Оригинальная статья
https://doi.org/10.21683/1729-2646-2021-21-4-20-25

Использование показательного распределения в математических моделях надежности

Борис П. Зеленцов, *Сибирский государственный университет телекоммуникаций и информатики, Новосибирск, Российская Федерация*
zelentsovb@mail.ru

Борис П. Зеленцов

Резюме. *В теории надежности популярным является показательное (экспоненциальное) распределение продолжительности до события или до завершения состояния. Это распределение характеризуется интенсивностью, которая является удобным параметром, используемым в математических моделях и расчетах. Показательное распределение используется при моделировании процессов в области надежности. Приведены примеры, иллюстрирующие приемлемость и целесообразность использования показательного распределения.* **Цель.** *Целью статьи является совершенствование методов моделирования в области надежности при использовании показательного распределения продолжительности состояний или времени до событий.* **Методы.** *Предположение о показательном распределении времени между событиями может быть обосновано или отвергнуто на основе методов теории вероятностей и/или математической статистики или на основе жизненного или инженерно-технического опыта. Экспериментально установлено, что поток отказов в устоявшемся режиме эксплуатации обладает свойствами стационарности, ординарности и отсутствия последействия. Такой поток является пуассоновским, его особенность заключается в том, что время между двумя последовательными отказами распределено по показательному закону с постоянной интенсивностью. Это показательное распределение обоснованно распространено на распределение времени безотказной работы объекта. Однако использование показательного распределения для других случаев зачастую производится без должного обоснования. Методический подход и соответствующие выводы основаны на примерах. Приведено несколько примеров, иллюстрирующих неприемлемость показательного распределения на основе жизненного опыта.* **Обсуждение***. Рассмотрены примеры, в которых суждение о приемлемости или неприемлемости показательного распределения может быть вынесено на основе жизненного опыта или на основе теории вероятностей. Однако о таких событиях, как завершение восстановления, продолжительность периодического контроля, продолжительность технического обслуживания и т.п., смысловое суждение о применимости показательного распределения не может быть вынесено, если отсутствует жизненный опыт, связанный с этими событиями. Закон распределения этих продолжительностей должен быть установлен статистическими методами. В статье сделана ссылка на публикации автора, в которых проведено сравнение периодичности проверок оборудования с регулярным периодом и с периодом, распределенным по показательному закону. Расчетные значения некоторых показателей сохраняются, а некоторых различаются. Имеет место двукратное расхождение между значениями коэффициента неготовности при рассмотренных способах задания периодичности проверок.* **Результаты и выводы.** *Предложения по совершенствованию применения показательного распределения при моделировании надежности сводятся к тому, что необходимо четкое обоснование применения показательного распределения времени между различными событиями с привлечением методов теории вероятностей и математической статистики. Неизвестное распределение случайной величины нельзя заменять на показательное распределение без должного обоснования. Замену случайного времени нахождения в подмножестве состояний на случайное время, распределенное по показательному закону с постоянной интенсивностью, следует сопровождать расчетом погрешности.*

Ключевые слова: *надежность, показательное (экспоненциальное) распределение, интенсивность события.*

Для цитирования: *Зеленцов Б.П. Использование показательного распределения в математических моделях надежности // Надежность. 2021. №4. С 20-25. https://doi.org/10.21683/1729-2646-2021-21-4-20-25*

Поступила *11.08.2021 г.* / **После доработки** *17.10.2021 г.* / **К печати** *14.12.2021 г.*

Введение

Показательное распределение широко используется в математических моделях надежности. Преимущество этого распределения заключается в том, что оно характеризуется одним параметром: интенсивностью события, что обеспечивает простоту модели. В частности, модель с постоянной интенсивностью событий позволяет использовать марковские методы. Интенсивности событий используют также при составлении и решении дифференциальных уравнений равновесия при переходах между состояниями, что позволяет получить вероятности состояний как в переходном, так и в стационарном режимах.

