

Методика оценки объема ЗИП с неснижаемым уровнем

Валерий А. Чепурко^{1*}, Алексей Н. Черняев²

¹АО РАСУ, Москва, Российская Федерация, ²МЭИ, Москва, Российская Федерация

*VACHepurko@rasu.ru



Валерий А.
Чепурко



Алексей Н.
Черняев

Резюме. Цель. Цель работы состоит в коррекции классической методики [1, 4], приводящей к неправильной оценке необходимого объема ЗИП при интенсивностях пополнения отказавших частей, сопоставимых с интенсивностями пополнения ЗИП. Для коррекции выбрана модель пополнения ЗИП по заданному уровню. При этом рассматриваются две ситуации в модели: с возможностью коррекции заявки в случае необходимости увеличения объема пополнения и в случае отсутствия такой возможности. Целью работы также является сравнительный анализ классического и скорректированного варианта решения задачи и разработка рекомендаций по практическому применению методики пополнения ЗИП по заданному уровню. **Методы.** Используются Марковские модели [2, 3, 5] для описания системы. Простейшие потоки событий. Уравнение Колмогорова для получения финальных вероятностей. Стационарное решение системы уравнений Колмогорова. Классические методы теории вероятностей и математической теории надежности [6]. **Выводы.** В статье корректируется известная методика оценки необходимого количества ЗИП с неснижаемым уровнем. В статье теоретически обосновывается зависимость интенсивности возвратных переходов от индекса состояния графа. Показано, что в ситуации, когда заявка не корректируется, интенсивности возвратных переходов из состояний, в которых достигнут и превзойден неснижаемый уровень ЗИП, должны постепенно увеличиваться по мере того, как продолжает уменьшаться уровень запаса. При этом множитель будет иметь степенную зависимость от индекса интенсивности перехода. Теоретически и экспериментально доказано, что классическая методика оценки ЗИП приводит к завышенным оценкам. Теоретически выведено ограничение (3), при котором задача решается достаточно просто классическими методами. Показано, что при невыполнении ограничения (3) математически возникает неопределенность в значении интенсивности возвратных переходов. В этом случае корректная постановка задачи приводит к графам с линейно-возрастающим числом состояний, что автоматически относит задачу к разряду трудоемких. В случае невыполнения ограничения, делается упрощающее допущение, при котором получено стационарное решение задачи. Показано, что при этом допущении решение задачи консервативно. В том случае, если заявка корректируется, показано, что интенсивности возвратных переходов из тех же состояний должны постепенно уменьшаться по мере того, как продолжает уменьшаться уровень запаса. При этом множитель будет иметь гиперболическую зависимость от индекса интенсивности перехода. Данная зависимость приводит к консервативному решению задачи пополнения ЗИП с корректировкой заявки. В работе определено отношение, регулирующее степень консерватизма. Теоретически и экспериментально доказано, что классическая методика оценки ЗИП в таком случае приводит к заниженным оценкам. Получено стационарное решение задачи пополнения ЗИП с корректировкой заявки. В обоих случаях учета факта коррекции заявки выработан критерий пополнения ЗИП по заданному уровню. Проведен сравнительный анализ методик.

Ключевые слова: Марковский анализ, граф, состояние графа, вероятность перехода, интенсивность отказов, интенсивность пополнения, ЗИП, неснижаемый уровень запаса, коррекция заявки.

Для цитирования: Чепурко В.А., Черняев А.Н. Методика оценки объема ЗИП с неснижаемым уровнем // Надежность. 2021. №3. С. 13-19. <https://doi.org/10.21683/1729-2646-2021-21-3-13-19>

Поступила 31.03.2021 г. / После доработки 22.07.2021 г. / К печати 17.09.2021 г.

Введение

Основными количественными характеристиками запасов в комплектах ЗИП являются показатель достаточности (ПД). Предложенные методики оценивания объема ЗИП обычно предполагают, что ПД задается техническим заданием (ТЗ) на разработку изделия или комплекта ЗИП.

Под оценкой запаса какого-либо одного типа понимается определение необходимого объема ЗИП, при котором достигается необходимое значение ПД. Оценка запасов в комплекте ЗИП состоит из оценок запасов каждого типа в отдельности.

