Надежность, том 21, №1, 2021
УДК 519.248:62-192
Оригинальная статья
https://doi.org/10.21683/1729-2646-2021-21-1-17-22

Анализ смещения оценок стационарного коэффициента готовности для различных планов испытаний

Дмитрий М. Рудковский[1], **Виктор С. Михайлов**[1]*
[1]Федеральное государственное унитарное предприятие «Центральный научно-исследовательский институт химии и механики им. Д.И. Менделеева», Москва, Российская Федерация
*mvs1956@list.ru

Дмитрий М. Рудковский

Виктор С. Михайлов

Резюме. *Любой процесс разработки технических изделий должен включать проведение испытаний на надежность. Если в процессе эксплуатации нормой является восстановление изделия после наступившего отказа, то в качестве планов испытаний на надежность обычно используют планы испытаний типа NBt, NBR, NБt и NБR, где N – число испытуемых однотипных изделий; t – время испытаний каждого из N изделий; R – число отказов; В (Б) – характеристика плана, означающая, что работоспособность изделия после каждого отказа в течение срока испытаний восстанавливается (не восстанавливается). Обычно символы NBt и NBR обозначают, что в процессе испытаний отказы восстанавливаются мгновенно. Чтобы не путать планы NBt, NBR, NБt и NБR с планами испытаний с длительным временем восстановления, будем последние обозначать соответственно символами NB!t, NB!R, NБ!t и NБ!R. Упростим постановку задачи и потребуем для планов испытаний типа NB!t, NB!R, NБ!t и NБ!R выполнение условия D = R, где D – число восстановлений, т.е. после окончания испытаний в момент времени t восстановление изделий продолжается, пока не восстановится последнее из R отказавших изделий. Такие планы испытаний будем обозначать NB!t(D=R), NB!R(D=R), NБ!t(D=R) и NБ!R(D=R). В качестве модели надежности принимается экспоненциальное распределение. Для восстанавливаемых изделий обычно в качестве комплексного показателя надежности устанавливают стационарный коэффициент готовности (КГ). Нахождение эффективных оценок является одной из основных задач теории надежности. За последнее время, начиная с 60-тых годов прошлого столетия, в отечественной научной литературе было представлено ничтожно мало исследований, касающихся свойств оценок стационарного КГ. Наиболее известная работа по исследованию оценок стационарного КГ для плана испытаний типа NBR представлена в книге Белецкого Б.Р. «Теория надежности радиотехнических систем (математические основы). Учебное пособие для вузов» (М.: Советское радио, 1978. 264 с.). Настоящая работа восполняет указанный пробел. Чтобы из бесконечного множества оценок стационарного КГ выявить эффективную оценку, сначала следует построить критерий сравнения по эффективности этих оценок.* **Цель работы.** *Целью работы является построение простого критерия эффективности оценок стационарного КГ для планов испытаний с длительным временем восстановления, и определение на основе построенного критерия эффективной оценки из числа предложенных.* **Методы исследования.** *Для нахождения эффективной оценки использовались интегральные числовые характеристики точности оценки, а именно: суммарный квадрат смещения ожидаемой реализации некоторого варианта оценки от исследуемых параметров законов распределений.* **Выводы.** *Построены простые критерии эффективности оценок стационарного КГ для различных планов испытаний с длительным временем восстановления (случай $N \geq 1$). Оценка $G_3 = (1 + VR / S(R + 1))^{-1}$ является эффективной по смещению среди предложенных для планов испытаний типа NB!t(D=R) и NБ!t(D=R). Традиционная оценка $G_1 = (1 + V / S)^{-1}$ является эффективной по смещению среди предложенных для планов испытаний типа NB!R(D=R) и NБ!R(D=R).*

Ключевые слова: *оценка, эффективная оценка, критерий эффективности, коэффициент готовности, стационарный коэффициент готовности.*

Формат цитирования: *Рудковский Д.М., Михайлов В.С., Анализ смещения оценок стационарного коэффициента готовности для различных планов испытаний // Надежность. 2021. №1. С. 17-22. https://doi.org/10.21683/1729-2646-2021-21-1-17-22*

Поступила *28.12.2020 г.* / **После доработки** *28.01.2021 г.* / **К печати** *22.03.2021 г.*

