Анцупов А.В. , Анцупов А.В. (мл), Анцупов В.П.

МЕТОДОЛОГИЯ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ НАДЕЖНОСТИ ЭЛЕМЕНТОВ МАШИН ПО РАЗЛИЧНЫМ КРИТЕРИЯМ

Предложен общий методологический подход к оценке надежности нагруженных элементов механических систем на стадии проектирования в виде последовательности этапов процедуры построения физико-вероятностной модели процесса формирования их параметрических отказов по различным критериям. Представлена методология прогнозирования долговечности деталей по критерию кинетической прочности и показан пример ее реализации.

***Ключевые слова**: методология, прогнозирование, надежность, безотказность, долговечность, отказ, повреждаемость, гамма-процентный ресурс.*

Одной из наиболее важных проблем теории надежности является прогнозирование поведения (смены состояний) деталей и узлов механических систем в предполагаемых условиях внешнего нагружения, когда еще на стадии проектирования становится возможным с необходимой степенью достоверности оценить показатели их безотказности и долговечности. Основным методом прогнозирования является математическое моделирование. В этом случае оценка поведения элементов системы и изменение их параметров во времени при будущей эксплуатации осуществляется на динамических, физико-вероятностных моделях [1, 2].

В данной работе на основе анализа известных моделей оценки надежности технических объектов [1, 2], а также базовых понятий технической диагностики (ГОСТ 20911-89), теории надежности (ГОСТ 27.002-89) и теории вероятностей, сформулирован универсальный методологический подход к прогнозированию надежности элементов механических систем.

Понимая методологию как учение, совокупность методических приемов, правил или принципов, в соответствии с которыми осуществляется процесс познания объективных явлений природы [3, 4] (здесь – объективного процесса формирования отказов технических изделий при их повреждаемости (деградации) в поле внешних воздействий), предлагаемый подход представляется как последовательность взаимосвязанных и вытекающих одна из другой операций.

В общем виде его можно сформулировать как последовательность этапов логической процедуры для оценки показателей безотказности и долговечности – процесса построения физико-математической модели параметрической надежности как действующих, так и вновь проектируемых технических объектов по различным критериям.

Здесь он излагается в вероятностной форме и представляет собой совокупность из семи последовательных этапов [5].

1. Выбор базового параметра состояния объекта

Для проектируемого вида изделий согласно стандартному, по ГОСТ 20911-89, определению понятия «состояние объекта», выбирается параметр X_t (как случайная величина), изменение которой моделирует его поведение (смену состояний) в течение всего периода работы в известных условиях внешнего воздействия.

2. Формулирование уравнения состояний объекта

Вывод или выбор случайной функции-зависимости, описывающей возрастающее (+) или убывающее (-) во времени изменение параметра X_t, и моделирующей смену состояний изделия при его старении (деградации) в процессе эксплуатации:

$$X_t = X_0 \pm \int_0^t \dot{X}_t \cdot dt \,, \tag{I}$$

где X_0 – распределение параметра X_t в момент времени $T = t_0$, характеризующее исходное состояние объекта;

$\dot{X}_t = dX_t / dt$ – текущее распределение случайной величины скорости повреждаемости объекта в момент времени $T = t$.

Если случайная величина скорости повреждаемости объекта не изменяется во времени – $\dot{X}_t = \dot{X} = const$, то условия (1) можно записать в виде:

$$X_t = X_0 \pm \dot{X} \cdot t \,. \tag{I.a}$$

Уравнения (I) моделируют процесс деградации объекта во времени.

3. Формулирование условия работоспособности объекта

В соответствии со стандартным, по ГОСТ 27.002-89, определением «работоспособность объекта», математически формулируется условие его работоспособности в виде одного из возможных неравенств:

$$X_t = X_0 + \int_0^t \dot{X}_t \cdot dt < x_{np} \text{ или } X_t = X_0 - \int_0^t \dot{X}_t \cdot dt > x_{np}, \tag{II}$$

где x_{np} – предельное значение параметра X_t, устанавливаемое в нормативно-технической документации (НТД) или назначаемое из опыта эксплуатации подобных объектов.

