Оригинальная статья
DOI: 10.21683/1729-2646-2017-17-2-24-30
УДК 621.3.019

Обработка данных, полученных при испытаниях на надежность

Борис И. Филиппов, *Новосибирский государственный технический университет, Новосибирск, Россия*
Татьяна Б. Труш, *Новосибирский государственный технический университет, Новосибирск, Россия*

Борис И. Филиппов

Татьяна Б. Труш

Резюме. Цель. *Развитие радиоэлектронной промышленности вызывает быстрый рост функциональности выпускаемых изделий, что в свою очередь приводит к усложнению структуры радиоэлектронных систем (РЭС) при одновременном повышении требований к их надёжности. Используемые модели имеют ряд недостатков, главным из которых является тот факт, что они позволяют получить точную оценку показателей безотказности только в отдельных (частных) случаях. Такая оценка пригодна для подтверждения требований технического задания, но она не предоставляет возможности провести анализ надёжности РЭС после изготовления опытной партии аппаратуры. Поэтому задача определения характеристик надёжности изготовленных образцов РЭС представляется актуальной.* **Методы.** *Рассматривается апостериорный анализ надёжности РЭС, который выполняется после изготовления опытной партии аппаратуры с целью определения её характеристик надёжности. Такие испытания необходимы потому, что на стадии проектирования устройства конструктор не располагает полными априорными сведениями, которые позволили бы заранее определить показатели надёжности с достаточно высокой достоверностью. Важным источником сбора информации о надёжности является система сбора данных о работе изделий в процессе их эксплуатации. Существуют два основных вида испытаний на надёжность. Один из них – определительные испытания, задачей которых является оценка показателей надёжности. Он характерен для крупносерийных изделий. Другой вид испытаний – контрольные испытания, задачей которых является проверка соответствия техническим условиям показателя надёжности системы. Второму виду испытаний и посвящена данная работа.* **Результаты.** *Необходимо ответить на вопрос, соответствуют ли характеристики надёжности изделия (изготовленной РЭС) заданным требованиям, предусмотренным техническими условиями на изготовление изделия. Для решения этой задачи используется математический аппарат статистической теории гипотез. Рассматриваются две гипотезы: гипотеза H_0 – среднее время наработки на отказ $t^*=T_0$ задаётся требованиями ТУ (изделие хорошее); гипотеза H_1 – среднее время наработки на отказ $t^*=T_1<T_0$ – альтернатива (изделие плохое). Процедура проверки гипотез имеет тот недостаток, что качество решения определяется после проведения испытаний. Такая процедура решения задачи проверки гипотез не является оптимальной. В работе рассмотрена последовательная процедура проверки гипотез (процедура Вальда), которая предполагает принятие решения после каждого отказа и остановку испытаний, если возможно принятие решения с заданным качеством. Показан алгоритм проверки и дан пример определения соответствия закона распределения полученной выборки показательному или другому закону распределения по критерию χ^2.* **Выводы.** *Показано, что при использовании процедуры испытаний [n, Б, r] качество решения будет таким же, как и для процедуры [n, B, r], если при этом обеспечивается такое же время испытаний t. При последовательной процедуре, если заранее не известны число отказов r и длительность испытаний, то используется комбинированный метод (смешанная процедура), когда дополнительно задается предельное число отказов r_0 и к правилу решения добавляется условие: если $r < r_0$, то применяется последовательная процедура; если $r = r_0$, то применяется обычная процедура. Показан алгоритм проверки соответствия закону распределения полученной выборки $w_1(y_i)$ показательному или другому закону распределения по критерию χ^2. Работа может представлять интерес для инженеров – разработчиков радиоэлектронных систем.*

Ключевые слова: *радиоэлектронная система, процедуры испытаний, время безотказной работы, длительность испытаний, правило Неймана-Пирсона, процедура Вальда, критерий χ^2.*

Формат цитирования: *Филиппов Б.И., Труш Т.Б. Обработка данных, полученных при испытаниях на надежность // Надежность. 2017. Т. 17, № 2. С. 24-30. DOI: 10.21683/1729-2646-2017-17-2-24-30*

Введение

Как известно, развитие радиоэлектронной промышленности вызывает быстрый рост функциональности выпускаемых изделий, что в свою очередь приводит к усложнению структуры радиоэлектронных систем (РЭС) при одновременном повышении требований к их надёжности. Используемые модели имеют ряд недостатков, главным из которых является тот факт, что они позволяют получить точную оценку показателей безотказности только в отдельных (частных) случаях [1–4]. Такая оценка пригодна для подтверждения требований технического задания, но она не предоставляет возможности провести анализ надёжности РЭС после изготовления опытной партии аппаратуры.

