Оригинальная статья
Надежность, том 18, №2, 2018 DOI: 10.21683/1729-2646-2018-18-2-31-37

О задаче распределения инвестиций в установку средств, предотвращающих несанкционированный проезд автотранспортом железнодорожных переездов, для различных статистических критериев[1]

Андрей И. Кибзун, *Московский Авиационный институт, Москва, Россия*
Алексей Н. Игнатов, *Московский Авиационный институт, Москва, Россия*

Андрей И. Кибзун

Алексей Н. гнатов

Цель. *На железнодорожном транспорте встречается целый спектр различных транспортных происшествий как связанных с подвижным составом: столкновение подвижного состава с другим подвижным составом, сход подвижного состава, излом литых деталей тележек вагонов и другие – так и связанных с железнодорожной инфраструктурой: излом рельса, пожары на железнодорожных станциях и вокзалах, обрыв контактного провода и т. п. Среди вышеперечисленных происшествий и прочих столкновения на железнодорожных переездах весьма резонансны: при столкновении поезда с автотранспортом часто гибнет большое количество людей, а сообщения о происшествиях публикуются в федеральных СМИ, что приводит к большим репутационным потерям ОАО «РЖД». Кроме того, нередки случаи, когда при столкновении происходит сход единиц подвижного состава, что может привести как к гибели людей, так и к масштабной экологической катастрофе, если в вагонах перевозятся опасные химические грузы. Кроме репутационного ущерба, столкновения на железнодорожных переездах приводят к большим финансовым затратам на восстановление поврежденной инфраструктуры и подвижного состава, а также к ущербам от простоя поездов, связанным с работой восстановительных поездов на месте транспортных происшествий. Поэтому возникает вопрос об оптимальном расходовании инвестиций в устройства, предотвращающие несанкционированный переезд железнодорожных путей автотранспортом на железнодорожных переездах (далее системы защиты). Данная проблема актуальна, поскольку замена переездов на тоннели и путепроводы идет медленными темпами и в перспективе не предусматривает ликвидацию всех существующих переездов. Поэтому возникает задача о рациональном использовании финансовых средств для установки систем защиты на протяженной железнодорожной сети. В связи с вышесказанным целью настоящей работы является разработка рекомендаций для лица, принимающего решения, по уменьшению количества транспортных происшествий с точки зрения статистических критериев: квантильного и вероятностного.* **Методы.** *В работе используются метод детерминированного эквивалента, метод эквивалентных преобразований, методы теории вероятностей, методы оптимизации.* **Результаты.** *Задача по максимизации вероятности того, что не произойдет ни одного столкновения, сведена к задаче целочисленного линейного программирования. Для задачи по минимизации максимального числа происшествий, гарантированных на заданном уровне надежности, предлагается субоптимальное решение исходной задачи квантильной оптимизации, получаемое при решении задачи целочисленного нелинейного программирования, на основе замены биномиально распределенных случайных величин пуассоновскими.* **Выводы.** *Рассмотренные модели позволяют не только сформировать оптимальную стратегию с гарантирующими характеристиками, но и показать достаточность или недостаточность фонда инвестиций, выделяемых на повышение безопасности на железнодорожных переездах. При этом при принятии решений следует руководствоваться именно квантильным критерием, поскольку вероятность того, что не произойдет ни одного происшествия, может казаться высокой, однако вероятность того, что произойдет одно, два, три и более происшествий, может быть неприемлемой. Квантильный критерий лишен указанного недостатка и позволяет оценить количество транспортных происшествий, гарантированное на заданном уровне надежности.*

Ключевые слова: *железнодорожный переезд, столкновение, вероятность, квантиль, целочисленное программирование.*

Формат цитирования: *Кибзун А.И., Игнатов А.Н. О задаче распределения инвестиций в установку средств, предотвращающих несанкционированный проезд автотранспортом железнодорожных переездов, для различных статистических критериев // Надежность. 2018. Т. 18, № 2. С. 31-37. DOI: 10.21683/1729-2646-2018-18-2-31-37*

[1] Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект № 16-11-00062) (разделы статьи 2, 3, 4.1 статьи) и при поддержке РФФИ и ОАО «РЖД» в рамках научного проекта № 17-20-03050 офи_м_РЖД (разделы статьи 4.2, 5 статьи).

1. Введение

Согласно [1] величина риска представляет собой функционал, связывающий вероятность (или частоту) возникновения события и математическое ожидание последствия (ущерба) от этого события. Общая методология оценки рисков от указанных выше и других неблагоприятных событий развивалась в работах [2, 3].

