

Учет влияния корреляционных связей через их усреднение по модулю при нейросетевом обобщении статистических критериев для малых выборок

Александр И. Иванов^{1*}, Андрей Г. Банных², Юлия И. Серикова²

¹АО «Пензенский научно-исследовательский электротехнический институт», Российская Федерация, Пенза,

²ФБГОУ ВПО «Пензенский государственный университет», Российская Федерация, Пенза

*ivan@pniei.penza.ru



Александр И. Иванов



Андрей Г. Банных



Юлия И. Серикова

Резюме. Целью работы является демонстрация преимуществ учета реальных корреляционных связей через их симметризацию, что значительно лучше полного игнорирования реально существующих корреляционных связей при статистических оценках на малых выборках. **Методы.** Вместо разных по знаку и модулю реальных коэффициентов корреляции использованы одинаковые значения модулей коэффициентов корреляции. Показано, что эквивалентность преобразований симметризации возникает при условии совпадения вероятностей ошибок первого и второго рода для асимметричной и эквивалентной симметричной корреляционных матриц. Рассматривается процедура точного вычисления коэффициентов равной коррелированности данных путем подбора и процедура приближенного вычисления симметричных коэффициентов путем усреднения модулей реальных коэффициентов корреляции асимметричной матрицы. **Результаты.** Отмечается практически линейная зависимость равных вероятностей ошибок первого и второго рода с размерностью решаемой симметризованной задачи при логарифмических масштабах учитываемых переменных. Это в конечном итоге позволяет выполнять рассматриваемые в статье вычисления табличным способом на малоразрядных, малопотребляющих микроконтроллерах низкой стоимости. Рассмотренные в статье преобразования имеют квадратичную вычислительную сложность и сводятся к использованию, заранее построенных 8-ми разрядных таблиц двоичного кода, связывающих ожидаемую вероятность ошибок первого и второго рода с параметром равной коррелированности данных. Все выполняемые табличные вычисления корректны и не накапливают ошибок округления исходных данных. **Выводы.** Часто практикуемое сегодня полное игнорирование корреляционных связей при статистическом анализе является плохой практикой. Более корректным является замена матриц реальных коэффициентов корреляции их симметричными аналогами. Ошибка приближения, возникающая из-за простого усреднения модулей коэффициентов асимметричных корреляционных матриц, падает пропорционально квадрату их размерности или квадрату числа нейронов, обобщающих классические статистические критерии. При использовании 16-ти и более нейронов ошибка приближения становится пренебрежимо малой и ее можно не учитывать.

Ключевые слова: замена статистических критериев эквивалентными им нейронами; многокритериальный статистический анализ малых выборок; учет влияния корреляционных связей; симметризация корреляционных матриц.

Для цитирования: Иванов А.И., Банных А.Г., Серикова Ю.И. Учет влияния корреляционных связей через их усреднение по модулю при нейросетевом обобщении статистических критериев для малых выборок // Надежность. 2020. № 2. С. 28-34. <https://doi.org/10.21683/1729-2646-2020-20-2-28-34>

Поступила 14.06.2019 г. / После доработки 07.05.2020 г. / К печати 17.06.2020 г.

Проблема применения классических статистических критериев на малых выборках

Критерий проверки статистических гипотез Пирсона был создан в 1900 году и оказался очень удачным. Естественно, что в 1900 году вычислительная техника отсутствовала, соответственно, можно было создавать, исследовать и применять только относительно простые в вычислительном отношении критерии. Критерий Пирсона задал тренд статистических исследований на десятки лет. В итоге сотни математиков в XX веке создали порядка 200 статистических критериев, пригодных для применения в разных ограничивающих условиях.

К сожалению, все известные статистические критерии плохо работают на малых выборках. В таких предметных областях, как биометрия, медицина, биология, экономика, выборки реальных данных оказываются малы. Это обстоятельство мешает получать достоверные статистические оценки. Так, хи-квадрат критерий Пирсона на выборке в 21 опыт дает плохо разделяемые состояния для данных с нормальным распределением и равномерным распределением (рис. 1).