Показательное распределение времени до отказа обосновано вероятностными и статистическими методами. Экспериментально установлено, что отказ объекта является случайным событием, а поток отказов в устоявшемся режиме эксплуатации обладает свойствами стационарности, ординарности и отсутствия последействия. Такой поток является пуассоновским, он имеет простое аналитическое описание. Особенность пуассоновского потока отказов заключается в том, что время между двумя последовательными отказами распределено по показательному закону с постоянной интенсивностью. Это показательное распределение обоснованно распространено на распределение времени безотказной работы объекта.

Показательное распределение моделирует случайное время между двумя последовательными событиями. Показательное распределение распространяют также на различные состояния и события. Его используют для продолжительности восстановления (ремонта) оборудования, времени между проверками технического состояния оборудования и для других случаев. В Интернете приведены многочисленные примеры применения показательного распределения и задачи, основанные на этом распределении.

Однако использование показательного распределения для различных случаев зачастую производится без должного обоснования. При этом приводятся следующие обоснования:

- показательное распределение какого-либо случайного интервала времени применяется по аналогии с распределением времени до отказа;
- интервал времени является случайным, значит, распределен по показательному закону;
- показательное распределение удобно применять в математических моделях;
- все применяют показательное распределение, и я применяю;
- замена постоянного или случайного интервала времени с неизвестным распределением на показательное распределение часто используется в литературе;
- показательное распределение применяется как общепринятое;
- переход от состояния с постоянной продолжительностью к состоянию со случайной продолжительностью происходит в связи с необходимостью моделирования.

Такие обоснования можно назвать «фейковыми». Отсюда следует: если показательное распределение принято без должного обоснования, то его использование в математических моделях может оказаться ошибочным или неприемлемым.

Попробуем разобраться с обоснованием использования показательного распределения.

Обзор источников

Интенсивность отказов как параметр показательного распределения содержится во многих государственных стандартах: [2, 7, 8, 9, 10]. Интенсивность восстановления заложена в [2, 9, 10], а интенсивность ремонта в [7, 8]. Случайная продолжительность технического обслуживания (ремонта) использована в [5].

В [10] приведены преимущества использования марковских методов для исследования надежности различных систем, а также предположения и ограничения для случаев, когда интенсивности отказов и восстановления постоянны во времени. Предположение о постоянстве интенсивности восстановления должно быть обосновано в том случае, если среднее время восстановления не является пренебрежимо малой величиной по сравнению с соответствующим средним временем наработки до отказа. В [10] сказано также, что интенсивности переходов между состояниями используют не только для отказов и восстановлений. Эти переходы могут быть вызваны самыми разнообразными событиями.

В [17] сказано, что предположение об экспоненциальности распределений не всегда оправдано. Особенно это относится к времени восстановления, поскольку предположение о независимости оставшейся длительности восстановления от уже затраченного на это времени довольно неестественно. Однако если в среднем наработка до отказа значительно больше времени восстановления, то многие показатели надежности не зависят от вида распределения времени восстановления.

Использование показательного распределения в области надежности достаточно широко освещено в научной и учебной литературе, например, [15]. Следует отметить, что в теории надежности при необходимости используют не только показательное распределение, но и другие распределения: нормальное, Вейбулла, биномиальное, пуассоновское, гамма-распределение [14, 16].

Статистические методы также широко описаны в литературе, этим методам посвящен ряд государственных стандартов. Так, в [3] приведены процедуры, предназначенные для расчета показателей безотказности объекта на основе данных об аналогичных объектах, данных эксплуатации и испытаний. Стандарт [6] устанавливает статистические методы расчета точечных оценок, доверительных, предикционных и толерантных интервалов для интенсивности отказов объектов, наработки которых на отказ подчиняются экспоненциальному распределению. Приведенные количественные методы применимы к интенсивности других событий, наработки до появления которых подчиняются экспоненциальному распределению.

Стандарт [4] нацелен на эффективное обеспечение требований безопасности, готовности и экономичной эксплуатации изделий. Управление отказами включает в себя действия по техническому обслуживанию, изменению правил применения и другие действия, направленные на ослабление последствий от отказов. Стандарт содержит указания по планированию и проведению испытаний на безотказность и применению статистических методов анализа данных, полученных при испытаниях.