Для пополнения комплектов ЗИП применяются различные стратегии:

- периодическое пополнение (ПП). При ПП назначается период T_n пополнения ЗИП, по истечении которого запасы пополняются до первоначального уровня. Если запасы исчерпаны до момента и произошел еще один отказ, то система переходит в неработоспособное состояние до очередного пополнения;

- периодическое пополнение с экстренными доставками (ПЭД). При ПЭД также назначается период T_n . При этом, после исчерпания ЗИП и следующего отказа организуется досрочная (экстренная) доставка запасных частей (ЗЧ) для замены отказавшего модуля и пополнения запасов до начального уровня;

- непрерывное пополнение (НП). При НП заявка на пополнение запасов формируется и передается на исполнение после каждого отказа и использования каждой ЗЧ. Возможна интерпретация пополнения ЗИП как ремонт отказавшей СЧ, которая после 100% восстановления пополняет состав ЗИП;

- пополнение по заданному уровню (ПУ). При ПУ заявка на пополнение запасов формируется после снижения запасов до некоторого установленного уровня, в том числе нулевого, еще до того, как возникает следующий отказ. Заявка всегда формируется при работоспособном состоянии системы. Этим ПУ отличается от ПЭД. Эта стратегия исследуется и модифицируется в данной работе.

Для оценки требуемого объема ЗИП в основном применяются методы Марковского анализа по ГОСТ Р 51901.15.

Предположения Марковского анализа, связанные с вероятностью перехода, можно сформулировать следующим образом:

- переходы состояний являются статистически независимыми событиями;
- интенсивность отказов λ и интенсивность восстановлений μ постоянны;
- вероятности перехода из одного состояния в другое в малом интервале времени Δt (Δt – мало) задаются величинами $\lambda \Delta t$ и/или $\mu \Delta t$;
- условия и режим работы всех однотипных модулей принимается одинаковым.

Рассмотрим следующую математическую модель, позволяющую рассчитать необходимое количество

ЗИП при условии достижения некоторого критического уровня m неснижаемого запаса [1, 4]. Процесс замен без возможности ремонта отказавших элементов соответствует случайному процессу гибели и размножения, который описывается следующим графом состояний (рис. 1). Граф состояний системы содержит $k + 2$ состояния.

Введем обозначения:

n – количество однотипных элементов в системе;

k – планируемый объем ЗИП;

m – уровень неснижаемого запаса, после достижения которого происходит очередное пополнение ЗИП до планируемого значения k ($1 \leq m \leq k$);

λ – интенсивность отказов одного элемента;

$\mu = 1/T_o$ – интенсивность планового пополнения ЗИП;

T_o – среднее время доставки ЗЧ с момента формирования заявки на пополнение.

На графе числами $0, 1, 2, \dots, k$ обозначены работоспособные состояния, соответствующие израсходованному числу ЗИП. Состояние $k + 1$ обозначает исчерпание ЗИП. Стрелки соответствуют переходам из состояния в состояние. Над стрелками приведены интенсивности соответствующих переходов.

Случай 1. Заявка не корректируется

Вначале предположим, что заявка на доставку не корректируется (см. рис. 1), если до поставки партии ЗЧ возникнут дополнительные отказы. Определим интенсивности переходов в том случае, когда заявка на пополнение ЗЧ отправлена и произошли дополнительные отказы.

Очевидно, что $\gamma_0 = 1$. Переход из состояния $k - m + 1$ в состояние 1 произойдет в среднем за меньшее чем T_o время, поскольку заявка на пополнение ЗЧ была подана ранее в состоянии $k - m$. Доля среднего времени перехода из состояния $k - m + 1$ в состояние 1 относительно общего среднего времени последовательного перехода из состояния $k - m$ в состояние $k - m + 1$, а затем в состояние 1 равна $\frac{1/\mu}{1/\mu + 1/n\lambda}$. Таким образом, время перехода из состояния

$k - m + 1$ в состояние 1 будет в среднем равно $\frac{(1/\mu)^2}{1/\mu + 1/n\lambda}$ и

интенсивность соответственно равна $(1 + \rho)\mu$, где $\rho = \frac{\mu}{n\lambda}$.

Т.е. множитель $\gamma_i = 1 + \rho$ (см. рис. 1).

Обобщим. Рассмотрим переход из состояния $k - m + j$ в состояние j . Переход возможен в том случае, если случайное время η выполнения заявки на пополнение ЗИП оказалось больше $\xi_1 + \dots + \xi_j = \sigma_j$ суммарной наработки. Среднее время перехода (в смысле математического ожидания) будет определяться следующим интегралом

$$E\left[(\eta - \sigma_j)I\{\eta > \sigma_j\}\right] = \int_0^{\infty} f_{\sigma_j}(x) \int_x^{\infty} (y - x) f_{\eta}(y) dy dx, \quad (1)$$

