

Использование приведенных оценок Эзари-Прошана для анализа надежности систем

Александр Г. Лабутин, Ордена Трудового Красного Знамени федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский технический университет связи и информатики», Россия, Москва

Борис П. Филин, Россия, Москва

Если, изучая какое-либо явление, я умею количественно оценить хотя бы одну какую-либо его сторону, то я кое-что знаю об этом явлении. В противном случае я ничего о нём не знаю...

Уильям Томсон (лорд Кельвин)

Резюме. В работах [1–2] показано, что широко известные оценки Эзари-Прошана [3–6] (ОЭП) являются NP-полными [7]. В процессе их вычисления происходит взаимное переkreщивание этих оценок, несмотря на то, что процедура перечисления полных множеств простых цепей (ПЦ) и простых разрезов (ПР) выполняется до конца. Эта картина подтверждается и специальными исследованиями этих парадоксальных явлений в ОЭП, приведенными в работе [8], где был сделан вывод о том, что ОЭП – это никакие не оценки, поскольку оценки не могут быть NP-полными. Ведь в [7] прямо говорится о том, что в общем случае только одно лишь перечисление полного множества ПЦ (или ПР) уже есть NP-полная задача. Отсюда следует непосредственно: любой NP-полный метод не может быть оценочным. В работах [9–10] дана классификация вычислительной трудоёмкости тех или иных задач. Можно видеть, что из представленных наиболее привлекательной является интеллектуальная трудоёмкость, поскольку она позволяет управлять вычислительным процессом самым вожделенным способом, а именно – позволяет реализовать принцип принудительного прерывания (ППП) вычислительной процедуры, оцениваемой каким либо параметром. Например, параметром достигнутой относительной погрешности вычислений. Заметим, что в жизни мы чаще всего сталкиваемся с устройствами, механизмами, агрегатами и прочими системам, которые называются автоматизированными системами, поскольку в этих человеко-машинных комплексах и реализуется ППП по воле человека-оператора. С автоматическими системами мы имеем существенно меньший контакт. **Целью** данной статьи является изложение формальных правил, которые позволяют достаточно просто классические NP-полные оценки Эзари-Прошана привести к классу интеллектуальных (IN-класс) оценочных методов, реализующих ППП. Здесь не нужно перечислять полные множества ПЦ и ПР. Пополнение класса уже существующих [1–6, 8, 11–29] методов, в которых так или иначе, но реализован ППП, несомненно, является актуальной задачей для специалистов, занимающихся анализом структурной надёжности сложных систем. Это же аксиома – любой из инструментов подобного рода анализа систем, «повивальной бабкой» которых является полная группа событий (ПГС), вносит свою лепту в дело построения структурно надёжных систем, развивая, в то же время, саму систему инструментария анализа. Суть дела заключается в облачении классических ОЭП в так называемые «одежды» логики-символьного умножения (ЛСУ) логических операндов, которыми оперирует метод. **Результат** заключается в том, что мы снимаем «тяготы» NP-полноты с классических ОЭП, получая достаточно эффективный инструмент анализа.

Ключевые слова: надёжность, вероятность, двухполюсная сеть, простая цепь, простой разрез, исправное состояние, неисправное состояние.

Сокращения: ОЭП – оценки Эзари-Прошана; ПЦ – простая цепь; ПР – простой разрез; ППП – принцип принудительного прерывания; ПГС – полная группа событий; ЛСУ – логики-символьное умножение; СГ – случайный граф; ВГП – вершины граничной пары; ДС – двухполюсная сеть; ИС – исправное состояние; НС – неисправное состояние; ВС – вероятность связности; ЛАУ – логики-алгебраическое умножение; дПГСк – дополнение до ПГС конъюнкции.

Формат цитирования: Лабутин А.Г., Филин Б.П., Использование приведенных оценок эзари-прошана для анализа надежности систем // Надежность. 2017. Т. 17, № 3. С. 24–31. DOI: 10.21683/1729-2646-2017-17-3-24-31

1. Введение

В работах [9–10] приводится следующая классификация трудоёмкости вычисления задач в зависимости от их сложности: а) линейная; б) полиномиальная; в) экспоненциальная; г) N -факториальная; д) интеллектуальная (IN). Последняя среди структуристов-надёжностников зовётся проще: принцип принудительного прерывания вычислительного процесса человеком, когда он к данному моменту времени удовлетворяется достигнутой погрешностью вычислений. Поскольку в ОЭП имеет место быть логическое перемножение логических операндов, описывающих состояния ПЦ и ПР без учёта их взаимной структурной зависимости, то в данной статье вводятся разработанные правила ЛСУ таких операндов с учётом этой зависимости. В результате этого классические ОЭП по трудоёмкости вычислений переходят в IN -класс, поскольку они становятся принудительно-прерываемыми.

По сути дела в статье доказательно излагаются формальные правила перевода NP -трудных классических ОЭП в удобный и лёгкий инструментарий, не обременённый перечислением полных множеств ПЦ и ПР. Такие оценки будем называть приведенными ОЭП.

2. Постановка задачи

2.1. Предварительные сведения. Пусть задан (см. рисунок 1) простой рёберный случайный граф (СГ) [11–14, 30–31] G : простой – значит без петель, параллелей и изолированных вершин; случайный – значит его элементы либо присутствуют в графе с вероятностью p , либо отсутствуют в нём с вероятностью $q = 1 - p$ (поскольку $p + q = 1$, то присутствие вместе с отсутствием ребра в графе составляет ПГС, обозначаемую символом I [31]); рёберный – в графе ненадёжны только рёбра (это допущение не принципиальное, зато очень упрощает парадигму изложения). Граф G содержит множество вершин $V = \{v_i\}$, мощностью $m_v = |V|$, и рёбер $L = \{l_{ij}\}$, мощностью $m_L |L|$, взаимосвязь между которыми отражает функция инцидентности и смежности вида $\Phi(l_{ij}) = v_i \& v_j$;

ребро инцидентно своим вершинам граничной пары (ВГП), а ВГП – смежны друг другу по ребру l_{ij} .

