УДК 519.213
Оригинальная статья
Надежность, том 18, №3, 2018 DOI: 10.21683/1729-2646-2018-18-3-31-38

Об одном подходе к оценке латентного риска экспертизы сейсмической устойчивости железнодорожного полотна[1*]

Сергей К. Дулин[2], *АО «НИИАС», Москва, Россия*
Игорь Н. Розенберг[3], *АО «НИИАС», Москва, Россия*
Владимир И. Уманский[4], *АО «НИИАС», Москва, Россия*

Сергей К. Дулин

Игорь Н. Розенберг

Владимир И. Уманский

Резюме. *В качестве поставленной в работе задачи выбрана проблема объединения мнений группы экспертов относительно некоторого вероятностного распределения с целью его оценки аналитиком. Подразумевается, что лицо, принимающее решение, на основе полученного результата будет оценивать интересующие его риски и, исходя из этого, принимать те или иные решения. Данная задача может возникнуть во многих сферах анализа риска. В настоящей работе в качестве прикладной предметной области рассматривается устойчивость различных конструкций (зданий, железных дорог, автодорог и т. д.) к внешним механическим воздействиям, например, землетрясениям. В качестве основного инструмента исследования предложен вероятностный метод расчета риска при принятии решений, связанного с привлечением экспертов к анализу риска разрушения железнодорожного полотна и других конструкций при землетрясениях. Для оценки сейсмической устойчивости рельсовых конструкций на основании мнений экспертов использован байесовский подход. Предложенный метод оценки аналитиком вероятностного распределения (кривой хрупкости) на основании мнений группы экспертов позволяет с помощью полученных результатов формализовать и в явном виде выразить латентный риск экспертизы. Разработанная с учетом ряда ограничений процедура позволила в явном виде получить выражение для латентного риска экспертизы. Изложенные в работе теоретические построения легко могут быть реализованы в программной системе, которая позволит в интерактивном режиме вводить параметры и входные данные рассмотренной модели и получать на выходе искомое распределение и величину «риска в риске». Такая система, с одной стороны, позволит проверять некоторые интуитивные предположения относительно поведения результатов при варьировании параметров, а с другой, использоваться как инструмент автоматизации экспертизы и анализа ее качества, помогающий обоснованно принимать решения в условиях риска. Одним из дальнейших направлений развития предложенного метода может быть устранение зависимости значения «риска в риске» от оценок экспертов. В неявном виде эта зависимость присутствует в итоговом выражении, в то время как в идеале этот риск должен определяться только рейтингами экспертов. На основе предложенного подхода могут быть сформулированы некоторые практические оптимизационные задачи, например, выбор наилучшей группы привлекаемых экспертов с точки зрения минимизации этой доли риска при ограничении на финансирование экспертизы (очевидно, что чем компетентнее эксперт, тем более точны даваемые им оценки и, соответственно, меньше этот риск, но тем больше стоимость привлечения данного эксперта). Также может быть рассмотрена сопряженная задача – оптимальный подбор экспертов с целью минимизации затрат на экспертизу при заданном максимально допустимом уровне «риска в риске». В целом предложенный метод оценки неизвестного распределения и расчета риска, связанного с привлечением экспертов, является достаточно универсальным и может применяться не только в области механической устойчивости конструкций, но и при решении широкого класса задач, в которых требуется оценить некое вероятностное распределение на основе субъективных данных о нем.*

Ключевые слова: *латентный риск экспертизы, байесовский подход, кривая хрупкости, квантили.*

[1*] Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 17-20-02153 офи_м_ржд).

[2] Институт проблем информатики Российской академии наук Федерального исследовательского центра «Информатика и управление» Российской академии наук, АО «Научно-исследовательский и проектно-конструкторский институт информатизации, автоматизации и связи на железнодорожном транспорте» (АО «НИИАС»), s.dulin@ccas.ru

[3] АО «Научно-исследовательский и проектно-конструкторский институт информатизации, автоматизации и связи на железнодорожном транспорте» (АО «НИИАС»), I.Rozenberg@vniias.ru

[4] АО «Научно-исследовательский и проектно-конструкторский институт информатизации, автоматизации и связи на железнодорожном транспорте» (АО «НИИАС»), v.umanskiy@vniias.ru

Формат цитирования: *Дулин С.К., Розенберг И.Н., Уманский В.И. Об одном подходе к оценке латентного риска экспертизы сейсмической устойчивости железнодорожного полотна // Надежность. 2018. Т. 18, № 3. С. 31-38. DOI: 10.21683/1729-2646-2018-18-3-31-38*

Введение

При анализе различных рисков с использованием вероятностных подходов очень часто приходится иметь дело с событиями, частота которых крайне мала, например, разного рода катастрофическими явлениями. При этом, как правило, проведение эксперимента на реальных объектах либо принципиально невозможно (как, например, в случае природных катаклизмов), либо является крайне дорогостоящим мероприятием. Как следствие, аналитики сталкиваются с ситуацией острой нехватки, разрозненности и порой даже полного отсутствия прямых опытных данных. Это заставляет лиц, принимающих решения (ЛПР или аналитиков), строить процедуры анализа рисков, опираясь исключительно на мнения специально привлекаемых экспертов в данной предметной области – индивидуумов, обладающих специфическими знаниями.

