Алгоритм оперативного обнаружения изменения характеристик надежности

Дмитрий С. Репин^{1*}, Геннадий Ф. Филаретов²

¹Институт информационных технологий Федерального государственного автономного образовательного учреждения дополнительного профессионального образования «Центр реализации государственной образовательной политики и информационных технологий» (ФГАОУ ДПО ЦРГОП и ИТ), Москва, Российская Федерация;
²Национальный исследовательский университет «Московский энергетический институт (НИУ «МЭИ»», Москва, Российская Федерация.

*r_d_s@inbox.ru

Дмитрий С. Репин

Геннадий Ф. Филаретов

Резюме. Целью работы является разработка алгоритма оперативного обнаружения момента изменения характеристик надежности системы, состоящей из совокупности однородных элементов в предположении, что отказы этих элементов происходят в случайные моменты времени, представляют собой пуассоновский поток событий и, следовательно, временные интервалы между ними подчиняются экспоненциальному распределению вероятностей. Предлагается для решения указанной задачи использовать один из классических алгоритмов обнаружения «разладки» дискретного случайного процесса, т.е. спонтанного изменения той или иной его вероятностной характеристики. В качестве такой характеристики выбран параметр экспоненциального распределения θ , однозначно связанный со средним временем между появлениями отказов T_{cp} : $\theta = 1/T_{cp}$. Считается, что разладка состоит в скачкообразном изменении параметра θ от исходного стационарного состояния $\theta = \theta_0$ до уровня номинальной (ожидаемой, предельно допустимой, критической) разладки, когда $\theta = \theta_1 > \theta_0$. В работе для целей обнаружения разладки использован алгоритм кумулятивных сумм (АКС или CUSUM-алгоритм) как обладающий определенными оптимальными свойствами и широко применяемый на практике. Для данного алгоритма приведены необходимые расчетные соотношения, описываются его свойства и особенности. Предложена процедура синтеза контролирующего алгоритма с заданными свойствами, в ходе которой по выбранным пользователем значениям желательного среднего интервала между ложными тревогами $\bar{T}_{лт}$, исходному базовому уровню θ_0 и номинальной разладке $\theta_1 > \theta_0$ определяется значение решающей границы H , а также оценивается быстродействие алгоритма путем вычисления среднего времени запаздывания в обнаружении номинальной разладки $\bar{T}_{зан}$ и его эффективность $E_d = \bar{T}_{лт} / \bar{T}_{зан}$ для различных значений d , характеризующих количественно величину разладки: $d = \theta_1 / \theta_0$. Для практической реализации процедуры синтеза приводятся найденные методом имитационного моделирования справочные данные, обеспечивающие получение контролирующего алгоритма с требуемыми характеристиками. Отмечается, что представленная в работе процедура синтеза в принципе может быть использована и для случая постепенного (нескачкообразного) изменения параметра θ . Однако при этом останутся неясными статистические свойства контролирующей процедуры, что требует проведения весьма трудоемких дополнительных исследований.

Ключевые слова: надежность системы; обнаружение изменения характеристик надежности; обнаружение разладки дискретного случайного процесса; алгоритм кумулятивных сумм; синтез контролирующего алгоритма.

Для цитирования: Репин Д.С., Филаретов Г.Ф. Алгоритм оперативного обнаружения изменения характеристик надежности // Надежность. 2019. № 4. С. 8-11. <https://doi.org/10.21683/1729-2646-2019-19-4-8-11>

Поступила 17.10.2019 г. / После доработки 16.11.2019 г. / К печати 14.12.2019 г.

Рассматривается задача оперативного обнаружения момента изменения характеристик надежности системы, состоящей из совокупности однородных элементов. Предполагается, что отказы этих элементов происходят в случайные моменты времени $t_1, t_2, \dots, t_{i-1}, t_i, t_{i+1}, \dots$ и представляют собой пуассоновский поток событий. Как известно [1], в этом случае временные интервалы $\tau_i = t_i - t_{i-1}$ подчиняются экспоненциальному распределению вида

$$f(\tau) = \theta \cdot e^{-\theta\tau}; \theta > 0, \tau > 0, \quad (1)$$

где $\theta = 1/T_{\text{ср}}$, $T_{\text{ср}}$ – среднее время между появлениями отказов.