Пусть на этом графе будет задана двухполюсная сеть (ДС), вершины полюса которой обозначим как s (исток) и t (сток) с параметрами: $m_v=4$ и $m_L=5$. Например, так, как это показано на рисунке 1, а (такую структуру специалисты часто называют «мостиком» [16]). Заметим, что в ДС появляются теперь транзитные вершины вида $V_{s,t}^T = V \setminus \{s, t\}$. В нашем случае $V_{s,t}^T = \{2, 3\}$ (см. рисунок 1).

На рисунке 1, б показан граф с перенумерованными (методом «вычёркивания дуг» [16]) рёбрами числами, начиная от (m_v+1) с шагом 1 и до (m_v+m_L) , а на рисунке 1, в – тот же перенумерованный СГ, но здесь символ « l » на рёбрах для чистоты рисунка опущен. К этому рисунку мы и будем чаще всего прибегать. Таким образом, на рисунке 1, в представлена «сквозная» нумерация элементов СГ. Заметим, что при формировании каких-либо конструкций на СГ (например, ПЦ или ПР) символы « v » и « l » использовать будем достаточно редко.

Сформируем в ДС (рисунок 1, в) множество её ПЦ, руководствуясь принципом: «Каждая вершина-родитель выбирает себе вершину-ребёнка из смежных с ней и не занятых ещё вершин, которая имеет наименьший номер k » [17]:

$$F_{s,t} = \left\{ \begin{aligned} f_1 &= \{5, 7, 9\}, f_2 = \{5, 8\}, \\ f_3 &= \{6, 7, 8\}, f_4 = \{6, 9\} \end{aligned} \right\} \Rightarrow (m_F = |F_{s,t}| = 4). \quad (1)$$

Из (1) видно, что каждая транзитная вершина побывала и в роли «родителя», и в роли «ребёнка», но s (исток) – только «родителем», а t (сток) – только «ребёнком».

Также сформируем и множество ПР (методом «последовательного старта» [17]):

$$R_{s,t} = \left\{ \begin{aligned} r_1 &= \{5, 6\}, r_2 = \{6, 7, 8\}, \\ r_3 &= \{5, 7, 9\}, r_4 = \{8, 9\} \end{aligned} \right\} \Rightarrow (m_R = |R_{s,t}| = 4). \quad (2)$$

ПЦ исправна, если все её рёбра в исправном состоянии (ИС): $\bar{f}_n = \forall l_k \in f_n \left[\bar{l}_k \right]$, и неисправна, если в

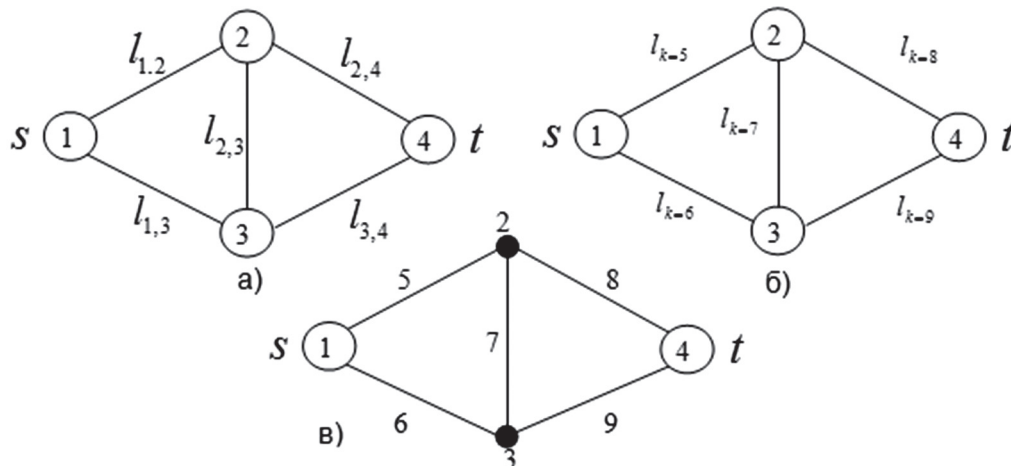


Рисунок 1 – Перенумерованный простой рёберный случайный граф

неисправном состоянии (НС) находится хотя бы одно её ребро: $\bar{f}_n = \exists l_k \in f_n [\bar{l}_k]$ (здесь $\forall$ – квантор «*общности*», $\exists$ – квантор «*существования*», $\in$ – символ «принадлежит» [30–33]). ПР исправен, если все его рёбра в НС: $\bar{r}_n = \forall l_k \in r_n [\bar{l}_k]$, и неисправен, если в ИС находится хотя бы одно его ребро: $\bar{r}_n = \exists l_k \in r_n [\bar{l}_k]$.

2.2 Поясняющий пример. Примем исходные данные по КГ рёбер СГ ДС такие:

$$(L \neq \emptyset) \Rightarrow (p_5 = 0, 5, p_6 = 0, 6, p_7 = 0, 7, p_8 = 0, 8, p_9 = 0, 9), \quad (3)$$

где $\Rightarrow$ – символ «следования» [31–33].

Вычислим точное значение вероятности связности (ВС) нашей ДС. Сначала, опираясь на (1), опишем полное событие связности (СоС) ДС (когда вершины-полюса ДС связаны хотя бы одной исправной ПЦ), обозначаемое символом $E_{s,t}$:

$$E_{s,t} = 5 \cdot 7 \cdot 9 + 5 \cdot 8 \cdot \overline{7 \cdot 9} + 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot \bar{5} + 6 \cdot 9 \cdot (\bar{5} \cdot \overline{7 \cdot 8} + 5 \cdot \bar{7} \cdot \bar{8}), \quad (4)$$

где $\cdot$ – символ логико-алгебраического умножения (ЛАУ) (* – символ ЛСУ, при котором, в отличие от ЛАУ, учитывается структурная зависимость перемножаемых логических операндов).