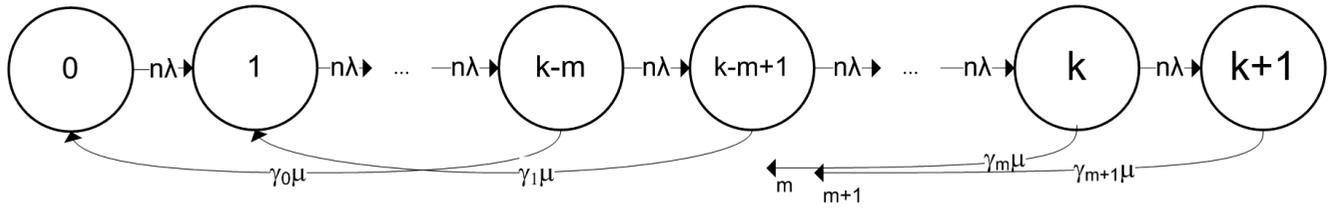


Рис. 1. Граф переходов процесса гибели и размножения

где $E[]$ – оператор математического ожидания, $I\{A\} = \begin{cases} 1, & \text{если } A \text{ – истина} \\ 0, & \text{если } A \text{ – ложь.} \end{cases}$ – индикаторная функция, $f_{\sigma_j}(x)$ – плотность распределения суммарной наработки, $f_{\eta}(y)$ – плотность распределения времени выполнения заявки. Т.к. ξ_1, \dots, ξ_j – независимые, одинаково распределенные случайные величины, подчиняющиеся экспоненциальному распределению с интенсивностью $n\lambda$, то суммарная наработка будет иметь гамма-распределение с интенсивностью $n\lambda$ и параметром формы j . Подставив в (1) в качестве $f_{\eta}(y)$ плотность распределения экспоненциального распределения с интенсивностью μ после несложных преобразований получим следующий результат

$$E\left[(\eta - \sigma_j)I\{\eta > \sigma_j\}\right] = \frac{1}{\mu} \left(\frac{n\lambda}{n\lambda + \mu} \right)^j.$$

Следовательно, коэффициенты γ_j (см. рис. 1) будут равны

$$\gamma_j = (1 + \rho)^j, \text{ где } \rho = \frac{\mu}{n\lambda}. \quad (2)$$

Интенсивность перехода из состояния $k-m+j$ в состояние j будет равна $\gamma_j\mu$.

Процесс гибели и размножения может быть описан системой уравнений Колмогорова. При этом возможны различные ситуации с количеством входящих и выходящих переходов.

Вначале введем дополнительное условие:

$$k \geq 2m + 1. \quad (3)$$

Это ограничение возникает во избежание возникновения неопределенности у интенсивности переходов (см. рис. 2). Исходные данные: $k=5, m=3$ Интенсивность перехода из состояния 3 в состояние 1 с одной стороны должна быть $\gamma_1\mu$, если в это состояние 3 система перешла из состояния 2. С другой стороны, если в состояние 3 система перешла из состояния 5 и ЗИП в результате пополнен, то интенсивность должна быть равна $\gamma_0\mu$. Такая же неопределенность с интенсивностью перехода из состояния 4 в состояние 2: либо $\gamma_2\mu$, либо $\gamma_0\mu$. Огра-

ничение (3) возникает из решения неравенства $k-m \geq m+1$ – условия, при котором не возникает неопределенность (см. рис. 2).

Всего же может возникнуть пять случаев.

1. $k \geq 2m+3$,

$$\begin{cases} P'_0(t) = -n\lambda P_0(t) + \gamma_0\mu P_{k-m}(t); \\ P'_i(t) = n\lambda P_{i-1}(t) - n\lambda P_i(t) + \gamma_i\mu P_{k-m+i}(t), 1 \leq i \leq m+1; \\ P'_i(t) = n\lambda P_{i-1}(t) - n\lambda P_i(t), m+2 \leq i \leq k-m-1; \\ P'_i(t) = n\lambda P_{i-1}(t) - (n\lambda + \gamma_{i-k+m}\mu)P_i(t), k-m \leq i \leq k; \\ P'_{k+1}(t) = n\lambda P_k(t) - \gamma_{m+1}\mu P_{k+1}(t). \end{cases}$$

2. $k=2m+2$,

$$\begin{cases} P'_0(t) = -n\lambda P_0(t) + \gamma_0\mu P_{k-m}(t); \\ P'_i(t) = n\lambda P_{i-1}(t) - n\lambda P_i(t) + \gamma_i\mu P_{k-m+i}(t), 1 \leq i \leq m+1; \\ P'_i(t) = n\lambda P_{i-1}(t) - (n\lambda + \gamma_{i-k+m}\mu)P_i(t), m+2 \leq i \leq k; \\ P'_{k+1}(t) = n\lambda P_k(t) - \gamma_{m+1}\mu P_{k+1}(t). \end{cases}$$

3. $k=2m+1$,

$$\begin{cases} P'_0(t) = -n\lambda P_0(t) + \gamma_0\mu P_{k-m}(t); \\ P'_i(t) = n\lambda P_{i-1}(t) - n\lambda P_i(t) + \gamma_i\mu P_{k-m+i}(t), 1 \leq i \leq m; \\ P'_i(t) = n\lambda P_{i-1}(t) - (n\lambda + \gamma_0\mu)P_i(t) + \gamma_i\mu P_{k-m+i}(t), i = m+1; \\ P'_i(t) = n\lambda P_{i-1}(t) - (n\lambda + \gamma_{i-k+m}\mu)P_i(t), m+2 \leq i \leq k; \\ P'_{k+1}(t) = n\lambda P_k(t) - \gamma_{m+1}\mu P_{k+1}(t). \end{cases}$$