При этом возникает проблема оптимального учета и объединения всех представленных мнений, полученных с использованием разных методик, возможно, противоречащих друг другу. Естественно, ЛПР при этом должен неким образом ранжировать экспертов по степени доверия к ним. Кроме того, он должен уметь оценивать, насколько близким к истине является полученный результат, то есть, насколько удовлетворительно качество проводимой экспертизы. Другими словами, привлекая экспертов для анализа риска, он должен представлять себе, насколько велик риск получения неправильных результатов и какие возможные неблагоприятные последствия их дальнейшего использования. Этот своего рода латентный риск экспертизы, то есть риск, связанный именно с привлечением экспертов к анализу риска, и является основным предметом рассмотрения в данной работе. Целью здесь является создание реального инструмента для его оценки. Естественно, он должен возникнуть не на пустом месте, а базироваться на некой процедуре, преобразующей информацию, полученную от экспертов, в итоговое агрегированное представление ЛПР. Ниже будет сформулирована конкретная задача, решение которой будет положено в основу практического метода расчета латентного риска экспертизы.

В качестве задачи, которую должна решать вышеупомянутая процедура, будет фигурировать проблема объединения мнений группы экспертов относительно некоторого вероятностного распределения с целью его оценки аналитиком. Подразумевается, что ЛПР впоследствии будет на основе полученного результата оценивать интересующие его риски и, исходя из этого, принимать те или иные решения.

Данная задача может возникнуть во многих сферах анализа риска. В настоящей работе в качестве прикладной предметной области будет рассмотрена устойчивость различных конструкций (зданий, железных дорог, автодорог и т.д.) к внешним механическим воздействиям, например, землетрясениям. Для ее описания используется так называемые «кривые хрупкости» (fragility curves – термин взят из [1]). По определению, показатель хрупкости некой структуры или ее компоненты определяется как вероятность ее разрушения (или выхода из строя) при заданном значении параметра, характеризующего внешнее воздействие (при землетрясении, например, таким параметром является пиковое значение горизонтального ускорения грунта). Таким образом, кривую хрупкости можно рассматривать как функцию распределения (имеется в виду интегральная) случайной величины, отражающей способность конструкции выдерживать механические нагрузки, у которой в качестве аргумента фигурирует этот параметр.

Для формализации понятия «мнение эксперта» будет использован так называемый квантильный подход, описанный, например, в [2] и состоящий в следующем. Задается некоторый конечный набор значений функции распределения. Эксперты же должны выразить свое мнение относительно того, при каких значениях переменной функция распределения равна каждой из предложенных величин. Эти значения переменной являются квантилями распределения, соответствующими заданным вероятностям.

Для решения поставленной задачи предлагалось несколько альтернативных методов. Здесь, учитывая первоначальную цель, то есть определение понятия «латентный риск экспертизы», лучше всего выбрать байесовский подход, так как в его основе лежит представление об экспертах как о принципиально неидеальных источниках информации и делается попытка учета этой неидеальности. В рамках данного подхода каждая полученная от эксперта оценка интерпретируется как результат эксперимента и, следовательно, рассматривается как случайная величина, которая и является основным предметом анализа.

Теоретические основы байесовского подхода были заложены в середине семидесятых – начале восьмидесятых годов ([2–5]), после чего стали разрабатываться практические приложения в различных областях, в том числе и в рассматриваемой ([6–8]). Для обеспечения целостности изложения предлагаемого метода оценки кривой хрупкости, его построение начнется с теоремы Байеса, но в то же время достаточно сжато в тех его частях, которые описаны ранее в литературе.

Байесовская формулировка

В рамках выбранного подхода мнения экспертов рассматриваются как входные данные, являющиеся точечными оценками квантилей, которые влияют на «состояние знания» ЛПР о распределении согласно теореме Байеса:

$$\pi\left(x^t \mid E\right)=k^{-1}L\left(E \mid x^t\right)\pi_0\left(x^t\right), \qquad (1)$$

где введены следующие обозначения:

$\pi\left(x^t \mid E\right)$ – апостериорное представление ЛПР о распределении (а именно, о значении переменной, соответствующей тому или иному квантилю) после ознакомления с мнениями экспертов E (здесь фигурирует плотность распределения);

$\pi_0\left(x^t\right)$ – изначальное (априорное) представление ЛПР о неизвестном распределении до ознакомления с мнениями экспертов;

E – собственно мнения экспертов о распределении;

$L\left(E \mid x^t\right)$ – может быть названа «функцией правдоподобности» входных данных E при условии, что истинное значение неизвестной (оцениваемой) величины равно x^t; смысл данной функции будет прояснен чуть ниже[1*];

k^{-1} – нормировочная константа.

Таким образом, задача сводится к оценке априорного распределения $\pi_0\left(x^t\right)$ и функции правдоподобности $L\left(E \mid x^t\right)$. Последняя является здесь ключевым элементом, и от ее правильной интерпретации зависит понимание метода в целом. Для простейшего случая одного эксперта и одной оценки квантиля x_1 имеем:

$$\pi\left(x^t \mid x_1\right)=k^{-1}L\left(x_1 \mid x^t\right)\pi_0\left(x^t\right).$$

В данном выражении величина $L\left(x_1 \mid x\right)dx_1$ есть субъективно оцененная аналитиком вероятность того, что полученное от эксперта значение будет лежать между x_1 и $x_1 + dx_1$ при условии, что истинное значение переменной, соответствующее данному квантилю, равно x^t. Очевидным образом это понятие распространяется на случай нескольких экспертов. Таким образом, функция правдоподобности – это в некотором смысле мера точности мнения эксперта с точки зрения ЛПР, который с ее помощью строит свою субъективную модель его способности давать количественные оценки неизвестной величины.

