywords: unique highly vital elements, time-to-failure distribution, expert methods, pairwise comparison method, permutations, Pearson curves.

Для цитирования: Бочков А.В. Определение априорного распределения наработки на отказ уникальных высокоответственных элементов экспертным методом // Надежность. 2023. №1. С. 13-23. <https://doi.org/10.21683/1729-2646-2023-23-1-13-23>

For citation: Bochkov A.V. Identifying the a priori time-to-failure distribution of unique highly vital elements using the expert method. Dependability 2023;1:13-23. <https://doi.org/10.21683/1729-2646-2023-23-1-13-23>

Поступила 22.11.2022/ После доработки 08.12.2022 / К печати 14.03.2023
Received on: 22.11.2022/ Revised on: 08.12.2022 / For printing: 14.03.2023

1. Введение

Для контроля потенциально опасных процессов в наше время используются современные системы безопасности, срабатывающие в случае сбоя. В случае аварии такие системы, к примеру, отключают оборудование, блокируют подачу опасных веществ, обеспечивают охлаждение и открывают редукционные клапаны. Для снижения рисков, исходящих от установки, системы безопасности должны быть надежными и сами работать без сбоев. Для оценки риска выхода системы из строя существуют нормы функциональной безопасности МЭК 61508 и МЭК 61511. Они описывают методы для оценки риска выхода из строя современных систем, зачастую с программным управлением, и для определения мер по снижению рисков. Согласно МЭК 61508, функциональная безопасность (functional safety) относится к системам, отвечающим за функции безопасности, выход из строя которых создает значительные риски для людей и окружающей среды. Чтобы добиться функциональной безопасности, система в случае аварии должна привести оборудование в безопасное состояние или обеспечить сохранение такого состояния.

Для обеспечения функциональной безопасности необходимо сначала определить функции безопасности (safety functions), необходимые для снижения риска управляемого оборудования, а также для достижения и сохранения этим оборудованием безопасного состояния (например, функции противоаварийной защиты). Далее, система управления должна обладать свойством так называемой полноты безопасности (safety integrity), под которым тот же МЭК 61508 подразумевает вероятность того, что система будет корректно выполнять функции безопасности при всех заданных условиях в течение заданного интервала времени. При обеспечении полноты безопасности учитываются два типа отказов: случайные (random failures) и систематические (systematic failures).

Случайные отказы вызваны выходом из строя аппаратных компонентов и парируются такими методами, как резервирование, самодиагностика, физическое и электрическое разделение компонентов, повышение устойчивости к внешним воздействиям и т.п.

Систематические отказы вызваны ошибками проектирования, в том числе, и ошибками программного обеспечения. Устранение систематических отказов возможно путем совершенствования процессов проектирования и разработки, тестирования, управления конфигурацией, проектного менеджмента и т.п. Кроме того, поскольку классическое резервирование не позволяет избежать систематических отказов, применяется так называемое диверсное (diversity) резервирование, когда резервные каналы разработаны с применением различного программного и аппаратного обеспечения, то есть подразумевается наличие двух или более резервных систем или элементов для выполнения одной определенной функции, при котором разные системы или элементы наделяются различными признаками таким образом,

чтобы уменьшалась возможность отказа по общей причине, включая общий отказ.

Случайные отказы аппаратных средств хорошо описываются математическим аппаратом теории вероятностей и теории надежности [1, 2] в случае наличия представительной статистики по отказам на наработку. Однако для контроля выполнения требований к таким уникальным высокоответственным элементам, как элементы ядерных реакторов [3], авиационной и ракетно-космической техники [4], газового оборудования [5] и т.п., требуется оценивать малые (менее 0,01) вероятности отказа на заданную наработку. В условиях, когда статистика отказов таких элементов в эксплуатации практически отсутствует, для оценки показателей надежности с приемлемой точностью необходим закон распределения наработки на отказ. Это позволяет, в частности, воспользоваться в дальнейшем методами объединения информации [6], например, байесовскими методами объединения априорной информации и данных наблюдений [7].

Определение распределения наработки на отказ относится к сложно формализуемым задачам (достаточно точные математические модели для ее решения в большинстве случаев отсутствуют [3, 8]). Для уникальных высокоответственных элементов отсутствует также и достаточно представительная статистика по их отказам [5]. Поэтому для получения априорного распределения наработки на отказ элемента в заданных условиях эксплуатации целесообразно использовать экспертное оценивание [9]. Необходимость использования неформального опыта, учета физической природы отказов вызывается и тем, что, как показывает имитационное моделирование различных законов распределения, малые выборки с одними и теми же средними могут привести к значительным различиям в описании хвостов распределений, что существенно влияет на точность определения показателей надежности уникальных высокоответственных элементов.

2. Постановка задачи

Пусть $F(t) = P(T < t)$ – закон распределения наработки на отказ, T – случайная величина наработки на отказ элемента. Выделим на временной оси n интервалов, в которых предполагаются отказы рассматриваемого элемента. Произвольный элемент из некоторой генеральной совокупности в процессе эксплуатации может отказать в z -м ($z = 1, 2, \dots, n$) интервале – его возможном состоянии. Нарботка на отказ связана с дискретным состоянием элемента соотношением

$$t = t_0 + \Delta t \cdot z, \quad (1)$$

где t_0 – максимальная наработка, до которой отказы элемента еще не наблюдаются; Δt – продолжительность временного интервала, соответствующего дискретному состоянию элемента. Тогда непрерывной случайной величине T наработки на отказ элемента с плотностью распределения вероятностей $f_T(t)$ соответствует дискрет-

ная случайная величина Z , описываемая гистограммой $\tilde{f}_Z(z)$. В свою очередь, заданной каким-либо способом дискретной случайной величине Z можно поставить в соответствие непрерывную случайную величину T .

Необходимо получить методами экспертного оценивания предполагаемое распределение наработки на отказ элемента.

