

## Об учете прогрессирующего разрушения при проектировании

Андрей И. Долганов, ООО «SEVERIN DEVELOPMENT», Российская Федерация, Москва  
[dolganov-58@mail.ru](mailto:dolganov-58@mail.ru)



Андрей И.  
Долганов

**Резюме.** Нагрузки, действующие на конструкции, а также механические и геометрические параметры конструкций, являются случайными величинами. Поэтому надежность строительного объекта (технической системы) в общем смысле оценивается вероятностью безотказной работы в течение расчетного срока эксплуатации. Показана возможность анализа надежности строительных систем при их проектировании с помощью логико-вероятностных методов, приведены алгоритмы регулирования их надежности. Рассмотрена возможность обеспечения надежности строительного объекта на примере двухпролетной неразрезной шарнирной балки. При этом установлена необходимость учета всех возможных схем разрушения строительной системы. Надежность двухпролетной неразрезной шарнирной балки оценивается вероятностью того, что не реализуется ни одна из возможных схем разрушения или образования одного из множества вариантов кинематического механизма. Кинематический механизм образует цепь пластических шарниров или цепь прогрессирующих разрушений расчетных сечений. То есть, задача недопущения прогрессирующего обрушения сводится к обеспечению требуемой надежности как всего сооружения, так и отдельных его элементов (расчетных сечений) путем варьирования качественными и количественными составляющими структуры надежности. Под надежностью элемента понимается его способность сохранять внутренние усилия в расчетном сечении не меньше внешних усилий. Показано, что правильные конструктивные решения, рациональный выбор материалов и обеспеченностей нагрузок позволяют добиться заданной надежности строительной системы. Это приводит в одних случаях к экономии материалов, в других – к уменьшению вероятности отказов. Построение структуры надежности технической системы позволяет количественно оценить наиболее опасные расчетные схемы разрушения, рациональным образом регулировать выбор запасов прочности несущих элементов, перераспределять эти запасы между ними и в результате не допускать прогрессирующего обрушения. Введенные дифференциальные характеристики элементов «вес», «значимость», «вклад» и «удельный вклад» позволяют наглядно увидеть распределение роли всех элементов на заданной структуре при решении конкретных задач, включая учет возможности прогрессирующего обрушения. Исследование показало, что изъятие ненадежных вертикальных несущих конструкций не решает проблему надежности строительного объекта, в том числе и защиту от прогрессирующего обрушения. Установлено, что при проектировании сооружений, в том числе и от прогрессирующего обрушения, обязательно необходимо на основе кинематического анализа построить структуру надежности системы, выявить наиболее важные и значимые элементы этой структуры и специальными приемами регулирования добиться требуемой надежности сооружения. Это позволит добиться существенной экономии ресурсов и снижения затрат по разработке конструктивных мероприятий.

**Ключевые слова:** вероятность, кинематический механизм, надежность, пластический шарнир, прогрессирующее обрушение, схема разрушения, техническая система.

**Для цитирования:** Долганов А.И. Об учете прогрессирующего разрушения при проектировании // Надежность. 2020. №1. С. 20-24. <https://doi.org/10.21683/1729-2646-2020-20-1-20-24>

Поступила 28.08.2019 г. / После доработки 15.02.2020 г. / К печати 20.03.2020 г.

## Вводные замечания

В данной статье рассматривается проблема учета прогрессирующего разрушения при проектировании. Необходимость расчета на прогрессирующее обрушение обуславливается п. 5.2.6 ГОСТ 27751-2014 «Надежность строительных конструкций и оснований». Целью данных расчетов является недопущение прогрессирующего (лавинообразного) разрушения зданий и сооружений.

Согласно существующим «Рекомендациям по защите высотных зданий от прогрессирующего обрушения» и «Рекомендациям по защите монолитных жилых зданий от прогрессирующего обрушения», разработанным в Москомархитектуре соответственно в 2006 и 2005 гг., а также СТО 008-02495342-2009 «Предотвращение прогрессирующего обрушения железобетонных монолитных конструкций зданий. Проектирование и расчет», при проектировании рекомендуется рассматривать разрушение (удаление) вертикальных конструкций одного (любого) этажа здания:

- 1) двух пересекающихся стен на участках от места их пересечения (в частности, от угла здания) до ближайшего проема в каждой стене или до следующего вертикального стыка со стеной другого направления (но на суммарной длине не более 7 м);
- 2) отдельно стоящей колонны (пилона);
- 3) колонны (пилона) с участками примыкающих стен суммарной длиной 7 м.