Если случайные величины в условии (I) распределены по нормальному закону, а $\dot{X}_t = \dot{X} = const$, то условия работоспособности (II) можно записать в виде:

$$X_t = X_0 + \dot{X} \cdot t < x_{np} \text{ и } X_t = X_0 - \dot{X} \cdot t > x_{np}. \qquad \text{(II.а)}$$

Центрируя и нормируя величины X_t и x_{np}, неравенства (II.а) можно записать с использованием соответствующих квантилей в виде:

$$U_t < u_{np(t)} \text{ или } U_t > u_{np(t)}. \qquad \text{(II.б)}$$

Раскрывая текущее значение квантили нормального нормированного распределения (ННР) параметра, условия (II.б) можно представить в виде:

$$\frac{X_t - \left(\overline{x}_0 + \overline{\dot{x}} \cdot t\right)}{\sqrt{\sigma_{x0}^2 + \sigma_{\dot{x}}^2 \cdot t^2}} > u_{np(t)} \text{ или } \frac{X_t - \left(\overline{x}_0 - \overline{\dot{x}} \cdot t\right)}{\sqrt{\sigma_{x0}^2 + \sigma_{\dot{x}}^2 \cdot t^2}} < u_{np(t)}, \qquad \text{(II.в)}$$

где $u_{np(t)} = \dfrac{x_{np} - \left(\overline{x}_0 \pm \overline{\dot{x}} \cdot t\right)}{\sqrt{\sigma_{x0}^2 + \sigma_{\dot{x}}^2 \cdot t^2}}$ – текущее предельное значение квантили ННР случайной величины $X_t = x_{np}$; $\overline{x}_0 = (x_{0\max} + x_{0\min})/2$; $\sigma_{x0} = (x_{0\max} - x_{0\min})/6$ – числовые характеристики (среднее и стандарт) случайного параметра $X_t = X_0$ состояния трибосопряжения на начальный момент времени $T = t_0$; $x_{0\max}, x_{0\min}$ – максимальное и минимальное значения параметра X_0 объекта, задаваемые как начальные условия; $\overline{\dot{x}}$ и $\sigma_{\dot{x}}$ – числовые характеристики случайного параметра $\dot{X}$.

Уравнения (II) отражают область всех возможных работоспособных состояний объекта.

4. Вывод уравнений для оценки показателей безотказности объекта

С использованием основного понятия теории вероятностей – «функция распределения», формулируются зависимости для оценки вероятности безотказной работы объекта – вероятности выполнения условий работоспособности (II) для любого фиксированного момента времени будущей эксплуатации:

$$P(t) = P(X_t < x_{np}) = P((X_0 + \int_0^t \dot{X}_t \cdot dt) < x_{np}) = F(x_{np}) \text{ или}$$

$$P(t) = P(X_t > x_{np}) = 1 - P((X_0 - \int_0^t \dot{X}_t \cdot dt) < x_{np}) = 1 - F(x_{np}). \qquad \text{(III)}$$

Если нормальное распределение параметра $\dot{X}_t$ неизменно во времени ($\dot{X}_t = \dot{X} = const$), то основной показатель безотказности выражается с помощью функции ННР $F(u_{np(t)}) = F_t(x_{np})$ или функции Лапласа $\Phi(u_{np(t)})$:

$$P(t) = P(X_t < x_{np}) = F\,(u_{np(t)}) = \Phi(u_{np(t)}) = \Phi\left(\frac{x_{np} - \left(\overline{x}_0 + \overline{\dot{x}} \cdot t\right)}{\sqrt{\sigma_{x0}^2 + \sigma_{\dot{x}}^2 \cdot t^2}}\right) \text{ или}$$

$$P(t) = P(X_t > x_{np}) = 1 - F\,(u_{np(t)}) = 1 - \Phi(u_{np(t)}) = 1 - \Phi\left(\frac{x_{np} - \left(\overline{x}_0 - \overline{\dot{x}} \cdot t\right)}{\sqrt{\sigma_{x0}^2 + \sigma_{\dot{x}}^2 \cdot t^2}}\right). \quad \text{(III.a)}$$

Уравнения (III.a) определяют закон надежности объекта в интегральной (или дифференциальной $f(t) = -dP(t)/dt$) форме – закон формирования постепенных отказов объекта при решении прямой задачи теории надежности. Согласно [2] он асимметричен и не подчиняется нормальному распределению.