Заметим, что здесь (и далее) мы ИС рёбер «не нагружали» двойной чертой над элементами операндов, поскольку она гласила о том, что ребро «не неисправно». Двойное отрицание и есть ИС (черта черту уничтожает) ребра, т.е. «не неисправен» и «исправен» – это синонимы. Запишем расчётную формулу для $P_{s,t}$, опираясь из результат (4):

$$P_{s,t} = p_5 \cdot p_7 \cdot p_9 + p_5 \cdot \overline{p_8 \cdot p_7 \cdot p_9} + p_6 \cdot p_7 \cdot p_8 \cdot q_5 + p_6 \cdot p_9 \cdot (\overline{q_5 \cdot p_7 \cdot p_8} + p_5 \cdot q_7 \cdot q_8). \quad (5)$$

Подставим в (5) наши исходные данные (3) и получим, что точное (в рамках точности исходных данных (3)) значение ВС нашей ДС равно:

$$P_{s,t} = 0,315 + 0,148 + 0,168 + 0,136 = \underline{0,766}. \quad (6)$$

Теперь у нас есть некоторое «мерило» в виде $P_{s,t} = 0,766$, позволяющее проводить некоторое сравнение между «старым» и «новым», т.е. предлагаемым.

2.3. Собственно постановка задачи. Прежде всего, запишем согласно [3] для общего случая формальное представление ОЭП таким образом:

$$\left. \begin{aligned} E_{s,t}^B &= I - \prod_{n=1}^{m_F} \cdot \bar{f}_n = I - \prod_{n=1}^{m_F} \cdot \left(I - \prod_{e=1}^{m_n} \cdot \bar{l}_{k_e} \right) = \\ E_{s,t}^H &= \prod_{n=1}^{m_R} \cdot \bar{r}_n = \prod_{n=1}^{m_R} \cdot \left(I - \prod_{e=1}^{m_n} \cdot \bar{l}_{k_e} \right) = \prod_{n=1}^{m_R} \cdot \left(\prod_{e=1}^{m_n} \cdot \bar{l}_{k_e} \right) \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Здесь: $\prod$ – конъюнкция (логическое (или арифметическое) произведение); $\prod$ – дополнение до ПГС (или до 1) конъюнкции (логической или арифметической) (дПГСк).

Если без промежуточных преобразований, то ОЭП можно записать так:

$$\left. \begin{aligned} E_{s,t}^B &= I - \prod_{n=1}^{m_F} \cdot \bar{f}_n = \prod_{n=1}^{m_F} \cdot \left(\prod_{e=1}^{m_n} \cdot \bar{l}_{k_e} \right) \\ E_{s,t}^H &= \prod_{n=1}^{m_R} \cdot \bar{r}_n = \prod_{n=1}^{m_R} \cdot \left(\prod_{e=1}^{m_n} \cdot \bar{l}_{k_e} \right) \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Применительно к нашему примеру СГ (см. рисунок 1) эти события (согласно (1), (2) и (8)) графически можно представить так, как это показано на рисунке 2.

Можно видеть, что избыточное СоС ДС по ПЦ читается так: «Дополнение до ПГС конъюнкции дополнений до ПГС конъюнкций ИС рёбер, входящих в n -ые ПЦ». В то же время, ущербное описание СоС ДС по ПР читается несколько иначе: «Конъюнкция дополнений до ПГС конъюнкций ИС рёбер, входящих в n -ые ПР».

Если ДСО ВС ДС вычислены, то расчёт приближённой оценки $P_{s,t}^{\approx}$ относительной погрешности $\Delta_{s,t}$ (априори) и абсолютной погрешности $W_{s,t}$ (апостериори) прост:

$$P_{s,t}^{\approx} = \frac{P_{s,t}^B + P_{s,t}^H}{2}, \quad \Delta_{s,t} = \frac{|P_{s,t}^B - P_{s,t}^H|}{2},$$

$$W_{s,t} = |P_{s,t} - P_{s,t}^{\approx}| \text{ и } W_{s,t} < \Delta_{s,t}. \quad (9)$$

1. Требуется доказать (см. первое в (8)), что игнорирование структурной зависимости логических операндов конъюнкции приводит к избыточности в описании СоС ДС.

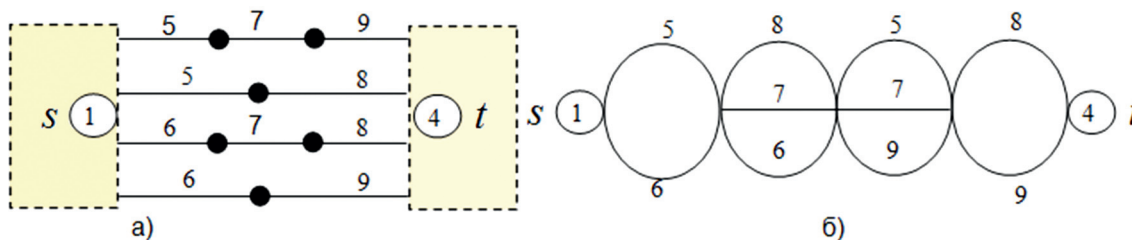


Рисунок 2 – «Мостик» в терминах элементарных событий ОЭП

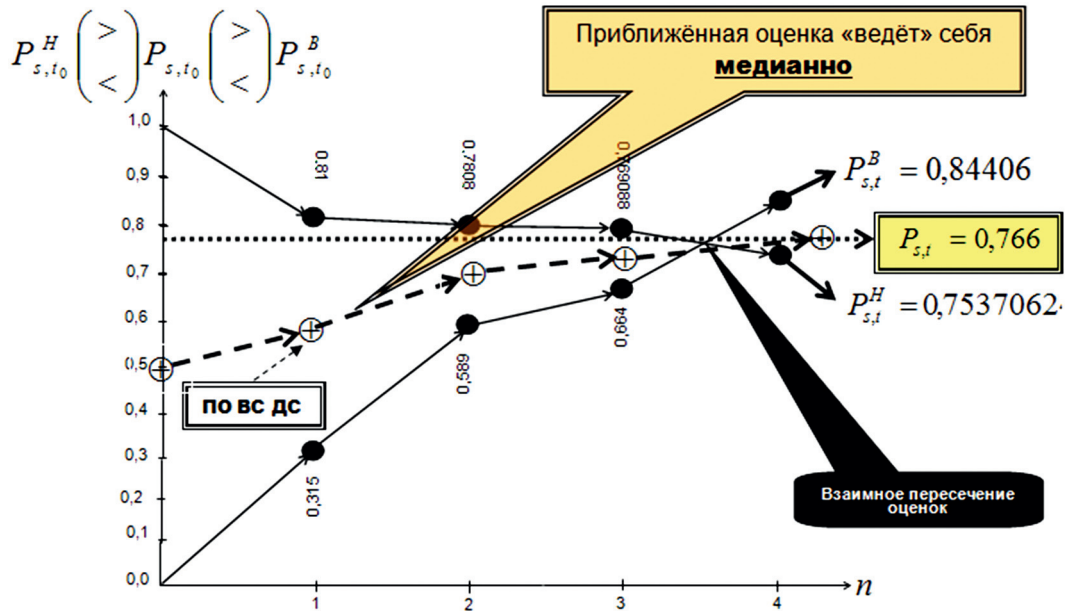


Рисунок 3 – График двойного изображения «поведения» ДСО ВС для «мостика» при принятых исходных данных