Основная часть исследований, посвященная катастрофам на железнодорожных переездах, посвящена либо построению регрессионных моделей зависимости числа происшествий от различных факторов [4, 5], либо получению некоторого интегрального индекса, характеризующего степень опасности/безопасности на железнодорожном переезде [6, 7]. Общая концепция разработки стратегии установки систем защиты представлена в работах [7–9]. В [7] обсуждались различные подходы к оценке эффективности установки на том или ином переезде той или иной системы защиты, которая строилась на основе некоторых средних характеристик. Для решения задачи установки средств защиты на всей железнодорожной сети предлагалось использовать некоторое детерминированное число, характеризующее количество транспортных происшествий за год на конкретном железнодорожном переезде. Однако количество железнодорожных происшествий является случайной величиной, а самой задаче по рациональному расходованию средств было дано лишь словесное описание. В [8] приведена математическая постановка задачи о рациональном распределении средств для установки систем защиты, однако, в качестве полезности от установки той или иной системы защиты используется средний доход. Однако на основе средних характеристик невозможно получить какие-то гарантирующие характеристики, весьма важные в железнодорожных процессах, в которых могут пострадать люди. В [9] единицей полезности от установки системы защиты является некоторая детерминированная величина, получаемая на основе некоторого ожидаемого числа происшествий на железнодорожном переезде.

В настоящей работе исследуется задача по распределению инвестиций в установку систем защиты на протяженной железнодорожной сети. Каждый переезд может иметь уникальный набор систем защиты, доступных для установки, а их количество может быть произвольным. Набор уже установленных систем защиты на каждом железнодорожном переезде предполагается заданным. Для определения оптимальной стратегии по установке систем защиты исследуется вероятность того, что за рассматриваемый промежуток времени не произойдет ни одного транспортного происшествия, а также исследуется максимальное количество транспортных происшествий, которые произойдут на заданном уровне надежности.

2. Основные обозначения и предположения

Рассмотрим железнодорожную сеть, состоящую из N железнодорожных переездов, в которой i-й железнодорожный переезд может быть оборудован любой из имеющихся в наличии M_i различных систем защиты, $i=\overline{1,N}$. Отметим, что количество доступных для установки систем защиты может варьироваться в зависимости от переезда в силу, например, географических особенностей местности, где находится переезд. Поэтому может оказаться, например, M_1=8, а M_2=9. При этом под системой защиты понимается комплекс мер, направленный на предотвращение транспортного происшествия (напр. автоматическая переездная светофорная сигнализация с автоматическими шлагбаумами, автоматическая переездная светофорная сигнализация с автоматическими шлагбаумами + устройство заградительное переездное и т. д.). Пусть j-я система на i-м железнодорожном переезде характеризуется вероятностью столкновения $P_{i,j}$ автомобильного транспорта с некоторым подвижным составом, $i=\overline{1,N}$, $j=\overline{1,M_i}$. Предположим, что системы защиты отсортированы по уровню безопасности, т. е. $\forall i \in \{1,2,\dots,N\}$ и $\forall j \in \{1,2,\dots,M_i-1\}$ имеет место

$$P_{i,j+1} \le P_{i,j}. \qquad (1)$$

Пусть в течение длительного промежутка времени (месяца, года) T через i-й железнодорожный переезд проезжает n_i поездов, $i=\overline{1,N}$. На участке, имеющем 2 и более путей, на переезде могут одновременно находиться 2 и более поездов. Не ограничивая общности, в дальнейшем будем опускать данный случай, учет которого возможен в рамках рассматриваемой модели, если понимать под n_i количество случаев, когда железнодорожный переезд был занят поездами.

Пусть переменная u_i^0 обозначает номер системы защиты, которая установлена на текущий момент на i-м железнодорожном переезде, а переменная $u_{i,j}^0$ характеризует, установлена ли система защиты с номером j на i-м железнодорожном переезде: 0 – если не установлена, 1 – если установлена. Введем переменные управления: пусть переменная u_i характеризует номер системы защиты, которая будет установлена на i-м железнодорожном переезде, а переменная $u_{i,j}$ характеризует, будет ли установлена система защиты с номером j на i-м железнодорожном переезде: 0 – если не установлена, 1 – если установлена.