3. Метод решения

Задача получения гистограммы $\tilde{f}_Z(z)$ может быть решена методом парных сравнений (анализа иерархий) [10], разработанным Т. Саати [11]. Эксперту поочередно предъявляют все пары состояний элемента, и он каждый раз устанавливает, какое из них предпочтительнее по возможности нахождения наработки на отказ элемента в них. При оценивании эксперты учитывают: имеющиеся данные по всем видам испытаний элемента на надежность и его отказам в эксплуатации; свои знания по физике отказов элементов в различных условиях эксплуатации; свой опыт в оценивании показателей надежности подобных элементов различными методами и другие факторы.

Результатом оценивания является матрица парных сравнений $\mathbf{B} = (b_{ij})$, где

$$b_{ij} = \begin{cases} 2, & \text{если } i \succ j; \\ 1, & \text{если } i \approx j; \quad (i, j = 1, \dots, n), \\ 0, & \text{если } i \prec j; \end{cases}$$

где i, j – сравниваемые состояния элемента из n возможных.

В качестве относительных весов, характеризующих возможность нахождения элемента в каждом состоянии, принимают составляющие нормированного максимального собственного вектора q матрицы парных сравнений \mathbf{B} .

Наиболее предпочтительной для решения поставленной задачи является модификация метода – метод парных сравнений по качественному признаку с количественной оценкой предпочтений. Эксперт в процессе парных сравнений и заполнения матрицы \mathbf{B} не только выбирает в каждой паре предпочтительное состояние, но и указывает, во сколько раз это состояние по возможности нахождения наработки на отказ элемента в нем предпочтительнее, чем в другом состоянии пары. Метод не требует обязательной транзитивности предпочтений эксперта, а обработка матриц парных сравнений легко реализуема на ЭВМ. Однако метод не имеет четкой физической интерпретации и не обладает возможностью трактовки получаемых оценок q как субъективных вероятностей [12]. Это затрудняет использование хорошо разработанного в теории вероятностей и математической статистике понятийного и математического аппаратов для дальнейших операций с полученными результатами. Поэтому дополним метод нечеткой моделью [10].

Введем следующие нечеткие переменные:

«Возможная наработка на отказ» (основная) – для оценки возможности нахождения наработки на отказ в различных временных интервалах, т.е. плотности распределения вероятностей $f_i(t)$;

Могут быть также введены вспомогательные нечеткие переменные для решения частных задач, таких как калибровка – уточнение параметров полученного с помощью первой нечеткой переменной распределения, оценка точности экспертного оценивания и др.;

«Предполагаемая средняя наработка на отказ» – для оценки средней наработки на отказ t_{cp} ;

«Наиболее вероятная наработка на отказ» – для оценки моды распределения.

Пусть рассматриваемая нечеткая переменная определена на дискретном множестве $Z = \{z\}$ из n возможных состояний элемента. Нечеткое множество \tilde{Z} на множестве Z представляет собой совокупность пар $\tilde{Z} = \left\{ \frac{\mu_Z(z)}{z} \right\}$, где $\mu_Z(z)$ – функция принадлежности наработки на отказ элемента нечеткому множеству, смысл которого формализован выбранной нечеткой переменной. Функцию принадлежности составляют степени принадлежности (относительные веса q_z) состояний $z \in Z$ множеству \tilde{Z} . Их будем трактовать как субъективные вероятности нахождения наработки на отказ в состоянии z . Под субъективной вероятностью понимается оценка вероятности (относительного веса) нахождения наработки на отказ в некотором временном интервале, полученная в результате обработки мнений экспертов, а не математически по статистическим данным о частоте попадания отказов в этот временной интервал, как в случае объективной вероятности.

Бóльшие значения $\mu_Z(z)$ соответствуют состояниям, в бóльшей степени отвечающим смыслу выбранной нечеткой переменной (т.е. с бóльшей вероятностью нахождения наработки на отказ элемента в этом состоянии, интервале).

Так как обычно $n \geq 4$, то для нахождения составляющих нормированного максимального собственного вектора рекомендуют приближенный способ [13]. Для этого вводят нормированный собственный вектор $q^{(r)} = Bq^{(r-1)}$ матрицы парных сравнений, где r – номер шага алгоритма приближенных вычислений. Тогда в качестве относительных весов примем составляющие нормированного вектора на r -м шаге итераций, определяемые по формуле

$$\hat{q}^{(r)} = \frac{B\hat{q}^{(r-1)}}{\lambda^{(r)}},$$

где $\lambda^{(r)}$ – сумма составляющих вектора $B\hat{q}^{(r-1)}$, или

$$\hat{q}^{(r)} = \frac{1}{\lambda^{(r)}} \sum_{j=1}^m b_{ij} \hat{q}^{(r-1)}; \quad \lambda^{(r)} = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m b_{ij} \hat{q}^{(r-1)}$$

до достижения заданной точности ε . Требуемую точность вычислений составляющих собственного вектора

устанавливают заранее (принимая в дальнейших расчетах $\varepsilon = 0,0001$), останавливая расчеты на шаге r при выполнении n условий $|\hat{q}^{(r-1)} - \hat{q}^{(r)}| \leq \varepsilon \quad \forall i$.

4. Порядок экспертного оценивания и интерпретация его результатов

Экспертное оценивание избранным методом целесообразно начать с построения функции принадлежности возможной наработки на отказ элемента нечеткому множеству, смысл которого формализован первой нечеткой переменной. Для этого вначале следует указать предполагаемый в первом приближении диапазон возможной наработки на отказ элемента: тройку $t_0, \Delta t, n$. Путем опроса экспертов относительно того, насколько, по их мнению, состояние i более соответствует смыслу нечеткой переменной «Возможная наработка на отказ», чем состояние j , получают матрицу парных сравнений B . При заполнении матрицы B эксперт с помощью шкалы Т. Саати [11] (табл. 1) сравнивает все пары дискретных состояний по возможности отказа элемента в них. Таким образом, для выставления оценок b_{ij} эксперт фактически сравнивает между собой предполагаемые плотности вероятности нахождения наработки на отказ (частоты отказов) в различных временных интервалах.