Что касается априорного знания аналитика, то в данной работе оно будет описываться равномерным распределением. Это сделано из соображений простоты и отвечает ситуации, когда до получения оценок экспертов ЛПР вообще не имеет никакой информации о характере искомого распределения. В данном случае с его точки зрения вероятность того, что значение неизвестной величины лежит между x^t и $x^t+\Delta x^t$, не зависит от x^t, что как раз и соответствует отсутствию какого-либо знания.

Ограничения модели

Задача построения искомого вероятностного распределения на основе мнений экспертов в общем виде крайне сложна. Поэтому, чтобы получить некий результат, который можно применять на практике, необходимо сделать некоторые упрощающие предположения, касающиеся как характера самого этого распределения, так и свойств функции правдоподобности.

Во-первых, будет предполагаться, что искомое распределение принадлежит семейству логнормальных, то есть его плотность определяется двумя параметрами θ и ω:

$$f\left(x\right)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\omega\, x}\exp\left\{-\frac{1}{2}\left[\frac{\ln x-\theta}{\omega}\right]^2\right\}. \qquad (2)$$

Соответственно, кривая хрупкости определяется интегралом от (2). С учетом выбранной предметной области данное допущение является вполне обоснованным. В ряде исследовательских программ по изучению реальных кривых хрупкости (см., например, [1]) указывается, что интеграл от функции (2) приближает их с хорошей точностью.

В рамках этого предположения задача нахождения распределения сильно упрощается и сводится к оценке его параметров. Теорема Байеса переписывается в виде:

$$\pi\left(\theta,\omega \mid E\right)=k^{-1}L\left(E \mid \theta,\omega\right)\pi_0\left(\theta,\omega\right). \qquad (3)$$

При известном распределении параметров необходимо выбрать окончательную оценку кривой хрупкости, то есть какую-то конкретную пару параметров. Наиболее логичным представляется выбор в качестве такой оценки наиболее вероятного распределения. Его параметры находятся из условия максимума по параметрам апостериорной плотности распределения $\pi\left(\theta,\omega \mid E\right)$ и являются, следовательно, корнями системы:

$$\begin{cases}\dfrac{\partial\pi\left(\theta,\omega \mid E\right)}{\partial\theta}=0,\\[2mm] \dfrac{\partial\pi\left(\theta,\omega \mid E\right)}{\partial\omega}=0.\end{cases} \qquad (4)$$

Вторая гипотеза касается входных данных, которыми является множество оценок:

$$E=\left\{x_{ij},\ i=\overline{1,\ N};\ j=\overline{1,\ M}\right\},$$

где x_{ij} есть оценка i-го эксперта для j-го квантиля. Будет предполагаться, что оценки для всех квантилей, данные всеми экспертами, независимы в совокупности. Конечно, это очень сильное допущение, которое может выполняться лишь приближенно, да и то при небольшом числе квантилей, однако в рассматриваемой простой модели оно дает удовлетворительное качество результата. Учет зависимостей между оценками, резко увеличивая громоздкость вычислений и уменьшая наглядность модели, далеко не всегда радикальным образом влияет на результат.

С учетом второго предположения общая функция правдоподобности есть является просто произведением индивидуальных:

[1*] В рассматриваемой предметной области (механическая стойкость конструкций) тот факт, что неизвестная величина равна x^t, означает, что конструкция разрушится с вероятностью 1 при максимальном значении горизонтального ускорения, равном x^t. Верхний индекс «t» означает здесь «true», то есть истинное значение.

$$L(E\,|\,\theta,\omega)=\prod_{i=1}^{N}\prod_{j=1}^{M}L_{ij}\left(x_{ij}\,|\,\theta,\omega\right) \quad (5)$$

где $L_{ij}\left(x_{ij}\,|\,\theta,\omega\right)\Delta x_{ij}$ – вероятность того, что оценка значения переменной, соответствующего j-му квантилю, i-м экспертом попадет в малый интервал $\left[x_{ij},\ x_{ij}+\Delta x_{ij}\right]$ при условии, что параметры истинного распределения равны θ и ω.

И, наконец, последнее предположение касается непосредственно описания ожиданий аналитика относительно результата, получающегося в процессе формирования мнения эксперта. Существуют две модели экспертов (аддитивная и мультипликативная), в которых в явном виде выражена вероятность отклонения мнения эксперта (с точки зрения ЛПР) о неизвестной величине от ее истинного значения, то есть, реализована основная идея байесовского подхода об учете неточности получаемой от него информации. В данной работе будет применяться мультипликативная модель, кратко изложенная ниже.