Будем считать, что в исходном стационарном состоянии параметр $\theta = \theta_0$. По мере старения (износа) элементов системы этот параметр, очевидно, будет изменяться. Исследование подобных нестационарных ситуаций, несомненно, представляет существенный интерес [2]. В данной работе речь идет об оперативном (в режиме реального времени) обнаружении изменения значений $\theta > \theta_0$, когда такое изменение становится существенным. По своей сути это известная задача обнаружения так называемой «разладки» случайного процесса [3].

В классической постановке задачи о разладке предполагается, что разладка носит скачкообразный характер. Применительно к проблематике надежности, такая постановка мало реальна. Однако ее можно рассматривать как некоторое первое приближение к использованию данного подхода при организации оперативного контроля надежностных характеристик сложных систем.

Известно достаточно много алгоритмов обнаружения разладки [4]. Качество их функционирования может быть описано с помощью ряда *вероятностных* характеристик, таких, как среднее значение интервала между ложными тревогами $\bar{T}_{\text{лт}}$, т.е. среднее время между подачами сигналов о наличии разладки, когда в действительности ее нет, и среднее время запаздывания $\bar{T}_{\text{зап}}$ в обнаружении номинальной (ожидаемой, предельно допустимой, критической) разладки, когда $\theta = \theta_1 > \theta_0$.

В последнее время наиболее часто используемым в различных практических применениях является алгоритм кумулятивных сумм (АКС или CUSUM-алгоритм), предложенный Пейджем еще в 1954 году [5]. Этот алгоритм, как было доказано позднее, обладает определенными оптимальными свойствами в смысле максимизации показателя эффективности алгоритма обнаружения $E = \bar{T}_{\text{лт}} / \bar{T}_{\text{зап}}$. О популярности данного алгоритма и его больших возможностях наглядно свидетельствуют данные библиометрического анализа [6], зафиксировавшего экспоненциальный рост числа публикаций по данной тематике, начиная с 1964 года, а также примеры различных модификаций исходного варианта CUSUM-алгоритма [7–10].

АКС основан на применении несколько видоизмененного варианта последовательного анализа Вальда, используя в решающей функции, как и там, статистику отношения правдоподобия. В рассматриваемом случае она примет следующий вид:

$$g_i = \max \{0; g_{i-1} + z_i\}, \quad i = 1, 2, \dots; \quad g = 0, \quad (2)$$

где

$$z_i = \ln [f(\tau_i, \theta_1) / f(\tau_i, \theta_0)]. \quad (3)$$

Нулевое значение в формуле (2) играет роль своего рода поглощающего экрана, не позволяя решающей функции смещаться в область отрицательных значений.

Вычисление решающей функции производится каждый раз в момент поступления сигнала об очередном отказе. Контролирующая процедура продолжается до тех пор, пока на некотором шаге n не будет выполнено неравенство:

$$g_n \geq H, \quad (4)$$

где H – решающая граница. В этом случае подается сигнал о наличии разладки. При этом вполне возможно, что в действительности разладка отсутствует, т.е. имеет место ситуация ложной тревоги.

С учетом (1) соотношение (3) может быть конкретизировано:

$$z_i = \ln(\theta_1/\theta_0) - (\theta_1 - \theta_0) \cdot \tau_i = \ln d - (d - 1) \cdot (\tau_i \cdot \theta_0);$$

$$d = \theta_1 / \theta_0. \quad (4)$$

Можно отметить, что математическое ожидание z_i в общем случае равно:

$$M\{z_i\} = \ln d - (d - 1)\theta_0 M\{\tau_i\}. \quad (5)$$

Отсюда следует, что при отсутствии разладки, когда $M\{\tau_i\} = 1/\theta_0$, математическое ожидание $M\{z_i\} = \ln d - (d - 1) < 0$, что препятствует росту значений решающей функции и приводит к достаточно большим средним значениям времени достижения границы H , т.е. достаточно большим значениям $\bar{T}_{\text{лт}}$. При номинальной разладке, когда $M\{\tau_i\} = 1/\theta_1$, будем иметь $M\{z_i\} = \ln d - (d - 1)/d = \ln d - (1 - 1/d)$. В данном случае $M\{z_i\} > 0$, что способствует быстрому возрастанию решающей функции вплоть до порога H , достижение или превышение которого и свидетельствует о наличии разладки.