5. Формулирование уравнения перехода объекта в предельное состояние (состояние параметрического отказа)

В соответствии со стандартными, по ГОСТ 27.002-89, определениями «предельное состояние» и «параметрический отказ», формулируются условия перехода сопряжения в состояние параметрического отказа в виде достижения параметром X_t предельного значения:

$$X_t = X_0 \pm \int_0^t \dot{X}_t \cdot dt = x_{np}. \quad \text{(IV)}$$

Если нормальное распределение параметра $\dot{X}_t$ неизменно во времени $\dot{X}_t = \dot{X} = const$, то выражения (IV) принимают вид:

$$\frac{X_t - \left(\overline{x}_0 + \overline{\dot{x}} \cdot t\right)}{\sqrt{\sigma_{x0}^2 + \sigma_{\dot{x}}^2 \cdot t^2}} = u_{np(t)} \text{ или } \frac{X_t - \left(\overline{x}_0 - \overline{\dot{x}} \cdot t\right)}{\sqrt{\sigma_{x0}^2 + \sigma_{\dot{x}}^2 \cdot t^2}} = u_{np(t)}. \quad \text{(IV.a)}$$

Уравнения (IV) отражают область всех возможных предельных состояний объекта.

6. Вывод уравнений для оценки показателей долговечности (ресурсных характеристик) объекта

В соответствии с определением гамма-процентного ресурса t_γ по ГОСТ 27.002-89, выводятся зависимости для его оценки решением уравнения (IV) относительно $t = t_\gamma$ для заданного допустимого значения вероятности безотказной работы $[P(t)] = \gamma$ и соответствующего ему значения квантили $[u_{np(\gamma)}]$ распределения по известному закону случайной величины X_t. В общем виде эту зависимость можно представить некоторой функцией:

$$t_\gamma = f(\overline{x}_0, \sigma_{x0}, \overline{\dot{x}}, \sigma_{\dot{x}}, [u_{np(\gamma)}]). \quad \text{(V)}$$

Если нормальное распределение параметра $\dot{X}_t$ неизменно во времени – $\dot{X}_t = \dot{X} = const$, то

гамма-процентный ресурс определяется решением уравнений (IV.a) относительно $t = t_\gamma$ при подстановке в него $X_t = x_{np}$ и $u_{np(t)} = [u_{np(\gamma)}]$ в виде:

$$t_\gamma = \frac{(\pm\overline{\dot{x}})\cdot\Delta\overline{x}_{np} - \sqrt{(\Delta\overline{x}_{np}\cdot\overline{\dot{x}})^2 - ([u_{np(\gamma)}]^2\cdot\sigma_{\dot{x}}^2 - \overline{\dot{x}}^2)\cdot([u_{np(\gamma)}]^2\cdot\sigma_{x0}^2 - \Delta\overline{x}_{np}^2)}}{\overline{\dot{x}}^2 - [u_{np(\gamma)}]^2\cdot\sigma_{\dot{x}}^2}, \qquad \text{(V.a)}$$

где значение $[u_{np(\gamma)}]$ определено заданным допустимым значением вероятности безотказной работы $[P(t)] = \gamma$, а величина $\Delta\overline{x}_{np} = x_{np} - \overline{x}_0$ есть оценка математического ожидания предельного изменения ΔX_t параметра X_t.

7. Вывод кинетического уравнения повреждаемости объекта

На основе какой-либо теории, концепции или экспериментальных исследований, выводится кинетическое уравнение для оценки скорости $\dot{X}_t$ повреждаемости объекта в зависимости от его геометрических и микрогеометрических d_i, Δ_t характеристик, свойств σ_i материала, силовых и кинематических параметров F, V внешнего воздействия, времени t и других факторов.

В общем виде его можно представить в виде некоторой случайной функции:

$$\dot{X}_t = f(d_i, \Delta_t, F, V, \sigma_i, t, ...). \qquad \text{(VI)}$$

Условие (VI) является кинетическим уравнением повреждаемости объекта.