В результате обработки матрицы B получим функцию принадлежности $\mu_{\tilde{Z}}(z)$ наработки на отказ нечеткому множеству \tilde{Z} , смысл которого формализован нечеткой переменной «Возможная наработка на отказ». Функция принадлежности образуется степенями принадлежности, в качестве которых принимаем компоненты нормализованного максимального собственного вектора

матрицы B . Будем интерпретировать эту функцию как гистограмму $\tilde{f}(z)$ наблюдаемой случайной величины наработки на отказ элемента, включающей погрешность ее экспертного оценивания. С помощью этой гистограммы можно определить вид и параметры наблюдаемого распределения наработки на отказ, в частности, дать приближенную оценку наблюдаемой средней наработки на отказ $\tilde{m}'_{cp} = \sum_{z=1}^n z \cdot \tilde{f}(z)$ и наблюдаемой дисперсии наработки на отказ $(s')^2 = \sum_{z=1}^n (z - \tilde{m}'_{cp})^2 \cdot \tilde{f}(z)$.

Переходя по (1) к переменной t получим, соответственно

$$\tilde{t}'_{cp} = \sum_{z=1}^n t_z \cdot \tilde{f}(z) \quad (2)$$

и

$$(s'_t)^2 = \sum_{z=1}^{n_t} (t - \tilde{t}'_{cp})^2 \cdot \tilde{f}(z), \quad (3)$$

где t_z – значение наработки, соответствующей середине z -го временного интервала.

Пример 1. Эксперту предложено оценить распределение наработки на отказ элемента в семи временных интервалах длительностью по 2 года каждый, начиная с 6-го года его эксплуатации. Матрица парных сравнений B суждений эксперта относительно распределения возможной наработки на отказ элемента представлена на рис. 1а.

Необходимо определить вид и параметры формы предполагаемого распределения наработки на отказ.

Решение. В результате обработки матрицы B_1 приближенным методом получаем компоненты нормиро-

Табл. 1. Модифицированная шкала парных сравнений Т. Саати

Степень предпочтения b_{ij}	Определение	Пояснение
1	Состояния равновозможны	Возможность нахождения (средней либо наиболее вероятной)* наработки на отказ элемента на обоих интервалах сравниваемой пары одинакова
2	Промежуточное значение	
3	Слабое превосходство	Опыт эксперта позволяет считать возможность нахождения (средней либо наиболее вероятной) наработки на отказ элемента в первом интервале пары несколько выше, чем во втором
4	Промежуточное значение	
5	Сильное превосходство	Эксперт считает, что возможность нахождения (средней либо наиболее вероятной) наработки на отказ элемента в первом интервале пары определено выше, чем во втором
6	Промежуточное значение	
7	Явное превосходство	Эксперт считает, что возможность нахождения (средней либо наиболее вероятной) наработки на отказ элемента в первом интервале пары явно выше, чем во втором, и имеющаяся статистика отказов анализируемых элементов в подобных условиях, а также расчеты на моделях это подтверждают
8	Промежуточное значение	
9	Абсолютное превосходство	У эксперта нет никаких сомнений относительно того, что возможность нахождения (средней либо наиболее вероятной) наработки на отказ элемента в первом интервале пары абсолютно выше, чем во втором

* Здесь и далее в табл. 1 текст в скобках относится только ко второй либо к третьей нечеткой переменной.

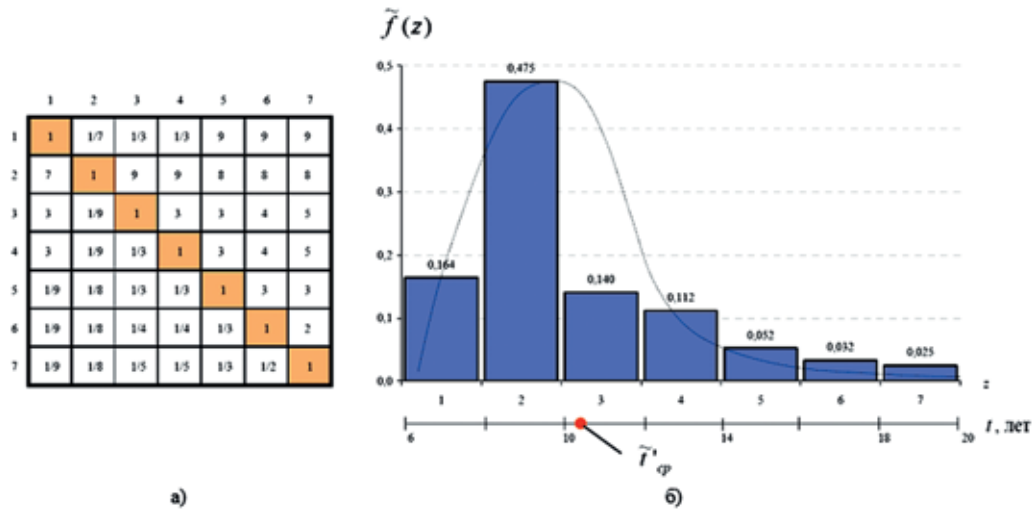


Рис. 1. Матрица парных сравнений возможной наработки элемента на отказ (а) и соответствующая ей гистограмма наблюдаемой наработки (б)

ванного собственного вектора q_z , имеющие смысл относительных весов (вероятностей) нахождения элемента в определенных интервалах z на оси времени t , т.е. гистограмму $\tilde{f}(z)$ наработки элемента на отказ (рис. 1б).

Средняя наработка на отказ определится по формуле (2) и составит $\tilde{t}'_{cp} = 7 \cdot 0,164 + 9 \cdot 0,475 + 11 \cdot 0,140 + 13 \cdot 0,112 + 15 \cdot 0,052 + 17 \cdot 0,032 + 19 \cdot 0,025 = 10,22$ года, а среднее квадратическое отклонение наработки на отказ с учетом (3) составит $S'_t = 3,99$ года.

Вид априорного распределения наработки на отказ, соответствующего полученной экспертно гистограмме, можно определить различными методами: моментов, с помощью статистических критериев для проверки гипотезы о виде закона распределения и др. Однако применение известных критериев согласия (Пирсона, Колмогорова, Шапиро, Уилка, Бартлетта, Манна и др.) требует получения ответа на вопрос: какому числу данных статистических наблюдений эквивалентны

результаты экспертного оценивания наработки на отказ группой экспертов? Поэтому воспользуемся методом моментов. При выравнивании «статистических» рядов этим методом часто пользуются системой кривых Пирсона [14]. Значения координат полученного в виде гистограммы $\tilde{f}_t(t)$ распределения на диаграмме (рис. 2) составляют $\beta_1 = 1,641$ и $\beta_2 = 4,250$. Таким образом, полученное экспертно распределение наработки на отказ может быть выровнено распределением из семейства J-образных бета-распределений (рис. 2).

