

Оптимизация сроков планового ремонта методами стоимостной оценки

Сергей А. Смоляк, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Центральный экономико-математический институт Российской академии наук, Москва, Российская Федерация
smolyak1@yandex.ru



Сергей А. Смоляк

Резюме. Цель. Объектами рассмотрения являются технические системы (машины и оборудование), состояние которых в процессе работы ухудшается, однако может быть улучшено при проведении (капитального) ремонта. Объекты подвергаются случайным отказам. После очередного отказа объект можно отремонтировать или утилизировать. Необходимо назначить новому или прошедшему ремонт объекту срок очередного планового ремонта, а в отношении отказавшего объекта – принять решение о его внеплановом ремонте или утилизации. Мы решаем задачу оптимизации подобной ремонтной политики. При этом оказывается важным учесть влияние ремонтов, во-первых, при выборе подходящих измерителей состояния объекта, определяющих основные его эксплуатационные характеристики, и во-вторых, при достаточно адекватном описании динамики технико-экономических показателей объектов. **Методы.** Для назначения сроков проведения плановых ремонтов обычно строятся экономико-математические оптимизационные модели, чему посвящено огромное количество публикаций. В них используются разные критерии оптимальности: вероятность безотказной работы в течение заданного периода времени, средние затраты на ремонт за срок службы или в единицу времени и другие. Между тем, такого типа критерии не учитывают меняющуюся производительность деградирующих объектов и не в полной мере отвечают коммерческим интересам предприятий, владеющих объектами. Более адекватным в подобных задачах является критерий максимума ожидаемых суммарных дисконтированных выгод, принятый в теории оценки эффективности инвестиционных проектов и теории стоимостной оценки и ориентированный, в конечном счете, на максимизацию стоимости предприятия. Соотношения модели связывают поток приносимых объектом выгод с его основными характеристиками (опасностью отказов, операционными затратами, производительностью), которые, в свою очередь, зависят от состояния объекта. Состояние неремонтируемых объектов обычно характеризуется их возрастом (наработкой). Но у ремонтируемых объектов характеристики существенно меняются после ремонта, и их динамику в последние годы описывают различными моделями, используя предложенный Кидзимой показатель виртуального возраста (аналогичный показатель эффективного возраста давно уже используется при стоимостной оценке зданий, машин и оборудования). Это позволяет связать характеристики объектов в первом и последующих межремонтных циклах. Однако анализ показывает, что подобный показатель не позволяет учесть неустранимый физический износ ремонтируемых объектов. В статье предлагается иной подход к описанию состояния такого объекта, лишенный указанного недостатка. **Выводы.** Построена и проанализирована экономико-математическая модель оптимизации ремонтной политики, ориентированная на максимизацию рыночной стоимости владеющего объектом предприятия. Предложено описывать состояние объекта двумя показателями – возрастом в начале текущего межремонтного цикла и временем работы в текущем цикле. Упростить зависимости характеристик объекта от его состояния оказывается возможным, используя общую идею моделей Кидзимы, но более адекватно учитывая неустранимый физический износ объекта. Проведены экспериментальные расчеты, показывающие сокращение сроков плановых ремонтов с увеличением возраста машины в начале межремонтного цикла. Дана критическая оценка некоторых известных ремонтных политик.

Ключевые слова: срок службы технической системы, ремонтная политика, критерий оптимизации, деградация, модели Кидзимы, стоимостная оценка, доходный подход.

Для цитирования: Смоляк С.А. Оптимизация сроков планового ремонта методами стоимостной оценки // Надежность. 2022. №1. С. 13-19. <https://doi.org/10.21683/1729-2646-2022-22-1-13-19>

Поступила 14.10.2021 г. / После доработки 10.02.2022 г. / К печати 18.03.2022 г.

Основные определения. Постановка задачи

Рассматриваются серийно выпускаемые и обращающиеся на рынке технические системы (ТС, обычно это – машины и оборудование), работающие на предприятиях-участниках рынка, допускающие ремонт и подвергающиеся отказам. Их состояние в момент выпуска назовем *новым*. Все ТС, идентичные в новом состоянии, объединяются в одну *марку*. В статье исследуется процесс использования ТС одной и той же марки. ТС обладает полезностью для участников рынка и потому, согласно стандартам оценки [1], имеет определенную *рыночную стоимость* (РС), зависящую от состояния ТС. В процессе работы состояние ТС ухудшается за счет физического износа (деградации). Возможный отказ ТС приводит к потерям для предприятия. При отказе ТС необходимо либо утилизировать, либо подвергнуть аварийно-восстановительному ремонту. Повысить эффективность использования ТС можно, назначая ей сроки планового (капитального) ремонта, а также изменяя срок ее службы (т.е. момент утилизации). РС утилизируемой ТС называется *утилизационной* (*salvage value*) и обычно определяется как стоимость годных для дальнейшего использования ее элементов (узлов, деталей, металлолома) за вычетом затрат на демонтаж ТС и транспортировку ее элементов. Обычно такая стоимость невелика и мы (для упрощения изложения) будем считать ее нулевой. Выполняемая ТС работа также обладает полезностью для участников рынка и, также имеет определенную рыночную стоимость.