Следовательно, актуальной задачей является определение характеристик надёжности изготовленных образцов РЭС.

Задачи и решения

1. Задачи апостериорного анализа

Апостериорный анализ надёжности выполняется после изготовления опытной партии аппаратуры с целью определения её характеристик надёжности. Для этого проводятся статистические испытания РЭС по одной из ниже перечисленных процедур [5]:

а) процедура [*n*, Б, *r*] предполагает, что в испытаниях участвует *n* РЭС до *r* отказов без замены отказавших систем;

б) процедура [*n*, В, *r*] предполагает, что в испытаниях участвует *n* РЭС до *r* отказов с заменой отказавших систем (восстановление);

в) процедура [*n*, Б, *T*] предполагает, что в испытаниях участвует *n* РЭС в течение заданного времени *T*(длительность испытаний) без замены отказавших систем;

г) процедура [*n*, В, *T*] предполагает, что в испытаниях участвует *n* РЭС в течение заданного времени *T* с заменой отказавших систем (восстановление);

д) смешанные процедуры: [*n*, Б, *r*/*T*] или [n, В, *r*/*T*] предполагают, что задана длительность испытаний и число отказов; испытания прекращаются, когда либо *r*, либо *T* достигают заданного значения; при этом, если длительность испытаний до последнего отказа $t_r \leq T$, то обработка результатов выполняется по процедурам а) или б), если $t_r > T$, то обработка результатов выполняется по процедурам в) или г);

е) процедура [*n*, Б, *n*] – испытания проводятся до отказа всех *n* РЭС, участвующих в испытаниях; эта процедура используется редко, в основном, в тех случаях, когда необходимо определить статистические характеристики последовательности отказов отдельных элементов РЭС.

В каждой из процедур испытаний можно выделитьряд достоинств и недостатков, некоторые из которых будут продемонстрированы в последующих разделах.

Обработка результатов испытаний имеет целью решение одной из двух задач:

1-я задача. Определение характеристик надёжности изготовленных образцов РЭС;

2-я задача. Определение степени соответствия характеристик надёжности изготовленных образцов РЭС техническим условиям.

Первая задача рассмотрена в [6].

2. Проверка соответствия характеристик надёжности техническим условиям

(2-я задача)

Проверка соответствия характеристик надёжности РЭС заданным требованиям является второй задачей её испытаний на надёжность. Необходимо ответить на вопрос, соответствуют ли характеристики надёжности изделия (изготовленной РЭС) заданным требованиям, предусмотренным техническими условиями на изготовление изделия. Для решения этой задачи используется математический аппарат статистической теории гипотез [5].

Постановка задачи исследования

1. В результате испытаний по процедуре [*n*, В, *r*] с заменой (восстановлением) отказавших систем получена выборка моментов времени отказов ($t_1, \ldots, t_r$), по которой определена выборка интервалов времени между отказами ($y_1, \ldots, y_r$).

2. Рассматриваются две гипотезы:

- гипотеза H_0: среднее время наработки на отказ $t^*=T_0$ задано требованиями ТУ (изделие хорошее);

- гипотеза H_1: $t^*=T_1<T_0$ – альтернатива (изделие плохое).

3. Известно, что плотность распределения интервалов между отказами соответствует показательному закону (если это не так, то производится проверка соответствия экспериментальных данных принятой теоретической модели).

4. Решение о справедливости той или иной гипотезы принимается по правилу Неймана-Пирсона, для которого при заданной вероятности ошибок первого рода получается наименьшее значение вероятности ошибок второго рода.

По полученным результатам испытаний необходимо ответить на вопрос, какая из гипотез справедлива.

Описание метода решения задачи исследования

1. Выборка – это точка в *r*-мерном пространстве Y, рисунок 1.

До начала испытаний пространство выборки необходимо разбить на два подпространства в соответствии с принятым правилом решения:

$$\text{если } (y_1,\ldots,y_r) \in y_r^{(H_0)} \xrightarrow{\gamma_0} H_0,$$
$$\text{если } (y_1,\ldots,y_r) \in y_r^{(H_1)} \xrightarrow{\gamma_1} H_1, \qquad (1)$$

где γ_0 – решение в пользу гипотезы H_0, а γ_1 – в пользу гипотезы H_1.