Введение

Любой процесс разработки технических изделий должен включать проведение испытаний на надежность. Если в процессе эксплуатации нормой является восстановление изделия после наступившего отказа, то в качестве планов испытаний на надежность обычно используют планы испытаний типа *NBt*, *NBR*, *NБt* и *NБR*, где N – число испытуемых однотипных изделий; t – время испытаний каждого из N изделий; R – число отказов; B ($Б$) – характеристика плана, означающая, что работоспособность изделия после каждого отказа в течение срока испытаний восстанавливается (не восстанавливается) [1–3]. Обычно символы *NBt* и *NBR* обозначают, что в процессе испытаний отказы восстанавливаются мгновенно. Чтобы не путать планы *NBt*, *NBR*, *NБt* и *NБR* с планами испытаний с длительным временем восстановления, будем последние обозначать соответственно символами *NB!t*, *NB!R*, *NБ!t* и *NБ!R*.

Упростим постановку задачи и потребуем для планов испытаний типа *NB!t*, *NB!R*, *NБ!t* и *NБ!R* выполнение условия $D = R$, где D – число восстановлений, т.е. после окончания испытаний в момент времени t восстановление изделий продолжается пока не восстановится последнее из R отказавших изделий. Такие планы испытаний будем обозначать *NB!t*(D=R), *NB!R*(D=R), *NБ!t*(D=R) и *NБ!R*(D=R). В качестве модели надежности принимается экспоненциальное распределение.

Для восстанавливаемых изделий обычно в качестве комплексного показателя надежности устанавливают стационарный коэффициент готовности (КГ). Стационарный КГ определяется как вероятность того, что изделие окажется в работоспособном состоянии в данный момент времени, достаточно удаленный от начала испытаний[1].

Формула для стационарного КГ ($K_г$), используемая на практике, имеет вид [1–3]

$$K_г = T / (T + H) = 1 / (1 + H / T),$$

где $T = 1 / \lambda$ – средняя наработка до отказа изделия, где λ – интенсивность отказов изделия, $H = 1 / h$ – среднее время восстановления (замены) изделия, где h – интенсивность восстановлений (замен) изделия. В качестве оценки КГ используется общая формула

$$G = \check{T} / (\check{T} + \hat{H}) = 1 / (1 + \hat{H} / \check{T}),$$

где $\check{T}$ – оценка средней наработки до отказа, полученная по результатам испытаний изделий, $\hat{H}$ – оценка среднего времени восстановления, полученная по результатам испытаний изделий. Из вида оценки G следует, что существует бесконечное множество оценок стационарного КГ $K_г$. Например, для планов испытаний типа *NBt* и *NBR* в качестве $\check{T}$ можно выбрать оценку[2] соответственно $\check{T} = Nt / (R + 1)$, $R \geq 1$ и $\check{T} = Nt / R$, $R \geq 1$ [1–4]. В качестве формулы для $\hat{H}$ традиционно выбирают $\hat{H} = V / D = R$, где $R \geq 1$, V – суммарное время восстановления. Нахождение эффективных оценок является одной из основных задач теории надежности. За последнее время, начиная с 60-тых годов прошлого столетия, в отечественной научной литературе было представлено ничтожно мало исследований, касающихся свойств оценок стационарного КГ. Наиболее известная работа по исследованию оценок стационарного КГ для плана испытаний типа *NBR* представлена в [3]. Настоящая работа восполняет указанный пробел.

Чтобы из бесконечного множества оценок стационарного КГ $K_г$ выявить эффективную оценку, сначала следует построить критерий сравнения по эффективности этих оценок.

Цель работы

Целью работы является построение простого критерия эффективности оценок стационарного КГ для планов испытаний с длительным временем восстановления ($N \geq 1$) и определение на основе построенного критерия эффективной оценки из числа предложенных.

Методы исследования

Для нахождения эффективной оценки использовались интегральные числовые характеристики точности оценки, а именно: суммарный квадрат смещения ожидаемой реализации некоторого варианта оценки от исследуемых параметров законов распределений [4].

Построение критерия эффективности оценок стационарного КГ для плана испытаний типа *NB!t(D=R)*

Рассмотрим план испытаний типа *NB!t*(D=R). Такие испытания предназначены прежде всего для оценки стационарного КГ [1–3] (определительные испытания). Пусть испытывается некоторое количество изделий и в процессе испытаний наработка до отказа и время восстановления изделия являются случайными величинами и подчиняются экспоненциальному закону распределения вероятностей [1–3]. В процессе испытаний изделие всегда может находиться в одном из двух состояний: работоспособном и неработоспособном. В случае отказа изделие восстанавливается, причем ресурс изделия восстанавливается полностью (путем замены или ремонта), что в процессе испытаний позволяет считать неизменными параметры законов распределения.