4. $m+2 \leq k \leq 2m$,

$$\begin{cases} P'_0(t) = -n\lambda P_0(t) + \gamma_0\mu P_{k-m}(t); \\ P'_i(t) = n\lambda P_{i-1}(t) - n\lambda P_i(t) + \gamma_0\mu P_{k-m+i}(t), 1 \leq i \leq k-m-1; \\ P'_i(t) = n\lambda P_{i-1}(t) - (n\lambda + \gamma_0\mu)P_i(t) + \\ + \gamma_{(k-2m-1+i)\vee 0}\mu P_{k-m+i}(t), k-m \leq i \leq m+1; \\ P'_i(t) = n\lambda P_{i-1}(t) - (n\lambda + \gamma_{i-m-1}\mu)P_i(t), m+2 \leq i \leq k; \\ P'_{k+1}(t) = n\lambda P_k(t) - \gamma_{k-m}\mu P_{k+1}(t). \end{cases}$$

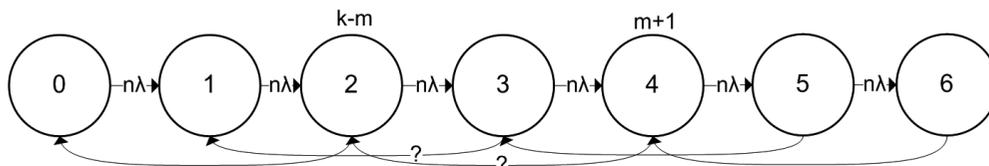


Рис. 2. Граф переходов с неопределенностью интенсивности перехода

5. $k=m+1$,

$$\begin{cases} P_0'(t) = -n\lambda P_0(t) + \gamma_0 \mu P_{k-m}(t); \\ P_i'(t) = n\lambda P_{i-1}(t) - (n\lambda + \gamma_0 \mu) P_i(t) + \gamma_0 \mu P_{k-m+i}(t), 1 \leq i \leq m; \\ P_i'(t) = n\lambda P_{i-1}(t) - (n\lambda + \gamma_0 \mu) P_i(t) + \gamma_1 \mu P_{k-m+i}(t), i = m+1; \\ P_{k+1}'(t) = n\lambda P_k(t) - \gamma_1 \mu P_{k+1}(t). \end{cases}$$

Будем искать стационарное решение. Для этого положим производные в левых частях уравнений равными

0 и применим условие нормировки: $\sum_0^{k+1} P_i = 1$.

1. $k \geq 2m+3$,

$$\begin{cases} P_0 = \rho P_{k-m}; \\ P_{i-1} = P_i - \gamma_i \rho P_{k-m+i}, 1 \leq i \leq m+1; \\ P_{i-1} = P_i, m+2 \leq i \leq k-m-1; \\ P_{i-1} = (1 + \gamma_{i-k+m} \rho) P_i, k-m \leq i \leq k; \\ P_k = \gamma_{m+1} \rho P_{k+1}. \end{cases}$$

2. $k=2m+2$,

$$\begin{cases} P_0 = \rho P_{k-m}; \\ P_{i-1} = P_i - \gamma_i \rho P_{k-m+i}, 1 \leq i \leq m+1; \\ P_{i-1} = (1 + \gamma_{i-k+m} \rho) P_i, m+2 \leq i \leq k; \\ P_k = \gamma_{m+1} \rho P_{k+1}. \end{cases}$$

3. $k=2m+1$,

$$\begin{cases} P_0 = \rho P_{k-m}; \\ P_{i-1} = P_i - \gamma_i \rho P_{k-m+i}, 1 \leq i \leq m; \\ P_{i-1} = (1 + \rho) P_i - \gamma_i \rho P_{k-m+i}, i = m+1; \\ P_{i-1} = (1 + \gamma_{i-k+m} \rho) P_i, m+2 \leq i \leq k; \\ P_k = \gamma_{m+1} \rho P_{k+1}. \end{cases}$$

4. $m+2 \leq k \leq 2m$,

$$\begin{cases} P_0 = \rho P_{k-m}; \\ P_{i-1} = P_i - \rho P_{k-m+i}, 1 \leq i \leq k-m-1; \\ P_{i-1} = (1 + \rho) P_i - \gamma_{(k-2m-1+i) \vee 0} \rho P_{k-m+i}, k-m \leq i \leq m+1; \\ P_{i-1} = (1 + \gamma_{i-m-1} \rho) P_i, m+2 \leq i \leq k; \\ P_k = \gamma_{k-m} \rho P_{k+1}. \end{cases}$$

5. $k=m+1$,

$$\begin{cases} P_0 = \rho P_1; \\ P_{i-1} = (1 + \rho) P_i - \rho P_{i+1}, 1 \leq i \leq m; \\ P_m = (1 + \rho) P_{m+1} - \gamma_1 \rho P_{m+2}, i = m+1; \\ P_{m+1} = \gamma_1 \rho P_{m+2}. \end{cases}$$

Далее для первого случая приведем полученные рекурсии и окончательное решение. Обозначим для

удобства $\rho = \theta/n = \mu/n\lambda$.

