

Викторова В.С., Степанянц А.С.

О ПОКАЗАТЕЛЯХ НАДЕЖНОСТИ ТИПА СРЕДНЯЯ НАРАБОТКА

Обсуждаются математические определения показателей средняя наработка до отказа, средняя наработка между отказами и средняя наработка на отказ, приведенные в основной нормативной и теоретической литературе по надежности. Описываются методы практического вычисления показателей при проектном анализе надежности систем. Показана некорректность определения и использования показателя средней наработки на отказ.

Ключевые слова: показатели надежности, средняя наработка до отказа, средняя наработка между отказами, средняя наработка на отказ, марковские модели.

Показатель надежности – техническая характеристика, количественным образом определяющая одно или несколько свойств, составляющих надежность объекта. Показатель надежности количественно характеризует, в какой степени данному объекту или данной группе объектов присущи определенные свойства, обуславливающие надежность. Показатели надежности могут иметь размерность или быть безразмерными. Исследуемые в рамках теории надежности объекты можно разделить на два больших класса – восстанавливаемые и невосстанавливаемые. Показатели надежности также можно разделить на два класса – показатели надежности невосстанавливаемых и восстанавливаемых объектов.

Вопросы выбора основных показателей надежности для различных объектов в достаточной мере проработаны и регламентируются в ГОСТ 27.003-90.

Важным понятием, присутствующим во многих формулировках показателей надежности, является *наработка*. Нарботка это продолжительность или объем работы объекта, т.е. наработка может измеряться не только в единицах времени, но и в единицах выработки продукции, пройденном расстоянии и пр. Например, в одном из зарубежных стандартов по расчету надежности устройств военно-морской техники частотные показатели имеют размерность 1/миллю.

Целью статьи является:

- анализ математических определений показателей средняя наработка до отказа, средняя наработка между отказами и средняя наработка на отказ [1-8];
- выявление допущенной ошибки в математическом определении показателя **средняя наработка на отказ** (это определение сформулировано в основополагающем ГОСТ 27.002-89 и другой литературе);

- обсуждение методов практического вычисления показателя средней наработки на отказ при проектном анализе;
- сравнение всех трех показателей между собой.

Приведем математические определения показателей средняя наработка до отказа, средняя наработка между отказами и средняя наработка на отказ.

1. Средняя наработка объекта до отказа (T_1)

Средняя наработка объекта до отказа определяется как математическое ожидание случайной наработки до первого отказа

$$T_1 = M[\xi_1] = \int_0^{\infty} \tau f(\tau) d\tau = \int_0^{\infty} \tau dQ(\tau) = \int_0^{\infty} P(\tau) d\tau, \quad (1)$$

где ξ_1 – случайная наработка объекта до первого отказа,

$P(t) = P(0, t) = \text{Pr ob}(\xi_1 \geq t) = 1 - F_1(t)$ – вероятность безотказной работы на интервале $(0, t)$,

$F(t)$, $f(t)$ – функция и плотность распределения случайной величины ξ_1 .

Выражение (1), является не только математическим определением, но и реальной вычислительной формулой получения значения показателя.

Этот показатель может характеризовать как невосстанавливаемые, так и восстанавливаемые объекты.

2. Средняя наработка между отказами ($T_{\text{между}}$)

Наработка между отказами (как случайная величина) определяется объемом работы (временем работы) объекта от k -го до $(k+1)$ -го отказа, где $k = 1, 2, \dots$. Отметим, что, во-первых, здесь говорится о **работе** объекта, т.е. время восстановления после k -го отказа не учитывается (поэтому можно говорить после k -го восстановления), а во-вторых, **наработка до первого отказа** не учитывается в данном показателе.

Процесс функционирования восстанавливаемого объекта на стационарном участке представляет собой последовательность чередующихся случайных интервалов работы (ψ_k) и простоя (θ_k) (рис. 1). Простой наступает после отказа объекта, когда над ним проводятся восстановительные операции. Восстановление работоспособности может быть как полным (замена на аналогичный новый объект), так и частичным (например, ремонт только неисправной части).