При практическом использовании алгоритма необходимо предварительно осуществить синтез подходящей контролирующей процедуры. Под синтезом здесь понимается определение решающей границы H по выбранному пользователем значениям $\bar{T}_{\text{лт}}$, исходному базовому уровню θ_0 и номинальной разладке $\theta_1 > \theta_0$. Кроме того, при синтезе обычно оценивается быстродействие алгоритма путем вычисления $\bar{T}_{\text{зап}}$ и его эффективность E_d для различных значений d .

При проведении таких расчетов необходимо предварительно найти общие соотношения, связывающие перечисленные характеристики. Для их получения использовался метод имитационного моделирования. В ходе моделирования интервалы τ_i рассматривались как значения дискретного временного ряда на сетке значений i , в связи с чем и средний интервал между ложными тревогами, и среднее запаздывание определялись как среднее число дискретных отсчетов $\bar{N}_{\text{лт}}$ и $\bar{N}_{\text{зап}}$ соот-

Рисунок 1 – Зависимость решающей границы H (а) и среднего запаздывания $\bar{N}_{\text{зап}}$ (б) от $\bar{T}_{\text{ЛТ}}$

ветственно; переход из дискретного в реальное время легко может быть осуществлен с помощью очевидных соотношений $\bar{T}_{\text{ЛТ}} = \bar{N}_{\text{ЛТ}} / \theta_0$ и $\bar{T}_{\text{зап}} = \bar{N}_{\text{зап}} / \theta_1$.

По результатам моделирования были найдены зависимости границы H от $\bar{N}_{\text{ЛТ}}$ при различных d из типичного набора $d = 1,25; d = 1,5; d = 2,0; d = 3,0$, где $d = \theta_1 / \theta_0$ и зависимости $\bar{N}_{\text{зап}}$ от $\bar{N}_{\text{ЛТ}}$. Как оказалось, если рассматривать эти зависимости как функции $\log \bar{N}_{\text{ЛТ}}$, то они хорошо аппроксимируются линейными моделями вида: $H = a + b \cdot \log \bar{N}_{\text{ЛТ}}$; $\bar{N}_{\text{зап}} = c + d \cdot \log \bar{N}_{\text{ЛТ}}$. Соответствующие расчетные формулы приведены в табл. 1, а сами эти модели в графической форме отображены на рис. 1 а) и б).

Таблица 1 – Расчетные соотношения для определения решающей границы H и среднего запаздывания $\bar{N}_{\text{зап}}$.

d	Формулы для расчета H	Формулы для расчета $\bar{N}_{\text{зап}}$
1,25	$H = -2,26 + 1,81 \cdot \log \bar{N}_{\text{ЛТ}}$	$\bar{N}_{\text{зап}} = -83,01 + 61,17 \cdot \log \bar{N}_{\text{ЛТ}}$
1,5	$H = -2,68 + 2,27 \cdot \log \bar{N}_{\text{ЛТ}}$	$\bar{N}_{\text{зап}} = -35,38 + 27,71 \cdot \log \bar{N}_{\text{ЛТ}}$
2,0	$H = -2,12 + 2,31 \cdot \log \bar{N}_{\text{ЛТ}}$	$\bar{N}_{\text{зап}} = -10,82 + 10,985 \cdot \log \bar{N}_{\text{ЛТ}}$
3,0	$H = -2,38 + 2,64 \cdot \log \bar{N}_{\text{ЛТ}}$	$\bar{N}_{\text{зап}} = -8,62 + 6,64 \cdot \log \bar{N}_{\text{ЛТ}}$

Показатель эффективности контролирующей процедуры E_d может быть рассчитан с помощью соотношения:

$$E(d) = \frac{\bar{T}_{\text{ЛТ}}}{\bar{T}_{\text{зап}}} = \frac{\bar{N}_{\text{ЛТ}} / \theta_0}{\bar{N}_{\text{зап}} / \theta_1} = \frac{\bar{N}_{\text{ЛТ}}}{\bar{N}_{\text{зап}}} \cdot d. \quad (6)$$

Расчетные значения показателя эффективности E_d для различных d и $\bar{N}_{\text{ЛТ}}$ приведены в табл. 2.