Выгоды от использования ТС в некотором периоде определяются как РС результатов его использования за вычетом осуществляемых в этом периоде затрат. Соответственно, выгоды от работы ТС равны РС этой работы за вычетом операционных затрат (в состав которых мы включаем и затраты на техническое обслуживание и текущий ремонт), а выгоды от утилизации ТС – нулевые.

Ремонт улучшает состояние ТС, устраняя некоторые последствия физического износа – тогда говорят об *устранимом* износе. Однако другие последствия накапливаются и, в конце концов, могут привести к выходу ТС из строя. Такой износ называют *неустранимым* [1, 2]. Срок службы ТС разбивается ремонтами на межремонтные циклы (МРЦ). *Назначенной длительностью* МРЦ называется срок, по окончании которого ТС, не отказавшая ранее в этом цикле, подлежит утилизации или плановому ремонту.

Под *ремонтной политикой* понимается правило назначения длительностей МРЦ и правило выбора решения в отношении ТС, оказавшихся в конце МРЦ (отказавших или достигших назначенного срока). Мы решаем задачу выработки оптимальной ремонтной политики для ТС одной марки. Для этого необходимо задать критерий оптимальности и описать изменение характеристик ТС в процессе ее использования. При этом, почти до конца статьи, мы будем предполагать отсутствие инфляции.

Критерий оптимальности

В многочисленных работах по теории надежности использовались различные критерии оптимальности, например, средние за срок службы количество или стоимость ремонтов, суммарные дисконтированные затраты [3] или эквивалентный им аннуитет [4, 5], отношение средних за срок службы затрат к среднему сроку службы [6]. Правда, как справедливо отмечается в [7], критерии оптимальности, как правило, выбирались без должных обоснований, в отрыве от интересов конкретного бизнеса.

Если рассматривать покупку и использование ТС как инвестиционный проект, то оптимальная ремонтная политика должна отвечать наилучшему его варианту, дающему наибольший ожидаемый чистый дисконтированный доход (NPV) [8, 9]. Аналогичный критерий используется и в стоимостной оценке имущества. Здесь основным видом стоимости считается *рыночная стоимость* (РС, *market value*). Определение этого понятия и комментарии к нему даются в стандартах оценки [1], и мы не будем их приводить. Укажем лишь, что РС объекта оценки на определенную дату (дату оценки) отражает одновременно цену объекта в сделке, совершаемой на дату оценки между независимыми и ведущими себя экономически рационально участниками рынка при определенных (указанных в стандартах оценки) условиях, и вклад объекта в РС владеющего им предприятия. Для определения РС объекта используются три подхода.

При сравнительном (рыночном) подходе РС объекта оценивается по данным о ценах сделок, совершаемых на дату оценки с аналогичными объектами.

При затратном подходе РС объекта оценивается по затратам, необходимым для его создания. Этот подход используется, в основном, для оценки зданий и сооружений, но применимость его ограничена стандартами оценки и, вообще, представляется спорной, особенно в отношении машин и оборудования [10, 11].

Доходный подход основан на принципе ожидания выгод, упомянутом, но подробно не раскрытом в [1]. Мы будем опираться на следующую его формулировку [12].

РС объекта оценки на дату оценки равна ожидаемой сумме дисконтированных выгод от его использования в прогнозном периоде и РС объекта в конце периода, если объект используется наиболее эффективно, и не меньше указанной ожидаемой суммы в противном случае. Конец прогнозного периода может выбираться произвольно, ибо РС объекта от него не зависит.

К этой формулировке необходимо сделать ряд важных комментариев.

1. Термин «ожидаемый» в условиях вероятностной неопределенности понимается как математическое ожидание (в [1] – «взвешенное по вероятностям»). В последующих формулах оно обозначается символом E .

2. Добавление РС объекта в конце периода можно трактовать и как выгоды от (виртуальной) продажи объ-

екта по РС в этот момент. При такой трактовке наиболее эффективное использование объекта может допускать и его продажу по РС в какой-то момент времени.

3. Согласно [1], выгоды должны для дисконтироваться по после- или доналоговой ставке в зависимости от того, включен ли при их исчислении налог на прибыль в состав затрат или нет. Мы принимаем второй вариант и дисконтируем выгоды по доналоговой ставке r .

Как видим, РС объекта отражает максимальное значение ожидаемых суммарных дисконтированных выгод (ОСДВ), отвечающее его наиболее эффективному использованию. С этих позиций критерием оптимальности ремонтной политики должны быть ОСДВ от использования ТС, что способствует росту стоимости предприятия. Прямо применить принцип ожидания выгод к оптимизации ремонтной политики затруднительно, поскольку РС единицы выполняемых ТС работ, обозначим ее B , обычно неизвестна. Здесь помогают следующие соображения. Рассмотрим ТС в начале использования (в момент времени 0). Ее РС K – известная величина, отражающая затраты на приобретение, доставку и монтаж. Пусть Π – некоторая ремонтная политика. При такой политике в момент t производительность ТС $Q(t)$ и интенсивность операционных затрат $C(t)$ будут случайными функциями времени. Случайными будут и моменты s_1, s_2, \dots проведения ремонтов (и, в общем случае, стоимости этих ремонтов R_1, R_2, \dots).