Таким образом, испытание *NB!t*(D=R) можно представить в виде двух совокупностей испытаний, проводимых по классическим планам *NBt* (восстановление можно считать мгновенным) и (N=R)B(D=R) (считаем,

[1] ГОСТ 27.002-2015 Надежность в технике. Термины и определения. М.: Стандартинформ, 2016. 23 с.

[2] ГОСТ Р 50779.26-2007 Статистические методы. Точечные оценки, доверительные, предикционные и толерантные интервалы для экспоненциального распределения. М.: Стандартинформ, 2008. 27 с.

что отказы происходят мгновенно), т.е. соответственно план с ограниченным временем испытаний и план с ограниченным числом восстановлений (является случайной величиной).

В процессе проведения испытаний типа *NBt* наблюдается пуассоновский поток отказов с интенсивностью $N\lambda$ [1–3]. Не нарушая общности рассуждений, интенсивность $N\lambda$ объединенного потока отказов будем обозначать символом λ, т.е. λ эквивалентно $N\lambda$, что не должно привести к путанице, тогда совокупность независимых испытаний представляется в виде испытания одного изделия $N = 1$, характеризуемого объединенным потоком отказов.

Введем обозначения:

S – суммарная наработка изделий;

V – суммарное время восстановлений.

Можно предложить множество вариантов оценок $G(D{=}R, R, S{=}Nt, V)$. Для их сравнения по эффективности следует построить критерий эффективности оценок стационарного КГ. С этой целью воспользуемся опытом подобных построений, изложенным в [4]. Оценка G считается эффективной по смещению в сравнении с другими оценками, если ее математическое ожидание EG имеет наименьшее смещение от истинного стационарного КГ $K_г$, который всегда зависит от параметров законов распределения λ, h. Смещение (m) в большинстве случаев определяют как квадрат отклонения EG от принимаемых значений КГ, а именно:

$m(G, K_г) = (EG - K_г)^2$.

В принципе, вид оценок G стационарного КГ может иметь любой функциональный вид $G(N, S{=}Nt, V, D{=}R, R, \ldots)$, $N = 1$. В данной работе следует ограничиться оценками с простым видом, а именно ($S{=}Nt$):

$$G_1 = \frac{1}{1+\frac{V}{S}\cdot\frac{R}{D=R}} \text{ (традиционная оценка)},$$

$$G_2 = \frac{1}{1+\frac{V}{S}\cdot\frac{R+1}{D=R}},\quad G_3 = \frac{1}{1+\frac{V}{S}\cdot\frac{R}{R+1}}.$$

Тогда в предположении, что $EG(V, R)$, конечно, следует, что $EG(V, R) = E_R(E_V(G|R))$ [6].

Для каждого из R отказавших изделий плотность функции вероятности для суммы независимых одинаково распределенных случайных величин времен восстановлений τ_{vij} с плотностью распределения $he^{-ht} - V$, имеет вид специального распределения Эрланга $F\left(D=R, R=r, H=10^j, T=10^i\right) = E\left(G - \frac{T}{T+H}\right)^2$ [1, 2, 5]. Условное математическое ожидание E_V оценки G стационарного КГ имеет вид

$$E_V(G \mid R, D=R, h) = \int_0^\infty G\frac{h(hV)^{(D-1)}e^{-hV}}{(D-1)!}dV.$$

Поток отказов представляет собой пуассоновский поток с функцией распределения $L(r) = \sum_{k=0}^{r} e^{-\Delta}\frac{\Delta^k}{k!}$, ($\Delta = \lambda t$). Математическое ожидание EG вычисляется по формуле [1–3]:

$$EG = E_R\left(E_V G\right) = \sum_{r=0}^{\infty}\left(E_V G\right)\cdot e^{-\Delta}\frac{\Delta^r}{r!}.$$

