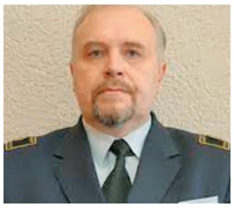
УДК 681.3.06+519(076.1)
Оригинальная статья
Надежность, том 18, №2, 2018 DOI: 10.21683/1729-2646-2018-18-2-17-24

Анализ функциональной живучести структурно-сложных технических систем

Геннадий Н. Черкесов[1], *Санкт-Петербургский политехнический университет им. Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия*
Алексей О. Недосекин, *Санкт-Петербургский Горный университет, Санкт-Петербург, Россия*
Валентин В. Виноградов, *Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения, Санкт-Петербург, Россия*

Геннадий Н. Черкесов



Алексей О. Недосекин

Валентин В. Виноградов

Резюме. Цель. *В статье анализируется свойство функциональной живучести структурно-сложных технических систем. Данный подход является развитием парадигмы структурной живучести, когда критерий отказа системы и/или элемента является бинарным. В работе показывается, что при широком разнообразии вероятностных сценариев неблагоприятного воздействия (НВ) на систему, выделяется инвариантное модельное ядро, отвечающее за интерпретацию функциональной избыточности. И вопрос состоит в том, чтобы за допустимое вычислительное время определить долю сохранившихся работоспособных состояний, когда фиксированное число «u» элементов выходит из строя по результатам НВ. Тогда анализ закона живучести проводится на стыке анализа функциональной избыточности и вероятностных моделей НВ произвольно широкого класса.* **Методы.** *Техническая система рассматривается как управляемая кибернетическая система, которой приданы специализированные средства обеспечения живучести (СОЖ). В анализе живучести систем использованы логико-вероятностные методы и результаты комбинаторной теории случайных размещений. Предполагается: а) НВ являются точечными и однократными (за одно воздействие поражается ровно один элемент); б) каждый элемент системы обладает бинарной логикой (работоспособность – отказ) и нулевой стойкостью, то есть гарантированно поражается за одно воздействие. В последующем данное допущение обобщается на случай r-кратного НВ и L-стойких элементов.* **Результаты.** *Воспроизведены различные варианты законов поражения и функций живучести технических систем. Выявлено, что в основе этих распределений лежат простые и обобщенные числа Моргана, а также числа Стирлинга второго рода, которые могут быть восстановлены на основе простейших рекуррентных соотношений. Если допущения математической модели обобщаются на случай n r-кратных НВ и L-стойких элементов, то обобщенные числа Моргана, участвующие в оценке закона поражения, определяются на основе теории случайных размещений, в ходе n-кратного дифференцирования производящего полинома. В этом случае установить рекуррентное соотношение между обобщенными числами Моргана не представляется возможным. Показано, что при однородных допущениях к модели живучести (равностойкие элементы системы, равновероятные НВ) в ядре соотношений для функции живучести системы, вне зависимости от закона поражения, находится вектор функциональной избыточности $F(u, \varepsilon)$, где u – число пораженных элементов, ε – критерий предельной эффективности системы, ниже которого диагностируется ее функциональный отказ, $F(u, \varepsilon)$ – число работоспособных по ε-критерию состояний технической системы при u отказах (поражений) ее элементов.* **Выводы:** *точечные модели живучести являются превосходным инструментом для экспресс-анализа структурно-сложных систем и для получения приближенных оценок функций живучести. Простейшие допущения структурной живучести могут быть обобщены на случай, когда логика работоспособности системы не является бинарной, но обусловливается уровнем эффективности функционирования системы. В этом случае надо говорить о функциональной живучести. Вычислительная трудность PNP задачи оценки живучести не позволяет решать ее путем простейшего перебора состояний технической системы и вариантов НВ, необходимо искать пути отхода от полного перебора, в том числе за счет преобразования функции работоспособности системы и ее декомпозиции, с помощью обобщенных логико-вероятностных методов.*

Ключевые слова: *функциональная живучесть, структурная живучесть, неблагоприятное воздействие (НВ), функциональная избыточность, структурная избыточность, функция живучести, обобщенный логико-вероятностный метод (ОЛВМ).*

Формат цитирования: Черкесов Г.Н., Недосекин А.О., Виноградов В.В. Анализ функциональной живучести структурно-сложных технических систем // Надежность. 2018. Т. 18, № 2. С. 17-24. DOI: 10.21683/1729-2646-2018-18-2-17-24

[1] Д.т.н., профессор Санкт-Петербургского Политехнического университета им. Петра Великого. Скончался в 2016 году. Статья составлена с использованием неопубликованных материалов из архива профессора.