Согласно этой модели, аналитик рассматривает оценку i-м экспертом значения переменной, соответствующего j-му квантилю, как случайную величину X_{ij}, являющуюся произведением двух сомножителей:

$$X_{ij}=x_j^t B_{ij},$$

где x_j^t есть истинное значение (определяемое неизвестными параметрами логнормального распределения), а B_{ij} – случайная величина, отвечающая ошибке. Логарифмируя, получим:

$$\ln X_{ij}=\ln x_j^t+\ln B_{ij}.$$

Предполагая теперь, что случайная величина $\ln B_{ij}$ распределена по нормальному закону с математическим ожиданием $\ln b_{ij}$ и дисперсией σ_{ij}^2, получим, как нетрудно убедиться, логнормальное распределение оценки эксперта:

$$L\left(x_{ij}|\theta,\omega\right)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma_{ij}x_{ij}}\exp\left\{-\frac{1}{2}\left[\frac{\ln x_{ij}-\left(\ln x_j^t+\ln b_{ij}\right)}{\sigma_{ij}}\right]^2\right\}. \quad (6)$$

Данная функция хорошо описывает поведение экспертов и широко используется. Это и есть тот «кирпичик» (так как она является функцией правдоподобности для случая одной оценки, даваемой одним экспертом), на основе которого будет построена общая агрегированная функция правдоподобности, стоящая в уравнении (1).

В данной работе принимается еще одна дополнительная гипотеза: эксперты считаются достаточно компетентными специалистами в своей предметной области, чтобы не допускать систематических ошибок. Поэтому в уравнении (6) при вычислениях будет полагаться

$$\ln b_{ij}=0,$$

что соответствует отсутствию систематического сдвига. Таким образом, в рамках общей идеи учета неизбежных неточностей в получаемой от них информации будут рассматриваться ошибки только одного типа – случайные. Формула (6) в результате переписывается в виде:

$$L_{ij}\left(x_{ij}|\theta,\omega\right)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma_{ij}x_{ij}}\exp\left\{-\frac{1}{2}\left[\frac{\ln x_{ij}-\ln x_j^t}{\sigma_{ij}}\right]^2\right\}. \quad (7)$$

Теперь в рамках вышеперечисленных предположения можно на основе мнений экспертов построить апостериорное распределение параметров $\pi\left(\theta,\omega\ |\ E\right)$, а, следовательно, и искомую оценку кривой хрупкости.

Построение распределения

Выразим вначале индивидуальную функцию правдоподобности, определяемую (7). Способ оценки дисперсий оценки σ_{ij}^2 будет изложен ниже. Истинное же значение переменной, соответствующее j-му квантилю, можно найти, используя предположение (2) о принадлежности истинной кривой к семейству логнормальных. Это значение связано с параметрами логнормального распределения следующим образом:

$$\ln x_j^t=\omega\,Z_j+\theta, \quad (8)$$

где Z_j – соответствующее данному квантилю значение переменной стандартного нормального распределения (с нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией). Таким образом, выражение (7) преобразуется к виду:

$$L_{ij}\left(x_{ij}|\theta,\omega\right)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma_{ij}x_{ij}}\exp\left\{-\frac{1}{2}\left[\frac{\ln x_{ij}-\left(\omega Z_j+\theta\right)}{\sigma_{ij}}\right]^2\right\}. \quad (9)$$

Теперь, по предположению о независимости в совокупности всех экспертных оценок, подставляя (9) в (5), и далее, (5) в (3) в силу гипотезы о равномерности априорного распределения получим:

$$\pi\ \left(\theta,\omega\ |\ E\right)=k_1^{-1}\exp\left\{-\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{M}\left[\frac{\ln x_{ij}-\left(\omega Z_j+\theta\right)}{\sigma_{ij}}\right]^2\right\}.$$

Это, собственно, и есть искомое распределение параметров логнормального распределения. Однако в таком виде его неудобно исследовать на максимум по θ и ω. Возведя выражения под знаком суммы в квадрат и выделив полные квадраты по параметрам, после довольно простых, но громоздких выкладок получим:

$$\pi\left(\theta,\omega|E\right)=K^{-1}\exp\left\{-\frac{1}{2}\left[\left(\frac{\omega-\Omega}{\sigma_\omega}\right)^2+\left(\frac{\theta-\Theta(\omega)}{\sigma_\theta}\right)^2\right]\right\}, \quad (10)$$

Где

$$\Omega=\frac{\left(\sum_{ij}\sigma_{ij}^{-2}\right)\left(\sum_{ij}\sigma_{ij}^{-2}Z_j\ln x_{ij}\right)-\left(\sum_{ij}\sigma_{ij}^{-2}\ln x_{ij}\right)\left(\sum_{ij}\sigma_{ij}^{-2}Z_j\right)}{\left(\sum_{ij}\sigma_{ij}^{-2}\right)\left(\sum_{ij}\sigma_{ij}^{-2}Z_j^2\right)-\left(\sum_{ij}\sigma_{ij}^{-2}Z_j\right)^2}, \quad (11)$$

$$\sigma_\omega^2 = \frac{\sum_{ij}\sigma_{ij}^{-2}}{\left(\sum_{ij}\sigma_{ij}^{-2}\right)\left(\sum_{ij}\sigma_{ij}^{-2}Z_j^2\right)-\left(\sum_{ij}\sigma_{ij}^{-2}Z_j\right)^2}, \qquad (12)$$

$$\Theta(\omega)=\frac{\sum_{ij}\sigma_{ij}^{-2}\ln x_{ij}-\omega\sum_{ij}\sigma_{ij}^{-2}Z_j}{\sum_{ij}\sigma_{ij}^{-2}}, \qquad (13)$$

$$\sigma_\theta^2=\left(\sum_{ij}\sigma_{ij}^{-2}\right)^{-1}, \qquad (14)$$

а K^{-1} – не зависящий от θ и ω коэффициент пропорциональности.