$$\forall l_{(5 \leq v \leq 9)} \in L[p_{(5 \leq v \leq 9)} = 0, (5 \leq v \leq 9)]$$

2. Требуется доказать (см. второе в (8)), что игнорирование структурной зависимости логических операндов дПГСк приводит к ущербности в описании СоС ДС.

3. Доказанное проиллюстрировать графически и числовым примером.

3. Решение задачи

Руководствуясь правилами (7-8) и множествами ПЦ (1) и ПР (2), можно записать, что применительно к «мосту» (рис.1,в и рис. 2) ОЭП запишем следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} E_{s,t}^B &= \overline{5 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 5 \cdot 8 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 6 \cdot 9} \\ E_{s,t}^H &= \overline{5 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 9} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

На основе (10) получим следующие расчётные формулы для ДСО ВС ДС (для ВО и для НО ВС ДС):

$$\left. \begin{aligned} P_{s,t}^B &= \overline{p_5 \cdot p_7 \cdot p_9 \cdot p_5 \cdot p_8 \cdot p_6 \cdot p_7 \cdot p_8 \cdot p_6 \cdot p_9} \\ P_{s,t}^H &= \overline{q_5 \cdot q_6 \cdot q_6 \cdot q_7 \cdot q_8 \cdot q_5 \cdot q_7 \cdot q_9 \cdot q_8 \cdot q_9} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Поскольку здесь мы имеем дело с пошаговым «накоплением» некоторого численного значения, как результата перемножения (а не аддитивности), то мы эту «пошаговость» будем отображать просто переходными стрелочками. Воспользуемся нашими исходными данными (3) и вычислим по ОЭП ДСО ВС ДС: ВО $P_{s,t}^B$ и НО $P_{s,t}^H$, помня о том (см. (6)), что $P_{s,t} = 0,766$:

$$\left. \begin{aligned} P_{s,t}^B &= 0,315 \rightarrow 0,589 \rightarrow 0,664 \rightarrow 0,84406 = P_{s,t}^B \\ P_{s,t}^H &= 0,81 \rightarrow 0,7808 \rightarrow 0,769088 \rightarrow 0,75370624 = P_{s,t}^H \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

Воспользуемся полученным и построим график двойного отображения [17, 20] «поведения» ДСО ВС нашей ДС (см. рисунки 1,в, 2 и 3).

Анализируя полученное, можно видеть, что парадоксальные явления классических ОЭП налицо: а) ВО ВС ДС начинает накапливаться от 0, а НО – от 1; б) ДСО ВС ДС взаимно пересекаются; в) после пересечения ДСО ВС ДС начинают расходиться.

На рисунке 4 приведена ось вероятностей, её области и интервалы, которые должны нам помочь при ниже следующих рассуждениях.

Рассуждая о конъюнкциях и их дополнениях (7) и (8), поневоле приходишь к пониманию их «неравно-весности» в ряде случаев и важных, и не столь важных. Например, арифметическое произведение вида $\prod$ в исходном состоянии мысленно «объединчивают» (как сумму «обнуляют» в исходном положении):

$$\left. \begin{aligned} n &= \overline{1, N} \\ n &:= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \prod := 1. \quad (13)$$

Конъюнкцию в исходном состоянии также необходимо «обПолноГруппно-Событийствовать» таким образом:

$$\left. \begin{aligned} n &= \overline{1, N} \\ n &:= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \prod := I. \quad (14)$$

Тогда дПГСк в исходном состоянии необходимо «обНевозможноСобытийствовать» таким образом:

$$\left. \begin{aligned} n &= \overline{1, N} \\ n &:= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \prod = I - \prod = I - I = \otimes, \quad (15)$$

где $\otimes$ – символ невозможного события.

Дополнение арифметического произведения до 1 «обнуляем», поскольку мы находимся в диапазоне числовых значений от «нуля» и до «единицы»:

$$\left. \begin{aligned} n &= \overline{1, N} \\ n &:= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \prod = 1 - \prod = 1 - 1 = 0. \quad (16)$$

Мы исходим из того, что $I * I = I$, $I + I = I$, $\otimes * \otimes = \otimes$, $\otimes + \otimes = \otimes$, но $I + \otimes = \otimes$, $I \otimes = I$.

Поясним только две аббревиатуры на рисунке 4: СВН – события вероятности ноль; СВЕ – события вероятности единица [9–10]. Учитывая, что в теории комбинаторной надёжности наши расчёты зиждутся на числовых значениях в интервале от 0 до 1 (включая эти границы), то сформулируем некоторые утверждения и теоремы.

Утверждение 1 (см. рисунок 4). С увеличением числа сомножителей в виде вероятностных числовых значений численное значение их произведения резко уменьшается и устремляется в область СВН (это остаётся справедливым, если операнды поменять ролями).

Утверждение 2 (см. рисунок 3). С увеличением числа логических сомножителей высказываемая ими логическая фраза становится менее достоверной.

И ещё одно... В работе [16] записано: «*При раскрытии скобок не забывай выполнять простое правило $p \cdot p = p$* ». Используя его, мы это правило называем именем автора этой работы: «**Правило Богатырёва**».