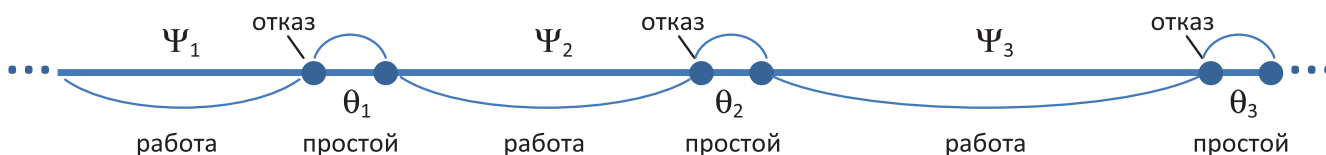


Рис. 1. Стационарный участок функционирования восстанавливаемого объекта

В общем случае, при неполном восстановлении случайные времена ψ_k работы после $k-1$ -го восстановления и до k -го отказа имеют разное распределение с плотностями $f_k(t)$. Если T_k – средняя наработка от момента окончания k -го восстановления до $(k+1)$ -го отказа, то

$$T_{\text{между}} = \lim_{k \rightarrow \infty} M[T_k] = \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k T_i, \quad (2)$$

где каждая из средних наработок объекта от момента окончания $k-1$ -го восстановления до k -го отказа определяется как

$$T_k = M[\psi_k] = \int_0^{\infty} t f_k(t) dt. \quad (3)$$

Выражения (2), (3) являются лишь математическим определением, реальные вычисления показателя по ним не проводятся (да это практически и невозможно). Расчетные выражения основываются на вычисленных значениях стационарного коэффициента готовности (K_r) и среднего времени восстановления ($\tau_{восст}$) (если его можно определить), либо стационарных значениях коэффициента готовности и параметра потока отказов (ω). Показатели K_r и ω принципиально вычисляемы многими методами, например, формулами, использующими теоремы для вероятности суммы, произведения событий и теорему полной вероятности, логико-вероятностными, марковскими, асимптотическими. Приведем эти выражения.

Из известного выражения для стационарного коэффициента готовности $K_r = \frac{T_{МЕЖДУ}}{T_{МЕЖДУ} + \tau_{ВОССТ}}$, по вычисленным значениям K_r и $\tau_{восст}$ получаем

$$T_{МЕЖДУ} = \frac{K_r \cdot \tau_{ВОССТ}}{1 - K_r}; \quad (4)$$

Из известных выражений для стационарного коэффициента готовности и параметра потока отказов $\omega = \frac{1}{T_{МЕЖДУ} + \tau_{ВОССТ}}$, по вычисленным значениям K_r и ω получаем

$$T_{МЕЖДУ} = \frac{K_r}{\omega}. \quad (5)$$

Формула (5) совместно с приближенным (при $T_{между} \gg \tau_{восст}$) выражением (6) для вероятности безотказной работы $P(t)$ восстанавливаемых систем обобщает значительную часть результатов асимптотической теории

$$P(t) \approx \exp^{-\frac{t}{T_{МЕЖДУ}}}. \quad (6)$$

Отметим, что $T_{МЕЖДУ} \leq T_1$, так как по определениям для показателей безотказности $P(t)$ и T_1 система начинает функционировать из исправного состояния.

Этот показатель относится только к восстанавливаемым объектам.

3. Средняя наработка на отказ ($T_{на}$)

В нормативной (например, ГОСТ 27.002-89, ГОСТ 27.003-90) и справочной литературе [1] приводится определение ещё одного показателя, относящегося к усреднению наработок, а именно средняя наработка на отказ, который регламентируется как один из основных показателей безотказности для восстанавливаемых объектов,

$$T_{на}(t_n) = \frac{t_n}{M\{n(t_n)\}}, \quad (7)$$

т.е., отношение суммарной наработки объекта (t_n) к математическому ожиданию числа отказов $n(t_n)$ за эту наработку.