$k \geq 2m+3$. Решение находим «сверху вниз».

$$P_k = \gamma_{m+1} \rho P_{k+1};$$

$$P_{i-1} = \gamma_{m+1} \rho P_{k+1} \prod_{j=m-k+i}^m (1 + \gamma_j \rho), k-m \leq i \leq k;$$

$$P_{i-1} = P_i, m+2 \leq i \leq k-m-1.$$

Следовательно

$$P_{m+1} = P_{m+2} = \dots = P_{k-m-1} = \gamma_{m+1} \rho P_{k+1} \prod_{j=0}^m (1 + \gamma_j \rho) = A_m P_{k+1},$$

где $A_m = \gamma_{m+1} \rho \prod_{j=0}^m (1 + \gamma_j \rho)$.

Общая формула

$$P_i = \left(A_m - \gamma_{m+1} \rho \prod_{j=i+1}^m (1 + \gamma_j \rho) \right) P_{k+1}, 0 \leq i \leq m-1.$$

При этом

$$P_m = (A_m - \gamma_{m+1} \rho) P_{k+1}.$$

Применив условие нормировки, получим следующий результат

$$(k-m)A_m + 1 = \frac{1}{P_{k+1}}.$$

Вторая и третья ситуации приводят к аналогичному выводу.

Таким образом, при ограничении (3) вероятность отказа ЗИП будет определяться выражением

$$P_{k+1} = \frac{1}{1 + (k-m)A_m}, \text{ где } A_m = \gamma_{m+1} \rho \prod_{j=0}^m (1 + \gamma_j \rho). \quad (4)$$

Теперь откажемся от условия (3), т.е. рассмотрим 4 и 5 случаи и реализуем точную модель обслуживания ЗЧ с помощью Марковского графа (рис. 3). Граф в силу возрастающей с ростом k громоздкости изображен для частного случая $k=3, m=2$.

Вначале рассмотрим 4-й случай. Во избежание возникновения неопределенности интенсивности возвратных переходов, в пополнения ЗИП введены дополнительные состояния: (2,0), (2,1), (3,0), (3,1), (3,2), ... Первое число означает количество ЗЧ взятых из состава ЗИП, а второе – количество отказов, произошедших с момента отправления заявки на пополнение. К примеру (2,0) означает, что произошло два отказа (соответственно 2 замены) и нет неудовлетворенных заявок, пора посылать новый запрос на пополнение $k-m=1$ ЗЧ. (3,1) означает, что произошло три отказа (соответственно 3 замены) есть неудовлетворенная заявка, отосланная в ситуации, когда было израсходовано две ЗЧ из состава ЗИП и пора посылать новый запрос на пополнение $k-m=1$ ЗЧ. (3,2) означает, что произошло три отказа

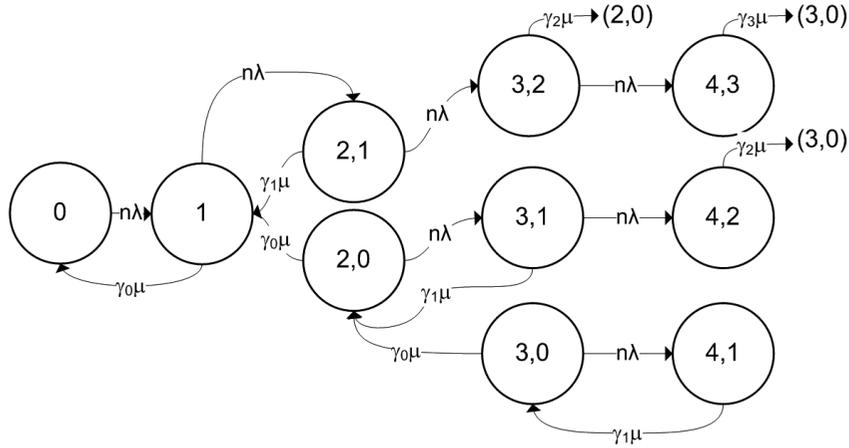


Рис. 3. Граф переходов системы в случае \$k \le 2m\$.

(соответственно 3 замены) есть неудовлетворенная заявка, отосланная в ситуации, когда была израсходована еще одна ЗЧ из состава ЗИП и пора посылать новый запрос на пополнение \$k-m=1\$ ЗЧ.