Смещение $m(G)$, как и $K_г$, тоже зависит от параметров выбранных законов распределения (T, H). Чтобы построить критерий эффективности оценок стационарного КГ, следует просуммировать смещение по всем параметрам выбранных законов распределения (T, H) и плана испытаний ($R{=}r$, t, $N{=}1$):

$$A(G) = \int_{10^3}^{10^5}\int_{10^1}^{10^4}\int_{10^4}^{10^7} m(G)dHdTdt. \tag{1}$$

Заметим, что параметр N плана испытаний типа $NB!t(D{=}R)$ не является критичным и, не нарушая общности рассуждений, принимается равным единице $N = 1$. Если не ограничивать суммирование, то величина построенного функционала $A(G)$ для большинства оценок всегда будет равна бесконечности. Поэтому пределы суммирования (выраженные в часах) ограничивают разумными интервалами величин параметров (T, H, t, V) и $R = 10$.

Среди оценок, обладающих минимальным суммарным смещением $A(G)$, эффективной следует считать оценку с минимальным суммарным уклонением. Для этого строится функционал

$$B(G) = \int_{10^3}^{10^5}\int_{10^1}^{10^4}\int_{10^4}^{10^7} y(G)dHdTdt, \tag{2}$$

где $y(G) = E_R(E_V((G - K_г)^2|R))$ [4, 6],

$$E_V\left(\left(G-K_г\right)^2 \mid R, D=R, h\right) = \int_0^\infty \left(G-K_г\right)^2\frac{h(hV)^{(D-1)}e^{-hV}}{(D-1)!}dV.$$

Непосредственное вычисление функционалов $A(G)$ и $B(G)$ (формулы (1) и (2)) весьма затруднительно, т.к. требует больших вычислительных мощностей. Поэтому формулы (1) и (2) следует упростить и привести к более практичному виду соответственно ($R = r$)

$$A_1 = \sum_{k=3}^{5}\sum_{j=1}^{4}\sum_{i=4}^{7}\left(C\right)^2, \tag{3}$$

$$\text{где } C = \left[\begin{gathered}\sum_{r=1}^{10} E_V G\left(D=r, R=r, H=10^j, t=10^k\right)\cdot\\ \cdot e^{-\frac{t=10^k}{T=10^i}}\frac{\left(-t=10^k\right)^r}{\left(T=10^i\right)^r r!}\end{gathered}\right] - \frac{10^i}{10^i+10^j},$$

$$B_1 = \sum_{k=3}^{5}\sum_{j=1}^{4}\sum_{i=4}^{7}\sum_{r=1}^{10} e^{-\frac{t=10^k}{T=10^i}}\frac{\left(-t=10^k\right)^r}{\left(T=10^i\right)^r r!}E_V F, \tag{4}$$

$$\text{где } F = \left[G\left(D=r, R=r, t=10^k\right) - \frac{10^i}{10^i+10^j}\right]^2.$$

Результаты подстановки в формулы (3) и (4) предложенных оценок стационарного КГ для плана испытаний типа $NB!t(D{=}R)$ представлены в табл. 1.

Табл. 1. Результаты подстановки в формулы (1) и (2) предложенных оценок стационарного КГ для плана испытаний типа *NB!t*(*D*=*R*)

	G_1	G_2	G_3
$A1$	34,057	34,263	33,906
$B1\cdot 1000$	114	170	93

Из табл. 1 следует, что для плана испытаний типа $NB!t(D{=}R)$ оценка $G_3 = (1 + VR / S(R + 1))^{-1}$ является эффективной по смещению среди предложенных.

Пример. Сложное оборудование в количестве двух штук было поставлено на опытную эксплуатацию на срок равный трем месяцам (2190 ч). В качестве показателя надежности в ТЗ установлен стационарный коэффициент готовности $K_г = 0{,}92$. В процессе опытной эксплуатации обнаружен отказ. Из-за сложной логистики оборудование простояло на ремонте 500 ч.

Далее рассмотрим два решения примера:

1) Традиционная оценка

По результатам опытной эксплуатации оценка стационарного КГ составила

$G_1 = (1 + V / S)^{-1} = (1 + 500 / (2190 + 2190))^{-1} = 0{,}897$, что не соответствует требованиям ТЗ.

2) С использованием эффективной оценки стационарного КГ $G_3 = (1 + VR / S(d + 1))^{-1}$.

По результатам опытной эксплуатации оценка стационарного КГ составила

$G_3 = (1 + VR / S(R + 1))^{-1} = (1 + 500 / 2(2190 + 2190))^{-1} = 0{,}946$, что соответствует требованиям ТЗ.