Этот показатель внесен в нормативную литературу в начале 80-х годов не в качестве показателя, дополняющего список основных показателей надежности и характеризующего какую-либо особенность применения объекта, которую не отражают другие показатели, а взамен средней наработки между отказами. Приведем результаты критического анализа показателя $T_{на}$.

Показатель $T_{\text{на}}$ является функцией наработки, поэтому нормировать и вычислять его необходимо на заданной наработке, т.е. правильно обозначать его не $T_{\text{на}}$, а $T_{\text{на}}(t_n)$.

Сравним наработку на отказ с другими наработками, фигурирующими в определениях показателей. Средняя наработка до отказа (T_1) характеризует только наработки до первого отказа. Так как все показатели (в нормативной документации) определены для полностью исправного начального состояния объекта, то для распределений с неубывающей функцией интенсивности отказов средняя наработка до первого отказа будет наибольшей. Средняя наработка между отказами ($T_{\text{между}}$) не охватывает наработки до первого отказа, а усредняет (на бесконечности) наработки после первого отказа. Для распределений с неубывающей функцией интенсивности отказов средняя наработка между отказами будет наименьшей. Отметим, что все резервированные структуры имеют возрастающую функцию интенсивности отказов. Средняя наработка на отказ ($T_{\text{на}}(t_n)$) включает в общем случае и наработку до отказа и наработки между отказами. Таким образом, из приведенных объяснений должно следовать следующее соотношение между показателями $T_1 \geq T_{\text{на}}(t_n) \geq T_{\text{между}}$. Но данное неравенство не выполняется, что будет продемонстрировано на примерах.

Методов вычисления $T_{\text{на}}(t_n)$ нет ни в одной известной нам (и частично приведенной в конце книги) литературе. Имеется в виду, что нет четко сформулированного способа получения значений показателя и примеров его вычисления для резервированных восстанавливаемых структур. Связано это с тем, что наработка на заданном календарном времени функционирования объекта является случайной величиной.

Практически всегда, когда нормируется или вычисляется показатель $T_{\text{на}}$ имеется в виду показатель $T_{\text{между}}$ – средняя наработка между отказами, а иногда – средняя наработка до отказа T_1 .

При $t_n \rightarrow \infty$ $T_{\text{на}}(t_n) \rightarrow T_{\text{между}}$, именно поэтому (возможно и не понимая) говорят и пишут $T_{\text{на}}$, хотя определяют его асимптотическое (стационарное) значение, равное $T_{\text{между}}$.

При $t_n \rightarrow 0$ показатель $T_{\text{на}}(t_n)$ растет, в том числе до бесконечности.

Показатель средняя наработка на отказ ($T_{\text{на}}(t_n)$), если и должен присутствовать в нормативной литературе, то только в качестве специального показателя для объектов, функционирующих строго определённую наработку (по истечении которой объект снимается с эксплуатации, даже если не закончено выполнение им определённого задания). Из основных показателей он должен быть убран, а показатель средняя наработка между отказами введен в список основных показателей надежности.

Ещё раз подчеркнем, что практически всегда записывается в требованиях и оценивается при проектном анализе средняя наработка между отказами, а называют её средней наработкой на отказ! **Никогда не указывают наработку, на которой необходимо определить среднюю наработку на отказ.**

В зарубежной нормативной и технической литературе показателя аналогичного $T_{\text{на}}(t_n)$ нет. В стандартах, литературе США, Англии, Германии присутствуют показатели MTTF – среднее время до отказа, который определяется также как и T_1 – средняя наработка до отказа (для показателей безотказности, определяемых до первого отказа, т.е. с поглощением в состояниях, соответствующих отказу, наработка, если она выражена в единицах времени, совпадает со временем до отказа), и показатель MTBF – среднее **время** между отказами. Показатель MTBF равен сумме средней наработки между отказами и среднего времени восстановления $MTBF = T_{\text{между}} + \tau_{\text{восст}}$. У нас часто в литературе, в проектных материалах, требованиях записывают MTBF, но подразумевается и вычисляется $T_{\text{между}}$, что неверно!