Рассмотрим теперь нечеткую переменную «Предполагаемая средняя наработка на отказ», указав экспертам с помощью информации о \tilde{t}'_{cp} и гистограмме $\tilde{f}_t(t)$ диапазон ее возможных значений $t_2, \Delta t_2, n_2$. При повторном оценивании эксперты сравнивают пары возможных интервалов по возможности нахождения средней наработки на отказ в них. В результате обработки сформированной таким образом матрицы парных сравнений B_2 получим гистограмму $\tilde{f}_2(z)$ дискретной случайной величины Z_2 средней наработки на отказ (рис. 3б). С помощью этой гистограммы можно уточнить оценку средней наработки на отказ:

$$\tilde{t}_{cp} = \sum_{z=1}^{n_2} t_z \cdot \tilde{f}_2(z) \quad (4)$$

и получить дисперсию ее оценки

$$s_{cp}^2 = \sum_{z=1}^{n_2} (t_z - \tilde{t}_{cp})^2 \cdot \tilde{f}_2(z) \quad (5)$$

Пример 2. Основываясь на данных примера 1, для оценки средней наработки на отказ выберем $n_2 = 5$ временных интервалов, начиная с 9-го года эксплуатации элемента, продолжительностью в полгода каждый. В результате экспертного оценивания получена матрица парных сравнений B_2 возможности нахождения средней наработки на отказ в указанных временных интервалах (рис. 3а).

Необходимо определить среднюю наработку на отказ элемента и точность ее оценивания экспертом.

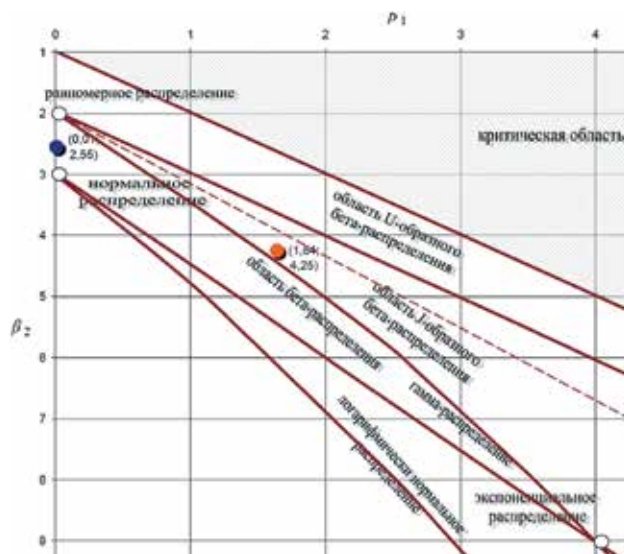


Рис. 2. Место полученного распределения на диаграмме распределений семейства кривых Пирсона

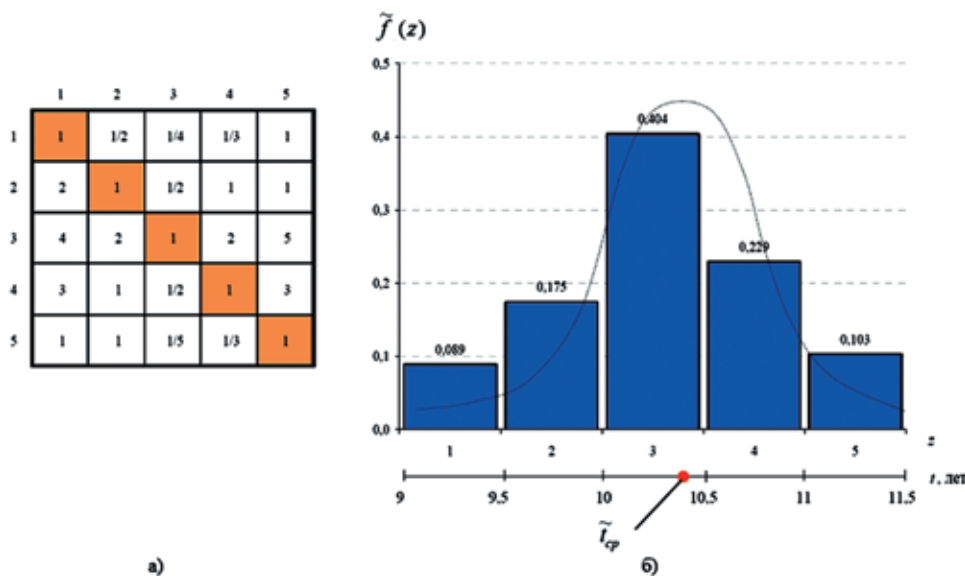


Рис. 3. Матрица парных сравнений (а) и гистограмма оценки средней наработки на отказ (б), полученные в результате экспертного оценивания

Решение. Получим с помощью приближенного метода гистограмму оценки средней наработки элемента на отказ (рис. 3б). В качестве средней наработки на отказ элемента примем оценку математического ожидания $m_{cp} = M[Z_2]$ дискретной случайной величины Z_2 . Переходя к переменной t , получим уточненную оценку средней наработки на отказ

$$\begin{aligned} \tilde{t}_{cp} = \sum_{z=1}^{n_2} t_z \cdot \tilde{f}_2(z) &= 9,25 \cdot 0,089 + 9,75 \cdot 0,175 + \\ &+ 10,25 \cdot 0,404 + 10,75 \cdot 0,229 + 11,25 \cdot 0,103 = 10,29 \text{ лет.} \end{aligned}$$

Среднее квадратическое отклонение этой оценки с учетом (5) составит 0,15 лет.

Определенные по гистограмме $f_2(t)$ значения координат для системы кривых Пирсона составляют $\beta_1 = 0,010$ и $\beta_2 = 2,553$ (см. рис. 2). Их положение на диаграмме показывает, что полученное экспертно распределение оценки средней наработки на отказ, как и следовало ожидать, близко к нормальному.