Теорема 1. Событие связности ДС, описываемое дПГСк, каждая из которых, в свою очередь, представляет собой дПГСк, сомножителями которой являются ИС рёбер СГ, несомненно, является избыточным, т.е.:

$$\begin{aligned} f_1 = \{a, b\} &\Rightarrow \left[\left(\overline{a \cdot b \cdot a \cdot c} \right) > \left(\overline{a \cdot b \cdot a \cdot c} = a \cdot \overline{b \cdot c} \right) \right], \\ f_2 = \{a, c\} &\Rightarrow \left[\left(\overline{a \cdot b \cdot a \cdot c} \right) > \left(\overline{a \cdot b \cdot a \cdot c} = a \cdot \overline{b \cdot c} \right) \right]. \end{aligned} \quad (17)$$

Доказательство:

$$\begin{aligned} &\left(\left(\overline{a \cdot b \cdot a \cdot c} \right) \Leftrightarrow \left(a \cdot \overline{b \cdot c} \right) \right) \Rightarrow \\ &\Rightarrow \left(\left((I - (I - a \cdot b) \cdot (I - a \cdot c)) \Leftrightarrow (a \cdot (I - (I - b) \cdot (I - c))) \right) \right) \Rightarrow \\ &\Rightarrow \left(\left(I - (I - a \cdot b - a \cdot c + a^2 \cdot b \cdot c) \right) \Leftrightarrow \left(a \cdot (I - (I - b - c + b \cdot c)) \right) \right) \Rightarrow \\ &\Rightarrow \left(\left(I - I + a \cdot b + a \cdot c - a^2 \cdot b \cdot c \right) \Leftrightarrow \left(a \cdot (I - I + b + c - b \cdot c) \right) \right) \Rightarrow \\ &\Rightarrow \left((a \cdot b + a \cdot c - a^2 \cdot b \cdot c) \Leftrightarrow (a \cdot b + a \cdot c - a \cdot b \cdot c) \right) \Rightarrow \\ &\Rightarrow \left(\underline{\underline{(-a) \Leftrightarrow (-I)}} \right). \end{aligned}$$

Переходя к стохастической стороне «эндшпиля» и помятуя о том, что $(0 < p_{(a,b,c)} < 1)$, легко видеть, что итог сравнения выполняется именно так $((-p_a) > -1)$, ч.т.д. ($\Leftrightarrow$ – знак «сравнить»)

Следствие 1.1. Поскольку в ОЭП используется только ЛАУ, то согласно (17) в ОЭП (см. первое из (8)) всегда описывается только избыточное СоС ДС, что и

приводит к пересечению ВО снизу точного значения ВС ДС, вследствие чего эта ВО и является ложной оценкой.

Следствие 1.2. Для устранения этого недостатка необходимо при описании ВО ВС ДС ОЭП вместо ЛАУ использовать давно известные правила ЛСУ [17, 20]. Тогда избыточного описания СоС ДС не будет, а ложная ВО ВС ДС по ОЭП обратится в истинную, т.е. в нижнюю НО ВС ДС. Правила ЛСУ для ПЦ в НС (см. первое из (8) и [17, 20]) таковы:

$$\left. \begin{aligned} \overline{a} * \overline{a \cdot b} &= \overline{a} \\ \overline{a \cdot b} * \overline{a \cdot c} &= \overline{a \cdot \overline{b \cdot c}} \\ \overline{a \cdot \overline{b \cdot c}} * \overline{b \cdot d} &= \overline{a \cdot \overline{b \cdot d}} + \overline{a \cdot \overline{b \cdot c}} \\ \overline{a} * \overline{b} &= \overline{a \cdot b} \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

Теорема 2. Событие связности ДС, описываемое конъюнкцией дПГСк, сомножителями которых являются НС рёбер СГ, несомненно, является избыточным, т.е.:

$$\begin{aligned} r_1 = \{a, b\} &\Rightarrow \left[\left(\overline{a \cdot b \cdot a \cdot c} \right) > \left(\overline{a \cdot b \cdot a \cdot c} = a \cdot \overline{b \cdot c} \right) \right], \\ r_2 = \{a, c\} &\Rightarrow \left[\left(\overline{a \cdot b \cdot a \cdot c} \right) > \left(\overline{a \cdot b \cdot a \cdot c} = a \cdot \overline{b \cdot c} \right) \right]. \end{aligned} \quad (19)$$

Доказательство: Также переведём сравнение в «эндшпиль», для чего выполним следующее:

$$\begin{aligned} &\left(\left(\overline{a \cdot b \cdot a \cdot c} \right) \Leftrightarrow \left(a \cdot \overline{b \cdot c} \right) \right) \Rightarrow \left(\left((I - \overline{a \cdot b}) \cdot (I - \overline{a \cdot c}) \right) \Leftrightarrow \right. \\ &\Leftrightarrow \left[(I - \overline{a \cdot b} \cdot (I - b \cdot c)) \right] = (I - \overline{a \cdot b} \cdot (I - (I - \overline{b}) \cdot (I - \overline{c}))) = \\ &= (I - \overline{a \cdot b} \cdot (I - I + \overline{b} + \overline{c} - \overline{b \cdot c})) = (I - \overline{a \cdot b} \cdot (\overline{b} + \overline{c} - \overline{b \cdot c})) = \\ &= (I - a \cdot b - a \cdot c + a \cdot \overline{b \cdot c}) \Rightarrow \\ &\Rightarrow \left[\left(I - \overline{a \cdot b} - \overline{a \cdot c} + \overline{a^2 \cdot b \cdot c} \right) \Leftrightarrow \left(I - \overline{a \cdot b} - \overline{a \cdot c} + \overline{a \cdot b \cdot c} \right) \right] \Rightarrow \left(\overline{a} \Leftrightarrow \otimes \right). \end{aligned}$$

Переходя к стохастической стороне «эндшпиля» и помятуя о том, что $(0 < p_{(a,b,c)} < 1)$, что всегда будет справедливым неравенство вида $q_a > 0$. Из этого следует, что исходное (19) верно, ч.т.д.

Следствие 2.1. Поскольку в ОЭП используется только ЛАУ, то согласно (19) в ОЭП (см. второе из (8)) всегда описывается только избыточное СоС ДС, что и приводит к пересечению сверху НО точного значения ВС ДС, вследствие чего эта НО также является ложной оценкой (заметим, что при этих рассуждениях не следует забывать, что здесь мы используем ГДИ [17, 20]).