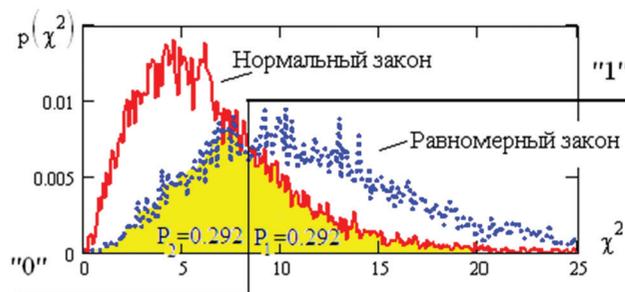


Рис. 1. Настройка порога хи-квадрат нейрона $k = 7,5$ выполнена исходя из совпадения значений вероятностей ошибок первого и второго рода $P_1 = P_2 = P_{EE} = 0,292$.

Доверительная вероятность обнаружения данных с нормальным законом распределения при принятых условиях не велика – 0,708 ($1 - 0,292 = 0,708$), что неприемлемо для практики. Практически приемлемые доверительные вероятности получаются только на больших выборках [1] объемом в 200 и более примеров.

По сравнению с 1900 годом мы имеем техническую возможность многократного усложнения вычислений при проведении статистических оценок. В частности, мы имеем возможность воспользоваться несколькими разными статистическими критериями. Мы можем

поставить в соответствие каждому статистическому критерию искусственные нейроны [2, 3] и использовать их параллельно. На рис. 1 приведен один из вариантов настройки хи-квадрат нейрона с 5 входами, каждый вход такого нейрона анализирует один из интервалов гистограммы проверяемой тестовой выборки.

Выходной компаратор искусственного нейрона настроен так, чтобы вероятность P_1 ошибок первого рода была близка к вероятности P_2 ошибок второго рода. Этот технический прием позволяет снизить размерность решаемой задачи, заменив две переменные одной $P_1 = P_2 = P_{EE}$. Формально переменные P_1 и P_2 могут не совпадать, однако если их искусственно сделать одинаковыми (симметричными), то мы имеем возможность, за счет симметризации, упростить вычисления.

В табл. 1 даны значения совпадающих между собой вероятностей ошибок первого и второго рода для 8 разных статистических критериев (нейронов), где:

χ^2 – хи-квадрат критерий [2, 3, 4, 5];

ad^2 – критерий Андерсона-Дарлинга [4, 5];

adL – логарифмическая форма критерия Андерсона-Дарлинга [4, 5];

sg – критерий среднего геометрического [6, 7, 8];

sg_d – дифференциально-интегральный вариант критерия среднего геометрического [5, 7];

ω^2 – критерий Крамера-фон Мизеса [5, 7];

ω_c^2 – критерий Смирнова-Крамера-фон Мизеса [4, 5];

su^2 – критерий Шапиро-Уилка [5, 9].

Очевидно, что использование восьми статистических критериев вместо одного легко может быть выполнено на современных вычислительных устройствах с мало-разрядными микроконтроллерами (4-битными процессорами RFID идентификационных карт, с 8-битными процессорами современных контроллеров, с малопотребляющими процессорами SIM-карт или микро-SD карт). При этом нейросетевая реализация такого технического решения будет давать кодовое состояние «00000000», когда все критерии (все нейроны) принимают решение в пользу нормального закона распределения значений малой выборки. Если же все нейроны примут решение в пользу равномерного распределения значений, то мы получим выходной код «11111111».

На практике далеко не всегда разряды выходного кода нейросети имеет одинаковые состояния. В этих случаях принимают решение, опираясь на большинство наблюдаемых состояний. То есть, все коды с большинством состояний «0» принимают как решение об обнаружении нормального распределения значений входной выборки из 21 опыта.

Табл. 1. Значения вероятностей ошибок для критериев проверки статистических гипотез при выборках в 21 опыт

№, i	1	2	3	4	5	6	7	8
Критерий	χ^2	ad^2	adL	sg	sg_d	ω^2	ω_c^2	su^2
P_{EEi}	0,292	0,349	0,320	0,320	0,278	0,351	0,311	0,322

Все преобразования, которые можно выполнять на малоразрядных микроконтроллерах, можно выполнить и на настольных компьютерах с использованием, соответствующего программного обеспечения. Такой подход вполне приемлем при научных исследованиях, однако его нельзя применять при массовых биометрических вычислениях. Для обеспечения требований информационной безопасности биометрико-нейросетевые вычисления и криптографические преобразования должны выполняться только в доверенной вычислительной среде, реализованной, как правило, на малоразрядном, малопотребляющем микроконтроллере низкой стоимости.