Приведем примеры вычисления средней наработки на отказ.

Пример 1

Рассмотрим дублированный блок с восстановлением, марковская модель надежности которого приведена ниже.

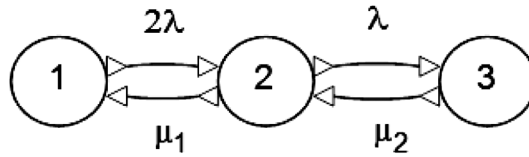


Рис. 2. Марковская модель надежности дублированного блока с восстановлением

Состояние 1 – оба блока работоспособны; состояние 2 – один из блоков отказал, другой работоспособен; состояние 3 – оба блока отказали. Состояния 1 и 2 соответствуют работоспособности резервированной структуры, состояние 3 – отказ резервированной структуры. Интенсивность отказов каждого из блоков равна λ , интенсивность восстановления одного любого блока из состояния 2 равна μ_1 , а из состояния 3 – μ_2 .

Способ вычисления $T_{\text{на}}(t_n)$ состоит в следующем. Получим аналитическое выражение для среднего числа отказов $N_1(t)$ с использованием марковских процессов с доходами (t календарное время функционирования структуры, которое состоит из безотказной наработки t_n и времени пребывания в неработоспособном для структуры состоянии 3). Устремим μ_2 в бесконечность, тогда восстановление из состояния отказа структуры будет мгновенным и время, проведенное в состоянии 3, будет равно нулю. Поэтому всё время моделирования t окажется равным безотказной наработке t_n . Далее проведем вычисления по (7), разделив t на $N_1(t)$.

В конце статьи в приложении кратко изложены основные соотношения по марковским процессам с доходами. Наиболее полно методология марковских процессов с доходами приведена в [9,10].

Система дифференциальных уравнений для среднего числа отказов имеет вид

$$\begin{aligned}\dot{N}_1(t) &= -2\lambda N_1(t) + 2\lambda N_2(t) \\ \dot{N}_2(t) &= \mu_1 N_1(t) - (\lambda + \mu_1) N_2(t) + \lambda N_3(t) + \lambda \\ \dot{N}_3(t) &= \mu_2 N_2(t) - \mu_2 N_3(t).\end{aligned}\quad (8)$$

Напомним (см. приложение), что $N_i(t)$ – среднее число отказов (определяемое выбором матрицы доходов с единицей на месте перехода из состояния 2 в состояние 3 (в матрице W элемент $w_{23}=1$, остальные $w_{ij}=0$)) при условии начального состояния i .

Решая систему уравнений (8), получим неоднородное дифференциальное уравнение третьего порядка

$$\ddot{N}_1(t) + (3\lambda + \mu_1 + \mu_2)\dot{N}_1(t) + (2\lambda^2 + 2\lambda\mu_2 + \mu_1\mu_2)N_1(t) = 2\lambda^2\mu_2, \quad (9)$$

общее решение которого имеет вид

$$N_1(t) = C_1 + C_2 e^{x_1 t} + C_3 e^{x_2 t} + \frac{2\lambda^2\mu_2 t}{2\lambda^2 + 2\lambda\mu_2 + \mu_1\mu_2}, \quad (10)$$

где первые три слагаемых с константами C_i и корнями характеристического уравнения $x_0=0$, x_1 , x_2 представляют собой общее решение однородного дифференциального уравнения, соответствующего системе (8), а четвертое слагаемое – частное решение неоднородного уравнения (9).