Пусть также стоимость установки j-й системы на i-м железнодорожном переезде составляет $c_{i,j}$ условных единиц $i=\overline{1,N}$, $j=\overline{1,M}$, а общий фонд инвестиций в установку систем защиты составляет C^0 условных единиц. Поскольку на i-м железнодорожном переезде уже установлена система защиты с номером u_i^0, то заново ее устанавливать не надо, т.е. $c_{i,u_i^0}=0$, $i=\overline{1,N}$. Более того, в силу (1) установка на i-м железнодорожном переезде системы защиты с индексом меньше u_i^0 невозможна, а значит, можно положить $c_{i,j}=0$ для $1 \le j < u_i^0, i=\overline{1,N}$. При этом необходимо отметить, что и остальные коэффициенты $c_{i,j}$ тоже зависят от u_i^0, $i=\overline{1,N}$, $j=\overline{1,M_i}$. Будем предполагать в дальнейшем, что

$$\sum_{i=1}^{N} \max_{1\le j\le M_i} c_{i,j} > C^0,$$

поскольку в ином случае стоимость набора самых дорогих систем защит не превышает фонда инвестиций, что делает задачу оптимизации, связанную с распределением ресурсов, тривиальной.

Введем обозначения:

$$u^0 \stackrel{\text{def}}{=} \begin{pmatrix} u_1^0, u_2^0, \ldots, u_N^0, u_{1,1}^0, u_{1,2}^0, \ldots, u_{1,M_1}^0, u_{2,1}^0, \\ u_{2,2}^0, \ldots, u_{2,M_2}^0, \ldots, u_{N,1}^0, u_{N,2}^0, \ldots, u_{N,M_N}^0 \end{pmatrix},$$

$$u \stackrel{\text{def}}{=} \begin{pmatrix} u_1, u_2, \ldots, u_N, u_{1,1}, u_{1,2}, \ldots, u_{1,M_1}, u_{2,1}, \\ u_{2,2}, \ldots, u_{2,M_2}, \ldots, u_{N,1}, u_{N,2}, \ldots, u_{N,M_N} \end{pmatrix}.$$

Тогда множество допустимых стратегий $U(u^0)$, которое зависит от начального положения системы, т.е. от уже установленного набора систем защиты, состоит из различных векторов

u, на которые накладываются ограничения:

$$u_i \in \{1,2,\ldots,M_i\}, i=\overline{1,N},$$

$$u_{i,j} \in \{0,1\}, i=\overline{1,N}, j=\overline{1,M_i},$$

$$\sum_{j=1}^{M_i} u_{i,j} = 1, i=\overline{1,N}, \tag{2}$$

$$\sum_{j=1}^{M_i} j u_{i,j} = u_i, i=\overline{1,N}, \tag{3}$$

$$u_i \ge u_i^0, i=\overline{1,N}, \tag{4}$$

$$\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{M_i} c_{i,j} u_{i,j} \le C^0. \tag{5}$$

Ограничения (2)–(3) гарантируют, что на любом железнодорожном переезде может быть установлена только одна система защиты. Ограничение (4) в силу (1) гарантирует то, что при выборе и установке новых технических средств защиты, вероятность столкновения поезда с автомобильным транспортом не повысится. Ограничение (5) является ограничением на максимальное количество средств, которые могут быть потрачены на установку новых систем защиты, т.е. является бюджетным ограничением.

3. Постановка задачи

При сделанных предположениях заключаем, что при проезде одного пассажирского или грузового поезда через железнодорожный переезд вероятностьего столкновения с автомобильным транспортом составляет

$$P_i = \sum_{j=1}^{M_i} u_{i,j} P_{i,j}. \tag{6}$$

Следовательно, число столкновений X_i за промежуток времени T между автомобильным транспортом и пассажирскими/грузовыми поездами описывается биномиальной случайной величиной с параметрами n_i и P_i, т.е. $X_i \sim \mathrm{Bi}(n_i, P_i)$.

Введем в рассмотрение новую случайную величину X, имеющую смысл общего количества столкновений на железнодорожной сети за промежуток времени T:

$$X(u) \stackrel{\text{def}}{=} X_1(u) + X_2(u) + \ldots + X_N(u).$$

Рассмотрим функцию вероятности

$$P_\phi(u) \stackrel{\text{def}}{=} P\{X(u) \le \phi\}, \phi \in \mathbb{Z}_+,$$

и функцию квантили

$$\phi_\alpha(u) \stackrel{\text{def}}{=} \min\{\phi : P_\phi(u) \ge \alpha\}, \alpha \in (0,1).$$

Функция $P_\phi(u)$ характеризует вероятность того, что за промежуток времени T произойдет не более φ транспортных происшествий на железнодорожной сети. Функция $\phi_\alpha(u)$ характеризует максимальное количество происшествий на заданном уровне надежности α. Так как рассматриваемая задача – задача по увеличению надежности системы, то в дальнейшем будем рассматривать только случай $\alpha > 1/2$.