5. К вопросу о «точности» экспертного оценивания

Таким образом, в результате экспертного оценивания с использованием первой нечеткой переменной, когда эксперты сравнивают выделенные временные интервалы по возможности отказа элемента в них, получена гистограмма наработки на отказ элемента $\tilde{f}_T(t)$, а с ее помощью – информация о дисперсии наработки на отказ элемента. Однако на результаты экспертного оценивания наработки на отказ наложены погрешности измерения. «Измерительным прибором» при экспертной оценке является эксперт (по определению – высококвалифицированный специалист). Поэтому гистограмма $\tilde{f}_T(t)$ описывает полученную с помощью экспертного оце-

нивания наблюдаемую наработку T' на отказ элемента. Будем полагать, что определенный экспертно разброс наработки относительно среднего значения включает две аддитивные составляющие:

$$\Delta' = \Delta + \Delta^3, \quad (6)$$

где Δ – фактический разброс наработки на отказ, который и следует учитывать при определении показателей надежности элемента; Δ^3 – погрешность экспертного оценивания.

Вопросы точности экспертных методов обсуждаются в [15]. Однако для оценки точности используются, как правило, косвенные показатели, не опирающиеся на применяемые в теории точности характеристики. Очевидно, что точность экспертной оценки наработки на отказ элемента зависит от качества экспертов – их компетентности, объективности и информированности. Можно дать априорную и апостериорную оценки качества эксперта [16] с помощью обычно двух взаимосвязанных показателей:

- «веса» эксперта, нормированного по отношению к другим экспертам по некоторому правилу («вес» эксперта зависит от его образования, ученой степени, знания физики отказов элемента, опыта практической работы по определению показателей надежности) и устанавливается решением «абсолютно компетентного» лица – априорная оценка;

- точности даваемых экспертом оценок – апостериорная оценка.

Для анализа точности экспертного оценивания при рассмотрении эксперта в качестве измерительного прибора вполне подходят общепринятые метрологические характеристики, наиболее универсальной из которых является среднее квадратическое отклонение σ^3 результата «измерения» относительно истинного (или среднего – при отсутствии систематических погрешностей) значения. Точность оценок, выражаемую величиной σ^3 , можно определить следующими способами:

– по отклонениям экспертных оценок от истинного значения. Реализуется тестированием экспертов на задачах с заранее известным либо определенным инструментально (статистически) после экспертной оценки результатом. Достоинство способа – исключение систематических погрешностей, а недостаток – значительные затраты;

– через характеристики разброса («кучность») получаемых экспертных оценок относительно истинного (среднего) значения. Данный способ применим и в ситуациях, когда истинное состояние оцениваемого объекта неизвестно, однако он не учитывает возможных систематических погрешностей.

Недостаток обоих способов – в необходимости некоторой выборки для нахождения дисперсии.

Примем в качестве характеристики точности экспертного оценивания наработку на отказ по второму способу среднее квадратическое отклонение в определении некоторого фиксированного состояния [17]. В качестве такого состояния в решаемой задаче будем рассматривать среднюю наработку на отказ. Достоинством способа является то, что ее получают при определении состояния одного, рассматриваемого, элемента. Чем противоречивее и непоследовательнее суждения эксперта о возможном состоянии элемента, тем σ^3 выше. Так как значение дисперсии зависит от качества эксперта, то оно, следовательно, может выступать в качестве меры этого качества.

В условиях рассмотренного примера $\sigma^3 = s_{cp} = 0,15$ года.

Если погрешность экспертного оценивания известна, то ее в ряде случаев можно учесть. При условии выполнения допущения (5)

$$\Delta = \Delta' - \Delta^3.$$

Учет погрешности, вносимой экспертом, возможен путем корректировки параметров формы распределения, связанных часто функционально с величиной σ . В табл. 2 приведены некоторые распределения наработки на отказ с указанием соотношений для исключения погрешности измерений.

6. О методе решения задачи коллективного выбора

Традиционно большинство задач, решаемых в различных видах деятельности, имеют тенденцию к учету все большего количества взаимодействующих факторов. В связи с возрастающей сложностью задач принятие решений становится нетривиальным процессом, а неверное решение влечет значительные последствия. Возрастает роль и ответственность лица, принимающего решения (ЛПР), а также роль лиц, формирующих решение, которые предлагают ЛПР ранжированные относительно некоторого критерия альтернативные варианты решения рассматриваемой им задачи. Кроме того, лимитирующим фактором выбора наилучшего решения для ЛПР

Табл. 2. Соотношения для исключения погрешности экспертного оценивания для некоторых законов распределения наработки на отказ

Закон распределения	Вид F(t)	Соотношение для корректировки параметра формы
Равномерный	$\frac{t-t_a}{t_b-t_a}$	$t_a = t_{cp} - \sqrt{3[(\sigma')^2 - (\sigma^3)^2]}$ $t_b = t_{cp} + \sqrt{3[(\sigma')^2 - (\sigma^3)^2]}$
Унимодальные		
Нормальный	$\Phi\left\{\frac{t-m}{\sigma}\right\}$	$\sigma = \sqrt{(\sigma')^2 - (\sigma^3)^2}$
Унимодальные с положительной асимметрией		
α -распределение	$\Phi\left\{\alpha_0\left(1-\frac{1}{at}\right)\right\}$	$\alpha_0 = m / \sqrt{(\sigma')^2 - (\sigma^3)^2}$
Вейбулла ($b \geq 1$)	$1 - \exp\left\{-\left(\frac{t-c}{a}\right)^b\right\}$	$b = \left[\frac{1}{m} \sqrt{[(\sigma')^2 - (\sigma^3)^2]}\right]$
Логарифмически нормальный	$\Phi\left\{\frac{y-m_y}{\sigma_y}\right\}$	$\sigma_y = \sqrt{[(\sigma'_y)^2 - (\sigma^3_y)^2]}$

Примечание. В табл. 2 приняты следующие обозначения: $\Phi(\cdot)$ – функция Лапласа, $m = M[T]$ – математическое ожидание, a , b и c – параметры масштаба форма и сдвига соответственно распределения Вейбулла, v – коэффициент вариации, $\alpha_0 = 1/v$, t_a , t_b – параметры равномерного распределения, $y = \log t$, $m_y = M[\log T]$, $\sigma_y = D[\log T]^{1/2}$, $\sigma'_y = D[\log T']^{1/2}$, $\sigma^3_y = D[\log \Delta^3]^{1/2}$, где $\log(\cdot)$ – функция натурального логарифма.