Грубая статистическая оценка в рамках гипотезы полного отсутствия корреляционных связей между откликами, обобщаемых статистических критериев

В табл. 1 приведены данные всего 8 статистических критериях (статистических нейронах). По этой причине мы можем провести численный эксперимент и определить вероятности появления каждого из 256 кодовых состояний. Если же мы увеличим число нейронов с 8 до 256, вычислить вероятности появления всех кодовых состояний окажется технически очень сложно. По мере увеличения числа параллельно работающих нейронов сложность такой вычислительной задачи растет экспоненциально.

Так как мы не умеем точно учитывать влияние корреляционных связей между разрядами выходного кода, пойдем по пути упрощения и примем гипотезу независимости анализируемых данных. В этом случае взаимное усиление восьми критериев можно оценить как произведение равновероятных ошибок табл. 1:

$$P_{EE(8)} = \prod_{i=1}^8 P_{EEi} \approx 0,0001. \quad (1)$$

Среднее геометрическое вероятностей P_{EE} восьми критериев составляет 0,316. Если предположить, что 256 параллельно используемых статистических критериев независимы, а их среднее геометрическое 0,316, то мы получаем очень оптимистичную оценку вероятности появления ошибок:

$$P_{EE(256)} \approx \prod_{i=1}^{256} P_{EEi} \approx \left\{ \sqrt[8]{\prod_{i=1}^8 P_{EEi}} \right\}^{256} \approx 0,316^{256} \approx 10^{-128}. \quad (2)$$

Данные реального численного эксперимента для 8 статистических нейронов табл. 1 хуже примерно в 80 раз, чем оптимистическая оценка (1). Это говорит о том, что гипотеза независимости состояний статистических нейронов неприменима к нашему случаю. Нельзя пренебрегать существующими корреляционными связями при нейросетевом обобщении множества классических статистических критериев.

Учет корреляционных связей через их симметризацию: оценка корректности гипотезы равной коррелированности откликов обобщаемых статистических критериев

Так как реальными корреляционными связями пренебрегать нельзя, нейросетевая биометрия [10, 11, 12, 13] примерно с 1999 года пользуется практическим приемом симметризации корреляционных связей. Суть приема состоит в том, что реальная матрица коэффициентов корреляции заменяется некоторым эквивалентом с одинаковыми элементами вне диагонали:

$$\begin{bmatrix} 1 & r_1 & r_2 & \dots & r_n \\ r_1 & 1 & r_{n+1} & \dots & r_{2n-2} \\ r_2 & r_{n+1} & 1 & \dots & r_{3n-3} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_n & r_{2n-2} & r_{3n-3} & \dots & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & \tilde{r} & \tilde{r} & \dots & \tilde{r} \\ \tilde{r} & 1 & \tilde{r} & \dots & \tilde{r} \\ \tilde{r} & \tilde{r} & 1 & \dots & \tilde{r} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \tilde{r} & \tilde{r} & \tilde{r} & \dots & 1 \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Условие корректной симметризации (3) сводится к совпадению вероятностей ошибок первого и второго рода для исходной асимметричной модели и для конечной симметричной модели:

$$P_{EE} \approx P_2 \{ [r_{i,j}] \} \approx P_1 \{ [r_{i,j}] \} \approx \tilde{P}_2 \{ [\tilde{r}] \} \approx \tilde{P}_1 \{ [\tilde{r}] \}. \quad (4)$$

Для любой реальной корреляционной матрицы всегда можно подобрать симметричную эквивалентную корреляционную матрицу с одинаковыми значениями коэффициентов коррелированности данных. Чтобы выполнить симметризацию точно, необходим итерационный процесс подбора параметра \tilde{r} . Такой подход к решению задачи похож на обучение искусственных нейронов итерационным алгоритмом по критерию движения систем в сторону выполнения условия (4). Вычислительная сложность подобных итерационных процессов сильно зависит от размерности решаемых задач. Принято считать, что итерационный подбор при обучении нейронных сетей имеет полиномиальную вычислительную сложность (для нашего случая порядок полинома всегда оказывается ниже размерности симметризуемой матрицы).