С использованием функций вероятности и квантили сформулируем две задачи

$$u_0^* = \arg\max_{u \in U(u^0)} P_0(u), \tag{7}$$

$$u_\alpha^* = \arg\min_{u \in U(u^0)} \phi_\alpha(u). \tag{8}$$

Задача (7) является задачей по поиску стратегии, при которой бы достигался максимум вероятности того, что за рассматриваемый промежуток времени не произойдет ни одного происшествия. Отметим, что похожая задача исследовалась в [11], где исследовалась задача оценки вероятности хотя бы одного столкновения маневровых составов с пассажирскими/грузовыми поездами за некоторый промежуток времени. Однако в работе [11] исследовалась задача анализа, в настоящей же работе исследуется задача синтеза. Задача (8) представляет собой задачу по поиску стратегии, которая бы позволила минимизировать максимальное количество происшествий, гарантированное на заданном уровне надежности.

4. Решение задачи

4.1 Задача оптимизации функции вероятности

Найдем значение вероятности того, что за рассматриваемый промежуток времени T не произойдет ни одного происшествия. В силу того, что количество транспортных происшествий не может оказаться отрицательным, получаем

$$P_0(u)=P\{X(u)\le 0\}=P\{X(u)=0\}= \\ =P\{X_1(u)+X_2(u)+\ldots+X_N(u)=0\}. \qquad (9)$$

Так как количество транспортных происшествий на каждом железнодорожном переезде также не может оказаться отрицательным, из (9) следует, что

$$P_0(u)=P\{\{X_1(u)=0\}\cdot\{X_2(u)=0\}\cdot\ldots\cdot\{X_N(u)=0\}\}.$$

Поскольку количество транспортных происшествий на одном железнодорожном переезде не влияет на количество транспортных происшествий на других, то случайные величины $X_1(u)$, $X_2(u)$, …, $X_N(u)$ являются независимыми в совокупности, а значит, по формуле умножения вероятностей [10] имеет место

$$P_0(u)=P\{X_1(u)=0\}\cdot P\{X_2(u)=0\}\cdot\ldots\cdot P\{X_N(u)=0\}. \qquad (10)$$

Из (6) и (10) следует, что

$$P_0(u)=(1-P_1)^{n_1}\cdot(1-P_2)^{n_2}\cdot\ldots\cdot(1-P_N)^{n_N}= \\ =\left(1-\sum_{j=1}^{M_1}u_{1,j}P_{1,j}\right)^{n_1}\cdot\left(1-\sum_{j=1}^{M_2}u_{2,j}P_{2,j}\right)^{n_2}\cdot \\ \cdot\ldots\cdot\left(1-\sum_{j=1}^{M_N}u_{N,j}P_{N,j}\right)^{n_N}. \qquad (11)$$

Эквивалентными преобразованиями сведем полученную задачу нелинейного программирования к задаче линейного программирования. Для этого рассмотрим новую функцию

$$\hat{P}_0(u)\overset{\text{def}}{=}\ln(P_0(u))$$

и поставим задачу

$$\hat{u}_0^*=\arg\max_{u\in U(u^0)}\hat{P}_0(u). \qquad (12)$$

Отметим, что решения задач (7) и (12) будут совпадать, так как логарифм является монотонно возрастающей функцией. Рассмотрим подробнее структуру функции $\hat{P}_0(u)$:

$$\hat{P}_0(u)=\ln\left(\begin{matrix}\left(1-\sum_{j=1}^{M_1}u_{1,j}P_{1,j}\right)^{n_1}\cdot\left(1-\sum_{j=1}^{M_2}u_{2,j}P_{2,j}\right)^{n_2}\cdot \\ \cdot\ldots\cdot\left(1-\sum_{j=1}^{M_N}u_{N,j}P_{N,j}\right)^{n_N}\end{matrix}\right)= \\ =n_1\ln\left(1-\sum_{j=1}^{M_1}u_{1,j}P_{1,j}\right)+n_2\left(1-\sum_{j=1}^{M_2}u_{2,j}P_{2,j}\right)+\ldots+ \\ +n_N\ln\left(1-\sum_{j=1}^{M_N}u_{N,j}P_{N,j}\right)=\sum_{i=1}^{N}n_i\ln\left(1-\sum_{j=1}^{M_i}u_{i,j}P_{i,j}\right).$$