Ожидаемая сумма дисконтированных выгод от политики Π в этом случае составит

$$B_{\Sigma}(\Pi) = E \left\{ \int_0^{\infty} [BQ(t) - C(t)] e^{-rt} dt + \sum_i R_i e^{-rs_i} \right\}.$$

Но, в силу принципа ожидания выгод, эта величина не больше рыночной стоимости ТС K и совпадает с K при оптимальной политике. Отсюда легко вытекает, что

$$B \geq \frac{K + E \left\{ \int_0^{\infty} C(t) e^{-rt} dt + \sum_i R_i e^{-rs_i} \right\}}{E \left\{ \int_0^{\infty} Q(t) e^{-rt} dt \right\}},$$

причем равенство имеет место при наиболее эффективной политике Π .

Отсюда следует, что оптимальная ремонтная политика должна обеспечивать минимум ожидаемых удельных затрат (ОУЗ) – отношения ожидаемых дисконтированных затрат на приобретение, эксплуатацию и ремонт ТС к ожидаемому дисконтированному объему выполняемых ею работ. Аналогичный критерий в детерминированном случае предлагался еще в [13] и практически использовался при разработке норм амортизации некоторых строительных машин. Однако, поскольку в нашем случае ремонтная политика не может быть задана конечным числом скалярных параметров, оптимизировать ее по критерию ОУЗ оказывается затруднительным. Далее будет предложен более удобный способ решения этой задачи, использующий ту же идею.

Характеризация состояния ремонтируемой ТС

В свое время Кидзима¹ в [14] предложил характеризовать состояние ремонтируемых объектов *виртуальным возрастом* (ВВ), растущим синхронно с хронологическим возрастом, но после ремонта скачком уменьшающимся прямо пропорционально ВВ объекта перед ремонтом (модель I) или длительности предшествующего МРЦ (модель II). При коэффициенте пропорциональности $\beta = 1$ или 0 состояние объекта после ремонта становится либо новым, либо таким же, как и до ремонта. Оба эти случая мы считаем нереалистичными, и далее считаем, что $0 < \beta < 1$.

Между тем, основная идея описания состояния ТС одним измерителем была предложена намного раньше. Так, еще в [15] говорилось, что для стоимостной оценки зданий некоторые оценщики используют показатель *эффективного возраста* (ЭВ), отражающий возраст типично используемого аналогичного здания, находящегося в том же состоянии, что и оцениваемое. Начиная с 1950-х годов, концепция ЭВ стала использоваться, сначала в США, а затем и в других странах при оценке зданий, машин и оборудования. Вначале ЭВ объектов оценщики оценивали экспертно, затем появились более обоснованные методы и таблицы, с которыми, видимо, ни Кидзима, ни его последователи не были знакомы. С этих позиций модели Кидзимы можно считать применением концепции ЭВ к задачам теории надежности. Эти модели исследовались многими авторами (например, в [16]) и использовались для решения практических задач.

Однако виртуальный возраст и подобные ему показатели не могут адекватно описать состояние ремонтируемой ТС. Действительно, в противном случае после первого ремонта, когда виртуальный возраст ТС уменьшится, она окажется в том же состоянии, в каком находилась в какой-то момент времени в первом МРЦ. Но тогда она и дальше должна использоваться так же, т.е. работать до отказа или до назначенного срока первого ремонта и т.д. При этом срок ее службы окажется бесконечным, что невозможно для ТС, подвергающихся *неустраняемому* износу. В то же время достаточно адекватно описать состояние обычных ТС можно *двумя* измерителями – возрастом s в начале текущего МРЦ и временем работы t в этом цикле² [17, 18]. Тогда зависимости характеристик ТС от ее состояния придется описывать функциями двух переменных. Оказывается, их можно упростить, используя идею Кидзимы.

Возьмем какую-нибудь эксплуатационную характеристику ТС (скажем, производительность). Ее значение для ТС в состоянии (s, t) обозначим через $Z(s, t)$ и положим $z(t) = Z(0, t)$. Как и в модели I Кидзимы, примем, что характеристика ТС, прошедшей первый ремонт в возрасте

¹ Соответствующий звук японского языка в русской транслитерации (система Поливанова) записывается «дз», в английской (система Хэпберна) – «j». Поэтому в англоязычных текстах фамилия автора пишется «Kijima».