Исследуя решение (10), константы C_i и корни x_j при $\mu_2 \rightarrow \infty$ получим предельное решение

$$N_1(t) \xrightarrow{\mu_2 \rightarrow \infty} \frac{2\lambda^2 t}{(2\lambda + \mu_1)} + \frac{2\lambda^2}{(2\lambda + \mu_1)^2} e^{-(2\lambda + \mu_1)t} - \frac{2\lambda^2}{(2\lambda + \mu_1)^2}. \quad (11)$$

Приведем выражения (они получены решением алгебраических уравнений обычного марковского процесса) для вычисления показателей T_1 и $T_{\text{между}}$ по модели рис. 2:

$$T_1 = \frac{3\lambda + \mu_1}{2\lambda^2}; \quad K_r = \frac{2\lambda\mu_2 + \mu_1\mu_2}{2\lambda^2 + 2\lambda\mu_2 + \mu_1\mu_2};$$

$$\omega = \frac{2\lambda^2\mu_2}{2\lambda^2 + 2\lambda\mu_2 + \mu_1\mu_2}; \quad T_{\text{между}} = \frac{2\lambda + \mu_1}{2\lambda^2}.$$
(12)

Проведем некоторые численные расчеты для $T_{\text{на}}(t_n)$. Пусть $\lambda = 0,001 \text{ час}^{-1}$ (соответствует средней наработке до отказа $T_{\text{до}} = 1000 \text{ час}$), $\mu_1 = 0,1 \text{ час}^{-1}$ (соответствует среднему времени восстановления $\tau_v = 10 \text{ час}$). В таблице 1 приведены значения (в часах) $T_{\text{на}}(t_n)$ для разных t_n , средняя наработка между отказами $T_{\text{между}}$ и средняя наработка до отказа T_1 .

Таблица 1. Результаты расчетов показателей $T_{\text{на}}(t_n)$, $T_{\text{между}}$, T_1

	$t_n = 0,1$	$t_n = 1$	$t_n = 10$	$t_n = 100$	$t_n = 2000$
$T_{\text{на}}(t_n)$	14285714,3	1030927,8	136680,8	56543,2	51252,2
$T_{\text{между}}$	51000				
T_1	51500				

Пример 2

Рассмотрим один восстанавливаемый элемент с экспоненциально распределенными наработкой до отказа (с интенсивностью λ) и временем восстановления (с интенсивностью μ). Приведем формулы для вычисления основных показателей надежности.

Вероятность безотказной работы	$P(t) = e^{-\lambda t}$
Средняя наработка до отказа	$T_1 = T_{\text{до}} = 1/\lambda$
Стационарный коэффициент готовности	$K_r = \mu/(\lambda + \mu)$
Стационарный параметр потока отказов	$\omega = \mu \cdot \lambda/(\lambda + \mu)$
Средняя наработка между отказами	$T = T_{\text{между}} = 1/\lambda;$
Среднее число отказов	$N_1(t) = [\mu \cdot \lambda \cdot t/(\lambda + \mu)] + [\lambda^2/(\lambda + \mu)^2] \cdot [1 - e^{-(\lambda + \mu) \cdot t}]$
Средняя наработка на отказ	$T_{\text{на}}(t_n) = 1/\lambda$, т.к. при $\mu \rightarrow \infty$ $N_1(t) \rightarrow \lambda t$

Для данного примера (одного элемента) $T_1 = T_{\text{на}}(t_n) = T_{\text{между}}$.

Пример 3

Рассмотрим дублированный блок, аналогичный описанному в примере 1, но в данном случае предположим невозможность восстановления в процессе функционирования. А именно, система

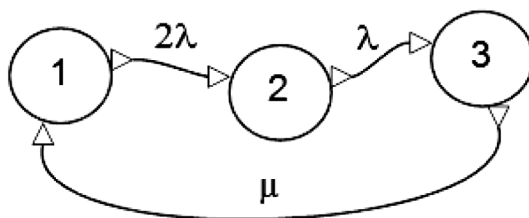


Рис. 3. Марковская модель надежности дублированного блока с восстановлением из состояния отказа

работает до отказа, после чего восстанавливается в полностью исправное состояние. Модель изображена на рис. 3.