При этом возможны и ошибочные решения:

– ошибка первого рода: γ_0/H_1 – риск заказчика,

– ошибка второго рода: γ_1/H_0 – риск изготовителя.

Соответственно, правильные решения имеют вид: γ_0/H_0 и γ_1/H_1.

2. Согласно правилу Неймана-Пирсона:

- риск заказчика $\alpha=P\{\gamma_0/H_1\}$ (вероятность ошибок первого рода задаётся заказчиком);

- риск изготовителя $\beta=P\{\gamma_1/H_0\}$ (вероятность ошибок второго рода минимизируется изготовителем).

Показатель качества решения: $(1-\beta)=P\{\gamma_1/H_1\}$ – вероятность правильного решения, что изделие плохое.

3. Вычисляем отношение правдоподобия

$$L(y_1, y_2, \dots, y_r) = \frac{w_r(y_1, \dots, y_r / H_0)}{w_r(y_1, \dots, y_r / H_1)}.$$

Это даёт возможность преобразовать правило решения в r-мерном пространстве (1) в правило решения в одномерном пространстве, когда отношение правдоподобия сравнивается с некоторым порогом

решение γ_0: H_0, если $L(y_1, \dots, y_r) \geq C$,

решение γ_1: H_1, если $L(y_1, \dots, y_r) \leq C$.

4. Определяем порог C для правила Неймана-Пирсона.

Порог C определяется через заданное α следующим образом.

$$\alpha = P\{\gamma_0/H_1\} = P\{L(y_1, \dots, y_r) \geq C/H_1\} \quad (2)$$

Перепишем правило (2) в виде

$\ln L(y_1, \dots, y_r) \geq \ln C$, то решение γ_0, иначе γ_1. (3)

Тогда

$$\ln L(y_1, \dots, y_r) \geq \ln \prod_{i=1}^{r} \frac{w_1(y_i/H_0)}{w_1(y_i/H_1)} = \sum_{i=1}^{r} \ln\left(\frac{w_1(y_i/H_0)}{w_1(y_i/H_1)}\right),$$

если y_i – независимы, то

$$w_r(y_1, \dots, y_r / H_0) = \prod_{i=1}^{r} w_1(y_i/H_0)$$

При условии замены отказавших систем (процедура $[n, B, r]$)

$$w_1(y_i / H_0) = \frac{n}{T_0} e^{-\frac{n}{T_0} y_i},$$

где $\lambda_0 = \frac{1}{T_0}$ – допустимая интенсивность отказов хороших изделий,

$$w_1(y_i / H_1) = \frac{n}{T_1} e^{-\frac{n}{T_1} y_i},$$

где $\lambda_1 = \frac{1}{T_1} > \lambda_0$ – интенсивность отказов изделий, не удовлетворяющих техническим условиям.

Тогда

$$\frac{w_1(y_i/H_0)}{w_1(y_i/H_1)} = \frac{T_1}{T_0} e^{-ny_i(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T_1})}$$

и отношение правдоподобия принимает вид

$$\ln L(y_1, \dots, y_r) = \sum_{i=1}^{r} \left\{ n\frac{T_1}{T_0} - ny_i\left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T_1}\right) \right\} =$$

$$= r\ln\frac{T_1}{T_0} + n\left[\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_0}\right]\sum_{i=1}^{r} y_i = r\ln\frac{T_1}{T_0} + \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_0}\right)t_\Sigma. \quad (4)$$

Правило решения (3) с учётом (4) принимает вид

$t_\Sigma \geq K$, то решение γ_0, иначе γ_1,

$$\text{где порог } K = f(C) = \frac{C - r\ln\frac{T_1}{T_0}}{\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_0}}. \quad (5)$$

5. Порог K может быть определён с помощью таблиц распределения χ^2. Для этого перепишем (2) в виде

$$P\{t_\Sigma \geq K/H_1\} = \alpha \quad (6)$$

и преобразуем переменную t_Σ таким образом, чтобы новая переменная имела нормированное распределение χ^2.

Известно, что $t_\Sigma = n\sum_{i=1}^{r} y_i$ – это сумма экспоненциально распределённых случайных величин y_i. Следовательно, t_Σ имеет ненормированное распределение χ^2. Для его нормирования, как и в [6], необходимо ввести новую переменную $\tau = \left(\frac{2t_\Sigma}{t*}\right)$.