Нахождение точного аналитического решения в общем случае – трудоемкая задача.

В силу этого решим ее в упрощенном варианте, предполагая, что в случае возникающей неопределенности множитель принимает минимальное из возможных значений, т.е. \$\gamma_0\$.

$$\gamma_i = \min(\gamma_0, \gamma_{i,j}) = \gamma_0 = 1. \quad (5)$$

Такое предположение дает консервативную оценку необходимого количества ЗИП, поскольку в упрощенном варианте интенсивность возвратных переходов в «улучшенные» состояния уменьшается, выполнение заявок притормаживается. Как и ранее, будем находить стационарное решение, применяя те же обозначения

$$\begin{cases} P_0 = \rho P_{k-m}; \\ P_{i-1} = P_i - \rho P_{k-m+i}, 1 \leq i \leq k-m-1; \\ P_{i-1} = (1+\rho)P_i - \gamma_{(k-2m-1+i)\vee 0} \rho P_{k-m+i}, k-m \leq i \leq m+1; \\ P_{i-1} = (1+\gamma_{i-m-1}\rho)P_i, m+2 \leq i \leq k; \\ P_k = \gamma_{k-m}\rho P_{k+1}. \end{cases}$$

Решение системы (6) в явном виде достаточно громоздко. Для численного решения предлагается использовать алгоритм, основанный на замене

$$P_i = a_i P_{k+1}, i = 0, 1, \dots, k+1. \quad (7)$$

При этом коэффициенты \$a_i\$ будут определяться «обратной» рекурсией:

$$\begin{cases} a_{k+1} = 1; \\ a_k = \gamma_{k-m}\rho; \\ a_{i-1} = (1 + \gamma_{i-m-1}\rho)a_i, m+2 \leq i \leq k; \\ a_{i-1} = (1 + \rho)a_i - \gamma_{(k-2m-1+i)\vee 0} \rho a_{k-m+i}, k-m \leq i \leq m+1; \\ a_{i-1} = a_i - \rho a_{k-m+i}, 1 \leq i \leq k-m-1. \end{cases}$$

В (6) и (8) для сокращения применяется символ \$\vee\$, означающий \$a \vee b = \max(a, b)\$. Вероятность нехватки ЗИП будет равна

$$P_{k+1} = \left(\sum_{i=0}^{k+1} a_i \right)^{-1}. \quad (9)$$

Рассмотрим пятый случай: \$k=m+1\$.

Из первых двух уравнений получаем рекуррентное соотношение:

$$P_{i-1} = \rho P_i, i = 1, \dots, m+1.$$

Применив последнее уравнение, получаем:

$$P_i = \gamma_1 \rho^{m+2-i} P_{m+2}, i = 0, \dots, m+1.$$

Из условия нормировки, если \$\rho \neq 1\$, получаем:

$$P_{k+1} = \frac{1-\rho}{1-\rho + \gamma_1 \rho - \gamma_1 \rho^{m+3}} = \frac{1-\rho}{1+\rho^2 - (1+\rho)\rho^{m+3}}. \quad (10)$$

В случае если \$\rho = 1\$, получаем:

$$P_{k+1} = \frac{1}{1+2(m+2)} = \frac{1}{2m+5}. \quad (11)$$

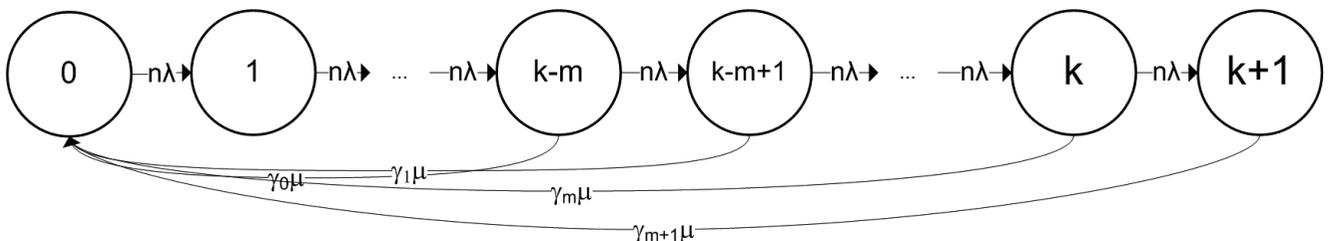


Рис. 4. Граф переходов системы с коррекцией заявки ЗИП

Случай 2. Заявка корректируется

Теперь предположим, что заявка на доставку корректируется в той ситуации, если до поставки партии ЗЧ возникли дополнительные отказы (рис. 4).