Приведем выражения для вычисления показателей T_1 и $T_{\text{между}}$ по модели рис. 3:

$$T_{\text{до}} = \frac{3}{2\lambda}; \quad K_e = \frac{3\mu}{2\lambda + 3\mu}; \quad \omega = \frac{2\lambda\mu}{2\lambda + 3\mu}; \quad T_{\text{между}} = \frac{3}{2\lambda}, \quad (13)$$

т.е. $T_{\text{между}}$ совпадает с $T_{\text{до}}$, что и должно быть, так как все средние наработки между отказами и средняя наработка до первого отказа одинаковые (система после восстановления начинает функционирование всегда из состояния 1).

Для определения $T_{\text{на}}(t_n)$ сделаем то же, что и в примере 1. Система уравнений марковского процесса с доходами для определения среднего числа отказов имеет вид:

$$\begin{aligned} \dot{N}_1 &= -2\lambda \cdot N_1 + 2\lambda \cdot N_2 \\ \dot{N}_2 &= -\lambda \cdot N_2 + \lambda \cdot N_3 + \lambda \\ \dot{N}_3 &= \mu \cdot N_1 - \mu \cdot N_3. \end{aligned} \quad (14)$$

Приведем конечный результат без промежуточных выкладок, тем более, что мы его получим и другим способом. Решая уравнения и устремляя μ к бесконечности, получим

$$N_1(t) \xrightarrow{\mu \rightarrow \infty} \frac{2}{9} e^{-3\lambda \cdot t} + \frac{2}{3} \lambda t - \frac{2}{9}. \quad (15)$$

Продemonстрируем ещё один способ вычисления. Выражение (15) может быть получено и другим способом, если применить результаты теории восстановления. Известна такая модель как *простой процесс восстановления*. Суть этого процесса заключается в том, что новый элемент, начав функционировать в момент $t=0$, при отказе в момент t_1 мгновенно заменяется новым, который, проработав время t_2 и отказав, также мгновенно заменяется следующим и т.д. Плотности распределения времени безотказной работы элементов одинаковы и равны $f(t)$. Для функции восстановления – среднего числа восстановлений за время t – известно выражение (для простого процесса восстановления) в форме преобразования Лапласа [11]. Это выражение имеет вид:

$$N(s) = \frac{f(s)}{s \cdot (1 - f(s))}, \quad (16)$$

где $N(s)$ – преобразование Лапласа от функции восстановления; $f(s)$, s – преобразование Лапласа от плотности распределения и переменная преобразования, соответственно.

Отметим, что, во-первых, все время t является суммарной наработкой, т.к. время восстановления равно нулю, и, во-вторых, число восстановлений равно числу отказов, т.к. момент $t=0$ не считается восстановлением, а момент последнего отказа (в момент t) является и моментом восстановления из-за мгновенного восстановления.

Найдем плотность распределения для примера 3. Так как это обычное дублирование без восстановления из работоспособного состояния с одним отказом, то можно не решать систему дифференциальных уравнений для модели рис. 3 с «поглощающим экраном», а непосредственно написать формулу для функции и плотности распределения $F(t)$, $f(t)$:

$$\begin{aligned} F(t) &= (1 - e^{-\lambda \cdot t})^2 \\ f(t) &= F'(t) = 2\lambda \cdot (1 - e^{-\lambda \cdot t}) \cdot e^{-\lambda \cdot t}. \end{aligned} \quad (17)$$

Преобразование Лапласа от $f(t)$ имеет вид:

$$f(s) = \frac{2\lambda}{s + \lambda} - \frac{2\lambda}{s + 2\lambda}. \quad (18)$$

Подставляя в (16) и делая обратное преобразование Лапласа, получаем

$$N(s) = \frac{2\lambda^2}{s^2 \cdot (s + 3\lambda)} \Rightarrow \frac{2}{9} \cdot e^{-3\lambda \cdot t} + \frac{2}{3} \cdot \lambda t - \frac{2}{9} = N(t), \quad (19)$$

что совпадает с (15) и говорит о правильности подхода с использованием моделей марковских процессов с доходами.