Построение критерия эффективности оценок стационарного КГ для плана испытаний типа *NБ!t*(*D*=*R*)

Рассмотрим план испытаний типа $NБ!t(D{=}R)$. Испытание $NБ!t(D{=}R)$ можно представить в виде двух совокупностей испытаний, проводимых по классическим планам $NБt$ (без восстановления) и $(N{=}R)Б(D{=}R)$, т.е. соответственно по биномиальному плану и плану, ограниченному числом восстановлений (является случайной величиной).

Рассмотрим план испытаний типа $(N{=}R)Б(D{=}R)$. Как и в предыдущем разделе, для каждого из R испытуемых (или отказавших для плана $NБt$) изделий плотность функции вероятности для суммы независимых одинаково распределенных случайных величин времен восстановлений τ_{vij} с плотностью распределения $he^{-ht} - V$, имеет вид специального распределения Эрланга $\dfrac{h(hV)^{(d-1)}e^{-hV}}{(d-1)!}$ [1, 2, 5]. Тогда условное математическое ожидание E_V оценки G стационарного КГ рассчитывают по формуле

$$E_V(G \mid R, D=R, h) = \int_0^\infty G\frac{h(hV)^{(D-1)}e^{-hV}}{(D-1)!}dV.$$

Пусть случайная величина R имеет биномиальное распределение $p_N(R{=}r)$ [7, ф. 1.4.55] с параметрами N и p, $0 \le p \le 1$, т.е. с.в. $R = r$, равная числу успехов в серии из N независимых опытов с вероятностью успеха $p = 1 - e^{-\lambda t}$, принимает целочисленные значения 0, 1, 2, …, N с вероятностями $p_N(r) = C_N^r p^r (1-p)^{N-r}$.

Тогда математическое ожидание $EG(V,R) = E_R(E_V(G|R))$ имеет вид

$$EG(V,R) = \sum_{r=0}^{N} p_N(r) E_V(G \mid R=r).$$

Аналогично (см. предыдущий раздел) строится математическое ожидание

$$EG\left((G-K_г)^2\right) = \sum_{r=0}^{N} p_N(r) E_V\left((G-K_г)^2 \mid R=r\right).$$

Чтобы построить критерий эффективности оценок стационарного КГ, следует просуммировать смещение по всем параметрам выбранных законов распределения (T, H) и плана испытаний ($R{=}r$, t, $N \le 10$):

$$A(G) = \sum_{N=1}^{10}\int_{1000}^{10^5}\int_{1}^{10^4}\int_{10^4}^{10^7} m(G)\,dHdTdt, \tag{5}$$

$$B(G) = \sum_{N=1}^{10}\int_{1000}^{10^5}\int_{1}^{10^4}\int_{10^4}^{10^7} y(G)\,dHdTdt. \tag{6}$$

Непосредственное вычисление функционалов $A(G)$ и $B(G)$ (формулы (5) и (6)) весьма затруднительно, т.к. требует больших вычислительных мощностей. Поэтому формулы (5) и (6) приводятся к виду:

$$A_1 = \sum_{N=1}^{10}\sum_{k=3}^{5}\sum_{j=1}^{4}\sum_{i=4}^{7}(C)^2, \tag{7}$$

где $C = \left[\begin{array}{c}\sum_{r=1}^{N} E_V G\left(D=r, R=r, N, H=10^j, t=10^k\right) \\ \cdot C_N^r p^r (1-p)^{N-r}\end{array}\right] - \dfrac{10^i}{10^i+10^j}$,

$$B_1 = \sum_{N=1}^{10}\sum_{k=3}^{5}\sum_{j=1}^{4}\sum_{i=4}^{7}\sum_{r=1}^{N} C_N^r p^r (1-p)^{N-r}\, E_V F, \tag{8}$$

где $F = \left[G\left(D=r, R=r, N, t=10^k\right) - \dfrac{10^i}{10^i+10^j}\right]^2$.

Заметим, что суммарная наработка S считается по среднему $S = R\cdot t / 2 + (N - R)\cdot t$.

Результаты подстановки в формулы (7) и (8) предложенных оценок стационарного КГ для плана испытаний типа $NБ!t(D{=}R)$ представлены в табл. 2.