Таблица 2 – Расчетные значения показателя эффективности E_d

d	$\bar{N}_{\text{ЛТ}}$				
	100	400	1000	3000	10000
1,25	3,2	6,5	12,5	—	—
1,50	7,5	16,2	31,3	75,0	197,4
2,00	18,2	44,4	90,9	165,0	330,0
3,00	60,0	150,0	260,9	620,7	1667,0

Очевидно, что эффективность контролирующей процедуры для наиболее интересных с практической точки зрения вариантов малых значений d и $\bar{N}_{\text{ЛТ}}$, к сожалению, относительно невелика.

В заключение можно отметить, что приведенная выше процедура синтеза в принципе может быть использована и для случая постепенного (нескачкообразного) изменения параметра θ . Однако при этом останутся неясными статистические свойства контролирующей процедуры. Их определение с целью получения зависимостей типа представленных в табл. 1, потребует проведения весьма трудоемких дополнительных исследований.

Библиографический список:

1. Капур К. Надежность и проектирование систем [Текст] / К. Капур, Л. Ламберсон: Пер. с англ. – М.: Изд-во «Мир», 1980. – 240 с.
2. Баранов Л.А. Надежность объектов с нестационарной интенсивностью отказов [Текст] / Л.А. Баранов, Ю.А. Ермолин // Надежность. – 2017. – Том 17. – №4. – С. 3-9.
3. Бродский Б.Е. О задаче скорейшего обнаружения момента изменения вероятностных характеристик случайной последовательности [Текст] / Б.Е. Бродский, Б.С. Дарховский // Автоматика и телемеханика. – 1983. – №10. – С. 125-131.
4. Никифоров И.В. Последовательное обнаружение изменения свойств временных рядов [Текст] / И.В. Ни-

кифоров. – М.: Наука, 1983. – 200 с.

5. **Page E.S.** Continuous Inspection Schemes [Text] / E.S. Page // *Biometrika*. – 1954. – Vol. 41. – № 1. – P. 100-115.

6. **Shafid Ahmad.** Bibliometric Analysis of EWMA and CUSUM Control Chart Schemes [Text] / A.Shafid // *ITEE Journal*. – 2018, April. – Volume 7. – Issue 2. P. 1-11.

7. **Воробейчиков С.Э.** Характеристики процедуры обнаружения разладки процесса авторегрессии с неизвестным распределением помехи [Текст] / С.Э. Воробейчиков, В.В. Конев // *Автоматика и телемеханика*. – 1992. – № 3. – С. 68-75.

8. **Чернояров О.В.** Обнаружение разладки гауссовского случайного процесса с неизвестной интенсивностью [Текст] / О.В. Чернояров, М.Ф. Рашитов // *Материалы Международной научно-технической конференции INTERMATIC-2012, часть 1*. – 2012. – № 3. – С. 11-14.

9. **Филаретов Г.Ф.** Последовательный алгоритм обнаружения момента изменения дисперсии временного ряда [Текст] / Г.Ф. Филаретов, А.А. Червова. // *Заводская лаборатория. Диагностика материалов*. – 2019. – Том 85. – № 3. – С. 75-82.

10. **Сивова Д.Г.** Последовательный алгоритм обнаружения момента изменения характеристик векторных временных рядов [Текст] / Д.Г. Сивова, Г.Ф. Филаретов // *Вестник МЭИ*. – 2014. – № 2. – С. 63-69.

Сведения об авторах

Дмитрий С. Репин – кандидат технических наук, заместитель директора Института информационных технологий Федерального государственного автономного образовательного учреждения дополнительного профессионального образования «Центр реализации государственной образовательной политики и информационных технологий» (ФГАОУ ДПО ЦРГОП и ИТ), Москва, Российская Федерация, e-mail: r_d_s@inbox.ru; Моб. тел. +7 9166659242.

Геннадий Ф. Филаретов – доктор технических наук, профессор, профессор кафедры управления и информатики Национального исследовательского университета «Московский энергетический институт (НИУ «МЭИ»», Москва, Российская Федерация, e-mail: gefefi@yandex.ru; Моб. тел. +7 9255176319.

Вклад авторов в статью

Дмитрий С. Репин. Разработка программных средств для проведения имитационного эксперимента, его реализация, обработка результатов, получение данных, необходимых для синтеза контролирующего алгоритма.

Геннадий Ф. Филаретов. Обзор и анализ существующего состояния рассматриваемой проблемы, теоретическая составляющая работы.