Следствие 2.2. Для устранения этого недостатка необходимо при описании НО ВС ДС в ОЭП вместо ЛАУ

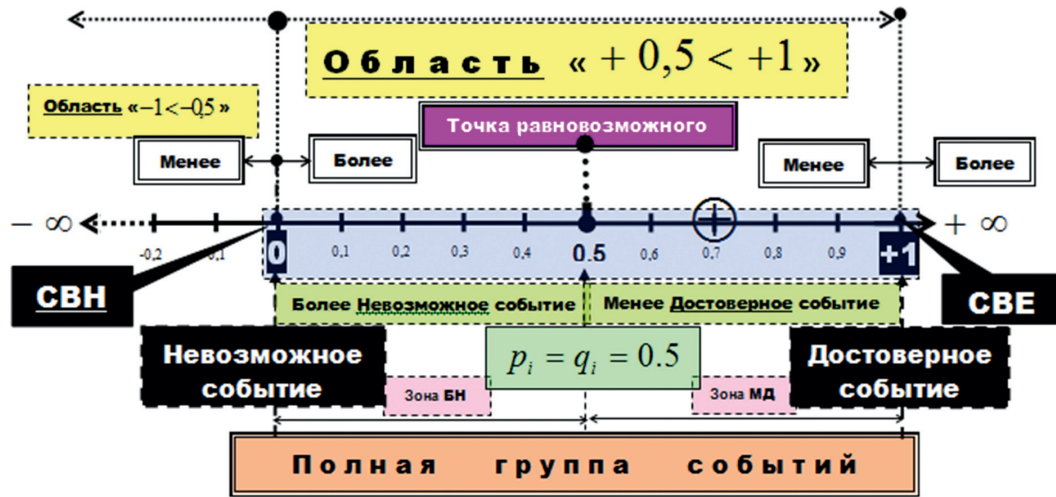


Рисунок 4 – Ось вероятностей

использовать известные правила ЛСУ [17, 20]. Тогда избыточного описания СоС ДС не будет иметь место, а ложная НО ВС ДС по ОЭП обратится в истинную, но в верхнюю ВО ВС ДС. Правила ЛСУ для ПР в НС (см. второе из (8) и [17, 20]) таковы:

$$\left. \begin{aligned} a * \overline{a} * \overline{b} &= a \\ \overline{a} * \overline{b} * \overline{a} * \overline{c} &= \overline{a} * \overline{b} * \overline{c} \\ \overline{a} * \overline{b} * \overline{c} * \overline{b} * \overline{d} &= \overline{a} * \overline{b} * \overline{d} + \overline{a} * \overline{b} * \overline{c} \\ a * b &= a * b \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

На рисунке 5 представлена графическая интерпретация изложенного в теоремах 1 и 2.

Таким образом, окончательно правила ЛСУ и ОЛФ будут выглядеть следующими:

Нижняя оценка (по ПЦ):

$$\left. \begin{aligned} \overline{a} * \overline{a} * \overline{b} &= \overline{a} \\ \overline{a} * \overline{b} * \overline{a} * \overline{c} &= \overline{a} * \overline{b} * \overline{c} \\ \overline{a} * \overline{b} * \overline{c} * \overline{b} * \overline{d} &= \overline{a} * \overline{b} * \overline{d} + \overline{a} * \overline{b} * \overline{c} \\ \overline{a} * \overline{b} &= \overline{a} * \overline{b} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left(E_{s,t}^H = \prod_{e=1}^{m_F} \overline{f}_e \mid (e=0) \Rightarrow \prod_{e=0}^{m_F} I \right) \leq E_{s,t} \quad (21)$$

где $\mid$ – «при условии», а

Верхняя оценка (по ПР):

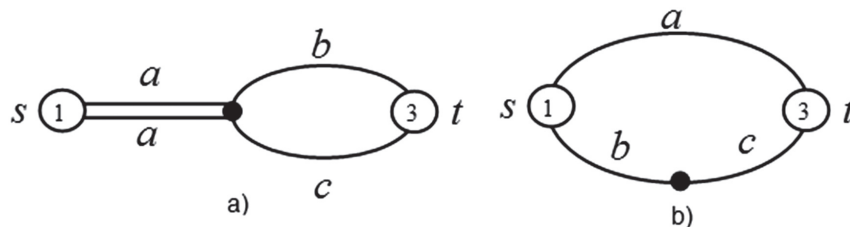


Рисунок 5 – Графическая интерпретация

$$\left. \begin{aligned} a * \overline{a} * \overline{b} &= a \\ \overline{a} * \overline{b} * \overline{a} * \overline{c} &= \overline{a} * \overline{b} * \overline{c} \\ \overline{a} * \overline{b} * \overline{c} * \overline{b} * \overline{d} &= \overline{a} * \overline{b} * \overline{d} + \overline{a} * \overline{b} * \overline{c} \\ a * b &= a * b \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left(E_{s,t}^B = \prod_{e=1}^{m_R} \overline{r}_e \mid (e=0) \Rightarrow \prod_{e=0}^{m_R} I \right) \geq E_{s,t} \quad (22)$$

На этом описание основного результата закончено.

4. Пример

Поскольку лимит на листы очень исчерпан, то обойдёмся «мостиком» (см. рисунок 1,в), множества ПЦ и ПР которого размещены соответственно в (1) и (2), а исходные данные по КГ рёбер – в (3). Итак, вычислим «поведение» НО ВС ДС, опираясь на формальные правила ОЛФ (19):

$$\begin{aligned} E_{s,t}^H &= I * \overline{5} * \overline{7} * \overline{9} = \overline{5} * \overline{7} * \overline{9} \rightarrow \overline{5} * \overline{7} * \overline{9} * \overline{5} * \overline{8} = \\ &= \overline{5} * \overline{7} * \overline{9} * \overline{8} = \overline{5} * \overline{7} * \overline{9} * \overline{8} \rightarrow \overline{5} * \overline{7} * \overline{9} * \overline{8} * \overline{6} * \overline{7} * \overline{8} = \dots \\ &\dots = \left(\overline{5} * \overline{6} * \overline{7} * \overline{8} + \overline{5} * \overline{7} * \overline{9} * \overline{8} \right) \rightarrow \\ &\rightarrow \left(\overline{5} * \overline{6} * \overline{7} * \overline{8} + \overline{5} * \overline{7} * \overline{9} * \overline{8} \right) * \overline{6} * \overline{9} = \dots \\ &\dots = \left(\overline{5} * \overline{6} * \overline{7} * \overline{8} * \overline{9} + \overline{5} * \overline{7} * \overline{6} * \overline{9} * \overline{8} \right) \end{aligned} \quad (23)$$