Окончательно для примера 3 имеем:

$$T_{\text{на}} = \frac{t}{\frac{2}{9} \cdot e^{-3\lambda \cdot t} + \frac{2}{3} \cdot \lambda t - \frac{2}{9}}. \quad (20)$$

Очевидно, что при $t \rightarrow \infty$ $T_{\text{на}} \rightarrow (3/2\lambda) = T_{\text{между}} = T_{\text{до}}$. А при $t \rightarrow 0$, $T_{\text{на}} \rightarrow \infty$ (предварительно по правилу Лопиталя продифференцировав числитель и знаменатель).

Приложение А

В Институте Проблем Управления РАН в лаборатории №5 в середине 80-х годов были разработаны для моделирования многоуровневых систем метод и алгоритмы вычисления показателей на основе марковских процессов с доходами [9,10]. Метод марковских процессов с доходами (МПД – метод) в некотором смысле обобщает классический метод марковских процессов с непрерывным временем и дискретным пространством состояний. Его применение позволяет вычислять ряд показателей, вычисление которых в обычных (классических) марковских процессах не может быть осуществлено напрямую.

Приведем основные соотношения для вычисления показателей надежности, технической эффективности. Математическое ожидание дохода $H(t)$ удовлетворяет системе дифференциальных уравнений:

$$\frac{dH(t)}{dt} = \Lambda H(t) + R, \quad (A.1)$$

где $H(t)$ – вектор-столбец математических ожиданий дохода; $H^T(t) = (H_1(t), H_2(t), \dots, H_n(t))$ – транспонированный вектор столбец; n – число состояний системы; $H_i(t)$ – математическое ожидание дохода системы за время функционирования t , если в момент $t=0$ система находилась в состоянии i ; Λ – матрица интенсивности переходов из i -го состояния в j -е.

R – вектор столбец свободных членов:

$$R_i = w_i + \sum_{j, j \neq i} \lambda_{ij} w_{ij}; \quad (A.2)$$

w_{ij} ($i \neq j$) – доход, получаемый в системе при переходе из i -го состояния в j -е;

w_i – доход в единицу времени, если система находится в состоянии i .

Стационарные значения показателей (если они существуют) получают из системы уравнений

$$\Lambda \cdot H + R = 0 \quad (A.3)$$

Специальным выбором матрицы доходов $W=(w_{ij})$ достигается возможность вычисления большого спектра показателей надежности и эффективности (практически любых встречающихся в нормативно-технических документах). Перечислять здесь все виды матрицы доходов для всех показателей мы не будем, это можно посмотреть в [9].

Для примера укажем лишь некоторые:

1. Вероятность отказа Q системы за время t

При вычислении $Q(t)$ необходимо взять матрицу доходов W , у которой элементы столбца (столбцов), соответствующие состоянию (состояниям) отказа системы, равны единице, а все остальные элементы равны нулю. При этом состояния отказа надо сделать поглощающими, поскольку данный показатель характеризует поведение системы до первого попадания ее в состояние отказа. Вычисления проводятся по (A1).

2. Средняя наработка до отказа $T_{ср}$

Матрица W должна иметь диагональные элементы w_{ii} , соответствующие работоспособным состояниям, равные единице, остальные – нулю. Состояния отказа необходимо сделать поглощающими. Так как этот показатель определяется на $(0, \infty)$, то расчет выполняется по (A3).

Первые два показателя вычисляются и в обычных марковских процессах с непрерывным временем, а следующий показатель ($N(t)$) непосредственно без дополнительного интегрирования можно вычислить только с использованием модели с «доходами».