Табл. 3. Экспертные оценки сравниваемых интервалов с точки зрения наработки на отказ

Интервал	1	2	3	4
Э1	0,13	0,53	0,27	0,07
Э2	0,53	0,13	0,13	0,07
Э3	0,07	0,27	0,53	0,13
Э4	0,13	0,27	0,53	0,07
Э5	0,27	0,53	0,13	0,07
Э6	0,27	0,13	0,07	0,07
Э7	0,07	0,53	0,13	0,07
Среднее	0,210	0,341	0,256	0,079
Рейтинг	3	1	2	4

выступает время, а значит появляется необходимость автоматизации процедуры отбора наилучшего из имеющихся вариантов решений. Также одним из препят-

ствий для достижения этой цели является естественный ограничитель – особенность человеческой системы переработки информации, а именно, ограниченный объем кратковременной памяти, не позволяющий одновременно помнить и обрабатывать значительное число параметров решаемой задачи.

Как правило, при наличии большого числа экспертов их оценки усредняются по некоторому алгоритму, в котором учитываются вклад критериев, применяемых экспертами к сравниваемым альтернативам, но это приводит к нарушению основных аксиом «правильного» выбора, предложенного Вильфредо Парето и Чарльзом Плоттом.

Остановимся на задаче определения задания априорного распределения наработки на отказ в случае, когда имеются несколько независимых экспертных мнений относительно возможности нахождения (средней либо

Табл. 4

1	→	2	1	→	3	1	→	4
0,13	<	0,53	0,13	<	0,27	0,13	<	0,07
0,53		0,13	0,53		0,13	0,53		0,07
0,07	<	0,27	0,07	<	0,53	0,07	<	0,13
0,13	<	0,27	0,13	<	0,53	0,13		0,07
0,27	<	0,53	0,27		0,13	0,27		0,07
0,27		0,13	0,27		0,07	0,27		0,07
0,07	<	0,53	0,07	<	0,13	0,07		0,07
5			4					
2	→	1	2	→	3	2	→	4
0,53		0,13	0,53		0,27	0,53		0,07
0,13	<	0,53	0,13		0,13	0,13		0,07
0,27		0,07	0,27	<	0,53	0,27		0,13
0,27		0,13	0,27	<	0,53	0,27		0,07
0,53		0,27	0,53		0,13	0,53		0,07
0,13	<	0,27	0,13		0,07	0,13		0,07
0,53		0,07	0,53		0,13	0,53		0,07
2			2				0	
3	→	1	3	→	2	3	→	4
0,27		0,13	0,27	<	0,53	0,27		0,07
0,13	<	0,53	0,13		0,13	0,13		0,07
0,53		0,07	0,53		0,27	0,53	<	0,13
0,53		0,13	0,53		0,27	0,53		0,07
0,13	<	0,27	0,13	<	0,53	0,13		0,07
0,07	<	0,27	0,07	<	0,13	0,07		0,07
0,13		0,07	0,13	<	0,53	0,13		0,07
3			4				1	
4	→	1	4	→	2	4	→	3
0,07	<	0,13	0,07	<	0,53	0,07	<	0,27
0,07	<	0,53	0,07	<	0,13	0,07	<	0,13
0,13		0,07	0,13	<	0,27	0,13	<	0,53
0,07	<	0,13	0,07	<	0,27	0,07	<	0,53
0,07	<	0,27	0,07	<	0,53	0,07	<	0,13
0,07	<	0,27	0,07	<	0,13	0,07	<	0,07
0,07	<	0,07	0,07	<	0,53	0,07	<	0,13
5			7				6	

Табл. 5

1	1	2	3	4	7	2	1	3	4	13	3	1	2	4	19	4	1	2	3
2	1	2	4	3	8	2	1	4	3	14	3	1	4	2	20	4	1	3	2
3	1	3	2	4	9	2	3	1	4	15	3	2	1	4	21	4	2	1	3
4	1	3	4	2	10	2	3	4	1	16	3	2	4	1	22	4	2	3	1
5	1	4	2	3	11	2	4	1	3	17	3	4	1	2	23	4	3	1	2
6	1	4	3	2	12	2	4	3	1	18	3	4	2	1	24	4	3	2	1

наиболее вероятной) наработки на отказ элемента на сравниваемых интервалах.

Проблема коллективного выбора – это проблема сведения нескольких индивидуальных мнений экспертов о порядке предпочтения сравниваемых объектов (интервалов в рассматриваемом случае) в единое «групповое» предпочтение. Сложность коллективного выбора заключается в необходимости обработки рейтингов сравниваемых альтернатив, заданных разными экспертами в частных собственных шкалах. В [18] представлен оригинальный авторский алгоритм обработки экспертных предпочтений в задаче коллективного выбора, основанный на понятии суммарной «ошибки» экспертов и измерения их вклада в коллективную меру их согласованности.

Обычно веса усредняют и работают с обобщенной матрицей, что приводит, как правило, к нарушению основных аксиом «правильного» выбора (универсальность, полнота, монотонность, отсутствие диктатора, независимость), предложенных В. Парето [19, 20], Р. Кохом [21], Ч. Плоттом [22] и другими. Отказ от той или иной процедуры усреднения затрудняет задачу выбора и приводит, например, к необходимости решать проблему «слияния многомерных шкал» [23].

В работе [24] утверждается, что экспертам для получения согласованных решений необходимо достичь консенсуса, по крайней мере, с точностью до определения частных рейтингов в полном порядке следования объектов, и затем искать согласие в весовых коэффициентах между оказавшимися соседними ближайшими объектами, задающими, собственно, единую шкалу.