Метод. Примеры использования показательного распределения

Итак, использование постоянной интенсивности различных событий (состояний) в марковских моделях требует серьезного обоснования. Предположение о показательном распределении времени между событиями может быть обосновано или отвергнуто несколькими путями, например:

1) на основе методов математической статистики;

2) на основе методов теории вероятностей;

3) на основе жизненного или инженерно-технического опыта.

Применение методов математической статистики достаточно полно изложено в государственных стандартах.

Суждение о приемлемости или неприемлемости показательного распределения может быть вынесено на основе предположения о независимости оставшейся части времени от уже затраченного времени [17]. Кроме этого подхода суждение о приемлемости или неприемлемости показательного распределения может базироваться на жизненном опыте современного человека. Приведенные примеры с использованием показательного распределения опираются на смысловое содержание и жизненный опыт.

Сначала приведем таблицу значений для функций $P(t) = \exp(-\lambda t)$ и $F(t) = 1 - \exp(-\lambda t)$ в нескольких точках. Это позволит провести анализ приведенных примеров без дополнительных расчетов.

Табл. 1. Значения функций $P(t)$ и $F(t)$

λt	0,125	0,25	0,5	1	2	3
$P(t)$	0,88	0,78	0,61	0,37	0,14	0,05
$F(t)$	0,12	0,22	0,39	0,63	0,86	0,95

В таблице обозначено: $P(t)$ – вероятность того, что событие произойдет на интервале $[t; \infty]$; $F(t)$ – вероятность того, что событие произойдет на интервале $[0; t]$. Если λ – интенсивность отказов, то $P(t)$ – вероятность безотказной работы на интервале $[0; t]$, а $F(t)$ – вероятность отказа на интервале $[0; t]$.

Первый пример связан с ежегодными медицинскими освидетельствованиями, которым подвергаются некоторые категории трудящихся. Предположим, что время между двумя освидетельствованиями распределено по показательному закону со средним временем 1 год. Тогда интенсивность наступления события «Медицинское освидетельствование» составит $\lambda = 1$ 1/год или $\lambda = 1/12$ 1/мес. Приведем прогнозируемый процент (точнее средний процент) для следующих случаев:

1) только 63% работников пройдут обследование в течение года, а 37% – больше, чем через год;

2) за 2 года не пройдут обследование 14% работников;

3) за 3 года не пройдут обследование 5% работников;

4) работники начинают проводить обследование с первых месяцев после предыдущего обследования; так, в течение 3 месяцев обследование пройдут 22%, а за 6 месяцев 39%.

Такая картина не отражает реальную жизнь. Отсюда вывод: показательное распределение времени между профилактическими обследованиями неприемлемо.

Второй пример связан с продолжительностью жизни. Известно, что средняя продолжительность жизни в России составляет 70 лет (женщины живут в среднем побольше, мужчины поменьше, см. Internet). Проведем расчет при предположении о показательном законе распределения продолжительности жизни человека со средним временем $m_t = 70$ лет. Интенсивность события «уход из жизни» $\lambda = 1/70$ 1/год. Среднее квадратическое отклонение времени жизни $\sigma_t = 1/\lambda = 70$ лет. Вычислим вероятность события $0 \le t \le m_t + \sigma_t$, то есть вероятность того, что человек проживет от 0 до 140 лет: $P(0 \le t \le m_t + \sigma_t) = P(0 \le t \le 140) = 0{,}86$. Вероятность события $t > 140$: $P(t > 140) = 0{,}14$.

В соответствии с этим расчетом в среднем 14% людей доживают до 140 лет и больше. Далее: до 210 лет доживает 5% людей. Всем известно, что таких людей в России нет. Отсюда вывод: предположение о показательном законе распределения продолжительности жизни человека является неверным, оно должно быть отвергнуто. Этот вывод сделан на основании жизненного опыта и знаний. Если бы этих знаний у нас не было, то 14% был бы принят в качестве реального прогноза. Таким образом, можно сделать вывод: закон распределения продолжительности жизни человека не является показательным. Этот закон распределения должен быть обоснован статистическими методами.

Третий пример связан с 8-часовым рабочим днем. Будем считать, что в связи с необходимостью моделирования некоторого процесса принято предположение о показательном распределении продолжительности рабочего времени с интенсивностью $\lambda = 1/8$ 1/час. В соответствии с этим предположением в течение одного часа рабочие места покинут 12% работников, а в течение 2 часов – 22% работников. Далее. В течение 8 часов на работе пробудет только 37% работников, а 14% будут находиться на работе 16 часов и 5% – целые сутки (24 часа).