² Кстати, чтобы определить, как изменится состояние объекта после ремонта в модели II Кидзимы, нужно знать не только его виртуальный возраст перед ремонтом, но и виртуальный возраст в начале цикла.

s , становится такой же, как и у ТС меньшего возраста βs : $Z(s,0) = Z(0,\beta s) = z(\beta s)$. Но неустраняемый износ первой ТС – больше, чем у второй, значит, далее ее характеристика будет ухудшаться быстрее, и тем быстрее, чем больше разница в возрасте. Грубо говоря, время для нее как бы «ускорится» в некоторое количество $k(s) > 1$ раз, т.е. через время t она составит $z(\beta s + k(s)t)$. Если первая ТС после ремонта в возрасте s пройдет второй ремонт через время s' , то в следующем МРЦ для нее время должно «ускориться» еще в $k(s')$ раз, т.е. в $k(s)k(s')$ раз по сравнению со второй ТС. Логично считать, что результат второго ремонта будет таким же, как и у второй ТС, прошедшей ремонт в том же возрасте $s + s'$, т.е. «ускорение» времени в $k(s + s') > 1$ раза. Но тогда $k(s + s') = k(s)k(s')$, а это возможно только, если $k(s) = \gamma^s$, где $\gamma > 1$ – коэффициент «ускорения деградации». В таком случае характеристика ТС, прошедшей ремонт в возрасте s , после ремонта составит $Z(s,0) = z(\beta s)$, а через время t после этого – $Z(s,t) = z(\beta s + t\gamma^s)$. Такую модель, применимую к любым характеристикам ТС, можно назвать модифицированной моделью Кидзимы. Представляется, что она более адекватно описывает динамику характеристик ремонтируемых ТС. Сходная модель геометрического процесса, в которой «ускорение деградации» связывается с *порядковым номером* МРЦ, была предложена в [19] и в дальнейшем исследовалась многими авторами.

Оптимизационная модель

Выясним вначале, как изменяется стоимость ТС в каком-то одном МРЦ. При этом каждый МРЦ мы будем характеризовать не его порядковым номером, как это обычно делается, а возрастом ТС в начале цикла. Введем обозначения: M_s – МРЦ, в начале которого ТС имеет возраст s , T_s – его назначенная длительность, B – РС единицы работ, выполняемых исправным ТС, R – стоимость ремонта ТС (мы считаем ее одинаковой для планового и аварийно-восстановительного ремонта), L – потери предприятия от отказа ТС, $Q(s,t)$ – производительность ТС в состоянии (s,t) , $C(s,t)$ – интенсивность ее операционных затрат, $\lambda(s,t)$ – опасность отказа ТС, $\Lambda(s,t) = \int_0^t \lambda(s,x) dx$ – среднее количество отказов за время t в цикле M_s .

Будем считать, что функция $Q(s,t)$ – невозрастающая, а функции $\lambda(s,t)$ и $C(s,t)$ – убывающие по своим аргументам, причем хотя бы одна из них неограниченно растет при $s \rightarrow \infty$ и при $t \rightarrow \infty$. Время на утилизацию и на проведение ремонта считается пренебрежимо малым.

Стоимость ТС в состоянии $(s,0)$ обозначим $f(s) = V(s,0)$. Оценим функцию $f(s)$ сверху. Для этого заметим, что ТС в состоянии (s,t) приносит выгоды с интенсивностью $BQ(s,t) - C(s,t)$. В частности, ТС в начале цикла M_s приносит выгоды с интенсивностью $B_0 = BQ(s,0) - C(s,0)$ и имеет опасность отказа $\lambda(s,0)$. Затем эти характеристики ухудшаются, пока ТС не перейдет в следующий МРЦ или не утилизируется. Отсюда видно, что стоимость ТС не больше, чем РС $W(s)$ виртуального объекта, всегда приносящего выгоды с интенсивностью B_0 , отказы кото-

рого происходят с постоянной интенсивностью $\lambda(s,0)$ и не приводят к потерям. Но такой объект за малое время dt отказывает с вероятностью $\lambda(s,0)dt$, а, значит, требует ожидаемых затрат на ремонт $\lambda(s,0)Rdt$ и приносит ожидаемые выгоды $[B_0 - \lambda(s,0)R]dt$. Поэтому ОСДВ от его использования за бесконечный срок службы равны $[B_0 - \lambda(s,0)R]/r$. Если эта величина положительна, то она совпадает с РС виртуального объекта $W(s)$, иначе использовать этот объект неэффективно, и он имеет $W(s) = 0$. Замечая, что ТС в начале цикла M_s имеет РС $f(s)$, не превышающую $W(s)$, мы получим: $f(s) \leq W(s) = \max\{[BQ(s,0) - C(s,0) - \lambda(s,0)R]/r; 0\}$. Но при $s \rightarrow \infty$ хотя бы одна из функций $C(s,0)$ и $\lambda(s,0)$ неограниченно возрастает, поэтому для достаточно больших s будет $f(s) = 0$.

Пусть $g(x)$ – стоимость ТС возраста x , который необходимо утилизировать или ремонтировать. Она отвечает суммарным выгодам от лучшего варианта дальнейшего использования этого ТС. Но утилизация ТС дает нулевые выгоды, а ремонт требует затрат R и переводит ТС в начало следующего цикла – в состояние $(x,0)$, где он будет иметь РС $f(x)$. Следовательно,

$$g(x) = \max[f(x) - R; 0]. \quad (4)$$

Циклы M_s , в которых $f(s) > 0 = g(s + T_s)$, назовем *завершающимися* – в них эффективно использовать ТС по назначению, но в конце цикла – утилизировать.

Ремонтная политика в этой ситуации состоит в том, чтобы назначить для каждого цикла M_s длительность T_s и указать, какие из них – завершающиеся.