Предисловие

В [1-3] техническая живучесть определяется как свойство структурно-сложной технической системы сохранять свою работоспособность в условиях неблагоприятных воздействий (НВ) широкого спектра. Если мы говорим о живучести как функции структурной избыточности, то речь идет о **структурной живучести.** Если же оценивается эффективность функционирования системы и способность системы сохранять хотя бы часть функционала при НВ, то мы говорим о **функциональной живучести.** В нашем понимании структурная живучесть – это частное свойство функциональной живучести, которое, в основном, обеспечивается наличием в системе аспектов структурной избыточности, вкупе с профильными средствами обеспечения живучести (СОЖ).

Здесь следует сделать остановку и провести терминологические уточнения. Для начала соотнесем категории «надежность» и «живучесть». В нашем представлении смысловое разнесение указанных свойств идет по линии причин, вызывающих нарушение работоспособности и связанное с этим снижение эффективности функционирования технических систем, вплоть до нуля. В надежности это сугубо внутренние причины, вызывающие отказы или сбои; в живучести – сугубо внешние причины нарушения работоспособности отдельных элементов (поражения). Под «поражениями» здесь нужно понимать как отказы и сбои, так и прямые разрушения элементов по результатам НВ. С таким терминологическим разнесением не согласны энергетики больших систем (у них живучесть, в соответствии с [4], является отдельным частным свойством надежности). Аналогичным образом, живучесть выступает частным случаем надежности у разработчиков компьютерных систем (например, см. [5, с. 179]); там она синонимируется с отказоустойчивостью. В данной работе мы пренебрегаем указанными разночтениями, понимая живучесть так, как мы ее определили выше.

Необходимо также разнести в определениях структурную и функциональную живучесть. Аналогичное разграничение делается в работах [6,7] применительно к свойству надежности информационных систем. И.Б. Шубинский считает, что структурная надежность – это надежность продукции (объектов, элементов, систем), а функциональная надежность – это надежность оказания услуг (выполнения процессов сбора, обработки, передачи информации, управления подчиненными объектами). Мы не вполне согласны с такой дихотомией, по крайней мере, в отношении технических систем. То, что представлено выше – это, с нашей точки зрения, функциональная надежность ***в узком смысле***. Но, если связывать свойство функциональной надежности системы со свойством ее эффективности, то очевидно, что структура вносит в свойство функциональной надежности свой неоспоримый вклад. Если не обеспечивается надежность на уровне элементной базы системы, если имеющийся структурный резерв надлежащим образом не управляется, то не обеспечивается и функциональная надежность. Получается, что функциональная надежность, понимаемая в ***широком смысле***, содержит в своем составе частные свойства структурной надежности и функциональной надежности в узком смысле. Равным образом, структурная живучесть – отдельное частное свойство функциональной живучести в широком смысле, что мы и отмечаем в самом начале работы.

Косвенно предлагаемая нами трактовка обосновывается в ходе нормирования функциональной живучести. Такое нормирование идет одновременно по двум линиям: по линии нормативно принимаемой эффективности и по линии предельно допустимого уровня вероятности выживания системы. Чем жестче задается нормативное требование к предельно допустимому (снизу) уровню сохраненной эффективности системой после НВ, тем слабее может быть проявлена структурная избыточность в ходе выживания, тем ниже окажется уровень вероятности выживания, и тем более жесткие требования должны предъявляться к успешности СОЖ (которые, формально, только приданы технической системе, но не являются ее составной частью). Разумеется, верно и обратное: чем мягче требования по эффективности, тем в большей степени структурная избыточность помогает системе выживать.

Здесь же надо провести водораздел между структурной и функциональной избыточностью в узком смысле. В [6, с. 18] избыточность – это свойство большинства существующих технических объектов (систем) выполнять больше функций, чем требуется, и иметь ресурсы выше, чем необходимо для выполнения только требуемых функций. Здесь, как нам видится, определена функциональная избыточность в широком смысле, которая обнимает структурную избыточность и функциональную избыточность в узком смысле (как возможность проведения одной и той же работы различными средствами [там же, с. 48]). Уровень функциональной избыточности в широком смысле определяется в тесной связи с нормативным уровнем эффективности. Например, если в особый период требуется сохранить 10% выдаваемой мощности в энергетической системе по результатам НВ (уровень аварийной брони), то это соответствует максимально высокому уровню функциональной избыточности, накопленному системой в штатных условиях своей эксплуатации.

Несколько слов скажем о комплексировании различных видов избыточности в интересах обеспечения живучести (в [6] такое комплексирование называется многоуровневой избыточностью). Структурная избыточность и функциональная избыточность в узком смысле – действуют всегда совместно; отдельную роль играет информационно-алгоритмическая избыточность, сосредоточенная в надсистеме управления техническими системами объекта. Что касается избыточности, закладываемой в СОЖ, то она локализована за пределами технической системы. Например, для условий специальных военных объектов, соответствующие СОЖ приданы всем техническим системам в составе объекта одновременно, а не являются частью одной какой-либо одной системы. Соответственно, нельзя утверждать, что избыточность внутри системы и избыточность СОЖ комплексируются в целях обеспечения живучести системы; они действуют разнородно, что, кстати, отчетливо проявляется в ходе моделирования (мы сделаем на этом акцент в ходе последующего изложения).