Функция $\hat{P}_0(u)$ вновь оказывается нелинейной, однако в силу того, что по постановке задачи при некотором зафиксированном i среди всех переменных $u_{i,j}$ только одна принимает значение, равное единице, а все остальные равны нулю, то, сделав замену переменных

$$\hat{P}_{i,j}=\ln\left(1-P_{i,j}\right),$$

получаем линейное по управляемым переменным представление функции $\hat{P}_0(u)$:

$$\hat{P}_0(u)=\sum_{i=1}^{N}n_i\sum_{j=1}^{M_i}u_{i,j}\hat{P}_{i,j}. \qquad (13)$$

Таким образом, оптимизация нелинейной функции (11) сведена к задаче оптимизации линейной функции (13) на множестве допустимых стратегий $U(u^0)$, и получена задача целочисленного линейного программирования, которая может быть решена в пакете IBM ILOG Cplex и принадлежит классу задач о рюкзаке [12].

4.2. Задача оптимизации функции квантили

Найдем теперь выражение для функции квантили $\phi_\alpha(u)$. По определению получаем

$$P_\phi(u)=P\{X(u)\le\phi\}=P\{\{X(u)=0\}+ \\ +\{X(u)=1\}+\ldots+\{X(u)=\phi\}\}.$$

Поскольку для $k_1\neq k_2$ события $\{X(u)=k_1\}$ и $\{X(u)=k_2\}$ являются несовместными, т.к. за один рассматриваемый промежуток времени T не может произойти различное количество происшествий, то по формуле сложения вероятностей [10] получаем

$$P_\phi(u)=P\{X(u)=0\}+P\{X(u)=1\}+\ldots+P\{X(u)=\phi\}. \qquad (14)$$

Как показано выше, определение вероятности того, что за рассматриваемый промежуток времени T не произойдет ни одного транспортного происшествия $P\{X(u)=0\}$ само по себе не тривиально, не говоря уже об определении других вероятностей, стоящих в формуле (14). Поэтому для поиска функции квантили воспользуемся приближением Пуассона, так как n_i – большое число, а в силу близости к нулю P_i по постановке задачи имеем

$$\mathbf{M}[X_i] = n_i P_i \approx n_i P_i - n_i P_i^2 = n_i P_i (1 - P_i) = \mathbf{D}[X_i],$$

т.е. рассмотрим новые случайные величины

$$\tilde{X}_i(u) \sim \Pi(n_i P_i),\ \tilde{X}(u) \overset{\text{def}}{=} \tilde{X}_1(u) + \tilde{X}_2(u) + \ldots + \tilde{X}_n(u)$$

и новые функции

$$\tilde{P}_\phi(u) \overset{\text{def}}{=} P\{\tilde{X}(u) \le \phi\},$$

$$\tilde{\phi}_\alpha(u) \overset{\text{def}}{=} \min\{\phi : \tilde{P}_\phi(u) \ge \alpha\}, \alpha \in (0,1).$$

Поставим новую задачу

$$\tilde{u}_\alpha^* = \arg \min_{u \in U(u^0)} \tilde{\phi}_\alpha(u). \tag{15}$$

Отметим, что решения задач (8) и (15) могут не совпадать, однако решение задачи (15) будет субоптимальным для задачи (8).

Найдем аналитическое выражение функции $\tilde{P}_\phi(u)$. Так как случайные величины $X_1(u), X_2(u), \ldots, X_N(u)$ являются независимыми в совокупности, то и случайные величины $\tilde{X}_1(u), \tilde{X}_2(u), \ldots, \tilde{X}_N(u)$ являются независимыми в совокупности. Следовательно,

$$\tilde{X}(u) \sim \Pi\left(\sum_{i=1}^{N} n_i P_i\right),$$

$$\tilde{P}_\phi(u) = \exp\left\{-\sum_{i=1}^{N} n_i P_i\right\} \sum_{k=0}^{\phi} \frac{\left(\sum_{i=1}^{N} n_i P_i\right)^k}{k!} =$$

$$= \exp\left\{-\sum_{i=1}^{N} n_i \sum_{j=1}^{M_i} u_{i,j} P_{i,j}\right\} \sum_{k=0}^{\phi} \frac{\left(\sum_{i=1}^{N} n_i \sum_{j=1}^{M_i} u_{i,j} P_{i,j}\right)^k}{k!}.$$