Тогда с учётом того, что гипотеза H_1 соответствует среднему времени наработки на отказ $t*=T_1$, вероятность (6) принимает вид

$$P\left\{\frac{2t_\Sigma}{t*} \geq \frac{2K}{T_1}\right\} = \alpha \text{ или } P\left\{\tau \geq \frac{2K}{T_1}\right\} = \alpha,$$

где τ имеет $\chi^2(2r)$ распределение с $2r$ степенями свободы.

На этом распределении (рисунок 2) $\frac{2K}{T_1} = \chi^2_\alpha(2r)$, что соответствует α%-точке распределения $\chi^2(2r)$.

Следовательно, порог (5) равен

$$K = \frac{T_1}{2}[\chi^2_\alpha(2r)]. \quad (7)$$

6. Для порога решения (7) найдём риск изготовителя β, значение которого для правила Неймана-Пирсона будет минимальным.

Согласно правилу Неймана-Пирсона и уравнению (6)

$$\beta = P\{\gamma_1/H_0\} \text{ или } \beta = P\left\{t_\Sigma < K/H_0\right\}. \quad (8)$$

Переходим к нормированному распределению $\chi^2(2r)$

$$\beta = P\left\{\frac{2t_\Sigma}{T_0} < \frac{2K}{T_0}\right\}, \text{ или } \beta = P\left\{\tau < \frac{2K}{T_0}\right\},$$

где $\dfrac{2K}{T_0} = \chi^2_{(1-\beta)}(2r)$, что соответствует $(1-\beta)$%-точке распределения $\chi^2(2r)$, рисунок 2.

Учитывая, что T_0 и K известны, можно определить $(1-\beta)$ –показатель качества решения.

Следует обратить внимание на то, что

$$\chi^2_{(1-\beta)}(2r) = \frac{T_1}{T_0}\chi^2_\alpha(2r),$$

$$\frac{\chi^2_{(1-\beta)}(2r)}{\chi^2_\alpha(2r)} = \frac{T_1}{T_0}, \qquad (9)$$

то есть, α% и $(1-\beta)$% точки $\chi^2(2r)$ распределения отличаются во столько же раз, во сколько полученное в результате испытаний среднее время наработки на отказ T_1 хуже заданного T_0.

Таким образом, необходимо знать четыре параметра: $\dfrac{T_1}{T_0}, \alpha, \beta, r$ (или T_1, T_0, r, α). Обычно три из этих параметров задаются в начале испытаний, а четвёртый определяется.

В заключение следует заметить, что при использовании процедуры испытаний $[n, \text{Б}, r]$ качество решения будет таким же, как и для процедуры $[n, \text{В}, r]$, если обеспечивается такого же суммарного времени испытаний t_Σ.

Прикладная интерпретация и иллюстрация полученных результатов исследования

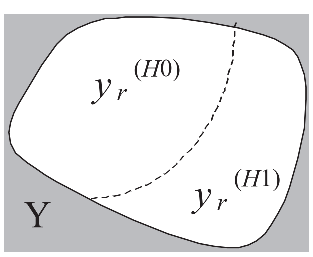

Рис. 1– Пространство выборки Y

Пример. Проверка гипотезы о величине среднего времени безотказной работы

В таблице 1 приведена выборка интервалов безотказной работы, полученная при испытании радиотехнической системы на надежность по плану [1, В, 50], т.е. рассматривается одна РЭС ($n = 1$) с заменой отказавших систем (восстановлением), где число отказов равно 50 ($r = 50$). Будем считать, что восстановление после отказа происходит настолько

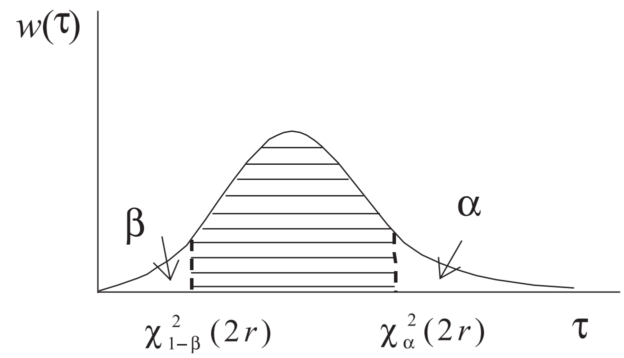

Рис. 2 – α% и $(1-\beta)$% точки $\chi^2(2r)$ распределения

быстро, что можно не учитывать время, затраченное на восстановление.