Изложенный выше методологический подход (I) – (VI) может быть сформулирован в виде отдельной методологии оценки (прогнозирования) надежности определенных групп технических объектов по одному из возможных критериев – условий (II) работоспособности [1, 2]:

- статической или кинетической прочности;
- износостойкости;
- жесткости;
- несущей способности;
- теплостойкости и др.

При выбранном параметре X_t состояния конкретного изделия (детали, узла) и известных следующих данных:

- о законе его распределения;
- о граничных условиях, описывающих схему нагружения объекта, его свойства и начальное состояние в предполагаемых условиях эксплуатации;
- об уравнении (VI) его повреждаемости для оценки $\dot{X}_t$,

указанная последовательность этапов вырождается в последовательность операций (вероятностную методику) количественной оценки показателей безотказности $P(t) = P\left(X_t < x_{np}\right)$ или $P(t) = P\left(X_t > x_{np}\right)$ и долговечности t_γ исследуемого объекта либо при его проектировании, либо при эксплуатации.

В частности, в работе [5] данный подход реализован в виде методологии прогнозирования параметрической надежности большой группы объектов – «стационарных» трибосопряжений по критерию износостойкости их элементов.

Ниже на основе предложенного подхода сформулирована методология прогнозирования надежности другой группы объектов – нагруженных элементов машин и конструкций по критерию кинетической прочности.

В настоящее время проблема прочности твердых тел под нагрузкой рассматривается с позиции кинетического подхода [6-8]. С этой точки зрения процесс разрушения представляется как развивающийся во времени процесс накопления повреждений структуры материала. При достижении в каком-либо локальном объеме текущей плотностью дефектов структуры материала – его повреждаемостью, предельной величины, происходит возникновение микротрещины, которая со скоростью звука распространяется по наиболее нагруженным объемам всего материала и приводит к разделению его на части (разрушению). Степень поврежденности структуры локальных объемов материала детали в любой фиксированный момент времени t количественно оценивают величиной плотности потенциальной энергии дефектов $u_e(t) = u_{et}$, которая определяется условиями внешнего нагружения и свойствами материала [8].

Учитывая вышесказанное, этапы методологии прогнозирования показателей безотказности и долговечности нагруженных деталей, могут быть сформулированы, согласно (I) – (VI), в виде последовательности следующих операций.

На первом этапе в качестве параметра X_t состояния детали, в которой под действием внешних нагрузок при температуре T, возникают внутренние напряжения σ, принимаем плотность потенциальной энергии дефектов u_{et}, которая характеризует текущую степень поврежденности структуры локальных объемов материала детали [8]. При этом распределение случайной величины $X_t = u_{et}$ в любой момент времени t, как параметра, зависящего от множества независимых случайных факторов, будем полагать нормальным, согласно центральной предельной теореме теории вероятностей [2]. Кроме того, для упрощения математических выражений, будем оперировать с ее средним значением $\overline{u}_{et}$.

На втором этапе сформулируем уравнение состояний нагруженного элемента:

$$\overline{u}_{et} = \overline{u}_{e0} + \int_0^t \dot{\overline{u}}_{et} \cdot dt, \tag{1}$$

где $\overline{u}_{e0}$ – средняя плотность потенциальной (скрытой) энергии материала детали в исходном состоянии (при $t = 0$), которую, согласно [8], можно определить в функции среднего значения твердости HV по Виккерсу:

$$\overline{u}_{e0} = \frac{\left(\left(0,071 \cdot HV\right)^{1,2}\right)^2}{6 \cdot G(T) \cdot \left(6,47 \cdot 10^{-6} \cdot HV + 0,12 \cdot 10^{-2}\right)^2}; \tag{1.a}$$

$\dot{\overline{u}}_{et} = d\overline{u}_{et} / dt$ – средняя скорость повреждаемости (накопления повреждений) структуры материала элемента в момент времени t.

На третьем этапе сформулируем условие работоспособности нагруженной детали:

$$\overline{u}_{et} = \overline{u}_{e0} + \int_0^t \dot{\overline{u}}_{et} \cdot dt < u_{e*}, \tag{2}$$

где $u_{e*} = u_* - u_T$ – критическая плотность энергии дефектов структуры локальных объемов материала нагруженной детали [8]; u_* – критическая плотность внутренней энергии (критическая

энергоемкость) материала, равная энтальпии его плавления в твердом ΔH_{TB} или жидком ΔH_S состоянии; $u_T = \int_0^T \rho \cdot cdT$ – тепловая составляющая плотности внутренней энергии материала нагруженной детали при заданной температуре T; ρ, c – плотность и теплоемкость материала детали.