Поскольку для отыскания стратегии $\tilde{u}_\alpha^*$ необходимо оптимизировать функции $\tilde{P}_\phi(u)$ для различных φ, то для удобства оптимизации введем новую функцию

$$L_\phi(u) = \ln(\tilde{P}_\phi(u)) = -\sum_{i=1}^{N} n_i \sum_{j=1}^{M_i} u_{i,j} P_{i,j} + \ln \sum_{k=0}^{\phi} \frac{\left(\sum_{i=1}^{N} n_i \sum_{j=1}^{M_i} u_{i,j} P_{i,j}\right)^k}{k!}.$$

и сформулируем новые задачи

$$u_{L_\phi}^* = \arg \max_{u \in U(u_0)} L_\phi(u), \tag{16}$$

где $\phi = 0,1,2,\ldots$. Отметим, что задачи (16) являются задачами смешанного целочисленного нелинейного программирования и могут быть решены при помощи пакета Opti Toolbox. Пусть

$$\phi^* = \min\{\phi \in \mathbb{Z}_+ : \exp\{L_\phi(u_{L_\phi}^*)\} \ge \alpha\},$$

тогда $\tilde{u}_\alpha^* = u_{L_{\phi^*}}^*, \tilde{\phi}_\alpha(\tilde{u}_\alpha^*) = \phi^*$.

5. Пример

Пусть на железнодорожной сети, состоящей из 10 железнодорожных переездов, могут быть установлены следующие системы защиты от несанкционированного переезда автотранспортом:

(i) знаки, предупреждающие о близости к железнодорожному переезду;

(ii) автоматическая светофорная сигнализация;

(iii) автоматическая светофорная сигнализация с бело-лунным мигающим огнем;

(iv) автоматическая светофорная сигнализация с полуавтоматическими шлагбаумами;

(v) автоматическая светофорная сигнализация с автоматическими шлагбаумами;

(vi) автоматическая светофорная сигнализация с устройством заграждения железнодорожного переезда, преграждающим движение автотранспорта через железнодорожный переезд путем подъема специальных плит на проезжей части автомобильной дороги;

Таблица 1 – Данные по предустановленным системам защиты на железнодорожных переездах и их пересечениях поездами, использующиеся при решении задач (7) и (8)

Номер переезда	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Количество поездов, пересекающих железнодорожный переезд (шт./сутки)	11	20	100	35	9	8	5	20	50	60
Предустановленная система защиты	i	ii	i	ii	i	i	i	ii	iv	iv

Таблица 2 – Данные по вероятностям столкновения поезда при пересечении им различных железнодорожных переездов при установке различных систем защиты

№ переезда	Возможные системы защиты (вероятность столкновения)							
Любой	i ($5 \cdot 10^{-4}$)	ii (10^{-5})	iii ($8 \cdot 10^{-6}$)	iv ($6 \cdot 10^{-6}$)	v ($2 \cdot 10^{-6}$)	vi (10^{-6})	vii ($5 \cdot 10^{-7}$)	viii (0)

Таблица 3 – Данные по стоимости установки различных систем защиты на различных железнодорожных переездах

№ переезда	Возможные системы защиты (вероятность столкновения)							
1	i (0)	ii (0,6)	iii (0,7)	iv (0,9)	v (1)	vi (1,2)	vii (1,5)	viii (800)
2	i	ii (0)	iii (0,1)	iv (0,3)	v (0,4)	vi (0,6)	vii (0,9)	viii (800)
3	i (0)	ii (0,6)	iii (0,7)	iv (0,9)	v (1)	vi (1,2)	vii (1,5)	viii (800)
4	i	ii (0)	iii (0,1)	iv (0,3)	v (0,4)	vi (0,6)	vii (0,9)	viii (800)
5	i (0)	ii (0,6)	iii (0,7)	iv (0,9)	v (1)	vi (1,2)	vii (1,5)	viii (800)
6	i (0)	ii (0,6)	iii (0,7)	iv (0,9)	v (1)	vi (1,2)	vii (1,5)	viii (800)
7	i (0)	ii (0,6)	iii (0,7)	iv (0,9)	v (1)	vi (1,2)	vii (1,5)	viii (800)
8	i	ii (0)	iii (0,7)	iv (0,9)	v (1)	vi (1,2)	vii (1,5)	viii (800)
9	i	ii	iii	iv (0)	v (0,1)	vi (0,3)	vii (0,6)	viii (800)
10	i	ii	iii	iv (0)	v (0,1)	vi (0,3)	vii (0,6)	viii (800)