При этом допускается нормативные характеристики сопротивлений материалов умножать на дополнительный коэффициент условий работы особого предельного состояния, принимаемый от 1,1 до 1,25.

При таком подходе к проектированию увеличивается в два раза пролет изгибаемых элементов и одновременно снижается обеспеченность расчетных сопротивлений.

Так, при умножении нормативного сопротивления (500 МПа) арматуры класса А500 на 1,15 получается значение 575 МПа, что превышает среднее значение 550 МПа. То есть, обеспеченность сопротивления арматуры стала меньше 0,5.

Согласно указанным выше рекомендациям, нормативное сопротивление бетона допускается умножать на 1,25. Например, для бетона класса В40 расчетное сопротивление будет:  $29 \times 1,25 = 36,25$  МПа. При этом среднее значение при коэффициенте вариации 0,1 равно 34,69 МПа. То есть, обеспеченность расчетного сопротивления стала 0,326.

Таким образом, запроектированная по указанным выше рекомендациям конструкция изначально имеет недопустимо низкую надежность одновременно с необоснованным перерасходом материалов, например, арматуры (что получилось бы, например, если у авиалайнера убрать одно крыло или гипотетически уменьшить размеры крыла в полете).

## Основное содержание

Большой вклад в вопросы оценки надежности сложных технических систем и исследований структурного резервирования внесли работы [1–3]. В [4] задача оценки надежности и построение ее структуры решалась рекуррентным логико-вероятностным методом.

Суть предлагаемого ниже метода оценки возможности прогрессирующего разрушения заключается в рациональном управлении надежностью отдельных элементов технической системы. При этом рассматривается простой пример – двухпролетная неразрезная балка (рис. 1), и используется, как более наглядный, логико-вероятностный метод ортогонализации [1, 5].

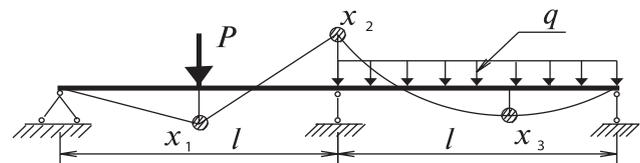


Рисунок 1. Простейшая техническая система

Как показывает кинематический анализ, система (рис. 1) разрушится, если одновременно откажут сечения  $x_1$  и  $x_2$  или  $x_1$  и  $x_3$ , или  $x_2$  и  $x_3$ , то есть, когда реализуется одна из возможных схем кинематического механизма. Перечисленные сочетания  $x_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) фактически и представляют собой структуру надежности технической системы. Значения  $x_i$  могут быть связаны как с вероятностями безотказной работы системы  $R_i$ , так и с вероятностями отказов  $Q_i$ .

Вопросы назначения уровня надежности для элементов  $x_i$  и способы определения вероятностей безотказной работы технических систем  $R_c$  рассматриваются в [6, 7]. То есть, количественно надежность системы оценивается с помощью одного из ее показателей – вероятности ненаступления ни одной из возможных схем разрушения технической системы или вероятности образования одного из множества кинематического механизма.

Так как кинематический механизм образует цепь пластических шарниров (разрушений элементов, расчетных сечений), то задача недопущения прогрессирующего обрушения сводится к обеспечению требуемой надежности отдельных его элементов (расчетных сечений).

Для случаев, когда встает вопрос, с какого сечения (элемента) лучше начать регулировать надежность, чтобы получить наиболее рациональное построение структуры технической системы, используются специальные количественные характеристики: «вес», «значимость» и «вклад» элемента в структуре надежности системы. С помощью названных характеристик возможно выявить «слабые места» в технической системе, выбрать оптимальное резервирование и рационально регулировать ее надежность.