На четвертом этапе запишем выражение для оценки безотказности нагруженного элемента в момент времени t, используя в качестве показателя коэффициент запаса надежности (коэффициент безопасности), рассчитанный по среднему значению $\overline{u}_{e\,t}$ параметра состояния [1, 2]:

$$n_t = u_{e*} / \overline{u}_{e\,t} = u_{e*} / (\overline{u}_{e\,0} + \int_0^t \dot{\overline{u}}_{e\,t} \cdot dt). \tag{3}$$

На пятом этапе сформулируем уравнение перехода нагруженной детали в предельное состояние (состояние параметрического отказа):

$$\overline{u}_{e\,t} = \overline{u}_{e\,0} + \int_0^t \dot{\overline{u}}_{e\,t} \cdot dt = u_{e*}, \tag{4}$$

На шестом этапе, используя выражение (5), формулируем уравнение, решение которого относительно $t = \overline{t}_{np}$, позволит определить средний предельный ресурс до отказа (разрушения) элемента:

$$\int_0^{t_{np}} \dot{\overline{u}}_{e\,t} \cdot dt = u_{e*} - \overline{u}_{e\,0}. \tag{5}$$

На седьмом этапе в качестве кинетического уравнения повреждаемости для оценки средней скорости $\dot{\overline{u}}_{e\,t}$ повреждаемости элемента, находящегося в нагруженном состоянии, которая входит в уравнения (1) – (5) общей схемы процесса формирования его отказа, можно использовать зависимость В.В Федорова, построенную им в работе [8] с использованием термодинамического критерия длительной прочности. В общем виде это уравнение представляет собой некоторую функцию вида:

$$\dot{\overline{u}}_{e\,t} = f(\sigma, T, u_{e\,t}, t, ...). \tag{6}$$

При выполнении инженерных расчетов используем один из упрощенных вариантов этой зависимости для определения постоянной во времени величины $\dot{\overline{u}}_{e\,t} = \dot{\overline{u}}_e$ [8]:

$$\dot{\overline{u}}_e = M_R^2 \cdot k_\sigma^2 \cdot \sigma^2 \cdot A_0 / (6 \cdot G \cdot \nu), \tag{6.a}$$

где $M_R^2 = \left((1+r)^2 + (1-r)^2\right)/4$ – коэффициент эквивалентности нестационарного напряженного состояния (перевода нестационарного напряженного состояния с коэффициентом асимметрии $r = \sigma_{\min}/\sigma_{\max}$ в эквивалентное стационарное состояние с напряжением $\sigma = \sigma_a$);

$\sigma_{\min}$, $\sigma_{\max}$, σ_a – минимальное, максимальное и амплитудное напряжение цикла;

$k_\sigma = 1/\left(6,47\cdot 10^{-6}\cdot HV + 0,12\cdot 10^{-6}\right)$ – коэффициент перенапряжения межатомных связей;

G и ν – модуль сдвига и коэффициент неравномерности распределения внутренней энергии по объему нагруженной детали, значение которого выбирается по рекомендациям работы [8].

Коэффициент A_0 влияния шаровой части тензора напряжений на энергию активации разрушения межатомных связей согласно [8]:

$$A_0 = \frac{\nu\cdot U(\sigma,T)}{h\cdot N_0}\exp\left[-\frac{U(\sigma,T)}{R\cdot T}\right], \qquad (6.б)$$

где h – постоянная Планка; N_0 – число Авогадро; R – универсальная газовая постоянная;

$U(\sigma,T)$ – энергия активации процесса разрушения межатомных связей при данном напряжении σ и температуре T:

$$U(\sigma_a,T) = U_0 - \Delta U(T) - \left(M_R^2\cdot k_\sigma^2/(18\cdot\nu\cdot K)\right)\cdot\sigma^2, \qquad (6.в)$$

U_0 – свободная энергия активации процесса при $T=0$ и $\sigma=0$;

$\Delta U(T) = \frac{3}{2}\cdot\alpha_0\cdot K^{-1}\cdot T$ – доля энергии активации, определяемая температурой;

$K = E/(3\cdot(1-2\cdot\mu))$ – коэффициент всестороннего сжатия материала;

α_0, μ, E — коэффициент линейного теплового расширения, коэффициент Пуассона и модуль упругости материала.