Таблица 4 – Оптимальные стратегии установки систем защиты

Задача \ Номер переезда	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Максимизация функции вероятности	ii	ii	iii	ii	ii	i	i	ii	iv	v
Минимизация функции квантили	ii	ii	ii	ii	ii	i	i	ii	v	v

(vii) автоматическая светофорная сигнализация с устройством, перекрывающим полностью проезжую часть, которое предназначено для создания физического препятствия (барьера) движению транспортных средств при попытке несанкционированного выезда на закрытый железнодорожный переезд при приближении к нему поезда;

(viii) путепровод.

Зададим некоторый предустановленный набор систем защиты на железнодорожной сети, количество поездов, пересекающих железнодорожных переезды в сутки, а также стоимость различных систем защиты, а также вероятности столкновений согласно данным из открытых источников, экспертным оценкам и [7].

Прокомментируем выбор указанных в таблице 2 цифр по вероятностям столкновения. Согласно [1] «при расчетах вероятностей событий принято, что по экспертным данным 5% пешеходов не оценивают опасность приближения поезда, 10% пешеходов неверно оценивают опасность (считают, что успеют перейти перед приближающимся поездом и т.п.)», а согласно [13, 14] вероятность проезда машинистом маневрового локомотива запрещающего сигнала составляет порядка 10^{-4}, потому в реальной жизни указанные в таблице 2 цифры могут оказаться выше. Также отметим, что в данном примере приведен случай, когда на всех переездах могут быть установлены одинаковые системы защиты с одинаковыми вероятностями столкновения.

Серым цветом в таблице 3 выделены те системы защиты, которые точно не будут установлены на железнодорожных переездах в силу условия (1).

Предположим, что общий фонд средств, выделяемый для установки систем защиты, составляет C^0=2 млн. рублей, а в качестве промежутка времени T, на котором будут наблюдаться транспортные происшествия, выберем один год. Найдем оптимальные стратегии в задаче максимизации функции вероятности, а также субоптимальную стратегию в задаче оптимизации функции квантили при $\alpha = 0{,}95$.

Перед решением задачи по оптимальной установке средств защиты отметим, что исследуемый пример не может быть в полной мере истрактован как пример из реальной жизни, поскольку в реальной железнодорожной сети намного больше транспортных переездов нежели десять переездов, а также данные по вероятностям столкновения являются конфиденциальными.

Как следует из таблицы 4, критерий в форме вероятности определяет наиболее «уязвимое» место на железнодорожной сети, которым оказывается переезд №3, поскольку интенсивность его пересечения поездами самая высокая среди прочих, а имеющаяся система защиты приводит к высокой вероятности столкновения. Обоим критериям свойственно то, что порожденные ими стратегии «предлагают» максимально улучшить переезды, на которых установлена система защиты № 1, а не максимально улучшить переезды с высокой интенсивностью движения (переезды №№ 9 и 10). Следует отметить, что в данном примере при подстановке оптимальной по квантильному критерию стратегии в функцию $P_0(u)$ получится практически то же значение, что и $P_0(u_0^*)$. При этом при принятии решений следует руководствоваться именно квантильным критерием, поскольку вероятность того, что не произойдет ни одного происшествия, может оказаться высокой, однако вероятность того, чтопроизойдет одно, два, три и более происшествий, может быть неприемлемой. Квантильный критерий лишен указанного недостатка и позволяет оценить количество транспортных происшествий, гарантированное на заданном уровне надежности. При этом $\tilde{\phi}_\alpha(\tilde{u}^*_\alpha) = 6$, а $P_0(u^*_0) = 0,0422$, что говорит о том, что размера принятого в данном примере фонда инвестиций недостаточно для удовлетворительного функционирования (с точки зрения безопасности) железнодорожных переездов.