Известно, что начальный уровень надежности технической системы определяют внутренние и внешние факторы. Например, для строительной конструкции

внутренними факторами являются случайность геометрических параметров, случайность механических характеристик материалов и др. Внешние факторы – случайность гравитационных, температурных нагрузок, случайность неравномерных осадок грунта и т.п. Поэтому при регулировании надежности учитывается, что внешние и внутренние факторы не зависимы. Например, изменение гравитационных нагрузок не меняет обеспеченности механических характеристик материалов.

Ниже приведен алгоритм регулирования надежности технической системы. Формулы даны без выводов. Теоретическое обоснование формул имеется в работе [1].

### 1. Строится структурная схема расчета надежности строительной системы

1.1. Выделяются все элементы системы (расчетные сечения), в которых допускается образование пластических шарниров:  $x_i, i = 1, 2, 3$  (рис. 1).

1.2. На основе кинематического анализа указываются все возможные схемы разрушений технической системы и записываются через конъюнкции  $K_i$ :

$$y(x_1, x_2, x_3) = \begin{vmatrix} x_1 x_2 \\ x_1 x_3 \\ x_2 x_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} K_1 \\ K_2 \\ K_3 \end{vmatrix}. \quad (1)$$

1.3. Выражение (1) стандартными методами преобразуется в ортогональную дизъюнктивно-нормальную форму (2):

$$y(x_1, x_2, x_3) = \begin{vmatrix} K_1 \\ K_1' K_2 \\ K_1' K_2' K_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x_1 x_2 \\ x_1 x_2' x_3 \\ x_1' x_2' x_3 \end{vmatrix}, \quad (2)$$

где  $K_1' K_2 = \begin{vmatrix} x_1' \\ x_1 x_2' \end{vmatrix} | x_1 x_3 = | x_1 x_2' x_3 |$ ,

$$K_1' K_2' K_3 = \begin{vmatrix} x_1' \\ x_1 x_2' \\ x_1 x_2' \end{vmatrix} | x_1 x_3' = | x_1' x_2' x_3 |.$$

1.4. Записывается окончательная формула структуры надежности для рассматриваемой технической системы:

$$R_c = R_1 R_2 + R_1 Q_2 R_3 + Q_1 R_2 R_3. \quad (3)$$

Вопросы назначения уровня надежности для элементов  $x_i$  и способы определения вероятностей безотказной работы технических систем  $R_c$  рассматриваются в [6, 7]. В рассматриваемом примере надежности сечений (вероятности безотказной работы) назначим одинаковыми:  $R_1 = R_2 = R_3 = 0,9$ . Тогда надежность системы будет:

$$R_c = R^2 \times (1 + 2 \times Q) = 0,9^2 \times [1 + 2 \times (1 - 0,9)] = 0,972.$$

### 2. Определяются параметры структурной схемы: «вес», «значимость» и «вклад»

2.1. «Вес» элементов

$$g_{x_i} = \frac{G\{\Delta_{x_i} y(x_1, \dots, x_n)\}}{2^n} = \sum_{j=1}^l 2^{-(r_j-1)} - \sum_{f=1}^k 2^{-(r_f-1)}, \quad (4)$$

где  $r_j$  – ранг конъюнкции с  $x_i$ ;  $r_f$  – ранг конъюнкции с  $x_j'$ .

Для рассматриваемого примера нормированный «вес» элементов  $x_i, i = 1, 2, 3$  равен:

$$g_{x_1} = \frac{G\{\Delta_{x_1} y(x_1, x_2, x_3)\}}{2^3} = \frac{4}{8} = 0,5,$$

$$g_{x_2} = \frac{G\{\Delta_{x_2} y(x_1, x_2, x_3)\}}{2^3} = \frac{4}{8} = 0,5,$$

$$g_{x_3} = \frac{G\{\Delta_{x_3} y(x_1, x_2, x_3)\}}{2^3} = \frac{4}{8} = 0,5.$$

Из примера видно, что «веса» элементов  $x_i, i = 1, 2, 3$  совпадают. Следовательно, «вес» элементов в структуре надежности системы одинаков. «Вес» элемента характеризует относительное число таких критических работоспособных состояний системы, в которых отказ данного элемента приводит к отказу системы (и, наоборот, его восстановление приводит к восстановлению системы).