Подставляя (10) в систему уравнений (4) и решая ее, получим параметры наиболее вероятного распределения:

$$\begin{aligned}\omega_m &= \Omega,\\ \theta_m &= \Theta\ (\Omega).\end{aligned} \qquad (15)$$

Таким образом, искомая функция плотности распределения (интеграл от которой и есть, собственно, кривая хрупкости) при всех вышеперечисленных предположениях имеет вид:

$$\pi\ (x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\ \ \Omega\ x}\exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln x-\Theta(\Omega)}{\Omega}\right)^2\right\}.$$

Имеет смысл привести еще один вид выражений для ω_m и θ_m, из которого будет очевиден вклад каждой экспертной оценки в формирование результата. С помощью простой перегруппировки слагаемых в суммах получим:

$$\theta_m=\sum_{ij}c_{ij}^{\theta}\ln x_{ij}, \qquad (16)$$

$$\omega_m=\sum_{ij}c_{ij}^{\omega}\ln x_{ij}, \qquad (17)$$

Где

$$c_{ij}^{\theta}=\frac{\sigma_\theta^2\sigma_\omega^2}{\sigma_{ij}^2}\left[\left(\sum_{ij}\sigma_{ij}^{-2}Z_j^2\right)-\left(\sum_{ij}\sigma_{ij}^{-2}Z_j\right)Z_j\right], \qquad (18)$$

$$c_{ij}^{\omega}=\frac{\sigma_\theta^2\sigma_\omega^2}{\sigma_{ij}^2}\left[\left(\sum_{ij}\sigma_{ij}^{-2}\right)Z_j-\left(\sum_{ij}\sigma_{ij}^{-2}Z_j\right)\right]. \qquad (19)$$

Отсюда видно, что вклад оценки для j-го квантиля, данной i-м экспертом, пропорционален величине $\frac{\ln x_{ij}}{\sigma_{ij}^2}$. Этот факт будет использован в дальнейшем.

В формулах, описывающих результирующее распределение, фигурируют величины σ_{ji}^2 – дисперсии в мультипликативной модели ошибок, входящие в выражение функции правдоподобности. Подход, использованный для их оценки, также основан на некоторых допущениях.

Во-первых, для одного и того же эксперта дисперсии оценок для разных квантилей приняты равными между собой. Это означает, что ожидаемая аналитиком величина случайного отклонения оценки от истинного значения не зависит от квантиля, а определяется только общей степенью доверия ЛПР к мнению данного эксперта:

$$\sigma_{ij}=\sigma_i,\quad j=\overline{1,\ M},\ i=\overline{1,\ N}. \qquad (20)$$

Эти стандартные отклонения мнений каждого эксперта и нужно оценить. Для этого в данной модели вводится понятие веса (или рейтинга) w_i, приписываемого экспертам. Значение этого параметра определяет общую степень доверия аналитика к мнению i-го эксперта, ожидаемую величину ошибки в даваемых им количественных оценках. Разумеется, чем больше рейтинг того или иного эксперта по сравнению с остальными, тем лучше получаемое распределение должно соответствовать его оценкам.

Из формул (16) – (19) видно, что слагаемые пропорциональны σ_{ij}^{-2}. Поэтому представляется естественным связать дисперсии с весами именно таким образом, то есть, с учетом (20),

$$w_i=\frac{\gamma}{\sigma_i^2},$$

где γ – коэффициент пропорциональности.

Следует заметить, что, как видно из выражений (11) и (13), при определении параметров наиболее вероятного распределения роль играют только относительные значения σ_i^2, так как в обеих формулах и числитель, и знаменатель однородны по дисперсиям, причем степень однородности одинакова. Абсолютные же значения влияют на величины σ_θ^2 и σ_ω^2, как видно из (12) и (14). Таким образом, масштаб весов экспертов (при одинаковых соотношениях между ними) отражает только уровень качества произведенной экспертизы, то есть ожидаемую вероятность того, что полученная кривая будет лежать достаточно близко к истинной кривой хрупкости.

Для получения конкретных численных оценок риска привлечения экспертов необходимо изначально определить этот масштаб, то есть некий «единичный», эталонный уровень риска, к которому будут затем привязаны все величины. Существуют задачи, где необходимо проводить минимизацию риска при некоторых ограничениях, и в них его величина не играет роли при выборе оптимального решения. Однако в некоторых задачах, касающихся принятия решений, значение латентный риск экспертизы само по себе является важным показателем.

В данной работе масштаб будет следующим образом. Допустим, что w_i известны, и рассмотрим вопрос о коэффициенте г. «Эталонное» значение дисперсии (которое соответствует весу мнения эксперта, равному 1) может быть оценено чисто эмпирическим путем.

Рассмотрим график логнормальной функции распределения (которая описывает ошибки экспертов) с параметрами у и b (рисунок 1).