Исходя из всего вышесказанного, в качестве показателя функциональной живучести следует определить вероятность $R(n, \varepsilon)$ того, что система сохранит эффективность своего функционирования на уровне ε в долях от своего нормативного уровня, при условии воздействия на нее НВ числом n [2, 3]. Производный от этого показатель структурной живучести как отдельного частного свойства – вероятность $R(n) = R(n, \varepsilon{=}1)$.

Центральной методологической проблемой науки «живучесть» являлось и является то, что НВ не обладают стохастической природой, проявляются как разовые события, которые невозможно интерпретировать в терминах классической теории вероятностей. Переход от статистических вероятностей к аксиологическим при формировании сценария НВ является лишь паллиативом, временным решением для целей выявления свойства живучести. В целом вероятностная концепция живучести переживает свой закат. И здесь вырисовываются два основных подхода к анализу живучести в обновленной научной парадигме:

• переходить от вероятностных описаний НВ и реакций системы на НВ к **нечетко-множественным моделям**. Эта тема требует отдельного рассмотрения, и в настоящей статье мы ее не раскрываем;

• конструировать правдоподобный **НВ-тест** системы (без особой претензии на точность воспроизведения реального НВ) и проводить связь между сконструированным НВ-тестом и реакцией системы на этот тест. Цель такого виртуального модельного эксперимента – заставить систему проявить свое свойство живучести и количественно описать меру проявленного свойства. И здесь, в первую очередь, система продемонстрирует нам структурный и функциональный виды избыточности. То есть, она будет деградировать в связи с НВ не моментально, а постепенно, сохраняя определенную устойчивость к воздействию. В том числе, такая плавная деградация будет обеспечена за счет включения эффективных алгоритмов реконфигурации системы, с исключением из нее пораженных фрагментов (будет проявлена функциональная избыточность в узком смысле).

Наиболее выпуклые научные результаты на сегодня достигнуты в предположении так называемой **точечной модели** НВ, когда НВ направлено на поражение отдельного элемента системы, обладающего бинарным функционированием (работоспособность или отказ). Эту модель можно довольно легко обобщить на случай r-кратных НВ для случая системы, обладающей L-стойкими элементами [8]. В данной статье мы продемонстрируем применение этого подхода.

Таким образом, цель нашей работы – провести связь между функциональной живучестью и избыточностью в структурно-сложных технических системах, выявив эту связь при моделирования НВ-тестов двух типов:

• независимая стратегия: НВ может наноситься на элемент системы повторно;

• зависимая стратегия: ранее пораженный НВ элемент системы не может быть подвержен НВ повторно.

В работе речь идет о равновероятных НВ (в аксиологическом смысле), т.е. отсутствует система предпочтения одних НВ другим. Аналогия здесь – однородные по надежности системы, обладающие элементами с равной вероятностью безотказной работы. Мы можем обобщить этот результат на случай различных вероятностей НВ в полной группе событий, но это ничего не добавит к цели нашей работы. Более того, мы готовы доказать, что выявленная нами избыточность будет проявлять себя при НВ широкого спектра, причем будет научно установлена **монотонность живучести по избыточности:** чем избыточнее система, тем она и более живуча.

Краткое описание подхода к анализу живучести, примененного в работе

Хорошо известна формула Шеннона безотказности структурно-сложных однородных невосстанавливаемых технических систем [9, с.161]:

$$P(t) = F_N(0)*p(t)^N + F_N(1)*p(t)^{N-1}(1-p(t)) + \\ + \ldots + F_N(N-1)*p(t)(1-p(t))^{N-1}, \qquad (1)$$

где t – период определения безотказности, $p(t)$ – вероятность безотказной работы отдельного элемента системы, $F_N(u)$, $u = 0\ldots N$ – количество работоспособных состояний системы при условии, что в ней одновременно отказало u элементов за период определения безотказности t. Также в теории надежности $F_N(u)$ называется числом **размыкающих множеств,** состоящих из u элементов. Можно также записать $F_N(u) = F_N(u, \varepsilon{=}1)$, предусмотрев возможное расширение представленной структурной модели на уровень функциональной избыточности в широком смысле.

Соотношение (1) можно переписать в следующей форме:

$$P(t) = \sum_{u=0}^{N} \Pr_N\left(pc|u\right) * Pr_N(t,u), \qquad (2)$$

где

$$Pr_N(t,u) = \binom{N}{u}\{p(t)\}^u(1-p(t))^{N-u} - \qquad (3)$$

безусловный закон вероятности возникновения в системе из N элементов ровно u отказов за время t (разумеется, здесь биномиальный закон распределения – традиционная схема Бернулли), и

$$\Pr_N\left(pc|u\right) = F_N(u) \,/\, \binom{N}{u} - \tag{4}$$

условная вероятность того, что система сохранит работоспособность, если из нее произвольным образом будут удалено u элементов.