Подчёркнутый снизу двойной чертой есть окончательный результата на соответствующем шаге после ЛСУ операндов. Если из (21) убрать все промежуточные логические операции, то тогда мы получим короткую запись следующего вида:

$$\begin{aligned} E_{s,t}^H &= 5 \cdot 7 \cdot 9_1 \rightarrow 5 \cdot \overline{7 \cdot 9 \cdot 8_2} \rightarrow \\ &\rightarrow \left(\overline{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 + 5 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 8} \right)_3 \rightarrow \\ &\rightarrow \left(\overline{\overline{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 + 5 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 9 \cdot 8}} \right)_4. \end{aligned} \quad (24)$$

Воспользуемся нашими исходными данными (3) и покажем динамику «нормального» поведения НО ВС ДС, получаемой по изложенным в статье правилам ОЛФ (19), позволившим, наконец-таки, оценкам прекратить их взаимное перекрещивание и внезапно из НО превращаться в ВО ВС ДС, что было отличительнейшей чертой «классических» ОЭП. Восходящие НО ВС ДС таковы:

$$P_{s,t}^H = 0,315_1 \rightarrow 0,463_2 \rightarrow 0,631_3 \rightarrow \underline{\underline{0,766}}_4 = P_{s,t}. \quad (25)$$

Можно видеть, что на последнем 4-м шаге НО ВС ДС точно равна точному значению ВС ДС, вычисленному в (6).

Теперь, воспользовавшись правилами (22) опишем динамику «нормального» поведения ВО ВС ДС методом ОЛФ:

$$\begin{aligned} E_{s,t}^B &= I \cdot \overline{5 \cdot 6} = \underline{\underline{5 \cdot 6}} \rightarrow \left(\overline{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8} = \underline{\underline{6 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 8}} \right)_2 \rightarrow \\ &\rightarrow \left(\overline{6 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9} = \underline{\underline{6 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9 \dots + 6 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 8}} \right)_3 \rightarrow \\ &\rightarrow \left(\overline{\overline{6 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9 + 6 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 8}} \cdot \overline{8 \cdot 9} = \right) \\ &\rightarrow \left(\underline{\underline{6 \cdot 9 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 8 + 6 \cdot 5 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 9}} \right)_4. \end{aligned} \quad (26)$$

Воспользовавшись нашими исходными данными (3) легко получаем численные значения нисходящих ВО ВС ДС к точному значению ВС ДС:

$$P_{s,t}^B = 0,8 \rightarrow 0,788 \rightarrow 0,779 \rightarrow \underline{\underline{0,766}} = P_{s,t}. \quad (27)$$

Видно, что и ВО ВС ДС в итоге также стала равной точному значению ВС ДС, вычисленному в (6).

На базе полученных в (25) и (27) результатов вычислений можно легко построить график двойного изображения [17, 20] динамики восхождения НО и нисхождения ВО ВС ДС к точному значению ВС ДС. Этот график представлен на рисунке 6. Здесь же, на рисунке 6, показано, что на 2-м шаге вычислений был реализован ППП процедуры вычислений, вычислены оценочные параметры расчётов, руководствуясь которыми оператор должен решить, будет ли он (или не будет) продолжать вычисления.

5. Заключение

Мы полагаем, что постановка задачи реализована нами (соавторами) вполне достаточно и полно. Видно, что приведенные ОЭП не относятся к *NP*-классу. Эти новые оценки истинно *IN*-класса, базирующиеся на интеллект вычислителя-человека. Такой подход очень популярен среди структуристов-надёжностников.

Библиографический список

1. Кривулец В.Г. Об оценке оценок Эзари-Прошана в задачах анализа структурной надежности сетей связи // Труды 55-й Научной сессии, посвященной дню Радио / РНТОРЭС им. А.С.Попова, 2000.
2. Филин Б.П. О предельном развязывании клаттеров в оценках Полесского границ комбинаторной надёж-

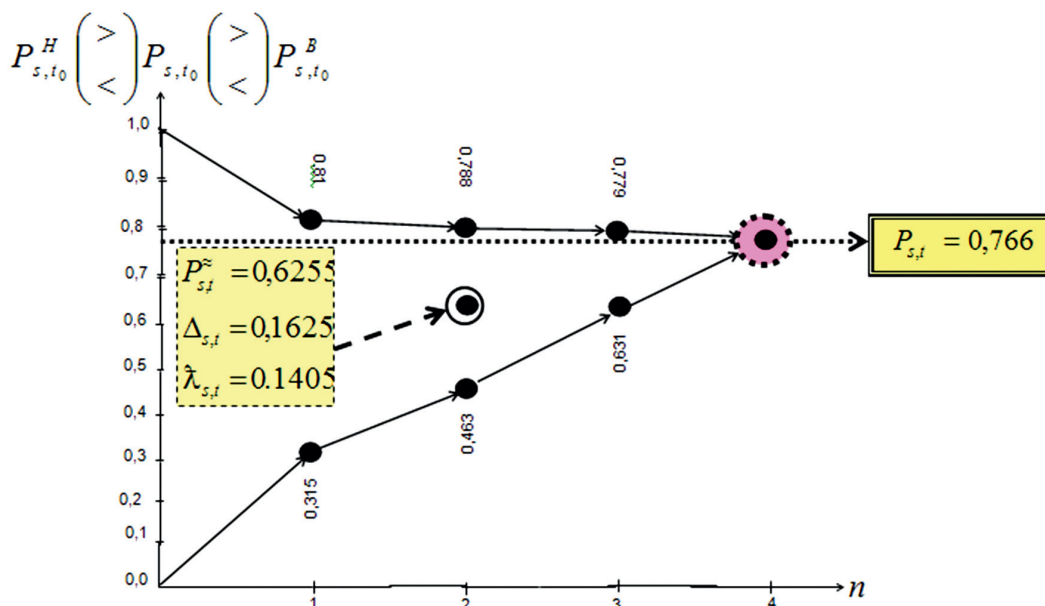


Рисунок 6 – График двойного изображения «поведения» ДСО ВС для «мостика» при принятых исходных данных

$$\forall l_{(5 \leq v \leq 9)} \in L[p_{(5 \leq v \leq 9)} = 0, (5 \leq v \leq 9)]$$

ности случайных бинарных систем // Автоматика и телемеханика. – 2005. – № 9. – С. 149-189.