Видно, что выводы, сделанные на основе предположения о показательном распределении рабочего времени являются неправдоподобными и даже абсурдными.

Четвертый пример. В математических моделях надежности часто принимается допущение о показательном распределении времени между проверками технического состояния объекта. Пусть $T_{ср}$ – среднее время между двумя проверками (средний период) при таком распределении. Тогда, пользуясь данными из табл. 1, можно сделать следующие выводы:

а) в течение среднего периода проводится только 63% проверок;

б) 14% и 5% проверок проводятся с периодом, превышающим средний период в два и три раза соответственно;

в) 39% проверок проводятся с периодом, который в два раза меньше среднего.

Можно предположить, что специалист с достаточным инженерным опытом не приемлет такого распределения вероятностей, связанного с контролем технического состояния объекта.

Пример использования показательного распределения без обоснования

Следует отметить, что использование показательного распределения без обоснования может быть целесообразным при решении некоторых (специальных) задач. В качестве примера можно привести задачу о катастрофе двух самолетов, опубликованную в [13].

В некотором государстве катастрофы самолетов, приводящие к гибели людей, происходят в среднем один раз в год. В средствах массовой информации появилось сообщение о том, что два самолета на разных маршрутах потерпели катастрофу с интервалом в одну минуту. Первоначальное объяснение причины этой катастрофы сводилось к техническим неполадкам (отказам) оборудования. Проведем вероятностный анализ этой ситуации. Целью этого анализа является объяснение причины этих катастроф: подтвердить или опровергнуть причину катастрофы, связанную с техническими неполадками (отказами). Для этого примем предположение о показательном распределении времени между катастрофами (без должного обоснования).

Обозначим: A – катастрофа первого самолета, B – катастрофа второго самолета через одну минуту после катастрофы первого. Вероятность совместного наступления этих событий, в соответствии с теоремой умножения вероятностей: $p(AB) = p(A) \cdot p(B/A)$, где $p(B/A)$ – условная вероятность катастрофы второго самолета при условии, что катастрофа первого произошла. Очевидно, что $p(A) < 1$. Отсюда следует, что $p(AB) < p(B/A)$.

Вычислим условную вероятность $p(B/A)$ при предположении о показательном распределении времени между катастрофами самолетов. По условию задачи интенсивность катастроф $\lambda = 1$ 1/год. Переведем интенсивность катастроф и время между двумя катастрофами в одну и ту же единицу времени, а именно, в часы: $\lambda = 1/(365 \cdot 24) = 1/\text{час}$; $t = 1$ мин $= 1/60$ час. Вычислим произведение λt: $\lambda t = 1/(365 \cdot 24 \cdot 60) = 2 \times 10^{-6}$. Формула для вычисления условной вероятности катастрофы второго самолета при условии, что за минуту до нее была катастрофа первого имеет вид: $p(B/A) = 1 - e^{-\lambda t}$. Разложим показательную функцию в степенной ряд, ограничившись двумя членами разложения: $e^{-\lambda t} \approx 1 - \lambda t$. Вычислим условную вероятность: $p(B/A) = \lambda t = 2 \times 10^{-6}$. Вероятность совместного наступления двух событий может быть оценена неравенством сверху: $p(AB) < 2 \times 10^{-6}$.

Итак, получена верхняя граница вероятности совместного наступления двух катастроф самолетов при предположении о показательном распределении времени между катастрофами: 2×10^{-6}. Эта вероятность близка к нулю. Ввиду этого рассматриваемое событие AB следует признать практически невозможным. Тот факт, что это событие все же произошло, с точки зрения теории вероятностей следует расценить так: практически достоверно можно утверждать, что катастрофа двух самолетов произошла не случайно.

Примечания. 1. Цель задачи достигнута: показано, что рассматриваемое случайное событие является практически невозможным.

2. Для решения этой задачи можно использовать другие распределения. Так, при равномерном распределении времени между катастрофами получен результат $p(AB) < 10^{-6}$. Оба результата являются сопоставимыми, вывод из них один и тот же.