Выражение (4) можно назвать **законом деградации** (для случая надежности) или **законом поражения** (для случая живучести). Это модель того, как естественные отказы или НВ распределяются по системе и вызывают деградацию ее структуры и функционала.

Возвращаемся к задаче анализа функциональной живучести. Если стратегия НВ является зависимой (элементы выбиваются из системы последовательно, один за другим), то функция живучести – вероятность сохранения системой работоспособности при n одноразовых НВ [1-8]:

$$R^*(n,\ \varepsilon) = f(n,\ \varepsilon) = F_N(n,\ \varepsilon) \,/\, \binom{N}{u}. \tag{5}$$

Знак «*» указывает на то, что оценка живучести производилась в предположении зависимой стратегии. Разумеется, для зависимой стратегии справедливо $n \le N$. Можно переписать (5) в следующей форме:

$$R(n,\ \varepsilon) = \sum_{u=0}^{N} \Pr_N\left(pc|u,\right) * Pr_N(n,u), \tag{6}$$

где $\Pr_N\left(pc\,|\,u,\right)$ определяется по (4), с расширением на случай $\varepsilon < 1$, а $Pr_N(n,\ u)$ – закон поражения для случая, когда при n НВ поражено ровно u из N элементов системы – определяется по формуле:

$$Pr_N(n,\ u) = \begin{cases} 1, u = n \\ 0, u\ \ n. \end{cases} \tag{7}$$

Если стратегия НВ независима, то количество n может быть любым, и справедливо соотношение для закона поражения в этом случае [1-8]:

$$Pr_N(n,\ u) = N^{-n} * \binom{N}{u} * M(n,\ u) =$$

$$= N^{-n} * \binom{N}{u} * \sum_{v=0}^{u} \binom{u}{v} (-1)^{u+v} * v^n, \tag{8}$$

где $M(n, u)$ – комбинаторные числа Моргана. Для комбинаторного разбиения на числах Моргана справедливо тождество [6]:

$$\sum_{u=0}^{N} \binom{N}{u} * M\left(n,u\right) = N^n. \tag{9}$$

Можно развить закон поражения (8) на случай r-кратных НВ, когда в периметр действия одноразового НВ попадают одновременно r элементов. В этом случае [4]

$$Pr_N(n,\ u,\ r) = \binom{N}{r}^{-n} * \binom{N}{u} * M(n,\ u,\ r) =$$

$$= \binom{N}{r}^{-n} * \binom{N}{u} * \sum_{v=r}^{u} \binom{u}{v} (-1)^{u+v} * \binom{v}{r}^n, \tag{10}$$

где $M(n, u\ , r)$ – обобщенные числа Моргана на случай r-кратных НВ. По аналогии с (9), можно записать комбинаторное тождество:

$$\sum_{u=0}^{N} \binom{N}{u} * M\left(n,u,r\right) = \binom{N}{r}^n \tag{11}$$

Распределение вида (10) уместно назвать распределением Маркова-Недосекина, т.к. А.А. Марков первым предложил отдельный частный случай этого распределения (цитируется по [18]), а А.О. Недосекин впервые сформулировал данное обобщение в [14]. Из (10) при $r = 1$ легко получается (8).

Если сделать еще один виток обобщения и предположить, что элементы обладают детерминированной стойкостью L к поражающему воздействию, т.е. поражаются ровно за (L+1) удар, то (8) и (10) переписываются в виде:

$$Pr_N(n,\ u,\ r,\ L) = \binom{N}{r}^{-n} * \binom{N}{u} * M\left(n,K,u,L\right) =$$

$$= \binom{N}{r}^{-n} * \binom{N}{u} \sum_{=0}^{\binom{N}{r}} Q(n,K,,L) * \sum_{v=r}^{u} \binom{u}{v} (-1)^{u+v} * \left(\binom{v}{r}\right), \tag{12}$$

где $K = \binom{N}{r}$, $M\left(n,K,u,L\right)$ – обобщенные числа Моргана для случая r-кратных НВ и L-стойких элементов, и

$$Q(n,\ K,\ \omega,\ L) = \frac{d^n}{dt^n}\{(e^t - g(t,\ L))^{\omega} * (g(t,\ L))^{K-\omega}\}|_{t=0},$$

$$g(t,\ L) = \sum_{k=0}^{L} \frac{t^k}{k!}. \tag{13}$$

Результат (13) получен Недосекиным А.О. в [8] с применением метода производящих функций в некоммутативном несимметричном K-базисе с n-выборками [17, с. 222].