2.2. «Значимость» элементов

«Значимость» показывает влияние элемента на надежность системы

$$\zeta_{x_i} = \frac{\partial P\{y(x_1, \dots, x_n) = 1\}}{\partial P\{x_i = 1\}} = \frac{\partial R_c}{\partial R_i}. \quad (5)$$

Для элемента 1 «значимость» равна:

$$\zeta_{x_1} = \frac{\partial y_c}{\partial x_1} = x_2 + x_2' x_3 - x_2 x_3 = 0,1 + 0,9 \cdot 0,1 - 0,1^2 = 0,180.$$

2.3. «Вклад» элементов

«Вклад» элемента  $x_i$  в системе  $y(x_1, j, x_n)$  есть произведение вероятности безотказной работы элемента  $R_i$  на его «значимость», то есть

$$B_{x_i} = R_i \frac{\partial R_c}{\partial R_i}. \quad (6)$$

Для элемента 1 «вклад» равен:

$$B_{x_1} = x_1' \frac{\partial y_c}{\partial x_1} = 0,9 \cdot 0,18 = 0,162.$$

Критерий «вклад» характеризует приращение надежности системы после восстановления элемента  $x_i$  из неработоспособного или условно неработоспособного

состояния в работоспособное с фактической вероятностью его безотказной работы, равной  $R_i$ .

2.4. «Удельный вклад» элементов

«Удельный вклад» элемента  $x_i$  в системе  $y(x_1, j, x_n)$  есть нормированный «вклад» этого элемента, то есть

$$b_{x_i} = B_{x_i} / \sum_{i=1}^n B_{x_i} = 0,162 / (3 \times 0,162) = 0,333. \quad (7)$$

Критерий «вклад» позволяет рационально определять очередность восстановления элементов в системе.

### 3. Определяются структурные составляющие надежности системы

3.1. «Качественные» составляющие надежности

«Качественными»  $DR_{c,q}$  структурными составляющими надежности технической системы являются: качество материалов, уровень технологии, обеспеченности расчетных сопротивлений материалов, нагрузок и т.п.:

$$\begin{aligned} \Delta R_{c,q} &= \sum_{i \in M_1} \frac{\partial R_c}{\partial R_i} \Delta R_i + \sum_{i,j \in M_2} \frac{\partial^2 R_c}{\partial R_i \partial R_j} \Delta R_i \Delta R_j + \dots \\ \dots + \rightarrow &+ \sum_{i,j,\dots,k \in M_l} \frac{\partial^l R_c}{\partial R_i \partial R_j \dots \partial R_k} \Delta R_i \Delta R_j \dots \Delta R_k + \dots \\ &\dots + \Delta R_1 \Delta R_2 \dots \Delta R_n \end{aligned} \quad (8)$$

или при одинаковых приращениях надежности в расчетных сечениях  $DR_i$

$$\Delta R_{c,q} = \sum_{j=1}^n C_n^j \frac{\partial^j R_c}{\partial R_1 \dots \partial R_k} (\Delta R_j)^j. \quad (9)$$

Проведем качественное постепенное повышение надежности сечений, например, до значения 0,99. Этого можно добиться, например, за счет снижения расчетных нагрузок. Разница между заданным, новым (0,99) и начальным (0,9) уровнем надежности сечений  $\Delta R_i$ ,  $i = 1, 2, 3$  будет:  $\Delta R_1 = \Delta R_2 = \Delta R_3 = 0,99 - 0,9 = 0,09$ .

По формуле (8) или (9) определим качественное приращение надежности:

$$\begin{aligned} \Delta R_{c,q} &= \Delta R \times [2R(1+2Q-R)] + \Delta R^2 \times [(1-2R) + 2 \times (Q-R)] \\ &+ \Delta R^3 \times (-2) = 0,09 \times [2 \times 0,9 \times (1 + 2 \times 0,1 - 0,9)] + 0,09^2 \\ &\times [(1 - 2 \times 0,9) + 2 \times (0,1 - 0,9)] + 0,09^3 \times (-2) = 0,0277. \end{aligned}$$

Надежность системы с учетом качественного приращения стала:  $0,972 + 0,0277 = 0,9997$ .