Допустим, что для цикла M_s назначена длительность T . Возьмем ТС в начале этого цикла и найдем ожидаемую сумму $G(s,T)$ дисконтированных (к началу цикла) выгод от его использования в цикле M_s (включая и стоимость ТС в конце цикла).

Учтем при этом, что длительность цикла M_s – случайная. С вероятностью $e^{-\Lambda(s,T)}$ она равна T , а с вероятностью $\lambda(s,x)e^{-\Lambda(s,x)}dx$ – лежит в интервале $(x, x+dx)$ при $x < T$.

В первом случае потерь от отказа не будет, а в конце цикла ТС будет иметь возраст $s + T$ и РС $g(s + T)$. Во втором случае ТС отказывает, отработав время x , т.е. в возрасте $s + x$. При этом ее РС составит $g(s + x)$ и возникнут потери от отказа L .

Выгоды от использования по назначению ТС через время x после начала цикла, т.е. в состоянии (s,x) , за малый период dx составляют $[BQ(s,x) - C(s,x)]dx$. Однако ТС принесет их, только если не откажет за время x его работы в цикле, т.е. с вероятностью $e^{-\Lambda(s,x)}$.

Теперь, учитывая величину возможных выгод и их вероятности, находим:

$$\begin{aligned} G(s,T) &= e^{-rT} \cdot e^{-\Lambda(s,T)} g(s+T) + \\ &+ \int_0^T e^{-rx} \cdot [g(s+x) - L] \lambda(s,x) e^{-\Lambda(s,x)} dx + \\ &+ \int_0^T e^{-rx} \cdot e^{-\Lambda(s,x)} [BQ(s,x) - C(s,x)] dx = \\ &= e^{-N(s,T)} g(s+T) + \int_0^T e^{-N(s,x)} H(s,x) dx, \end{aligned} \quad (5)$$

где $N(s, x) = rx + \Lambda(s, x);$
 $H(s, x) = BQ(s, x) - C(s, x) + \lambda(s, x)[g(s + x) - L].$ (6)

Заметим теперь, что стоимость $f(s)$ ТС в начале цикла M_s равна максимальному значению $G(s, T)$, откуда и в силу (5) имеем:

$$f(s) = \max_T G(s, T) = \max_T \left\{ e^{-N(s, T)} g(s + T) + \int_0^T e^{-N(s, x)} H(s, x) dx \right\}. \quad (7)$$

При этом оптимальное T_s будет тем значением T , при котором $G(s, T)$ максимально. Но, быть может, таких T несколько, либо $T = \infty$. Рассмотрим оба этих варианта.

1. Допустим, что максимум $G(s, T)$ достигается и при $T = T'$ и при $T = T'' > T'$. Но ТС, работающая в цикле M_s , прежде чем попасть в состояние (s, T'') , должна вначале оказаться в состоянии (s, T') , где будет принято решение о ее ремонте или утилизации. Поэтому при рациональном использовании она просто не «доживет» до состояния (s, T'') . Это значит, что в качестве T_s необходимо принять наименьшее из значений T , максимизирующих $Q(T)$.

2. Случай $T = \infty$ невозможен, поскольку $G(s, T)$ при больших T убывает. Действительно, как показано выше, при достаточно больших s будет $f(s) = 0$. Отсюда и из (4) следует, что при достаточно большом T будет $g(s + T) = 0$.

Но тогда в силу (5) и (6) $G(s, T) = \int_0^T e^{-N(s, x)} H(s, x) dx$ и

$G'_T(s, T) = e^{-N(s, T)} [BQ(s, T) - C(s, T) - \lambda(s, T)L]$. Поскольку хотя бы одна из функций $C(s, t)$ и $\lambda(s, t)$ при $t \rightarrow \infty$ неограниченно возрастает, $G'_T(s, T)$ при достаточно большом T становится отрицательной, а $G(s, T)$ будет убывать, что и требовалось доказать.

Отметим, что функция $G(s, T)$ – непрерывная, но не монотонная по T , и потому может иметь несколько локальных максимумов, из которых в качестве T_s будет выбран только один – глобальный. Однако при изменении s некоторые из локальных максимумов могут просто исчезнуть, а глобальный максимум может «перескочить» из одного локального максимума в другой. В результате зависимость T_s от s может оказаться разрывной, и в точках разрыва максимальное значение $G(s, T)$ будет достигаться сразу в двух точках. Аналогичные ситуации могут возникнуть и при фиксированном s , если начать изменять исходные данные, например, величину потерь L или зависимости $\lambda(s, t)$ и $C(s, t)$.