При $r = 1$ соотношение (12), после цепи комбинаторных преобразований, приобретает вид:

$$Pr_N(n,\ u,\ r,\ L) = N^{-n} * \binom{N}{u} * M\left(n,N,u,L\right) =$$

$$= N^{-n} * \binom{N}{u} * Q\left(n,N,u,L\right). \tag{14}$$

Наконец, подставляя в (14) $L = 0$, в ходе преобразований приходим к стандартным исходным числам Моргана вида (8). В этом частном случае справедливо:

$$M(n,\ u) = \frac{d^n}{dt^n}(e^t - 1)^u|_{t=0}. \tag{15}$$

Если сравнить формулы (2) и (6), то мы увидим некий смысловой инвариант. Функциональная избыточность в системе демонстрируется вектором $F_N(u, \varepsilon)$ или условной вероятностью вида (4), что то же самое. Причем прикладывание к избыточности такого рода соответствующего закона деградации или поражения вида (3), (7), (8), (10) или (12) вызывает в системе соответствующий отклик по вероятности. Меняются законы НВ, меняются отклики системы на НВ, но ядро модели – **вектор избыточности** – остается неизменным. Значит, центральная задача нашей работы – устанавливать вид вектора избыточности для многоэлементной структурно-сложной системы; а оценка вероятности выживания системы для различных сценариев НВ – это уже дело техники, когда вектор избыточности установлен.

Одновременно надо отметить, что свойство стойкости элементов, оцениваемое параметром L, на самомто деле не является свойством самих элементов, но является атрибутом средств обеспечения живучести, в задачу которых входит придание системе свойства стойкости. Например, в отношении живучести систем к сейсмическим ударам свойством стойкости обладает виброплатформа, на которой скомпонованы элементы технической системы (один, несколько или все). Такая платформа должна выдерживать удар, сопряженный с ускорением, кратным числу g (ускорению свободного падения). Если удар оказывается кратным (L+1), то виброплатформа частично теряет устойчивость и разрушается, а элементы, установленные на ней – либо поражаются, либо теряют связь с системой, что по последствиям оказывается тем же самым. Косвенно разнонаправленное проявление структурной избыточности и стойкости прослеживается в формулах (6) и (12), где структурная избыточность отвечает за одну из вероятностей, а стойкость – за другую.

И тут мы делаем акцент на том, что идентификация вектора избыточности – совсем непростая задача. Она является NP-трудной [3], так как связана с полным перебором 2^N состояний системы с разбивкой этих состояний на два подкласса – функционально-работоспособных или функционально-отказовых. Но на помощь приходит обобщенный логико-вероятностный метод (ОЛВМ) [11, 12], который позволяет преодолевать «проклятие размерности» за счет применения техник декомпозиции исходной логической функции работоспособности (ФРС) с ее предварительной идентификацией на основе формализации правил функционирования технической системы, с выявлением ее полного перечня путей работоспособности или минимальных сечений отказов. В условиях современной автоматизации такую работу выполняет программный комплекс «АРБИТР» (разработка СПИК СЗМА, СПб). Научная составляющая этого комплекса разработана школой д.т.н. проф. Можаева А.С.

Итак, приступим к многовариантному анализу живучести на примерах двух тестовых расчетных схем с использованием соотношений (4) – (15). Для упрощения демонстрации примем везде $\varepsilon = 1$, т.е. решаем задачи анализа именно структурной живучести, оценивая влияние составляющей структурной избыточности на живучесть. Ничего не стоит продемонстрировать примеры и для случая $\varepsilon < 1$. Но эти результаты мы опубликуем в последующих работах.

Анализ структурной живучести для трех расчетных примеров

Пример 1. Система со структурой типа «мостик» (N = 5 элементов)

Пусть система обладает двухполюсной моделью работоспособности (по типу «мостик», рисунок 1), для которой функция работоспособности имеет вид [3, 9, 12]:

$$F = x_1x_3 \vee x_1'x_2x_4 \vee x_1\,x_2x_3'x_4 \vee x_2'x_3'x_1x_4x_5 \vee x_1'x_4'x_2x_3x_5. \quad (16)$$

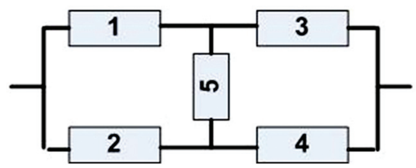


Рисунок 1 – Система с мостиковой структурой

В данном примере 1, поскольку полное число состояний системы составляет $2^5 = 32$, легко перебрать все состояния вручную, выбрав из них только работоспособные (их всего 16). Вектор избыточности и условная вероятность вида (4) сведены в таблицу 1.

Таблица 1 – Вектор избыточности и условная вероятность работоспособности по кейсу 1

u	$F_N(u)$	Число сочетаний из N по u	$\Pr_N(pc\,\vert\,u)$
0	1	1	1
1	5	5	1
2	8	10	0.8
3	2	10	0.2
4	0	5	0
5	0	1	0

Закон живучести $R^*(n)$ для зависимой стратегии НВ – это последняя колонка таблицы 1, в предположении $n = u$. Чтобы произвести анализ для независимой стратегии НВ, сначала восстановим таблицу чисел Моргана по (8) для N = 5. Данные сведены в таблицу 2.