В этом случае множители интенсивностей переходов также будут непостоянными, поскольку на пополнение прежней заявки потребуются дополнительные ресурсы времени. Предположим, что на укомплектование единицы ЗИП на складе требуется в среднем времени τ , а на доставку к месту назначения – π . Тогда переход из состояния $k-m$ в состояние 0 займет в среднем времени $m\tau + \pi$. Переход из состояния $k-m+1$ в состояние 1 займет в среднем времени $(m+1)\tau + \pi$. В общем случае переход из состояния $k-m+j$ в состояние j займет в среднем времени $(m+j)\tau + \pi$. При этом $j = 0, 1, \dots, m+1$. Как и ранее, $\gamma_0 = 1$. Тогда

$$\gamma_j = \frac{m\tau + \pi}{(m+j)\tau + \pi}. \tag{12}$$

Если времена τ и π неизвестны, можно воспользоваться оценкой

$$\frac{m\tau + \pi}{(m+j)\tau + \pi} \geq \frac{m}{m+j}.$$

Если положить

$$\gamma_j = \frac{m}{m+j}, \tag{13}$$

то интенсивности возвратных переходов будут получаться заниженными и оценка необходимого количества ЗИП будет завышена, т.е. консервативна. Степень консерватизма будет определяться отношением π/τ . Если $(\pi/\tau) > 1$, время доставки больше времени укомплектования единицы ЗИП, результат будет сильно консервативен, и для получения адекватного результата лучше пользоваться классическим вариантом расчета. Если $(\pi/\tau) < 1$, время доставки меньше времени укомплектования единицы ЗИП, результат будет слабо консервативен, ошибка от применения (13) вместо (12) будет невелика. В любом случае, если известно отношение π/τ , то предпочтительнее пользоваться (12).

Графу на рис. 4 соответствует следующая система дифференциальных уравнений.

$$\begin{cases} P'_0(t) = -n\lambda P_0(t) + \mu \sum_{i=0}^{m+1} \gamma_i P_{k-m+i}(t); \\ P'_i(t) = n\lambda P_{i-1}(t) - n\lambda P_i(t), 1 \leq i \leq k-m-1; \\ P'_i(t) = n\lambda P_{i-1}(t) - (n\lambda + \gamma_{i-k+m} \mu) P_i(t), k-m \leq i \leq k; \\ P'_{k+1}(t) = n\lambda P_k(t) - \gamma_{m+1} \mu P_{k+1}(t). \end{cases} \tag{14}$$

Будем как и прежде искать стационарное решение «сверху вниз»

$$P_k = \gamma_{m+1} \rho P_{k+1};$$

$$P_{i-1} = \gamma_{m+1} \rho P_{k+1} \prod_{j=m-k+i}^m (1 + \gamma_j \rho), k-m \leq i \leq k;$$

$$P_{i-1} = P_i, 1 \leq i \leq k-m-1.$$

Следовательно

$$P_1 = P_2 = \dots = P_{k-m-1} = \gamma_{m+1} \rho P_{k+1} \prod_{j=0}^m (1 + \gamma_j \rho) = A_m P_{k+1}.$$

Вероятность исходного состояния определяется суммой

$$P_0 = \rho \sum_{i=0}^{m+1} \gamma_i P_{k-m+i} = \gamma_{m+1} \rho P_{k+1} \left[1 + \gamma_m \rho + \sum_{i=0}^{m-1} \gamma_i \rho \prod_{j=i+1}^m (1 + \gamma_j \rho) \right].$$

Применив условие нормировки, получим следующий результат

$$\gamma_{m+1} \rho \sum_{i=1}^m \prod_{j=i}^m (1 + \gamma_j \rho) + (k-m) A_m + \gamma_{m+1} \rho + 1 = \frac{1}{P_{k+1}},$$

откуда вероятность нехватки ЗИП будет определяться выражением

$$P_{k+1} = \frac{1}{(k-m) A_m + \gamma_{m+1} \rho + 1 + B_m}, \tag{15}$$

где $A_m = \gamma_{m+1} \rho \prod_{j=0}^m (1 + \gamma_j \rho)$, $B_m = \gamma_{m+1} \rho \sum_{i=1}^m \prod_{j=i}^m (1 + \gamma_j \rho)$.

Как и ранее, подбираем k так, чтобы вероятность (15) была меньше некоторого числа ϵ . Окончательно получаем следующий критерий оценки необходимого запаса:

$$k \geq \frac{\frac{1-\epsilon}{\epsilon} - \gamma_{m+1} \rho - B_m}{A_m} + m, \tag{16}$$

где $A_m = \gamma_{m+1} \rho \prod_{j=0}^m (1 + \gamma_j \rho)$.

Сравнительный анализ получающихся результатов.

Проведем сравнение оценок необходимого объема ЗИП, получающихся классическим способом с постоянными интенсивностями возвратных состояний, и полученных по новой методике, с учетом поправок γ_i , $i = 1, 2, \dots, m+1$.