Совокупность уравнений (6.а-в) представляет собой математическую модель процесса стационарной повреждаемости элементов машин и конструкций, в которых под действием внешних нагрузок и постоянной температуры T возникают внутренние статические или динамические напряжения σ.

Для стационарного процесса повреждаемости нагруженного элемента (с постоянной скоростью $\overline{\dot{u}}_{et} = \overline{\dot{u}}_e$, определяемой выражениями (6.а-в)), среднее значение запаса надежности на любой момент времени t определяется по упрощенному выражению (3):

$$n_t = u_{e*}/\overline{u}_{et} = u_{e*}/(\overline{u}_{e0} + \overline{\dot{u}}_e\cdot t), \qquad (3.а)$$

а предельный ресурс – решением упрощенного выражения (5) относительно $t = \overline{t}_{np}$ в виде:

$$t_{np} = (u_{e*} - \overline{u}_{e0})/\overline{\dot{u}}_e. \qquad (5.а)$$

Совокупность уравнений (3.а), (5.а) – (6.а-в) представляет собой физико-вероятностную модель процесса формирования постепенных отказов элементов машин, в которых под действием внешних нагрузок и постоянной температуры T действуют внутренние статические или динамические напряжения σ.

Последовательность математических операций, построенная на основе этой модели для оценки ожидаемого среднего ресурса $\overline{t}_{np}$, определяет методику прогнозирования их долговечности и является теоретическим обоснованием известного экспериментального уравнения С.Н. Журкова [6, 7].

Пример реализации предложенной методики показан на рис.1. На нем представлена графическая интерпретация решения уравнения (5.а), с учетом (6.а-в) для стержня из стали 25 с заданными согласно [8] физико-механическими характеристиками, подвергнутого статическому одноосному растяжению при различных температурах. В частности, при $\sigma = 125\ МПа$ и температуре $T = 40^{\circ}C$ его прогнозируемая предельная продолжительность – средний предельный ресурс («время жизни») в данных условиях, составляет $\overline{t}_{пр} = 2,26\ мес$.