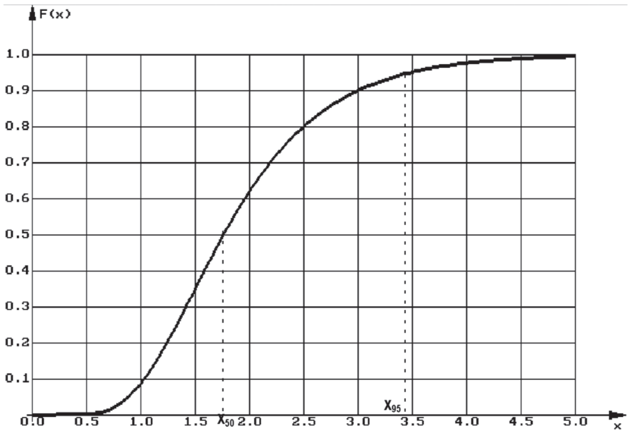

Рисунок 1 – Логнормальное распределение с квантилями 50% и 95%

Найдем два значения переменной для квантилей с вероятностями 50% и 95%. Их можно выразить через соответствующие значения переменной стандартного нормального распределения и параметры (уравнение (8)):

$$x_{50} = \exp\left\{ \sigma\, Z_{50} + b \right\},$$

$$x_{95} = \exp\left\{ \sigma\, Z_{95} + b \right\}.$$

Величина $\ln x_{95} - \ln x_{50}$ должна характеризовать разброс значений логнормально распределенной случайной величины, а, следовательно, и ее стандартное отклонение. Для приближенной оценки последнего положим, что

$$\frac{x_{95}}{x_{50}} \approx 2,$$

то есть

$$2 \approx \frac{\exp\left\{ \sigma\, Z_{95} + b \right\}}{\exp\left\{ \sigma\, Z_{50} + b \right\}} = \exp\left\{ \sigma \left(Z_{95} - Z_{50} \right) \right\},$$

откуда искомое «эталонное» стандартное отклонение равно:

$$\sigma = \frac{\ln 2}{Z_{95} - Z_{50}} \approx \frac{\ln 2}{1{,}645} \approx 0{,}421$$

(из таблиц известно, что $Z_{50} = 0$, $Z_{95} = 1{,}645$).

Это значение и будет использовано при вычислении дисперсий:

$$\sigma_i^2 = \frac{0{,}421^2}{w_i} = \frac{0{,}177}{w_i}.$$

Определение латентного риска экспертизы

Как известно, риск определяется двумя факторами: вероятностью некоторого неблагоприятного события и ожидаемыми потерями при его реализации. В рамках рассматриваемого подхода принята дискретная модель апостериорной ситуации: либо здание разрушилось, либо нет, то есть, промежуточных вариантов нет. Поэтому ожидаемая величина потерь одна и та же, что позволяет вообще исключить ее из рассмотрения и отождествить риск с вероятностью разрушения. Конечно, это только приближение, и в более сложных моделях можно рассматривать, например, степень разрушения, однако это выходит за рамки описанного выше метода.

Суть предлагаемого метода оценки латентного риска экспертизы состоит в следующем. При каждом значении параметра, характеризующего внешнее воздействие, вычисляется локальный, «дифференциальный» риск, после чего он суммируется по этому параметру с учетом его распределения (другими словами, вычисляется математическое ожидание). Для этого, естественно, нужно знать это распределение (в рассматриваемой предметной области это прогноз сейсмической ситуации, отражающий зависимость вероятности землетрясения от его силы). Предположим, что оно известно, и обозначим его $f_0(x)$. Задача теперь состоит в получении выражения для оценки локального риска при заданном x.

Источником латентного риска экспертизы, связанного с привлечением экспертов, является вероятностный характер оценки параметров кривой хрупкости, который порождает возможность ее отклонения от истинного положения, что в конечном итоге приводит к неверному учету исходного риска, определяемого самой кривой хрупкости. В качестве дифференциальной меры исходного риска в точке x следует рассматривать вероятность разрушения конструкции, то есть значение кривой хрупкости в этой точке. Локальную же оценку латентный риск экспертизы, в силу его природы, нужно строить на основе величины и вероятности отклонения кривой (определяемого полученным распределением параметров логнормального распределения) от истинного значения в точке x.

Здесь необходимо понимать, что, в отличие от оценки исходного риска, последствия отклонений в разные стороны принципиально отличны друг от друга. Тот факт, что полученная в результате экспертизы кривая проходит ниже истинной, означает, что эксперты недооценили риск в данной точке. Это чревато разрушением здания с большей вероятностью, то есть латентный риск экспертизы имеет тот же тип, что и исходный. При обратной ситуации, когда риск переоценен экспертами, с точки зрения разрешения вроде бы отрицательных последствий нет, но в случае принятия превентивных мер по снижению остаточного риска до приемлемого уровня может произойти перерасход средств, что также нежелательно. Очевидно, что учитывать последствия разных типов нужно по-разному. Однако для достаточно приближенной оценки латентного риска экспертизы можно делать это единообразно, и удобнее всего производить расчеты по первой схеме, что и будет сделано ниже (рисунок 2).