В табл. 1–6 приведены результаты расчетов необходимого количества ЗИП при различных значениях параметров $\rho = \frac{\mu}{n\lambda}$ и вероятности нехватки ЗИП ϵ . В качестве неснижаемого уровня взято $m=1$.

Табл. 1. Оценка необходимого объема ЗИП. $\rho=1$. Заявка не корректируется

Способ	ϵ		
	0,1	0,05	0,01
Классический	4	6	26
Новый	3	3	6

**Табл. 2. Оценка необходимого объема ЗИП. $\rho=1$.
Заявка корректируется**

Способ	ϵ		
	0,1	0,05	0,01
Классический	3	5	25
Новый	10	20	100

**Табл. 3. Оценка необходимого объема ЗИП. $\rho=2$.
Заявка не корректируется**

Способ	ϵ		
	0,1	0,05	0,01
Классический	2	3	7
Новый	2	2	3

**Табл. 4. Оценка необходимого объема ЗИП. $\rho=2$.
Заявка корректируется**

Способ	ϵ		
	0,1	0,05	0,01
Классический	2	2	7
Новый	3	6	26

**Табл. 5. Оценка необходимого объема ЗИП. $\rho=5$.
Заявка не корректируется**

Способ	ϵ		
	0,1	0,05	0,01
Классический	2	2	2
Новый	2	2	2

**Табл. 6. Оценка необходимого объема ЗИП. $\rho=5$.
Заявка корректируется**

Способ	ϵ		
	0,1	0,05	0,01
Классический	1	1	2
Новый	2	2	4

Анализируя результаты расчетов, можно отметить, во-первых, что ранее сформулированные выводы о завышении или занижении объема ЗИП оказались верны. Во-вторых, предложенные в статье поправки имеют смысл учитывать при $\rho \leq 5$, т.е. когда интенсивность восстановления ЗИП μ сопоставима по значению с суммарной интенсивностью отказов λ . В этой ситуации действительно можно получить ощутимый экономический эффект в случае, когда заявка не корректируется. В том же случае, когда заявка корректируется, можно получить консервативную, но при этом корректную оценку необходимого объема ЗИП.

С другой стороны, необходимо отметить, что в статье рассмотрено и исследовано решение стационарной задачи, которое, возможно, будет сильно отличаться от решения исходной нестационарной задачи при относительно малых временах расчета. Исследованию численного решения нестационарной задачи будут посвящены дальнейшие разработки авторов в этом направлении.

Заключение

В статье улучшена методика получения оценки необходимого объема ЗИП с неснижаемым уровнем. Проанализированы результаты применения скорректированных и классических оценок. Выявлено, что наиболее ощутимый эффект от применения скорректированной оценки будет при интенсивностях отказов, сопоставимых с интенсивностями пополнения ЗИП.

Библиографический список

- ГОСТ 27.507-2015 Надежность в технике. Запасные части, инструменты и принадлежности. Оценка и расчет запасов. М.: Стандартинформ, 2017. III, 48 с.
- ГОСТ Р 51901.15-2005 (МЭК 61165:1995) Менеджмент риска. Применение Марковских методов. М.: Стандартинформ, 2005. IV, 15 с.
- Черкесов Г.Н. Надежность аппаратно-программных комплексов: Учебное пособие. СПб.: Питер, 2005. 479 с., ил.
- Черкесов Г.Н. Оценка надежности систем с учетом ЗИП: Учебное пособие для студентов высших учебных заведений. СПб: БХВ-Петербург, 2012. 478 с., ил.
- Викторова В.С., Степанянц А.С. Модели и методы расчета надежности технических систем. ЛЕНАНД (УРСС), 2016. 256 с.
- Максимов Ю.Д. Вероятностные разделы математики: Учебник для бакалавров технических направлений. СПб.: Иван Федоров, 2001. 592с., ил.

Сведения об авторах

Валерий Анатольевич Чепурко – кандидат физико-математических наук, доцент, главный специалист отдела расчетных обоснований проектных решений АО РАСУ, Москва, Российская Федерация, e-mail: VAChepurko@rasu.ru

Алексей Николаевич Черняев – кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой автоматизированных систем управления тепловыми процессами МЭИ, Москва, Российская Федерация, e-mail: ChernyaevAN@mprei.ru, тел. +7(495)362-77-20, +7(495)362-70-29.

Вклад авторов в статью

Авторами скорректирована и расширена методика оценки ЗИП с неснижаемым уровнем. Проведен сравнительный анализ классической и скорректированной методики.

Чепурко В.А. разработал методику оценки объема ЗИП в ситуации, когда заявка на пополнение ЗИП не корректируется.

Черняев А.Н. разработал методику оценки объема ЗИП в ситуации, когда заявка на пополнение ЗИП корректируется и провел сравнительный анализ.

Конфликт интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.