Табл. 2. Результаты подстановки в формулы (7) и (8) предложенных оценок стационарного КГ для плана испытаний типа *NБ!t*(*D*=*R*)

	G_1	G_2	G_3
$A1$	271	272	270
$B1\cdot 100$	240	272	239

Из табл. 2 следует, что для плана испытаний типа $NБ!t(D=R)$ оценка $G_3 = (1 + VR / S(R + 1))^{-1}$ является эффективной по смещению среди предложенных.

Построение критерия эффективности оценок стационарного КГ для планов испытаний типа *NB!R*(*D*=*R*) и *NБ!R*(*D*=*R*)

Испытание $NБ!R(D=R)$ можно представить в виде двух совокупностей испытаний, проводимых по классическим планам $NБR$ (без восстановления) и $(N=R)Б(D=R)$, т.е. соответственно по биномиальному плану и плану с ограниченным числом восстановлений, которое в данном случае является не случайной величиной. Аналогично испытание $NB!R(D=R)$ можно представить в виде двух совокупностей испытаний, проводимых по классическим планам NBR (с восстановлением) и $(N=R)B(D=R)$.

Для любого из R отказавших изделий длительности восстановления τ_{vij} и работы τ_{ij}, $i = 1, 2, \ldots, R; j = 1, 2, \ldots, N$ не зависят друг от друга и каждая имеет свою плотность распределения соответственно he^{-ht} и $\lambda e^{-\lambda t}$. Зависимость факта появления отказов и, как следствие, восстановлений не влияет на продолжительности восстановления τ_{vij} и работы τ_{ij}. И, как следствие, независимы и с.в. S, V. Для построения математического ожидания EG следует знать функцию распределения сумм S, V и числа отказов R. Для каждого из $R = r$ ($D = d = r$) изделий, поставленных на восстановление, плотность функции вероятности для суммы независимых одинаково распределенных случайных времен восстановлений τ_{vij} с плотностью распределения $he^{-ht} - V$, имеет вид специального распределения Эрланга $\dfrac{h(hV)^{(d-1)}e^{-hV}}{(d-1)!}$ [1, 2, 5]. Для каждого из $R = r$ отказавших изделий плотность функции вероятности для суммы независимых одинаково распределенных случайных наработок до отказа с плотностью распределения $\lambda e^{-\lambda t} - S$, тоже имеет вид специального распределения Эрланга $\dfrac{\lambda(\lambda S)^{(r-1)}e^{-\lambda S}}{(r-1)!}$. Аналогично для совокупности R отказавших изделий [1, 2, 5].

Тогда математическое ожидание оценки G стационарного КГ рассчитывают по формуле

$$E\left(G, D = d = r, R = r, \lambda, h\right) = \\ = \int_0^\infty\int_0^\infty G \frac{h(hV)^{(d-1)}e^{-hV}}{(d-1)!}\frac{\lambda(\lambda S)^{(r-1)}e^{-\lambda S}}{(r-1)!}dVdS.$$

Аналогично

$$E\left(\left(G - K_г\right)^2, D = d = r, R = r, \lambda, h\right) = \\ = \int_0^\infty\int_0^\infty \left(G - K_г\right)^2 \frac{h(hV)^{(d-1)}e^{-hV}}{(d-1)!}\frac{\lambda(\lambda S)^{(r-1)}e^{-\lambda S}}{(r-1)!}dVdS.$$

Чтобы построить критерий эффективности оценок стационарного КГ, следует просуммировать смещение по всем параметрам выбранных законов распределения (T, H) и плана испытаний ($R = 10$):

$$A(G) = \sum_{r=1}^{10}\int_1^{10^4}\int_{10^4}^{10^7} m(G)dTdH, \tag{9}$$

$$B(G) = \sum_{r=1}^{10}\int_1^{10^4}\int_{10^4}^{10^7} E\left(G - K_г\right)^2 dHdT. \tag{10}$$

Непосредственное вычисление функционалов $A(G)$ и $B(G)$ (формулы (9) и (10)) весьма затруднительно, т.к. требует больших вычислительных мощностей. Поэтому формулы (9) и (10) следует упростить и привести к более практичному виду соответственно:

$$A_1 = 10^4 \sum_{j=1}^{4}\sum_{i=4}^{7}\sum_{r=1}^{10} C\left(D = R, R = r, H = 10^j, T = 10^i\right), \tag{11}$$

где $C\left(D = R, R = r, H = 10^j, T = 10^i\right) = \left(EG - \dfrac{T}{T+H}\right)^2$,

$$B_1 = 10^2 \sum_{j=1}^{4}\sum_{i=4}^{7}\sum_{r=1}^{10} F\left(D = R, R = r, H = 10^j, T = 10^i\right), \tag{12}$$

где $F\left(D = R, R = r, H = 10^j, T = 10^i\right) = E\left(G - \dfrac{T}{T+H}\right)^2$.