Данные таблицы 2 совместно используются в расчете по формулам (6) и (8). Значения $R(n)$ при $n \le 7$ приведены в таблице 3.

В качестве интегрального фактора, который может полноценно выступать в качестве свертки вектора избыточности, может выступать среднее число НВ, приво-

Таблица 2 – Числа Моргана M_5 (*n*, *u*)

n	M_5 (*n*, *u*), *u* = 0…5					
	***u* = 0**	***u* = 1**	***u* = 2**	***u* = 3**	***u* = 4**	***u* = 5**
1	0	1	0	0	0	0
2	0	1	2	0	0	0
3	0	1	6	6	0	0
4	0	1	14	36	24	0
5	0	1	30	150	240	120
6	0	1	62	540	1560	1800
7	0	1	126	1806	8400	16800

Таблица 3 – Функция *R*(*n*)

n	1	2	3	4	5	6	7
***R*(*n*)**	1	0,8400	0,5200	0,3024	0,1744	0,1012	0,0592

дящее к потере работоспособности в случае применения зависимой стратегии НВ:

$$\overline{\omega} = \sum_{n=0}^{\infty} R^*(n) = \sum_{u=0}^{N} F_N(u) \Big/ \binom{N}{u}. \qquad (17)$$

В случае мостиковой структуры, $\overline{\omega} = 3$. Это говорит о том, что система может быть намеренно выведена из строя в среднем за три удара. Чтобы снять зависимость от *N* при выборе оптимального проектного варианта по живучести, можно использовать индекс структурной живучести системы (SI – Survivability Index):

$$SI = \overline{\omega} / N. \qquad (18)$$

В нашем случае SI = 0,600. Чтобы понять, много это или мало, нужно провести множественные оценки систем с сетевой структурой. Такой множественный расчет не входит в периметр настоящей работы. Однако соотношение (18) – это еще один пример отчетливой связи между структурной избыточностью и живучестью.

Теперь усложним условие задачи. Предположим, что за одно НВ под поражение попадают одновременно $r = 2$ элемента. В этом случае применение соотношения (10) дает закон поражения вида таблицы 4.

Таблица 4 – Закон поражения Pr_5 (*n*, *u*, *r*=2)

n	Pr_5 (*n*, *u*, *r*=2), *u* = 0…5					
	***u* = 0**	***u* = 1**	***u* = 2**	***u* = 3**	***u* = 4**	***u* = 5**
1	0,000	0,000	1,000	0,000	0,000	0,000
2	0,000	0,000	0,100	0,600	0,300	0,000
3	0,000	0,000	0,010	0,240	0,570	0,180
4	0,000	0,000	0,001	0,078	0,489	0,432
5	0,000	0,000	0,000	0,024	0,340	0,635
6	0,000	0,000	0,000	0,007	0,219	0,774
7	0,000	0,000	0,000	0,002	0,136	0,862

Совместное применение (6) и (10) дает значения *R*(*n*), сведенные в таблицу 5. Естественно, при двукратных независимых НВ деградация системы совершается быстрее, чем для случая таблицы 3.

Таблица 5 – Функция *R*(*n*)

n	1	2	3	4	5	6	7
***R*(*n*)**	0,8000	0,2000	0,0560	0,0164	0,0049	0,0015	0,0004

Пример 2. Трехгенераторная электроэнергетическая система (*N* = 10 элементов)

В [13] и в [11] описана трехгенераторная электроэнергетическая система (ЭЭС, рисунок 2). Ее блок-схема работоспособности представлена на рисунке 3.

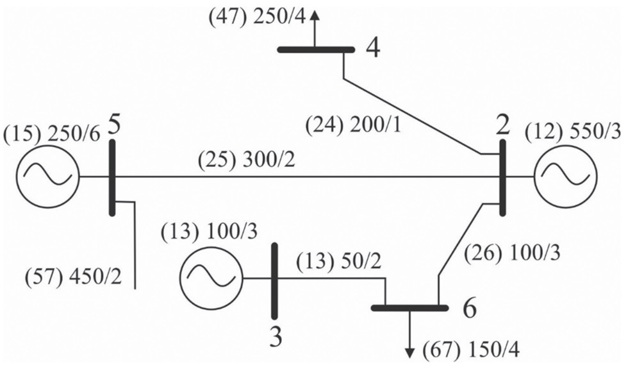


Рисунок 2 – Схема трехгенераторной ЭЭС. *Источник: [11]*

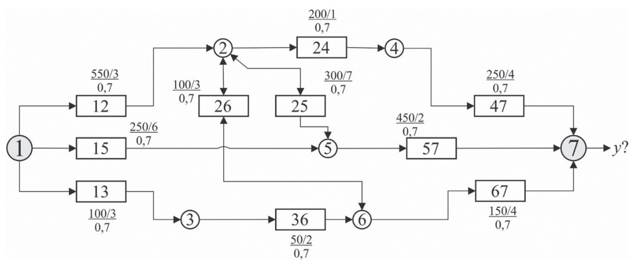


Рисунок 3 – Блок-схема работоспособности ЭЭС. *Источник: [11]*

Функция работоспособности, установленная по схеме рисунка 3, имеет вид [11, с. 30]:

$$\begin{aligned} Yp = y_7 = x_{67} \wedge x_{26} \wedge x_{25} \wedge x_{15} \vee x_{67} \wedge x_{26} \wedge x_{12} \vee \\ \vee x_{67} \wedge x_{36} \wedge x_{13} \vee x_{47} \wedge x_{25} \wedge x_{24} \wedge x_{15} \vee x_{47} \wedge x_{36} \wedge \\ \wedge x_{26} \wedge x_{24} \wedge x_{13} \vee x_{47} \wedge x_{24} \wedge x_{12} \vee x_{57} \wedge x_{36} \wedge x_{26} \wedge \\ \wedge x_{25} \wedge x_{13} \vee x_{57} \wedge x_{25} \wedge x_{12} \vee x_{57} \wedge x_{15} \qquad (19) \end{aligned}$$

Полное количество работоспособных состояний в схеме составляет 554 из $2^{10} = 1024$. Осуществляя полный перебор состояний системы по ФРС вида (21), приходим к таблице 6, содержащей вектор избыточности. В настоящей постановке задачи все воздействия – однократные, а элементы системы обладают нулевой стойкостью.

Закон поражения по примеру 2 сведен в таблицу 7, а закон живучести для независимой стратегии НВ – в таблицу 8. Для случая примера 2 также имеем $\overline{\omega} = 5{,}737$, SI = 0,574. Видно, что «удельная живучесть» ЭЭС примера 2 оказывается даже несколько меньше, чем то же самое для мостиковой структуры. Можно говорить о концентрации избыточности, когда растущее количество элементов не переводит систему на качественно новый уровень живучести. Тем не менее, за счет роста элементной базы деградация системы в связи с НВ осуществляется плавнее, чем деградация системы с мостиковой логикой работоспособности.

Таблица 6 – Вектор избыточности и условная вероятность работоспособности по примеру 2

u	$F_N(u)$	Число сочетаний из N по u	$\mathrm{Pr}_N\left(pc \mid u\right)$
0	1	1	1,000
1	10	10	1,000
2	45	45	1,000
3	116	120	0,967
4	175	210	0,833
5	137	252	0,544
6	57	210	0,271
7	12	120	0,100
8	1	45	0,022
9	0	10	0,000
10	0	1	0,000

Таблица 8 – Функция $R(n)$

n	$R(n)$	n	$R(n)$
0	1	8	0,2509
1	1	9	0,1490
2	1,0000	10	0,0849
3	0,9760	11	0,0469
4	0,9016	12	0,0253
5	0,7720	13	0,0134
6	0,5850	14	0,0070
7	0,3987	15	0,0036

Заключение

Наработки, сделанные в области структурной живучести в советской / российской науке за последние 30 лет, дают хорошее подспорье для выхода на новый уровень моделирования и анализа живучести и устойчивости сложных систем (не обязательно технических). Прежде всего, следует переходить от структурной живучести к функциональной. Первые шаги в этом направлении уже сделаны [14–16], однако, работа должна быть продолжена в направлении автоматизированного построения ФРС для многоэлементных систем с произвольными критериями функционирования. Меняя уровень требуемой сохраненной эффективности ε, уже на уровне ручного перебора можно наблюдать, как с ростом ε плавно снижается уровень располагаемой структурной и функциональной избыточности. И необходимо уходить от ручного перебора за счет автоматизированного построения и разбора множества логических ФРС, отвечающих за различные уровни требуемой эффективности ε.

Таблица 7 – Закон поражения Pr_{10} (n, u)

n	Pr_{10} (n, u), u = 0…10										
	$u = 0$	$u = 1$	$u = 2$	$u = 3$	$u = 4$	$u = 5$	$u = 6$	$u = 7$	$u = 8$	$u = 9$	$u = 10$
1	0,000	1,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
2	0,000	0,100	0,900	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
3	0,000	0,010	0,270	0,720	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
4	0,000	0,001	0,063	0,432	0,504	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
5	0,000	0,000	0,014	0,180	0,504	0,302	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
6	0,000	0,000	0,003	0,065	0,328	0,454	0,151	0,000	0,000	0,000	0,000
7	0,000	0,000	0,001	0,022	0,176	0,423	0,318	0,060	0,000	0,000	0,000
8	0,000	0,000	0,000	0,007	0,086	0,318	0,402	0,169	0,018	0,000	0,000
9	0,000	0,000	0,000	0,002	0,039	0,210	0,400	0,279	0,065	0,004	0,000
10	0,000	0,000	0,000	0,001	0,017	0,129	0,345	0,356	0,136	0,016	0,000
11	0,000	0,000	0,000	0,000	0,007	0,075	0,271	0,387	0,216	0,042	0,000
12	0,000	0,000	0,000	0,000	0,003	0,042	0,200	0,379	0,289	0,081	0,000
13	0,000	0,000	0,000	0,000	0,001	0,023	0,141	0,346	0,345	0,130	0,000
14	0,000	0,000	0,000	0,000	0,001	0,012	0,096	0,298	0,379	0,186	0,000
15	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,006	0,064	0,247	0,393	0,244	0,000