Такой же результат получим, если требуемые надежности сечений (0,99) подставим в формулу (3):

$$R_c = 0,99^2 \times [1 + 2 \times (1 - 0,99)] = 0,9997.$$

Если следовать «Рекомендациям по защите высотных зданий от прогрессирующего обрушения» и «Рекомендациям по защите монолитных жилых зданий от прогрессирующего обрушения», разработанным в Москомархитектуре соответственно в 2006 и 2005 гг., а также СТО 008-02495342-2009 «Предотвращение прогрессирующего обрушения железобетонных монолитных конструкций зданий. Проектирование и расчет», то мы, наоборот, снижаем обеспеченности материалов,

когда умножаем их на дополнительный коэффициент условий работы для особого предельного состояния. Поэтому качественное приращение надежности в этом случае будет со знаком минус:  $-0,0277$ . То есть, надежность сечений станет:  $0,9 - 0,0277 = 0,8723$ . А надежность системы станет  $R_c = 0,8723^2 \times [1 + 2 \times (1 - 0,8723)] = 0,9552$ .

3.2. «Количественные» составляющие надежности

«Количественными» составляющими  $\Delta R_{c,v}$  структуры надежности технической системы являются: резервирование материалов, нахлесты арматуры, дополнительные опоры, связи и т.п.

При количественном изменении надежности, например, при дублировании  $i$ -го элемента однотипным элементом  $x_i$ , надежность такого звена возрастет на  $\Delta R_z$  [1]:

$$\Delta R_z = (2R_i - R_i^2) - R_i \quad (10)$$

а надежность всей системы возрастет на  $\Delta R_{c,n}$ :

$$\Delta R_{c,v} = \frac{\partial R_c}{\partial R_i} \Delta R_z = \frac{\partial R_c}{\partial R_i} R_i Q_i \quad (11)$$

где  $Q_i = 1 - R_i$  есть вероятность отказа  $i$ -го сечения.

Из (11) видно, что количественное приращение надежности системы зависит от «значимости» и от надежности дублирующего элемента.

В общем случае, при дублировании нескольких элементов вплоть до максимально возможного их числа  $n$ , получим

$$\begin{aligned} \Delta R_{c,v} &= \sum_{i \in M_1} R_i Q_i \frac{\partial R_c}{\partial R_i} + \sum_{i,j \in M_2} R_i R_j Q_i Q_j \frac{\partial^2 R_c}{\partial R_i \partial R_j} + \dots \\ &\dots + \sum_{i,j,\dots,k \in M_l} R_i R_j \dots R_k Q_i Q_j \dots \rightarrow \\ &\rightarrow \dots Q_k \frac{\partial^l R_c}{\partial R_1 \partial R_j \dots \partial R_k} + \dots + R_1 R_2 \dots R_n Q_1 Q_2 \dots Q_n. \end{aligned} \quad (12)$$

Количественно изменить надежность можно, например, варьируя структурной избыточностью. Например, как было указано выше, нахлестами арматуры, постановкой дополнительных опор или связей.

Предусмотрим в сечении 2 (рис. 1) в стыке дополнительные металлические накладные на балках или нахлест арматуры (для железобетонных балок), способные воспринимать расчетный момент. Тем самым мы дублируем элемент 2. Количественное приращение надежности системы получим по формуле (11):

$$\Delta R_{c,v} = \frac{\partial R_c}{\partial R_i} \Delta R_z = \frac{\partial R_c}{\partial R_i} R_i Q_i = 0,9997 \times$$

$$\times (1 + 0,0003 - 0,9997) \times 0,9997 \times 0,0003 = 1,8 \times 10^{-7}.$$

Как видно из расчетов, постановка дополнительных опор, нахлест арматуры или других связей не дает существенного приращения надежности для рассматриваемой системы.

Кроме того, при переармировании железобетонных конструкций (случай «разрушения по бетону») мы можем ожидать обратный эффект – снижение надежности. Это получается потому, что при переармировании в работе элемента участвует один материал – бетон. Коэффициент вариации прочности бетона много больше коэффициента вариации прочности арматуры.