Для определения локального риска в точке x сравним истинную (неизвестную) кривую хрупкости – логнормальную функцию распределения $p\left(x;\theta^t,\omega^t\right)$, представленную на рисунке 2 пунктирной линией, – с получаемой с некоторой вероятностью в результате экспертизы (сплошная линия на рисунке 2). Согласно описанному выше методу, вероятность того или иного положения экспертной оценки кривой хрупкости определяется апостериорным распределением параметров $\pi\left(\theta,\omega\ |\ E\right)$, и сплошная линия отражает одно из этих возможных положений. В данном случае эксперты недооценили риск разрушения в точке x: вместо реальной вероятности $p\left(x;\theta^t,\omega^t\right)$ они предсказали меньшую, $p\left(x;\theta,\omega\right)$. В связи с этим представляется вполне логичным рассмотреть риск, связанный с привлечением экспертов, как долю общего риска.

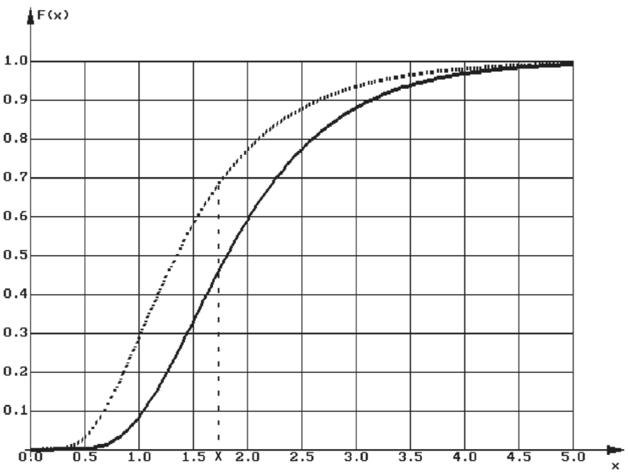

Рисунок 2 – К определению локального риска

Таким образом, количественно его можно напрямую выразить через разность этих вероятностей. В соответствии с выбранным симметричным подходом к учету отклонений разных знаков в общем случае следует рассматривать модуль этой разности. Далее, принимая во внимание вероятностный характер получаемой при анализе мнений экспертов кривой, локальный бесконечно малый риск в точке x может быть вычислен как усредненный по параметрам модуль разности:

$$d\tilde{R}=\iint\limits_{\theta,\omega}\left|p\left(x;\theta,\omega\right)-p\left(x;\theta^t,\omega^t\right)\right|\,\pi\left(\theta,\omega\,|\,E\right)d\theta\ d\omega\ dx. \quad (21)$$

Тильда в данном выражении означает, что это не окончательная формула, и появилась здесь по двум причинам. Во-первых, как упоминалось ранее, параметры истинной кривой хрупкости неизвестны. Однако с учетом предположения об отсутствии систематического сдвига в оценках экспертов (согласно модели ошибок), хорошим ее приближением при усреднении модуля разности является полученное выше наиболее вероятное распределение с параметрами, определяемыми (15). Во-вторых, в выражении (21) не отражен тот факт, что x – также случайная величина с плотностью распределения $f_0(x)$. При учете этих двух факторов локальный риск записывается в виде:

$$dR=\left\{\iint\limits_{\theta,\omega}\left|p\left(x;\theta,\omega\right)-p\left(x;\theta_m,\omega_m\right)\right|\pi\left(\theta,\omega|E\right)d\theta\, d\omega\right\}f_0\left(x\right)dx,$$

и, соответственно, риск, связанный с привлечением экспертов для анализа кривой хрупкости, определяется выражением:

$$R=\int\limits_x\left\{\iint\limits_{\theta,\omega}\left|p\left(x;\theta,\omega\right)-p\left(x;\theta_m,\omega_m\right)\right|\pi\left(\theta,\omega|E\right)d\theta\, d\omega\right\}f_0\left(x\right)dx.$$

Эту величину следует сравнивать с полным риском разрушения конструкции, предсказываемым экспертами. Он определяется выражением:

$$R_0=\int\limits_x p\left(x;\theta_m,\omega_m\right)f_0\left(x\right)dx.$$

В случае если $R<<R_0$, качество экспертизы должно удовлетворить аналитика. Он с достаточной определенностью может анализировать различные варианты развития ситуации и принимать обоснованные решения, касающиеся, например, целесообразности строительства объекта либо разработки превентивных мероприятий по снижению возможных потерь. Если же величина латентный риск экспертизы сравнима с полным риском (скажем, отличается менее чем в три-пять раз), качество экспертизы не позволяет рассматривать ее результаты как достаточное основание для принятия каких-либо решений. Это означает, что требуется либо привлечь более компетентных экспертов, либо использовать другие методы для дополнительного анализа.

Данный метод расчета латентного риска экспертизы, конечно же, не является всеобщим. Ему присущи ограничения, порожденные теми предположениями, которые были использованы для обеспечения логических переходов при выводе оценки распределения. Они существенно упростили выкладки, однако в то же время сузили область применимости метода, и необходимо четко осознавать, какие условия должны быть выполнены для получения удовлетворительных результатов.

Первая гипотеза касается выбранной модели поведения экспертов при оценке квантилей распределения, согласно которой они не делают систематических ошибок, а величина случайной определяется одним параметром (дисперсией), напрямую связанным с рейтингом эксперта. В более сложных моделях при многократных экспертизах можно статистически оценить ожидаемую величину систематического сдвига и учитывать его в дальнейшем. Здесь же специалисты в предметной области предполагаются достаточно опытными, чтобы его не допускать.