Историческая справка. 24 августа 2004 года совершен подрыв двух лайнеров террористками-смертницами. Вылетевшие из аэропорта «Домодедово» пассажирские самолеты упали с разницей в три минуты («Новая газета» от 14.09.2011).

Пример замены некоторого распределения на показательное распределение

Приведем пример замены распределения времени нахождения в подмножестве состояний на показательное распределение этого времени. В [18] рассмотрены переходы в непрерывном времени между работоспособным, предотказным и неработоспособным состояниями, при этом из работоспособного состояния возможен переход в предотказное состояние, а из предотказного состояния – в неработоспособное состояние в результате отказа.

Вероятность безотказной работы, или вероятность нахождения в работоспособном или предотказном состоянии при начальном работоспособном состоянии, полученная на основе решения дифференциальных уравнений:

$$P_{рп}(t) = \frac{\lambda_{по} \cdot \exp(-\lambda_{п} \cdot t) - \lambda_{п} \cdot \exp(-\lambda_{по} \cdot t)}{\lambda_{по} - \lambda_{п}}, \qquad (1)$$

где $\lambda_{п}$ – интенсивность предотказов; $\lambda_{по}$ – интенсивность отказов после предотказов.

Функция распределения времени безотказной работы

$$F_{рп}(t) = 1 - P_{рп}(t). \qquad (2)$$

Среднее время наработки на отказ (или среднее время нахождения в работоспособном и предотказном состояниях) в рамках такой модели составляет

$$T_{рп} = \int_0^\infty P(t)\,dt = \frac{1}{\lambda_п} + \frac{1}{\lambda_{по}}. \qquad (3)$$

Отсюда следует:

$$T_{рп} = T_п + T_{по}, \qquad (4)$$

где $T_п = 1/\lambda_п$ – среднее время наработки на предотказное состояние; $T_{по} = 1/\lambda_{по}$ – среднее время наработки между состоянием предотказа и состоянием отказа.

Соотношение (4) приведено в [1]. Кроме того, распределение времени в данном подмножестве состояний заменено на показательное распределение времени наработки на отказ с интенсивностью $\lambda_о$, которая связана с интенсивностями $\lambda_п$ и $\lambda_{по}$ соотношением:

$$\frac{1}{\lambda_о} = \frac{1}{\lambda_п} + \frac{1}{\lambda_{по}}. \qquad (5)$$

Таким образом, сделано предположение о показательном распределении времени наработки на отказ с интенсивностью $\lambda_о$. Однако замена распределения (1) на показательное распределение требует обоснования. Из (5) следует:

$$\lambda_о = \frac{\lambda_п \cdot \lambda_{по}}{\lambda_п + \lambda_{по}}, \qquad (6)$$

а вероятность безотказной работы $P_о(t)$ и функция распределения времени наработки на отказ $F_о(t)$ при показательном распределении с интенсивностью отказов $\lambda_о$ вычисляются по формулам:

$$P_о(t) = \exp(-\lambda_о \cdot t);\ F_о(t) = 1 - \exp(-\lambda_о \cdot t). \qquad (7)$$

Рассмотрим разные соотношения между исходными параметрами в рамках данной модели. Возьмем за основу интенсивность предотказов $\lambda_п = 10^{-5}$ 1/час. Для наглядного представления будем отсчитывать время в годах. Для этого представим интенсивность предотказов $\lambda_п = 10^{-5} \cdot 365 \cdot 24 = 0{,}0876$ 1/год.

Рассмотрим три варианта соотношений между $\lambda_п$ и $\lambda_{по}$:

1) $\lambda_{по} = 2\lambda_п$, $\lambda_о = 2\lambda_п/3$; 2) $\lambda_{по} = 10\lambda_п$, $\lambda_о = 10\lambda_п/11$; 3) $\lambda_{по} = 100\lambda_п$, $\lambda_о = 100\lambda_п/101$.

На рис. 1 а, б, в приведены графики зависимости функции распределения $F_{рп}(t)$ и $F_о(t)$ для этих вариантов соответственно. Из приведенных графиков видно, что при принятых соотношениях между исходными параметрами имеет место расхождение между функциями распределения $F_{рп}(t)$ и $F_о(t)$ во всех вариантах.