Для примера рассмотрим 4 сравниваемых интервала наработки на отказ. Пусть в экспертизе принимают участие 7 экспертов. Каждый из экспертов имеет собственное представление о предпочтительности сравниваемых интервалов с точки зрения большей вероятности отказа в них рассматриваемого элемента (табл. 3).

Описанный в [18] метод позволяет сжать частные рейтинговые оценки таким образом, чтобы суммарная несогласованность экспертных оценок была бы минимальной (исходя из равноправия всех участников экспертизы).

У первого по порядку следования интервала оценки должны быть больше, чем у всех следующих (правило). Такое же правило касается и всех следующих за первым. Попарно сравниваем предшествующий с последующим. Если нарушается правило – фикси-

руем ошибку. Если количество ошибок больше $N/2$ (в рассматриваемом примере $N/2 = 3,5$ (округляем до 4) – условие отсеечения) – исключаем данную пару из рассмотрения.

Из табл. 4 видно, что «условию отсеечения» удовлетворяют 6 пар столбцов: $1 \rightarrow 2$, $1 \rightarrow 3$, $3 \rightarrow 2$, $4 \rightarrow 1$, $4 \rightarrow 2$, $4 \rightarrow 3$. Число полных перестановок¹ для 4 объектов сравнения равно $4! = 24$, из которых для рассматриваемого случая будут отброшены 23 (табл. 5). Оптимальное решение соответствует 9-й строке в лексикографическом порядке, т.е. $g^* = 2, 3, 1, 4$.

Оптимальное сочетание рейтингов согласно [18] получается путем обратной перестановки, полученной в результате применения «условия отсеечения», т.е. $p^* = (g^*)^{-1} = 3, 1, 2, 4$, что совпадает с порядком интервалов, полученных методом усреднения экспертных оценок. Оговоримся, что такая ситуация возникает «не автоматически» и в общем случае оптимумов может быть несколько.

Заключение

Развитие предложенного подхода, на взгляд автора, позволит повысить степень обоснованности задания априорного распределения наработки на отказ в интересах обеспечения приемлемой точности определения показателей надежности уникальных высокоответственных элементов.

Библиографический список

1. Шубинский И.Б., Шебе Х., Розенберг Е.Н. К оценке безопасности системы автоведения поездов // Надежность. 2021. №4. С 31-37. DOI: 10.21683/1729-2646-2021-21-4-31-37
2. Kuzmanic I., Vujovic I. Reliability and Availability of Quality Control Based on Wavelet Computer Vision. Springer International Publishing: Imprint: Springer, 2015. VII, 68 p.
3. Bochkov A., Radaev N. Determining a Priori Distribution of Error-Free Running Time for High-Reliability Components by Delphi Method // Reliability: Theory & Applications. 2009. Vol 4(1). Pp. 47-56. URL: <http://www.gnedenko.net/RTA/index.php/rta/article/view/163>

¹ В случае $N > 6$ создать полный «лексикографический справочник» затруднительно и следует применять альтернативный алгоритм, описанный в [18].

4. Острейковский В.А., Сальников Н.Л. Вероятностное прогнозирование работоспособности элементов ЯЭУ. М.: Энергоатомиздат, 1990. 415 с.

5. Радаев Н.Н. Методы оценки соответствия технических систем предъявленным требованиям при малом объеме испытаний. М.: МО РФ, 1997. 390 с.

6. Митрофанов А.В. Методы управления состоянием технологического оборудования по критериям вероятности и риска отказа. М.: Недра-Бизнесцентр, 2007. 380 с.

7. Надежность и эффективность в технике: Справочник в 10 т. / Т. 4: Методы подбора в надежности / Под общ. ред. В.А. Мельникова, Н.А. Северцева. М.: Машиностроение, 1987. 280 с.

8. Савчук В.П. Байесовские методы статистического оценивания. Надежность технических объектов. М.: Наука, 1989. 328 с.

9. Болотин В.В. Прогнозирование ресурса машин и конструкций. М.: Машиностроение, 1984. 312 с.

10. Вишняков Я.Д., Радаев Н.Н. Общая теория рисков. М.: Академия, 2007. 368 с.

11. Радаев Н.Н. Точность экспертного оценивания состояния объекта методом попарных сравнений с количественной оценкой предпочтений // Измерит. техника. 2007. № 9. С. 6–11.

12. Саати Т.Л. Принятие решений при зависимых и обратных связях. Аналитические сети: [пер. с англ.] / Науч. ред. А.В. Андрейчиков, О.Н. Андрейчикова. М.: Издательство ЛКИ, 2008. 360 с.

13. Кокс Д., Хинкли Д. Теоретическая статистика: [пер. с англ.] М.: Мир, 1978.

14. Мелихов А.Н., Берштейн Л.С., Коровин С.Я. Ситуационные советующие системы с нечеткой логикой. М.: Наука, 1990. 272 с.

15. Митропольский А.К. Техника статистических распределений. М.: Наука, 1971. 576 с.

16. Литвак Б.Г. Экспертные технологии в управлении. М.: Дело, 2004. 400 с.

17. Радаев Н.Н., Зюлина А.С. Экспертные технологии управления: повышение объективности // Материалы VIII МНПК «Качество дистанционного образования. Концепции, проблемы, решения». М.: 2006. С. 252–258.

18. Bochkov A., Zhigirev N., Kuzminova A. Inversion Method of Consistency Measure Estimation Expert Opinions // *Reliability: Theory & Applications*. 2022. Vol. 17(3). Pp. 242–252. URL: <http://www.gnedenko.net/RTA/index.php/rta/article/view/945>. DOI: 10.24412/1932-2321-2022-369-242-252

19. Ногин В.Д. Множество и принцип Парето. 2-е изд., исправл. и доп. СПб.: Издательско-полиграфическая ассоциация высших учебных заведений, 2022. 111 с.

20. Парето В. Учебник политической экономии. РИОР, 2018. 592 с.