В формулы (11) и (12) введен нормирующий множитель, упрощающий вид результата. Результаты подстановки предложенных оценок стационарного КГ в формулы (11) и (12) для планов испытаний типа $NB!R(D=R)$ и $NБ!R(D=R)$ представлены в табл. 3.

Табл. 3. Результаты подстановки предложенных оценок стационарного КГ в формулы (11) и (12) для планов испытаний типа *NB!R*(*D*=*R*) и *NБ!R*(*D*=*R*)

	G_1	G_2	G_3
$A1$	202	1199	325
$B1$	49	66	42

Из табл. 3 следует, что оценка $G_1 = (1 + V / S)^{-1}$ является эффективной по смещению среди предложенных.

Выводы

1) Построены простые критерии эффективности оценок стационарного КГ для различных планов ис-

пытаний с длительным временем восстановления (случай $N \geq 1$).

2) Оценка $G_3 = (1 + VR / S(R + 1))^{-1}$ является эффективной по смещению среди предложенных для планов испытаний типа $NB!t(D=R)$ и $NБ!t(D=R)$.

3) Традиционная оценка $G_1 = (1 + V / S)^{-1}$ является эффективной по смещению среди предложенных для планов испытаний типа $NB!R(D=R)$ и $NБ!R(D=R)$.

Библиографический список

1. Барзилович Е.Ю., Беляев Ю.К., Каштанов В.А. и др. Вопросы математической теории надежности / под ред. Б.В. Гнеденко. М. : Радио и связь, 1983. 376 с.

2. Гнеденко Б.В., Беляев Ю.К., Соловьев А.Д. Математические методы в теории надежности: Основные характеристики надежности и их статистический анализ: Изд. 2-е, испр. и доп. М. : Книжний дом «ЛИБРОКОМ», 2013. 584 с.

3. Белецкий Б.Р. Теория надежности радиотехнических систем (математические основы): Учебное пособие для вузов. М.: Советское радио, 1978. 264 с.

4. Михайлов В.С., Юрков Н.К. Интегральные оценки в теории надежности. Введение и основные результаты. М.: ТЕХНОСФЕРА, 2020. 149 с.

5. Кокс Д.Р., Смит В.Л. Теория восстановления. М.: Советское радио, 1967. 299 с.

6. Боровков А.А. Теория вероятностей. М.: Эдиториал УРСС, 1999. 472 с.

7. Шуленин В.П. Математическая статистика. Часть 1. Параметрическая статистика. Томск.: Издательство НТЛ, 2012. 540 с.

Сведения об авторах

Дмитрий Михайлович Рудковский – кандидат технических наук, начальник отдела, Федеральное государственное унитарное предприятие «Центральный научно-исследовательский институт химии и механики им. Д.И. Менделеева» (ФГУП «ЦНИИХМ»), адрес: ул. Нагатинская, д. 16а, Москва, Российская Федерация, 115487, e-mail: dimond20@mail.ru

Виктор Сергеевич Михайлов – ведущий инженер, Федеральное государственное унитарное предприятие «Центральный научно-исследовательский институт химии и механики им. Д.И. Менделеева» (ФГУП «ЦНИИХМ»), адрес: ул. Нагатинская, д. 16а, Москва, Российская Федерация, 115487, e-mail: Mvs1956@list.ru

Вклад авторов в статью

Авторами построены простые критерии эффективности оценок стационарного КГ для планов испытаний с длительным временем восстановления (случай $N \geq 1$). Получены эффективные оценки из числа предложенных.

Рудковский Дмитрий Михайлович произвел построение критерия эффективности оценок стационарного КГ для планов испытаний типа $NB!R(D=R)$ и $NБ!R(D=R)$.

Михайлов Виктор Сергеевич произвел построение критерия эффективности оценок стационарного КГ для планов испытаний типа $NB!t(D=R)$ и $NБ!t(D=R)$.

Конфликт интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.