Интересно отметить, что первое приближение коэффициентов равной коррелированности симметричной матрицы может быть получено простым усреднением модулей коэффициентов коррелированности исходной асимметричной матрицы (эта процедура имеет квадратичную вычислительную сложность):

$$\tilde{r} \approx \frac{2}{n^2 - n} \cdot \sum_{i=1}^{\frac{n^2 - n}{2}} |r_i| \quad (5)$$

Табл. 2. Коэффициенты корреляции, между парами рассматриваемых статистических критериев

	χ^2	ad^2	adL	sg	sg_d	ω^2	ω_c^2	su^2
χ^2	1	0,423	0,672	0,037	-0,042	0,559	0,401	-0,726
ad^2	0,423	1	0,644	0,018	-0,145	0,226	0,393	-0,113
adL	0,672	0,644	1	0,056	0,209	0,827	0,832	-0,917
sg	0,037	0,018	0,056	1	0,132	0,414	0,402	-0,212
sg_d	-0,042	-0,145	0,209	0,132	1	-0,242	-0,142	-0,041
ω^2	0,559	0,226	0,827	0,414	-0,242	1	0,885	-0,667
ω_c^2	0,401	0,393	0,832	0,402	-0,142	0,885	1	-0,764
su^2	-0,726	-0,113	-0,917	-0,212	-0,041	-0,667	-0,764	1

где i – номера коэффициентов корреляции, находящихся вне диагонали исходной асимметричной корреляционной матрицы.

Очевидно, что соотношение (5) является приближением, соответственно необходимо оценивать ошибку приближения $\Delta\tilde{r}$ как функцию размерности n матрицы. Для оценок скорости снижения ошибок воспользуемся корреляционными связями 8-ми нейросетевых реализаций статистических критериев, данные о которых приведены в табл. 2.

Данные о корреляционных связях табл. 2 могут быть использованы для оценки скорости сходимости рассматриваемых вычислительных операций. Для этой цели достаточно случайным образом выбирать тройки из восьми статистических критериев, применяя к их данным приближенное соотношение (5). Гистограмма результатов таких вычислений приведена на рис. 2 (красная линия).

Таковую же процедуру следует выполнить для пятерок, случайно выбранных из данных табл. 2. В итоге получается гистограмма данных, также приведенная на рис. 2 (синяя линия).

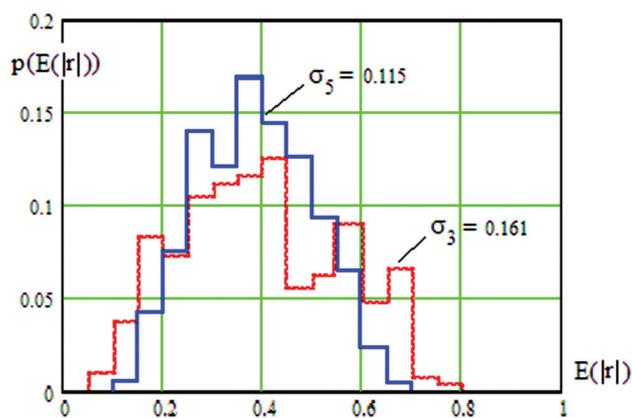


Рис. 2. Гистограммы распределения значений усредненных модулей коэффициентов корреляции не повторяющихся троек и пятерок статистических критериев табл. 2

Из рис. 2 видно, что с ростом размерности матрицы стандартное отклонение данных снижается со значения $\sigma_3=0,161$ до значения $\sigma_5=0,115$. При дальнейшем росте

размерности матриц происходит сжатие распределений возможных значений усредненных модулей. Кроме того, наблюдается эффект нормализации распределений возможных значений ошибок вычислений $\Delta\tilde{r}$ симметризации.