Алгоритм решения модели

Для решения задачи подставим в формулу (7) обозначение (4) и представим ее в виде:

$$f(s) = G(f(s)), \quad (8)$$

где G – оператор, переводящий функцию одного переменного $\phi(s)$ в другую функцию $\phi(s)$ следующим образом:

$$\phi(s) = G(\phi(s)) \triangleq \max_{T \geq 0} \left\{ \max[\phi(s + T) - R; 0] e^{-N(s, T)} + \int_0^T e^{-N(s, x)} \left[B - C(s, x) + \lambda(s, x) \cdot \max[\phi(s + x) - R; 0] - \lambda(s, x)L \right] dx \right\}. \quad (9)$$

Нетрудно убедиться, что если функция $\phi(s)$ непрерывная, неотрицательная и ограниченная при $s \geq 0$, то и функция $\phi = G(\phi)$ будет такой же. Легко видеть также, что оператор G монотонный: если $\phi_1(s) \geq \phi_2(s)$, то и $\phi_1(s) \geq \phi_2(s)$. Это позволяет решать уравнение (8) методом итераций. Например, за первое приближение можно $f_1(s) = 0$, а последующие – находить по формуле $f_{n+1} = G(f_n)$. Тогда последовательность $\{f_n(s)\}$ будет монотонной и ограниченной, а, значит, будет иметь предел («неподвижную точку» оператора G) – искомую функцию $f(s)$, равную нулю для достаточно больших s . При численном решении значения $f(s)$ определялись в точках равномерной сетки с маленьким шагом, а интегралы вычислялись по формуле Симпсона.

В ходе решения для каждого цикла M_s определится и назначенная его длительность T_s – наименьшее T , при котором достигается максимум в (5). Конечно, длительности T_s разных МРЦ будут разными, что выявилось еще в детерминированной ситуации, например, в [17]. Далее можно определить все завершающие циклы – в них будет $f(s) > 0 = g(s + T_s)$, а также максимальный срок службы ТС T_{\max} – он отвечает наименьшему s , при котором $f(s) = 0$. Зная $f(s)$, можно рассчитать и стоимости ТС, находящихся в любых других состояниях (s, t) . Соответствующие формулы выводятся аналогично формулам (5) и (7), но нам они не потребуются.

В изложенной процедуре РС единицы работ, выполняемых исправной ТС, B , считалась известной, хотя обычно владельцам машин и оборудования она неизвестна, да и оценщики почти никогда не оценивают стоимость работ (кроме, пожалуй, строительного-монтажных и ремонтных работ). Для решения этой проблемы заметим, что указанную процедуру можно проводить при разных значениях B , причем все стоимости $f(s)$ будут убывающими функциями от B . Это относится и к стоимости ТС в начале ее использования $f(0)$. Но эта стоимость нам известна и равна K . Поэтому искомая величина B должна быть корнем уравнения $f(0) = K$. Такой метод оценки стоимости работ точно отвечает затратному подходу к оценке, хотя именно в данном виде он до сих пор оценщиками не использовался.

При построении модели предполагалось отсутствие инфляции. Однако модель применима и в условиях инфляции, если, согласно стандартам оценки [1], измерять стоимостные показатели в ценах, сложившихся на дату оценки, и использовать реальную (а не номинальную) доналоговую ставку дисконтирования. Такой способ может быть обоснован и изложенным в [12, раздел 4.3] методом.

Экспериментальные расчеты

По модели (7) были проведены экспериментальные расчеты при следующих исходных данных:

- производительность ТС в начале эксплуатации принята за единицу: $-Q(0, 0) = 1$, интенсивность ее операционных затрат $C_0 = C(0, 0) = 40$, рыночная стоимость $K = 100$;
- стоимость ремонта $R = 25$;

- в первом МРЦ с возрастом производительность ТС снижается экспоненциально со скоростью $\alpha = 0,02$ 1/год, интенсивность операционных затрат растет линейно со скоростью $i = 0,03$, а отказы имеют распределение Рэлея с параметром ω (среднее время работы до отказа при этом равно $\omega\sqrt{\pi/2}$);

- в других МРЦ характеристики ТС описывались модифицированной моделью Кидзимы:

$$Q(s, t) = e^{-\alpha(\beta s + t\gamma^s)}; C(s, t) = C_0 [1 + i(\beta s + t\gamma^s)];$$

$$\lambda(s, t) = (\beta s + t\gamma^s) / \omega^2,$$

где $\beta=0,4, \gamma=1,2$.

Потери от отказа L и параметр распределения отказов ω варьировались. РС единицы работ, выполняемых ТС, B , подбиралась из условия $f(0)=K$.

Мы изучали влияние параметров L и ω на назначенные сроки превентивных ремонтов и максимальный срок службы ТС T_{max} . Приведем лишь часть полученных результатов (в полном объеме они заняли бы слишком много места).

Величина L варьировалась от 100 до 1000 (от одной до десятикратной РС стоимости ТС). Ее влияние при $\omega = 4$ и 8 лет показано на рис. 1-3. На рис. 1 представлена зависимость от L назначенного срока первого ремонта (T_0 , годы). Скачки на графике возникают при небольших L . Они отвечают описанным ранее ситуациям, когда максимальное значение $Q(s, T)$ достигается сразу в двух точках. Зависимость максимального срока службы ТС (T_{max} , годы) от L представлена на рис. 2.