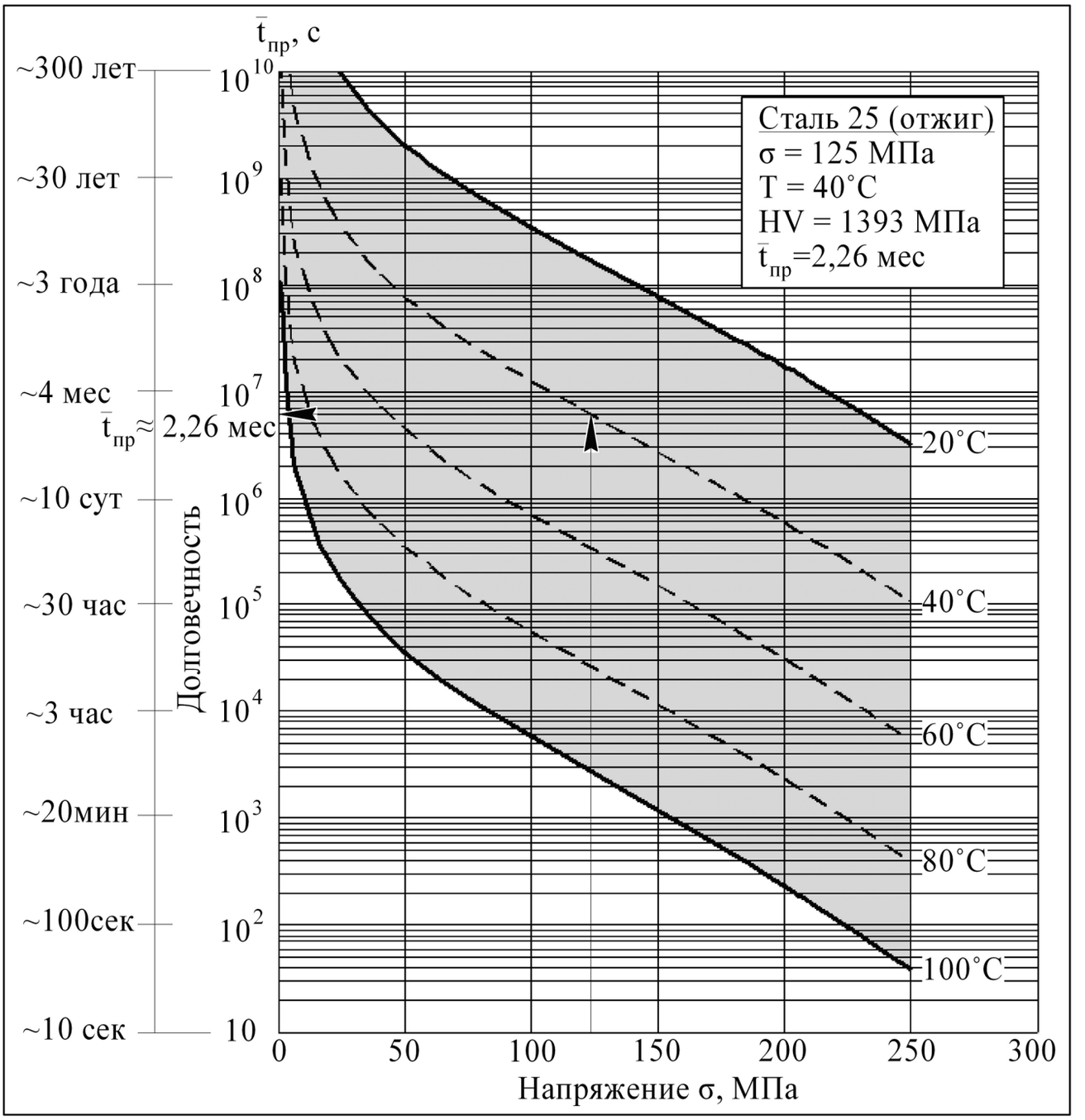

Рис. 1. Номограмма для оценки долговечности нагруженных элементов

Предложенный подход, на наш взгляд, позволяет прогнозировать долговечность различных нагруженных деталей по расчетным значениям максимальных напряжений σ, температуры T и физико-механических характеристик материала, а также анализировать возможные способы повышения их ресурса на стадии проектирования и эксплуатации. Например, из номограммы видно, что долговечность стержня может быть существенно повышена снижением его температуры, изменением физико-механических характеристик, а также других параметров, входящих в уравнения (5.а) – (6.а-в).

Литература

1. Машиностроение. Энциклопедия в сорока томах. Ред. совет: **К.В. Фролов** (пред.) и др.М.: М38 Машиностроение. Надежность машин. Т.IV-3/**В.В. Клюев, В.В. Болотин** и др.; 2003. – 592с.

2. **Проников А.С**. Параметрическая надежность машин. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002. – 560с.

3. Новый энциклопедический словарь.- М.: Большая Российская энциклопедия: РИПОЛ классик, 2008.-1456с.

4. **Булыко А.Н.** Современный словарь иностранных слов. – М.: «Мартин», 2005. – 848с.

5. **Анцупов А.В., Анцупов А.В.(мл.), Анцупов В.П.** Методология прогнозирования надежности трибосопряжений // Трение и смазка в машинах и механизмах. -2012. -№2. – С.3-9.

6. **Журков С.Н., Нурзуллаев Б.Н.** Временная зависимость прочности при различных режимах нагружения // Журнал технической физики. 1953, вып.10. – С.1677-1689.

7. **Регель В.Р., Слуцкер А.И., Томашевский Э.Е.** Кинетическая природа прочности твердых тел. – Главная редакция физико-математической литературы изд-ва «Наука», 1974.- 560с.

8. **Федоров В.В**. Кинетика повреждаемости и разрушения твердых тел. – Ташкент.: Издательство «Фан» УзССР, 1985.- 165с.