3. Esary J., Proshan F. Coherent Structures of Non-Identical Components // Technometrics. 1963. V. 5. № 2. P. 191-209.

4. Эзари Дж., Прошан Ф. Надёжность связанных систем // Методы введения избыточности для вычислительных систем: Сб. М.: Радио и связь, 1966.

5. Барлоу Р., Прошан Ф. Математическая теория надёжности: Пер. с англ. / Под ред. Б.В. Гнеденко Б.В. М.: Сов. радио, 1969.

6. Барлоу Р., Прошан Ф. Статистическая теория надёжности и испытания на безотказность: Пер. с англ. / Под ред. Б.В. Гнеденко Б.В. М.: Наука, 1969.

7. Гэри М., Джонсон Д. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи. М.: Мир, 1982.

8. Лабути А.Г., Филин Б.П. Об уклонении от NP-полноты в оценках Эзари-Прошана // Автоматика и телемеханика. – 2017 (в печати).

9. Гадасин В.А. Триада субстанций в микромире «Корпускула – Случайность – Волна». Сборник статей ВНИИ ПВТИ, 2005.

10. Гадасин В.А. Аксиоматика концепции триад – трёхмерная группа // Труды XV-й международной конференции «Проблема безопасности сложных систем». М.: ИПУ РАН. 2007. С. 64-70.

11. Половко А.М., Гурович Б.И. : Техническая кибернетика, 1971, № 4, 78 с.

12. Пантелей В.Г., Шубинский И.Б. Расчётные методы оценки надёжности приборов. М.: Машиностроение, 1974. – 55 с.

13. Шубинский И.Б. Топологический метод и алгоритм определения стационарных показателей надёжности технических систем // Надёжность и качество. – 1984. – № 5. – С. 3-10.

14. Шубинский И.Б. Структурная надёжность информационных систем. Методы анализа. М.: Журнал Надёжность, 2012, 295 с.

15. Полесский В.П. Развязывания клаттеров, корреляционные неравенства и границы комбинаторной надёжности // Проблемы передачи информации. 1997. Т. 33. Вып.3. С. 50-70.

16. Носов М.В. Метод полного разложения мостиковых соединений в задачах анализа связности структурно-сложных двухполюсных сетей // Надёжность. 2015. № 4. С. 68-74.

17. Филин Б.П. Методы анализа структурной надёжности сетей связи. М.: Радио и связь, 1988.

18. Филин Б.П. Метод последовательного старта в определении простых сечений (печ.) / Деп. в ЦИВТИ, 07.07.1977г., № Д 2908 Н.

19. Богатырев В.А. К расчету надёжности сетей связи по совокупности путей // Электросвязь. 1981. № 2. С. 42-44.

20. Филин Б.П. О принципе дуальности в задачах анализа структурной надёжности сложных систем // Автоматика и телемеханика. – 1989. – № 6. – С. 158-172.

21. Иваницкая Л.Г. О функциях надёжности устройств релейного действия / Тез. Докладов научно-технической конференции профессорско-преподавательского состава ВЗЭИС под председательством ректора ВЗЭИС д.т.н. проф. Варакина Л.Е. М.: ВЗЭИС. 1967. Вып. 1. С. 111-132.

22. Hansler E. A fast recursive to calculate the reliability of a communication network // IEEE Trans. Commun. 1972. Com-20. № 3. P. 637-642.

23. Богатырев В.А. К расчету надёжности сети по совокупности путей // Электросвязь. –1981. – № 5. – С. 42-44.

24. Рябинин И.А., Черкесов Г.Н. Логико-вероятностные методы исследования надёжности структурно-сложных систем. М.: Радио и связь, 1981.

25. Ушаков И.А., Литвак Е.И. Верхняя и нижняя оценки параметров двухполюсной сети: Пер. с англ. // Изв. АН СССР, Техн. кибернетика, 1977.

26. Handbook of Reliability Engineering / Editor I.A. Ushakov, co-editor R. Harrison. N-Y.: John Wiley and Sons inc., 1994.

27. Филин Б.П. О методе экспресс-оценки и коэффициенте потенциальной структурной неуязвимости связей в сложных системах // Автоматика и телемеханика. – 1994. – № 5. – С. 158-182.

28. Victor A. Netes, Boris P. Filin. Consideration of Node Failures in Network-Reliability Calculation // IEEE Transactions on Reliability. – 1996. – Vol. 49. – № 1. P. 67-68.

29. Филин Б.П., Шапарев А.В. Об одном подходе к расчету вероятности сохранения максимального потока // Автоматика и телемеханика. – 2001. – № 1. – С. 102-117.

30. Басакер Р., Саати Т. Конечные графы и сети. М.: Наука, 1974.

31. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. М.: Наука, 1964.

32. Бураченко В.А., Колесников А.Н., Коржик В.И., Финк Л.М. Общая теория связи. Л.: Военная Краснознаменная Академия связи им. Маршала Советского Союза С.М. Будённого, 1970.

33. Давыденко В.П., Лоскутов Н.Г., Иванов Л.Т. Основы военной кибернетики. Л.: Военная Краснознаменная Академия связи им. Маршала Советского Союза С.М. Будённого, 1971.

Сведения об авторах

Александр Г. Лабути, Ордена Трудового Красного Знамени федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский технический университет связи и информатики», магистрант (1-й курс); ООО «Прогресс», инженер 2-ой категории, e-mail: aglabutin@gmail.com, Россия, Москва

Борис П. Филин, доктор технических наук, e-mail: filinbp41@mail.ru, Россия, Москва

Поступила 24.04.2017