Численная оценка сходимости процедур симметризации корреляционных связей реальных биометрических данных

Следует отметить, что работы по нейросетевому объединению нескольких статистических критериев начаты недавно [2, 4, 5] и, как следствие, реальных статистических данных пока недостаточно. Совершенно иная ситуация создалась в нейросетевой биометрии [10, 11, 12, 13]. Работы по технологиям биометрико-нейросетевой аутентификации активно ведутся в России и в других странах с начала XXI века. Как следствие, накоплены большие обезличенные базы биометрических данных по нескольким технологиям, однако воспользоваться ими нельзя из-за этических ограничений. Доступ к подобной достоверной информации ограничен как у нас в стране, так и за рубежом.

Этические ограничения снимаются, если проблема доступа к большим объемам достоверной биометрической информации решается с помощью среды моделирования «БиоНейроАвтограф» [14, 15]. Этот программный продукт находится в свободном доступе и построен так, чтобы с его помощью русскоязычные университеты могли организовывать обучение своих студентов. Продукт анализирует динамику воспроизведения рукописным почерком написания букв и/или слов с помощью манипулятора «мышь» или любого графического планшета. Продукт «БиоНейроАвтограф» с помощью двумерного преобразования Фурье извлекает из динамики рукописного почерка 416 биометрических параметров и обучает алгоритмом ГОСТ Р 52633.5-2011 однослойную сеть из 256 искусственных нейронов.

Все данные о биометрических параметрах, весовых коэффициентах и связях нейронов доступны для наблюдения [15] (открыто хранятся в доступных для просмотра файлах формата *.txt). Пользуясь этими данными,

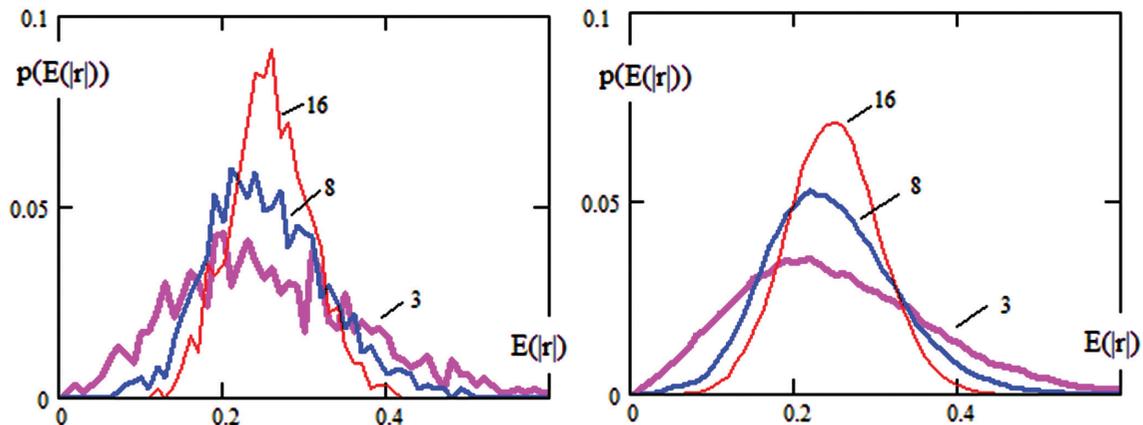


Рис. 3. Примеры распределений значений параметров симметризации \tilde{r} без сглаживания (левая часть рисунка) и после сглаживания (правая часть рисунка) для размерности матриц от 3 до 16

сформируем обучающую базу из 30 примеров написания рукописного слова «Пенза» почерком одного человека. Загрузив данные о 30 примерах 416 биометрических параметров в среду моделирования MathCAD, мы имеем возможность построить матрицу 416×416 коэффициентов корреляции. В итоге мы получаем объем данных намного больше, чем в матрице 8×8 табл. 2.

Это позволяет случайно сформировать 1024 выборки по 3 биометрических параметра и усреднить по модулю их коэффициенты корреляции. При этом получившееся распределение значений результатов симметризации приведено на рис. 3. Аналогичные распределения приведены на этом же рисунке для случайных выборок в 8 и 16 биометрических параметров.