3. Параметр потока отказов $\omega(t)$ и среднее число отказов $N(t)$

Параметр потока отказов $\omega(t)$ является дифференциальным показателем по отношению к интегральному показателю $N(t)$ (среднему числу отказов на $(0, t)$). То есть $\omega(t) = dN(t)/dt$ и определяется в момент t . Вычисление $\omega(t)$ производится в два этапа. Сначала по (A1) определяется $N(t)$. В матрице W для этого необходимо положить элементы w_{ij} равные единице ($i \neq j$), если i – состояние работоспособности, а j – состояние отказа. Остальные элементы равны нулю. Затем полученный вектор $N(t)$ подставляется в (A1) и находят производную, равную в этом случае параметру потока отказов.

$$\frac{dH(t)}{dt} = \frac{dN(t)}{dt} = \omega(t). \quad (A.4)$$

В модели МПД разработано также вычисление следующих показателей надежности и эффективности (в том числе в многоуровневых моделях системы):

- среднее время восстановления;
- интенсивность отказов системы в момент t ;
- дисперсия (и все другие моменты) времени безотказной работы;
- вероятность пребывания в момент времени t на i -ом уровне функционирования (в двухуровневой модели (работоспособность/отказ) этот показатель является коэффициентом готовности/простоя);
- вероятность застать систему в момент времени t на i -ом уровне функционирования и не опуститься ниже этого уровня за время τ от момента t (в двухуровневой модели этот показатель называется коэффициентом оперативной готовности);
- среднее число переходов с i -го на j -ый уровень работоспособности (в двухуровневой модели среднее число отказов/восстановлений);
- среднее суммарное время пребывания системы на i -ом уровне функционирования на интервале $(0, t)$;
- математическое ожидание эффективности (уровня функционирования) в момент времени t ;
- математическое ожидание интегральной эффективности функционирования на интервале $(0, t)$;
- усредненное значение эффективности функционирования на интервале $(0, t)$;
- коэффициент сохранения эффективности на интервале функционирования $(0, t)$;
- показатели, усредненные на интервале времени $(0, t)$.

Литература

1. Надежность технических систем: Справочник / **Ю.К. Беляев, В.А. Богатырев, В.В. Болотин** и др.; под ред. И.А. Ушакова. М.: Радио и связь, 1985. – 606 с.
2. **Половко А.М., Гуров С.М.** Основы теории надежности. ВНУ- Санкт-Петербург, 2006. – 560 с.
3. **Шубинский И.Б.** Основы анализа сложных систем. – Пушкин: ПВУРЭ, 1988.–206 с.
4. **Гнеденко Б.В., Беляев Ю.К., Соловьев А.Д.** Математические методы в теории надежности. – М.: Наука, 1965. – 524 с.
5. **Дружинин Г.В.** Надежность автоматизированных производственных систем. М.: Энергоатомиздат, 1986. – 480 с.
6. **Рябинин И.А.** Основы теории и расчета судовых электроэнергетических систем. Л.: Судостроение, 1971. – 456 с.
7. **Черкесов Г.Н.** Основы теории надежности автоматизированных систем управления. – Л.: ЛПИ, 1975. – 219 с.
8. **Острейковский В.А.** Теория Надежности. М.: “Высшая Школа”, 2003. – с.463.
9. **Буянов Б.Б., Злобинский В.И., Лубков Н.В., Степанянц А.С.** АСУ ТП. Оценка надежности и эффективности на основе моделей марковских процессов с доходами (МПД-метод). РМ 25431-87, М.: Минприбор, 1987, с.36.
10. **Волик Б.Г., Буянов Б.Б., Лубков Н.В.** и др. Методы анализа и синтеза структур управляющих систем. – М.: Энергоатомиздат, 1988. – 296 с.
11. **Кокс Д.Р., Смит В.Л.** Теория восстановления. – М.: Советское Радио, 1967. – 300 с.