21. Cox P. Принцип 80/20. Эксмо, 2012. 443 с.

22. Miller R.M., Plott C.R., Smith V.L. Intertemporal Competitive Equilibrium: An Empirical Study of Speculation // *Quarterly Journal of Economics*. 1977. Vol. 91. Issue 4. Pp. 599–624. DOI: 10.2307/1885884

23. Some methodical aspects of critical infrastructure protection / A.V. Bochkov, V.V. Lesnykh, N.N. Zhigirev, Yu.N. Lavrukhin // *Safety Science*. 2015. Vol. 79. Pp. 229–242. DOI: 10.1016/j.ssci.2015.06.008

24. Introducing a Novel Method for Smart Expansive Systems' Operation Risk Synthesis / N. Zhigirev, A. Bochkov, N. Kuzmina, A. Ridley. // *Mathematics*, MDPI. 2022. Vol. 10(3). P. 427. DOI: 10.3390/math10030427

References

[1]. Shubinsky I.B., Shäbe H., Rozenberg E.N. On the safety assessment of an automatic train operation system. *Dependability* 2021;4:31–37. <https://doi.org/10.21683/1729-2646-2021-21-4-31-37>.

[2]. Kuzmanić I., Vujović I. Reliability and Availability of Quality Control Based on Wavelet Computer Vision. *Springer Briefs in Electrical and Computer Engineering* 2014. Springer; 2015th edition. ISBN-13: 978-3319133164.

[3]. Bochkov A., Radaev N. Determining a Priori Distribution of Error-Free Running Time for High-Reliability Components by Delphi Method. *Reliability: Theory & Applications* 2009;1(12):47–56. Available at: <http://www.gnedenko.net/RTA/index.php/rta/article/view/163>.

[4]. Ostreikovsky V.A., Salnikov N.L. [Probabilistic prediction of the operability of NPU components]. Moscow: Energoatomizdat; 1990. (in Russ.)

[5]. Radaev N.N. [Methods for evaluating technical systems for compliance with the requirements in cases of small scope of testing]. Moscow: RF MoD; 1997. (in Russ.)

[6]. Mitrofanov A.V. [Methods for controlling the state of process equipment based on the criteria of the probability and risk of failure]. Moscow: Nedra-Biznestsentr; 2007. (in Russ.)

[7]. Melnikov V.A., Severtsev N.A., editors. [Dependability and efficiency in technology: a reference book in 10 volumes. Vol. 4: Similarity methods in dependability]. Moscow: Mashinostroyeniye; 1987. (in Russ.)

[8]. Savchuk V.P. [Bayesian methods of statistical evaluation: Dependability of technical facilities]. Moscow: Nauka; 1989. (in Russ.)

[9]. Bolotin V.V. [Lifetime forecasting of machines and structures]. Moscow: Mashinostroyeniye; 1984. (in Russ.)

[10]. Vishniakov Ya.D., Radaev N.N. [General risk theory]. Moscow: Academia; 2007. (in Russ.)

[11]. Radaev N.N. [The accuracy of expert estimation of a facility's state using the method of pairwise comparison with quantitative estimation of preferences]. *Measurement Techniques* 2007;9:6–11. (in Russ.)

[12]. Saaty T.L. Decision Making with Dependence and Feedback: The Analytic Network Process. Moscow: Izdatelstvo LKI; 2008.

[13]. Cox D., Hinkley D. Theoretical statistics. Moscow: Mir; 1978.

[14]. Melikhov A.N., Bershtein L.S., Korovin S.Ya. [Fuzzy logic-based situational advisory systems]. Moscow: Nauka; 1990. (in Russ.)

- [15]. Mitropolsky A.K. The statistical partition technique. Moscow: Nauka; 1971. (in Russ.)
- [16]. Litvak B.G. [Expert processes in management]. Moscow: Delo; 2004. (in Russ.)
- [17]. Radaev N.N., Ziulina A.S. [Expert management processes: improving the objectivity]. In: [Proceedings of the VIII International Research and Practice Conference Quality of Remote Education. Concepts, Problems, Solutions]. Moscow; 2006. P. 252-258. (in Russ.)
- [18]. Bochkov A., Zhigirev N., Kuzminova A. Inversion Method of Consistency Measure Estimation Expert Opinions. *Reliability: Theory & Applications* 2022;17(3):242-252. Available at: <http://www.gnedenko.net/RTA/index.php/rta/article/view/945>. DOI: <https://doi.org/10.24412/1932-2321-2022-369-242-252>
- [19]. Nogin V.D. [The manifold and the Pareto principle. 2-dn edition, revised and extended]. Saint Petersburg: Izdatelsko-poligraficheskaya assotsiatsiya vysshikh uchebnykh zavedeniy; 2022. (in Russ.)
- [20]. Pareto V. Manual of Political Economy. RIOR; 2018.
- [21]. Koch R. The 80/20 principle. Eksmo; 2012.
- [22]. Miller R.M., Plott C.R., Smith V.L. Intertemporal Competitive Equilibrium: An Empirical Study of Speculation. *Economics. Quarterly Journal of Economics* 1977;91(4):599-624. Available at: <https://doi.org/10.2307/1885884>.
- [23]. Bochkov A.V., Lesnykh V.V., Zhigirev N.N., Lavrukhin Yu.N. Some methodical aspects of critical infrastructure protection. *Safety Science* 2015;79:229-242. Available at: <https://doi.org/10.1016/j.ssci.2015.06.008>.

- [24]. Zhigirev N., Bochkov A., Kuzmina N., Ridley A. Introducing a Novel Method for Smart Expansive Systems' Operation Risk Synthesis. *Mathematics* 2022;10:427. Available at: <https://doi.org/10.3390/math10030427>

Сведения об авторе

Бочков Александр Владимирович – доктор технических наук, Ученый секретарь НТС АО «НИИАС», ул. Нижегородская, д. 27, стр. 1, Москва, 109029, e-mail: a.bochkov@gmail.com

About the author

Alexander V. Bochkov, Doctor of Engineering, Scientific Secretary of Scientific and Technical Council, JSC NIIAS, 27, bldg 1 Nizhegorodskaya str., Moscow, 109029, Russian Federation, e-mail: a.bochkov@gmail.com

Вклад автора в статью

Бочков А.В. Развѣт метод повышения степени обоснованности задания априорного распределения наработки на отказ в интересах обеспечения приемлемой точности определения показателей надежности уникальных высокоответственных элементов для произвольного количества предположительно равноправных экспертов.

Конфликт интересов

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.