Из рис. 3 видно, что построенные распределения достаточно быстро нормализуются. При симметризации корреляционных коэффициентов матрицы 16×16 и выше распределение можно считать нормальным. То есть нормализация распределений идет быстрее, чем для хи-квадрат критерия. Асимметричные хи-квадрат распределения допустимо заменять нормальным только при учете 32 и более параметров. Более подробно вопросы приближения хи-квадрат распределений иными законами освещены в [16]. Эффект нормализации данных для рассматриваемых в статье процедур симметризации наступает в два раза быстрее в сравнении с нормализацией данных хорошо исследованного хи-квадрат критерия.

Еще одним важным моментом симметризации является то, что вносимая этим упрощением неопределенность монотонно снижается $\sigma_3 > \sigma_4 > \dots > \sigma_{256}$. Именно по этой причине учет взаимных корреляционных связей для векторов длиной 256 бинарных состояний длинного пароля или криптографического ключа дает достаточно точные предсказания при использовании простой процедуры симметризации [12, 13]. В первом приближении можно считать, что снижение неопределенности идет пропорционально $\sqrt{n^2 - n}/\sqrt{2}$. Это означает, что стандартное отклонение $\sigma_3=0,161$ (см. рис. 2) при нейросетевом обобщении 100 статистических критериев должно снизиться примерно в 50 раз до величины $\sigma_{100} \approx 0,0032$.

Простая номограмма для прогнозирования качества работы нейросетевых обобщений статистических критериев разной размерности

Достаточно точный прогноз достижимых вероятностей ошибок при разных условиях легко выполним, если воспользоваться средствами имитационного моделирования, воспроизводя работу 1, 2, ..., 8 нейронов при разных значениях коэффициентов равной коррелированности $\tilde{r} = \{0,3, 0,4, \dots, 0,7\}$. Результаты имитационного моделирования хорошо описываются линейным приближением в логарифмических координатах [17], как это показано на рис. 4.

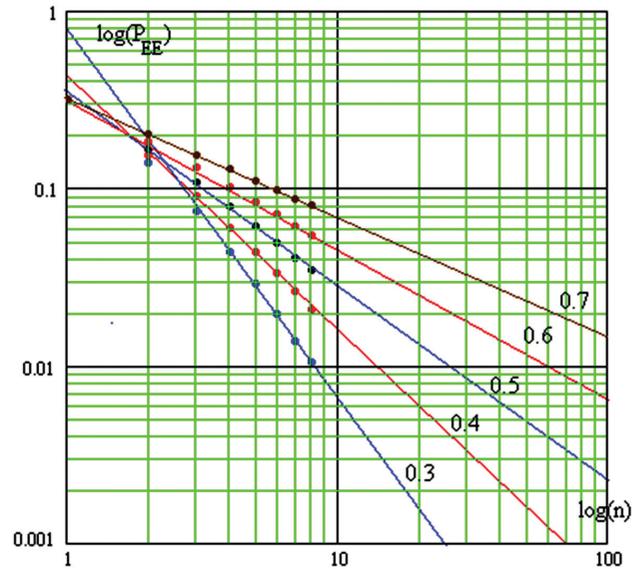


Рис. 4. Номограмма связи одинаковых вероятностей P_{EE} ошибок первого и второго рода нейросетевого обобщения для усредненных значений коэффициентов корреляции 0,3, 0,4, 0,5, 0,6, 0,7

Номограмма рис. 4, вычисленная для вероятностей ошибок каждого из нейронов, показывает значение

среднего геометрического вероятностей ошибок каждого из нейронов 0,316. Эта номограмма легко преобразуется для других значений среднего геометрического вероятностей ошибок каждого из нейронов. Для этого достаточно выполнить смещение данных вверх, если вероятность ошибок увеличивается или вниз, если вероятность ошибок падает.

Из рис. 3 видно, что стремиться к повышению мощности статистических критериев не так выгодно, как стремиться к снижению их коррелированности. Так, при значении коррелированности $\tilde{r} = 0,4$ в группе из 8 рассмотренных критериев для достижения вероятности ошибок на уровне 0,001 потребуется 70 нейронов (70 статистических критериев). Если же удастся снизить уровень взаимной коррелированности данных до величины $\tilde{r} = 0,3$, то для достижения того же уровня вероятности ошибок достаточно будет использовать 17 нейронов (17 статистических критериев).