Надежность системы с учетом качественного и количественного приращения будет равна:  $R_c = 0,972 + 0,0277 + 0,00000018 = 0,9997$ . Это примерно составляет 3,43 стандарта, что соответствует современным представлениям о значении надежности для строительных систем. В настоящее время надежность сечений строительных конструкций объектов нормального уровня ответственности составляет около 0,99865 [6].

## Заключение

В актуальных нормативных документах по расчету на прогрессирующее обрушение изъятие вертикальных несущих элементов и резервирование в связи с этим дополнительного материала, например, арматуры, не решает проблему обеспечения требуемой надежности для технической системы. Следовательно, такие мероприятия являются бесполезными, а такой способ регулирования надежности являются самообманом.

Недопущение прогрессирующего обрушения можно достичь рациональным регулированием выбора запасов прочности несущих элементов и перераспределением этих запасов между ними с помощью обязательного при проектировании построения структуры надежности технической системы. Кроме того, построение структуры надежности технической системы позволяет количественно оценить наиболее опасные расчетные схемы разрушения, наглядно увидеть распределение роли всех элементов на заданной структуре при решении задач на прогрессирующее обрушение.

Было также показано, что с уменьшением надежности элемента увеличивается его значимость и вклад в структуру надежности рассматриваемой технической системы, и наоборот. Надежность системы изменяется не пропорционально изменению надежности элементов (сечений).

Таким образом, при проектировании сооружений, в том числе и от прогрессирующего обрушения, необходимо обязательно (так же, как и выполнить расчеты по двум группам предельных состояний) построить структуру надежности технической системы, выявить наиболее важные и значимые элементы этой структуры и специальными приемами регулирования обеспечить требуемую надежность сооружения. Это

позволит добиться существенной экономии ресурсов и снижения затрат.

## Библиографический список

1. **Рябинин, И.А.** Логико-вероятностные методы исследования надежности структурно-сложных систем [Текст] / И.А. Рябинин, Г.Н. Черкесов. – М.: Радио и связь, 1981. – 264 с.
2. **Шебе, Х.** Предельная надежность структурного резервирования [Текст] / Х. Шебе, И.Б. Шубинский // Надежность. – 2016. – Т. 16. – №1. – С. 3-13. doi:10.21683/1729-2646-2016-16-1-3-13
3. **Шубинский, И.Б.** Структурная надежность информационных систем. Методы анализа [Текст] / И.Б. Шубинский. – Ульяновск: Печатный двор, 2012. – 216 с.
4. **Долганов, А.И.** Оценка надежности монолитных многоэтажных зданий [Текст] / А.И. Долганов // Промышленное и гражданское строительство. – 2010. – №8. – С. 50–51.
5. **Долганов, А.И.** Надежность стержневых железобетонных конструкций [Текст] / А.И. Долганов. – Магадан: ОАО «МАОБТИ», 2001. – 209 с.
6. **Долганов, А.И.** О назначении уровня надежности [Текст] / А.И. Долганов, А.В. Сахаров // Надежность. – 2018. – Т. 18. – №3. – С. 18-21.
7. **Долганов, А.И.** О надежности сооружений массового строительства [Текст] / А.И. Долганов // Промышленное и гражданское строительство. – 2010. – №11. – С. 66-68.

## Сведения об авторе

**Андрей И. Долганов** – доктор технических наук, технический директор ООО «SEVERIN DEVELOPMENT», Российская Федерация, Москва, e-mail: dolganov-58@mail.ru

## Вклад автора в статью

Автором статьи выполнен анализ строительных аварий, случившихся в России в 2001 – 2018 гг., разработана методика, построенная на основе вероятностной модели и позволяющая регулировать надежность технической системы, не допуская тем самым прогрессирующего обрушения с вероятностью, принятой в промышленно-гражданском строительстве. Показана применимость методики для любой строительной системы. Предложено развитие показателя вероятности безотказной работы при проектировании технических систем с помощью таких параметров, как значимость, важность и вклад каждого элемента (конструкции) в структуре надежности здания или сооружения.