Во вторую очередь, следует более внятно формулировать допущения к сценарию НВ. Это предполагает постепенное замещение вероятностно-комбинаторных моделей с их простенькими гипотезами воздействия на модели, где воздействие сформулировано в терминах самих поражающих факторов. В этом случае просто напрашивается моделирование НВ в нечетко-логической постановке задачи, равно как и стойкости элементов к воздействию, в том числе включая эффективность средств обеспечения живучести (СОЖ). Это следующий этап наших разработок.

Библиографический список

1. Черкесов Г.Н. Методы и модели оценки живучести сложных систем. – М.: Знание, 1987. – 55 с. – Также на сайте: http://www.gcherkesov.com/articles/article02.pdf .

2. Черкесов Г.Н., Недосекин А.О. Оценка живучести сложных структур при многоразовых воздействиях высокой точности. Часть 1. Основы подхода // Надежность. – 2016. – №2 (57). – С. 3- 15.

3. Черкесов Г.Н., Недосекин А.О. Оценка живучести сложных структур при многоразовых воздействиях высокой точности. Часть 2. Многовариантные расчеты // Надежность. – 2016. – №3 (58). – С. 26 – 34.

4. Надежность систем энергетики. Сборник рекомендуемых терминов. – М.: ИАЦ «Энергия», 2007. – 192 с.

5. Хорошевский В.Г. Инженерный анализ функционирования вычислительных машин и систем. – М.: Радио и связь, 1987. – 257 с.

6. Шубинский И.Б. Надежные отказоустойчивые информационные системы. Методы синтеза. – М.: ООО «Журнал Надежность», 2016. – 544 с.

7. Шубинский И.Б. О понятии функциональной надежности // Надежность – 2012. – №4. – С . 74 – 84.

8. Недосекин А.О. Применение теории случайных размещений к анализу живучести технических систем // Кибернетика АН УССР. – 1991. – №6. – Также на сайте: http://www.ifel.ru/surv/Res_5.pdf .

9. Черкесов Г.Н. Надежность аппаратно-программных комплексов. – СПб: Питер, 2005. – 480 с.

10. Риордан Дж. Комбинаторные тождества. – М.: Наука, 1982.

11. Можаева И.А. Методики структурно-логического моделирования сложных систем с сетевой структурой // Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук. Санкт-Петербург. 2015. – Также на сайте: http://www.ifel.ru/surv/Res_8.pdf .

12. Можаев А.С. Общий логико-вероятностный метод. – СПб: ВМА, 1988. – 68 с. – Также на сайте: http://www.ifel.ru/surv/Res_9.pdf .

13. Гук Ю.Б., Карпов В.В. Теория надежности в электроэнергетике: конспект лекций. – СПб: СПбГПУ, 1999. – 82 с.

14. Недосекин А.О. Анализ живучести систем энергетики комбинаторно-вероятностными методами // Известия РАН. Энергетика. 1992. N3. С.48 – 58. – Также на сайте: http://www.ifel.ru/surv/Res_6.pdf .

15. Недосекин А.О. Структурный анализ живучести ЭЭС комбинаторно-вероятностными методами // МВИН БСЭ. Вып. 41. Иркутск, СЭИ СО РАН, 1991.

16. Недосекин А.О. Структурный анализ живучести ЭЭС на примере тестовой расчетной схемы // МВИН БСЭ. Вып. 43. Иркутск, СЭИ СО РАН, 1992. – Также на сайте: http://www.ifel.ru/surv/Res_7.pdf .

17. Сачков В.Н. Введение в комбинаторные методы дискретной математики. – М.: Наука, 1982. – 384 с.

18. Колчин В.Ф., Севастьянов В.А., Чистяков В.П. Случайные размещения. – М.: Наука, 1976. – 224 с.

Сведения об авторах

Геннадий Н. Черкесов – доктор технических наук, профессор, профессор Санкт-Петербургского политехнического университета им. Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия

Алексей О. Недосекин – доктор экономических наук, кандидат технических наук, академик МАНЭБ, профессор Санкт-Петербургского Горного университета, генеральный директор ООО «СИ-ФИНАНС», Санкт-Петербург, Россия, e-mail: apostolfoma@gmail.com

Валентин В. Виноградов – аспирант Санкт-Петербургского государственного университета аэрокосмического приборостроения (ГУАП), Санкт-Петербург, Россия

Поступила 05.12.2017