Заключение

В данной статье мы попытались показать, что методы симметризации многомерных задач достаточно просты и эффективны. После симметризации задачи оценки вероятностей ошибок нескольких нейронов с учетом их взаимных корреляционных связей удастся построить простую номограмму, предсказывающую, сколько должно потребоваться нейронов для достижения той или иной вероятности ошибок первого и второго рода.

В настоящее время имеющиеся в нашем распоряжении вычислительные средства не накладывают ограничений на число обобщаемых нейронной сетью статистических критериев. Вопрос только в том, насколько сотни классических статистических критериев коррелированы между собой. К сожалению, большинство классических статистических критериев дают сильно коррелированные результаты. Именно высокий уровень их коррелированности становится очередным техническим ограничением. Это означает, что растет актуальность задачи синтеза новых статистических критериев, данные которых слабо коррелированы относительно большинства уже известных статистических критериев.

Тем не менее, можно с уверенностью утверждать, что в ближайшие несколько лет доверительная вероятность к статистическим оценкам на малых выборках должна существенно увеличиться. Нейросетевое обобщение сотен уже известных статистических критериев переходит из разряда сложных научных задач в разряд достаточно простых инженерных задач. Более того, приведенные в данной статье приближения позволяют учитывать влияние корреляционных связей с реализацией вычислений на малоразрядных, малопотребляющих микроконтроллерах RFID-карт, SIM-карт и микро-SD карт, что должно способствовать массовому применению рассматриваемых преобразований при решении задач биометрико-криптографической аутентификации личности.

Библиографический список

1. Р 50.1.037-2002. Рекомендации по стандартизации. Прикладная статистика. Правила проверки согласия опытного распределения с теоретическим. Часть I. Критерии типа χ^2 . М.: Госстандарт России, 2001. 140 с.
2. Иванов А.И., Куприянов Е.Н., Туреев С.В. Нейросетевое обобщение классических статистических критериев для обработки малых выборок биометрических данных // Надежность. 2019. № 2. С. 22–27. DOI: 10.21683/1729-2646-2019-19-2-22-27
3. Ахметов Б.Б., Иванов А.И. Оценка качества малой выборки биометрических данных с использованием более экономичной формы хи-квадрат критерия // Надежность. 2016. № 2(57). С. 43–48.
4. Волчихин В.И., Иванов А.И., Безяев А.В., Куприянов Е.Н. Нейросетевой анализ малых выборок биометрических данных с использованием хи-квадрат критерия и критериев Андерсона-Дарлинга // Инженерные технологии и системы. 2019. Т. 29. № 2. С. 205–217. DOI: 10.15507/2658-4123.029/2019.02.205-217
5. Иванов А.И., Банных А.Г., Куприянов Е.Н. и др. Коллекция искусственных нейронов эквивалентных статистическим критериям для их совместного применения при проверке гипотезы нормальности малых выборок биометрических данных / Сборник научных статей по материалам I Всероссийской научно-технической конференции «Безопасность информационных технологий», 24 апреля 2019 г. Пенза, 2019. С. 156–164.
6. Перфилов К.А. Критерий среднего геометрического, используемый для проверки достоверности статистических гипотез распределения биометрических данных / Труды научно-технической конференции кластера пензенских предприятий, обеспечивающих безопасность информационных технологий. Пенза, 2014. Том 9. С. 92–93. URL: <http://www.pniei.penza.ru/RV-conf/T9/C92> (дата обращения 14.04.2020 г.).
7. Иванов А.И., Малыгина Е.А., Перфилов П.А. и др. Сравнение мощности критерия среднего геометрического и Крамера-фон Мезиса на малых выборках биометрических данных. // Модели, системы, сети в экономике, технике, природе и обществе. 2016. № 2. С. 155–158.
8. Иванов А.И., Перфилов К.А., Малыгина Е.А. Многомерный статистический анализ качества биометрических данных на предельно малых выборках с использованием критериев среднего геометрического, вычисленного для анализируемых функций вероятности // Измерение. Мониторинг. Управление. Контроль. 2016. № 2(16). С. 58–66.
9. Иванов А.И., Вятчанин С.Е., Малыгина Е.А. и др. Прецизионная статистика: нейросетевое объединение хи-квадрат критерия и критерия Шапиро-Уилка при анализе малых выборок биометрических данных. / Труды международного симпозиума «Надежность и качество», 2019. Т. 2. С. 131–134.