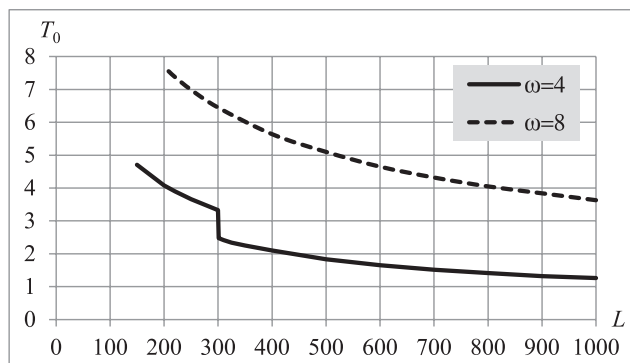


Рис. 1. Зависимости назначенного срока первого ремонта (T_0 , годы) от L при $\omega=4$ и 8 лет

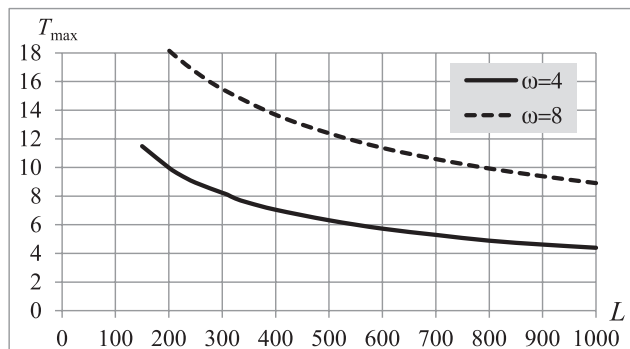


Рис. 2. Зависимости максимального срока службы ТС (T_{max} , годы) от L при $\omega=4$ и 8 лет

Рис. 3-4 демонстрируют зависимости длительности циклов (T_s , годы) от возраста ТС в начале цикла (s , годы) при разных сочетаниях L и ω . Из них видно, что оптимальная политика существенно отличается от распространенной, при которой сроки планового ремонта назначаются одинаковыми или зависящими от порядкового номера ремонта, независимо от вызываемого отказом ущерба. Отметим, что ТС «достаточно большого» возраста необходимо назначать совсем короткие сроки очередного ремонта, что технически неудобно и дает небольшой экономический эффект. Поэтому таким ТС целесообразно вообще не назначать срока очередного превентивного ремонта, утилизировав их только при очередном отказе.

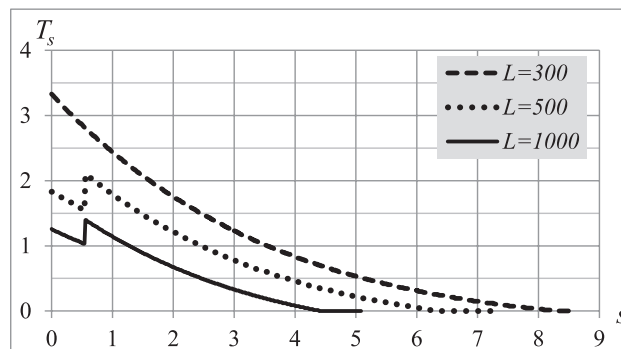


Рис. 3. Зависимости назначенного срока превентивного ремонта (T_s , годы) от возраста ТС в начале цикла (s , годы) при $\omega=4$ года и разных L

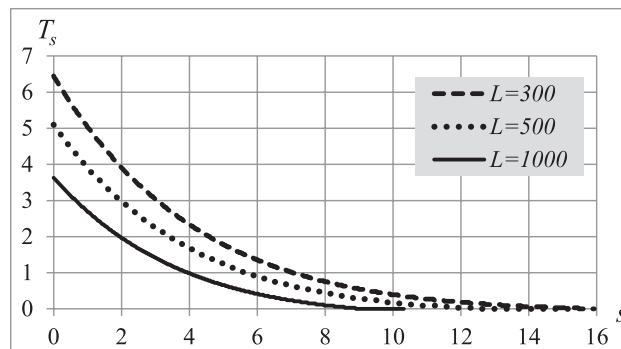


Рис. 4. Зависимости назначенного срока превентивного ремонта (T_s , годы) от возраста ТС в начале цикла (s , годы) при $\omega=8$ лет и разных L

Заключение

Затратные критерии, применяемые в теории надежности для оптимизации политики ремонта ТС, не в полной мере отвечают коммерческим интересам предприятий. Экономически обоснованное решение подобных задач обеспечивают методы и критерии, используемые в теории стоимостной оценки. Они позволяют оценить стоимость работ (услуг), выполняемых ТС, а в частном случае – приводят к критерию минимума ожидаемых удельных дисконтированных затрат, изредка встречающемуся в литературе по надежности.

Изменение технико-экономических характеристик ТС после ремонта в литературе по надежности описывают

моделями виртуального (эффективного) возраста Кидзимы. Аналогичный показатель за полвека до Кидзимы был предложен для стоимостной оценки активов и практически используется оценщиками и сейчас. Однако мы показываем неадекватность описания состояния ремонтируемых ТС каким-то одним подобным показателем. Более адекватным представляется характеризовать их состояние двумя показателями – временем работы (наработкой) в начале МРЦ и в течение этого цикла.