Далее идет допущение, возможно, самое сильное из всех, касающееся независимости в совокупности всех экспертных оценок для всех квантилей. Оно может быть выполнено только с той или иной степенью приближения. С одной стороны, источники информации, которыми пользуются эксперты, сильно пересекаются, что приводит к корреляции мнений разных экспертов. С другой стороны, обычно они представляют себе распределение целиком, и в результате оценки, данные одним и тем же экспертом для разных квантилей, начинают зависеть друг от друга. Особенно этот эффект становится заметен при увеличении числа квантилей, поэтому для обеспечения хотя бы приблизительного выполнения условия независимости нужно ограничиваться лишь несколькими.

Также важным моментом, использованным при выводе, является требование принадлежности истинного распределения параметрическому семейству. Хотя никаких ограничений на характер семейства и число параметров не накладывается, то есть в этом смысле охватывается очень широкий спектр задач, это условие является необходимым, и там, где по каким-либо причинам нельзя указать единственное семейство, применение данного метода невозможно.

В целом предложенный метод оценки неизвестного распределения и расчета риска, связанного с привлечением экспертов, является достаточно универсальным и может применяться не только в области механической устойчивости конструкций, но и при решении широкого класса задач, в которых требуется оценить некое вероятностное распределение на основе субъективных данных о нем.

Заключение

В данной работе предложен метод расчета риска, связанного с привлечением экспертов к анализу риска разрушения различных конструкций (зданий, железных дорог, автодорог и т.д.) при землетрясениях. Источником этого своеобразного латентного риска экспертизы является неидеальность экспертов как источников информации, в результате чего возникает неопределенность в получаемых результатах. Она и определяет дополнительный риск, обусловленный неадекватным представлением о возможном развитии ситуации в случае реализации неблагоприятных факторов.

Для учета этой неопределенности выбран байесовский подход как наиболее подходящий для ее описания. На основе ряда работ, в которых он был разработан, а также исследований в выбранной предметной области предложен метод оценки аналитиком вероятностного распределения (кривой хрупкости) на основании мнений группы экспертов, который позволяет с помощью полученных результатов формализовать и в явном виде выразить латентный риск экспертизы. Описанный метод базируется на некоторых дополнительных предположениях, перечисленных выше, и поэтому данное определение латентный риск экспертизы не является всеобщим, а может быть применено лишь в задачах аналогичного типа с теми же ограничениями.

Библиографический список

1. Pagni, C.A. Fragility functions for older reinforced concrete beam column joints [Текст] / C.A. Pagni, L.N. Lowes // Earthquake Spectra. – 2006. – Vol. 22. – P. 215–238.

2. Kruschke, J. K. The time has come: Bayesian methods for data analysis in the organizational sciences [Текст] / J.K. Kruschke, H. Aguinis, H. Joo // Organizational Research Methods. – 2012. – Vol. 15: – P. 722-752.

3. Morris, P.A. Combining Expert Judgements: A Bayesian Approach [Текст] / P.A. Morris // Management Science. – 1977. – Vol. 23.

4. Steel, P.D. Bayesian Variance Estimation for MetaAnalysis: Quantifying Our Uncertainty [Текст] / P.D.G. Steel, J. Kammeyer-Mueller // Organizational Research Methods. – 2008. – Vol. 11. P. 54-78.

5. Zhang, Z. Bayesian inference and application of robust growth curve models using student’s t distribution [Текст] / Z. Zhang, K. Lai, Z. Lu, X. Tong // Structural Equation Modeling. – 2013. – Vol. 20(1). – P. 47-78.

6. Vázquez, Z. Eliciting expert judgements about a set of proportions [Текст] / Zapata Vázquez, Rita Esther, Anthony O’Hagan, Leonardo Soares Bastos // Journal of Applied Statistics. – 2014. – Vol. 41(9). – P. 1919-1933.

7. Baker, E. Advanced Solar R&D: Applying expert elicitations to inform climate policy [Текст] / Erin Baker, Haewon Chon, Jeffrey Keisler // Energy Economics. – 2009. – Vol. 31. – P. 37-49.

8. Bordley, R.F. Combining the opinions of experts who partition events differently [Текст] / Robert F. Bordley // Decision Analysis. – 2009. – Vol. 6. – P. 38-46.

9. Wisse, B. Expert judgement combination using moment methods [Text] / Bram Wisse, Tim Bedford, John Quigley // Reliability Engineering and System Safety. – 2008. – Vol. 93(5). – P. 675-686.

Сведения об авторах

Сергей К. Дулин – доктор технических наук, профессор, главный научный сотрудник АО «Научно-исследовательский и проектно-конструкторский институт информатизации, автоматизации и связи на железнодорожном транспорте» (АО «НИИАС»); ведущий научный сотрудник Федерального исследовательский центра «Информатика и управление» Российской академии наук, e-mail: s.dulin@ccas.ru

Игорь Н. Розенберг – доктор технических наук, профессор, Генеральный директор АО «Научно-исследовательский и проектно-конструкторский институт информатизации, автоматизации и связи на железнодорожном транспорте (АО «НИИАС»), e-mail: I.Rozenberg@vniias.ru

Владимир И. Уманский – доктор технических наук, заместитель Генерального директора АО «Научно-исследовательский и проектно-конструкторский институт информатизации, автоматизации и связи на железнодорожном транспорте» (АО «НИИАС»), e-mail: v.umanskiy@vniias.ru

Поступила: 01.03.2018