Видно, что расхождения между $F_{рп}(t)$ и $F_о(t)$ уменьшаются с увеличением интенсивности отказов после предотказов. Это обстоятельство отмечено в [1]: из данных эксплуатации кабельных магистралей в подавляющем числе случаев имеет место соотношение $T_п >> T_{по}$. Тогда $\lambda_о \approx \lambda_п$.

Следует отметить, что интервал времени 1 год на рис. 1 является достаточным для заключения о том, что при расчете показателей надежности при использовании $F_{рп}(t)$ и $F_о(t)$ будут получены разные значения. Отсюда следует, что замену исходного процесса на процесс с показательным распределением необходимо сопровождать расчетом погрешности.

Обсуждение

Итак, в статье рассмотрены примеры некоторых событий и вынесено суждение о применимости показательного распределения. Однако о таких событиях, как завершение восстановления, продолжительность периодического контроля, продолжительность периода технического обслуживания и т.п., смысловое суждение о применимости показательного распределения не может быть вынесено, если отсутствует жизненный опыт, связанный с этими событиями.

Аналогичные выводы можно сделать относительно периодичности проверок технического состояния различного оборудования. Например, время между поверками счетчиков потребления воды и электрической энергии не может быть распределенным по показательному закону, так как потребители не будут существенно уменьшать сроки между проверками, а компании не будут допускать больших интервалов между поверками. Реальная ситуация заключается в том, что время между проверками все-таки является случайным. Но оно распределено не по показательному закону. Закон распределения этого времени должен быть установлен статистическими методами.

В [11, 12] исследованы модели эксплуатации объекта, который подвергается проверкам с постоянным периодом и с периодом, распределенным по показательному закону. Сравнение этих моделей проведено при одном и том же значении постоянного периода и среднего времени между проверками. Получены формулы для расчета коэффициента готовности, коэффициента неготовности и некоторых других показателей эксплуатации объекта. Расчетные значения некоторых показателей на основе этих моделей совпадают: например, средняя частота проверок; а некоторых различаются. Так, имеет место

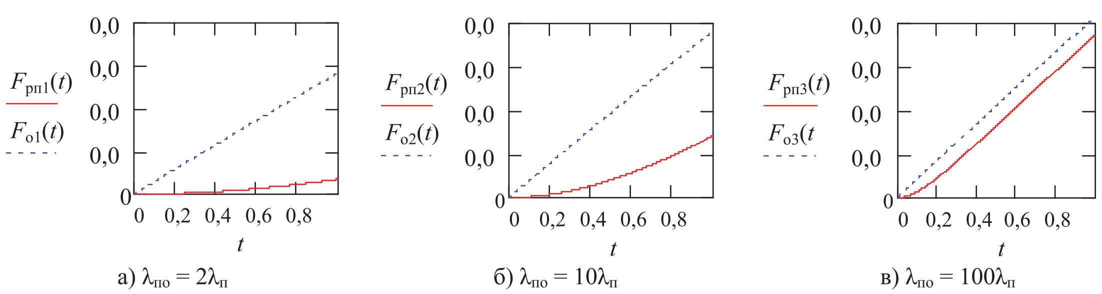

Рис. 1. Функции распределения $F_{рп}(t)$ и $F_о(t)$ на интервале времени 1 год при различных соотношениях между исходными параметрами.

двукратное расхождение между значениями коэффициента неготовности при рассмотренных способах задания периодичности проверок.

Следует дать четкое обоснование использования показательного распределения или обоснования постоянной интенсивности события (завершения состояния). Это обоснование может быть проведено на основе теории вероятностей, математической статистики или на какой-либо другой основе.

Результаты и выводы

Итак, на приведенных примерах показано, что использование показательного распределения для моделирования случайного времени между событиями является неприемлемым после анализа смыслового содержания примера.

По результатам данной статьи можно сделать следующие выводы.