6. Заключение

Рассмотрена задача по распределению ресурсов в технические средства, предотвращающие несанкционированный проезд автотранспортом железнодорожных переездов. Исследована возможность как установки систем защиты на необорудованный железнодорожный переезд, так и улучшения имеющихся систем защиты. Задача максимизации вероятности того, что на железнодорожных переездах не произойдет ни одного столкновения сведена к задаче целочисленного линейного программирования (данный результат, как и постановка задачи, получены при поддержке Российского научного фонда (проект № 16-11-00062)). Для задачи по минимизации максимального количества транспортных происшествий, происходящих на заданном уровне надежности, предложено субоптимальное решение, получаемое при решении задач целочисленного нелинейного программирования (данный результат, как и результаты численного моделирования, получены при поддержке РФФИ и ОАО «РЖД» в рамках научного проекта № 17-20-03050 офи_м_РЖД). Полученные оптимальные стратегии позволяют сформировать палитру управленческих решений, которые могут быть использованы в дальнейшем лицом, принимающим решения. Кроме того, значение $P_0(u^*_0)$ вероятности того, что не произойдет ни одного столкновения, позволяет судить о достаточности фонда инвестиций, а значения $\tilde{\phi}_\alpha(\tilde{u}^*_\alpha)$ характеризуют количество транспортных происшествий, которые произойдут в будущем, с наперед заданной вероятностью α, что позволяет судить об уровне риска от столкновений на железнодорожных переездах.

Библиографический список

1. ГОСТ 33433-2015 «Безопасность функциональная. Управление рисками на железнодорожном транспорте».

2. *Шубинский И.Б., Замышляев А.М. и др.* Оценка рисков, связанных с проездом запрещающего сигнала светофора, маневровым составом или пассажирским поездом // Надежность. 2016. № 3. С. 39–46.

3. *Игнатов А.Н., Кибзун А.И., Платонов Е.Н.* Методология оценки и минимизации рисков на железнодорожном транспорте // Труды третьей Научно-технической конференции «Интеллектуальные системы управления на железнодорожном транспорте. Компьютерноеиматематическоемоделирование», 2014. С. 177—179.

4. *Saccomanno F., Fu L, Miranda-Moreno L.* Risk-based model for identifying highway-rail grade crossing blackspots // Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board. 2004. Vo. 1862 «Traffic Control Devices, Visibility, and Rail-Highway Grade Crossings». P. 127-135.

5. *Cameron A.C., Trivedi P.K.* Regression Analysis of Count Data New York: Cambridge University Press, 1998.

6. *Austin R., Carson J.* An alternative accident prediction model for highway-rail interfaces // Accident Analysis and Prevention. 2002. Vo. 34. No 1. P. 31–42.

7. Railroad-Highway Grade Crossing Handbook – Revised Second Edition August 2007.

8. *Ryan T.A.* Priority Programming Methodology for Rail-Highway Grade Crossings // Transportation Research Record. 1991. Vo. 1327 «Visibility, rail-highway grade crossings, and highway improvement evaluation». P. 21-26.

9. *Konur D., Golias M.M., Darks B.* A mathematical modeling approach to resource allocation for railroad-highway crossing safety upgrades // Accident Analysis and Prevention. 2013. Vo. 51. P. 192-201.

10. *Кибзун А.И., Горяинова Е.Р., Наумов А.В.* Теория вероятностей и математическая статистика. Базовый курс с примерами и задачами. М.: Физматлит, 2007.

11. *Игнатов А.Н., Кибзун А.И., Платонов Е.Н.* Оценка вероятности столкновения железнодорожных составов на железнодорожных станциях на основе пуассоновской модели // Автоматика и телемеханика. 2016. № 11. С. 43–59.

12. *Bretthauer K.M., Shetty B.* The nonlinear knapsack problem – algorithms and applications // European J. of Operational Research. 2002. Vo. 138. No 3. P. 459–472.

13. *Шубинский И.Б.* Функциональная надежность информационных систем. Методы анализа, Ульяновск: Областная типография “Печатный двор”, 2012.

14. *Замышляев А.М., Шубинский И.Б, Игнатов А.Н. и др.* Методика вычисления вероятности столкновения пассажирского поезда с маневровым составом на железнодорожной станции // Труды четвертой научно-технической конференции «Интеллектуальные системы управления на железнодорожном транспорте», 2015. С. 124-127.

Сведения об авторах

Андрей И. Кибзун – доктор физико-математических наук, профессор, Московский Авиационный институт, заведующий кафедрой, Москва, Россия, тел. +7 (499) 158-45-60, e-mail: kibzun@mail.ru

Алексей Н. Игнатов – кандидат физико-математических наук, Московский Авиационный институт, Москва, Россия, тел. +7 (906) 059 50 00, e-mail:alexei. ignatov1@gmail.com

Поступила 16.07.2017