Изложенные положения позволяют построить модели оптимизации ремонтной политики, отвечающей экономическим интересам участников рынка. Показано, что в каждом МРЦ срок очередного планового ремонта должен назначаться в зависимости от ущерба, вызываемого отказом, и возраста ТС в начале цикла, а не от порядкового номера ремонта.

Библиографический список

1. International Valuation Standards (IVS). (2019). Effective 31 January 2020. International Valuation Standards Council.
2. Оценка машин и оборудования: учебник / М.А. Федотова, И.В. Королев, А.П. Ковалев [и др.]; под ред. М.А. Федотовой. – 2-е изд., перераб. и доп. М.: ИНФРА-М, 2018. 324 с.
3. Aven T. Optimal replacement under a minimal repair strategy // *Advances in Applied Probability*. 1983. Vol. 15. Issue 1. Pp. 198-211. DOI: 10.2307/1426990
4. Bergman B. Optimal Replacement under a general failure model // *Advances in Applied Probability*. 1978. Vol. 10. No. 2. Pp. 431-451.
5. Christer A.H., Waller M.W. Tax-Adjusted Replacement Models // *Journal of the Operational Research Society*. 1987. Vol. 38. No. 11. Pp. 993-1006. DOI: 10.1057/jors.1987.170
6. Jiang R. Performance evaluation of seven optimization models of age replacement policy // *Reliability Engineering & System Safety*. Elsevier, 2018. Vol. 180(C). Pp. 302-311. DOI: 10.1016/j.res.2018.07.030
7. van Horenbeek A., Pintelon L., Muchiri P. Maintenance optimization models and criteria // *International Journal of System Assurance Engineering and Management*. 2010. Vol. 1(3). Pp. 189-200. DOI: 10.1007/s13198-011-0045-x
8. Методические рекомендации по оценке эффективности инвестиционных проектов (вторая редакция). Утв. Минэкономки РФ, Минфином РФ, Госстроем РФ 21.06.1999 № ВК477. М.: Экономика, 2000. 421 с.
9. Виленский П.Л., Лившиц В.Н., Смоляк С.А. Оценка эффективности инвестиционных проектов: теория и практика. Учебное пособие. Изд. 5е. М.: ПолиПринт-Сервис, 2015. 1300 с.
10. Микерин Г.И., Смоляк С.А. Оценка эффективности инвестиционных проектов и стоимостная оценка имущества: возможности конвергенции. М.: ЦЭМИ РАН, 2010. 120 с.
11. Смоляк С.А. Превентивные ремонты машин в модели типа Кидзимы // *Вестник ЦЭМИ РАН*. 2018. Т. 1. Выпуск 2. [Электронный ресурс]. URL: <https://cemi.jes-su/s11111110000091-3-1/> (дата обращения: 10.02.2022). DOI: 10.33276/S0000091-3-1
12. Смоляк С.А. Стоимостная оценка машин и оборудования (секреты метода ДДП). М.: Опцион, 2016. 377 с.
13. Лившиц В.Н., Смоляк С.А. Сроки службы основных фондов в оптимальном плане. В кн.: Первая конференция по оптимальному планированию и управлению народным хозяйством. Тезисы докладов. Секция 1, вып. 1. М.: ЦЭМИ РАН, 1971. С. 352-357.
14. Kijima M. Some results for repairable systems with general repair // *Journal of Applied probability*. 1989. Vol. 26. Pp. 89-102.
15. Welch R.B. (1943). Depreciation of buildings for assessment purposes. Chicago: International Association of Assessing Officers, 1943. 66 p.
16. Чумаков И.А., Чепурко В.А., Антонов А.В. Некоторые свойства моделей неполного восстановления Кижима // *Надежность*. 2015. № 3 (54). С. 3-15.
17. Смоляк С.А. Оптимизация ремонтной политики и оценка стоимости машин с учетом их надежности // *Журнал Новой экономической ассоциации*. 2014. Т. 2(22). С. 102-131.
18. Смоляк С.А. Оптимизация количества и периодичности ремонтов // *Экономическая наука современной России*. 2019. № 2. С. 84-103. DOI: 10.33293/1609-1442-2019-2(85)-84-103
19. Lin Ye (Lam Yeh). Geometric processes and replacement problem // *Acta Mathematicae Applicatae Sinica*. 1988. Vol. 4. Pp. 366–377. DOI: 10.1007/BF02007241

Сведения об авторе

Сергей Абрамович Смоляк – доктор экономических наук, главный научный сотрудник, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Центральный экономико-математический институт Российской академии наук. Адрес: г. Москва, Российская Федерация, e-mail: smolyak1@yandex.ru

Вклад автора в статью

Проанализированы существующие способы учета влияния ремонтов на операционные характеристики технических систем, предложен альтернативный такой способ. Построена модель оптимизации сроков планового ремонта технических систем, основанная на теории стоимостной оценки и обеспечивающая максимизацию рыночной стоимости предприятий, владеющих этими системами. Расчеты по этой модели показывают, что оптимальные сроки планового ремонта технической системы существенно зависят не только от интенсивности отказов, но и от возраста системы в начале межремонтного цикла и потерь в производстве, вызываемых ее отказом.

Конфликт интересов

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.