1. Неизвестное распределение случайной величины нельзя заменять на показательное распределение без должного обоснования. Другими словами: использовать показательное распределение для моделирования неизвестного распределения следует с обоснованием.
2. Замена случайного времени нахождения в подмножестве состояний на случайное время, распределенное по показательному закону с постоянной интенсивностью, требует соответствующего обоснования.
3. Приближенные расчеты необходимо сопровождать расчетом погрешности.

Библиографический список

1. Алексеев Е.Б., Гордиенко Н.В., Крухмалев В.В. и др. Проектирование и техническая эксплуатация цифровых телекоммуникационных систем и сетей. М.: Горячая линия-Телеком, 2017. 392 с.
2. ГОСТ 27.002-2015. Надежность в технике. Термины и определения. М.: Стандартинформ, 2016. 23 с.
3. ГОСТ Р 27.013-2019. Надежность в технике. Методы оценки показателей безотказности. М.: Стандартинформ, 2019. 30 с.
4. ГОСТ Р 27.607-2013. Надежность в технике. Управление надежностью. Условия проведения испытаний на безотказность и статистические критерии и методы оценки их результатов. М.: Стандартинформ, 2015. 50 с.
5. ГОСТ 18322-2016. Система технического обслуживания и ремонта техники. Термины и определения. М.: Стандартинформ, 2017. II, 13 с.
6. ГОСТ Р 50779.26-2007. Статистические методы. Точечные оценки, доверительные, предикционные и толерантные интервалы для экспоненциального распределения. М.: Стандартинформ, 2008. IV, 26 с.
7. ГОСТ Р 51901.5-2005. Менеджмент риска. Руководство по применению методов анализа надежности. М.: Стандартинформ, 2005. IV, 43 с.
8. ГОСТ Р 51901.14-2007. Менеджмент риска. Структурная схема надежности и булевы методы. М.: Стандартинформ, 2008. IV, 23 с.
9. ГОСТ Р 53480-2009. Надежность в технике. Термины и определения. М.: Стандартинформ, 2010, 32 с.
10. ГОСТ Р МЭК 61165-2019. Надежность в технике. Применение марковских методов. М.: Стандартинформ, 2019. IV, 26 с.
11. Зеленцов Б.П., Трофимов А.С. Исследование моделей расчета надежности при разных способах задания периодичности проверок // Надежность и качество сложных систем. 2019. № 1 (25). С. 35-44.
12. Зеленцов Б.П., Трофимов А.С. Исследование влияния способа задания периодичности проверок на надежность объекта // Вестник СибГУТИ. 2019, № 1. С. 62-69.
13. Зеленцов Б.П., Тутынина О.И. Теория вероятностей в познавательных и забавных задачах. М.: Либроком, 2013. 128 с.
14. Каштанов В.А., Медведев А.И. Теория надежности сложных систем: Уч. Пособие. М.: Физматлит, 2010. 608 с.
15. Литвиненко Р.С., Идеятуллин Р.Г., Аухадеев А.Э. Анализ использования показательного распределения в теории надежности технических систем // Надежность и качество сложных систем. 2006, № 2. С. 17-22.
16. Литвиненко Р.С., Павлов П.П., Идеятуллин Р.Г. Практическое применение непрерывных законов распределения в теории надежности технических систем // Надежность и качество сложных систем. 2016, № 4. С. 17-23.
17. Надежность технических систем: Справочник / Ю.К. Беляев, В.А. Богатырев, В.В. Болотин др.; Под ред. И.А. Ушакова. М.: Радио и связь, 1985. 608 с.
18. Zelentsov B.P., Shuvalov V.P., Dugaev D.A. et al. On Reliability of Fiber-Optic Link of PON under Periodic Control and Pre-failure Detections // 1 st International Conference Problems of Informatics, Electronics, and Radio Engineering (PIERE). 2020. P. 261-265.

Сведения об авторе

Борис Павлович Зеленцов – доктор технических наук, профессор кафедры высшей математики Сибирского государственного университета телекоммуникаций и информатики, Новосибирск, Российская Федерация, e-mail: zelentsovb@mail.ru

Вклад автора в статью

Автор провел анализ применения показательного распределения времени между состояниями при его использовании в математических моделях. Изложенный подход может быть использован для более обоснованных рекомендаций по применению показательного распределения в области надежности.

Конфликт интересов

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.