10. Иванов А.И. Биометрическая идентификация личности по динамике подсознательных движений: Монография. Пенза: Изд-во ПГУ, 2000. 178 с.

11. Иванов А.И. Нейросетевые технологии биометрической аутентификации пользователей открытых систем. Автореферат диссертации на соискание ученой степени доктора технических наук по специальности 05.13.01 «Системный анализ, управление и обработка информации». Пенза, 2002. 34 с.

12. Малыгин А.Ю., Волчихин В.И., Иванов А.И. и др. Быстрые алгоритмы тестирования нейросетевых механизмов биометрико-криптографической защиты информации. Пенза: Издательство Пензенского государственного университета, 2006. 161 с.

13. Ахметов Б.С., Волчихин В.И., Иванов А.И. и др. Алгоритмы тестирования биометрико-нейросетевых механизмов защиты информации. Казахстан, Алматы, КазНТУ им. Сатпаева, 2013. 152 с. URL: <http://portal.kazntu.kz/files/publicate/2014-01-04-11940.pdf> (дата обращения 14.04.2020 г.)

14. Иванов А.И., Захаров О.С. Среда моделирования «БиоНейроАвтограф»: Программный продукт (создан лабораторией биометрических и нейросетевых технологий, размещен с 2009 г. на сайте АО «ПНИЭИ» для свободного использования) [Электронный ресурс]. URL: <http://пниэи.рф/activity/science/noc/bioneuroautograph.zip> (дата обращения 14.04.2020 г.)

15. Иванов А.И. Автоматическое обучение больших искусственных нейронных сетей в биометрических приложениях: Учебное пособие к пакету лабораторных работ, выполняемых в среде моделирования «Био-НейроАвтограф» [Электронный ресурс]. Пенза: ОАО «ПНИЭИ», 2013. 32 с. URL: <http://пниэи.рф/activity/science/noc.htm> (дата обращения 14.04.2020 г.)

16. Кобзарь А.И. Прикладная математическая статистика. Для инженеров и научных работников. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. 816 с.

17. Ivanov A.I., Lozhnikov P.S., Bannykh A.G. A simple nomogram for fast computing the code entropy for 256-bit codes that artificial neural networks output // Journal of Physics: Conference Series. 2019. Vol. 1260(2). P. 022003.

Сведения об авторах

Александр И. Иванов – доктор технических наук, доцент, научный консультант АО «Пензенский научно-исследовательский электротехнический институт», 440000, Российская Федерация, г. Пенза, ул. Советская, 9, тел. (841-2) 59-33-10, e-mail: ivan@pniei.penza.ru

Андрей Г. Банных – аспирант третьего года обучения кафедры «Техника систем информационной безопасности» ФБГОУ ВПО «Пензенский государственный университет», 440026, Российская Федерация, г. Пенза, ул. Красная, 40, тел. (841-2) 36-82-23, e-mail: ibst@pnzgy.ru

Юлия И. Серикова – аспирантка третьего года обучения кафедры «Вычислительная техника» ФБГОУ ВПО «Пензенский государственный университет», 440026, Российская Федерация, г. Пенза, ул. Красная, 40, e-mail: julia-ska@yandex.ru

Вклад авторов в статью

Иванов А.И. предложил методику оценки корректности процедур приближенного вычисления коэффициентов равной коррелированности путем простого усреднения модулей реальных коэффициентов асимметричной корреляционной матрицы.

Банных А.Г. выполнил синтез 8-битных таблиц, связывающих прогнозируемые вероятности ошибок первого и второго рода с параметром равной коррелированности для заранее заданного числа искусственных нейронов в логарифмической системе координат.

Серикова Ю.И. разработала программное обеспечение по контролю скорости сходимости рассматриваемых в статье вычислительных процессов.