Табл. 1 – Выборка интервалов безотказной работы при испытании РЭС по плану [1, В, 50]

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y_i,ч	118	1,5	85	45	169	243	145	49	39	138
i	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
y_i,ч	17	267	107	115	331	17	70	20,5	5	102
i	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
y_i,ч	117	115	112	65	306	93	50	96	71	280
i	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
y_i,ч	7	9,5	53	4	28	257	364	123	159	116
i	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
y_i,ч	52	18,5	2	34	35	14	48	1	2,5	43

Пусть задана величина среднего времени безотказной работы системы $T_0 = 100$ ч. По данным испытаний необходимо проверить гипотезу $T_{\text{ср}} = 100$ ч. Риск изготовителя принимаем равным $\alpha = 0{,}05$. Оптимальная по критерию Неймана-Пирсона процедура проверки указанной гипотезы, где число отказов равно 50 ($r = 50$), состоит в сравнении суммарной наработки системы за время испытаний с порогом:

$$K = \frac{T_0}{2}\chi^2_{1-\alpha}(2r) = 50\chi^2_{0,95}(100) = 3896{,}5 \text{ ч}.$$

Используя данные таблицы 1, найдем суммарную наработку системы во время испытаний:

$$t_\Sigma = \sum_{i=1}^{50} y_i = 4759{,}5 \text{ ч}.$$

Так как суммарная наработка $t_\Sigma = 4759{,}5$ ч, т.е. больше порога $K = 3896{,}6$ ч, то следует принять решение о соответствии ТУ. Полагая $T_1 = 75$ ч, можно определить риск заказчика β. Согласно (8.1)

$$\chi^2_{(1-\beta)}(100) = \frac{75 \cdot \chi^2_{0,05}(100)}{100} = 93{,}265.$$

По таблице процентных точек распределения находим: $1 - \beta = 0{,}67$, откуда вычисляем риск заказчика $\beta = 0{,}33$.

Оценивание и проверка гипотезы при небольшом числе отказов

Покажем, насколько ухудшилось бы качество оценивания среднего времени безотказной работы и проверки гипотезы о величине этого показателя надежности, если бы испытания системы на надежность останавливали при появлении 10-го отказа. Из таблицы 1. находим, что суммарная наработка к моменту появления 10-го отказа равна $t_\Sigma = \sum_{i=1}^{10} y_i = 1032,5$ ч. Длительность испытания уменьшается в $\frac{4759,5}{1032,5} \approx 4,6$ раз по сравнению с испытаниями до 50-го отказа. Оценка максимального правдоподобия среднего времени безотказной работы в этом случае равна

$$T_{\text{ср}} = \frac{1032,5}{10} = 103,25 \text{ ч.}$$

По таблицам процентных точек χ^2-распределения находим для коэффициента доверия $\gamma = 0,96$.

Для испытаний до 50-го отказа при коэффициенте доверия $\gamma = 0,96$ получаем

$$\chi^2_{0,5-0,48}(100) = 131, \ \ \chi^2_{0,5+0,48}(100) = 73.$$

Нижняя доверительная граница равна

$$\frac{2t_\Sigma}{\chi^2_{0,02}(100)} = \frac{9519}{131} \approx 73 \text{ ч.}$$

Верхняя доверительная граница равна

$$\frac{2t_\Sigma}{\chi^2_{0,98}(100)} = \frac{9519}{73} \approx 130 \text{ ч.}$$

Таким образом, доверительный интервал для среднего времени безотказной работы определяется равенством

$$73 \le T_{\text{ср}} \le 130 \text{ ч.}$$

Длина доверительного интервала равна 57 ч.

По таблицам процентных точек χ^2-распределения находим для коэффициента доверия $\gamma = 0,96$

$$\chi^2_{0,5-0,48}(20) = 35,02, \ \ \chi^2_{0,5+0,48}(20) = 9,24.$$

Нижняя доверительная граница равна

$$\frac{2t_\Sigma}{\chi^2_{0,02}(20)} = \frac{9519}{35,02} \approx 272 \text{ ч.}$$

Верхняя доверительная граница равна

$$\frac{2t_\Sigma}{\chi^2_{0,98}(20)} = \frac{9519}{9,24} \approx 1030 \text{ ч.}$$

Таким образом, доверительный интервал для среднего времени безотказной работы определяется равенством

$$272 \le T_{\text{ср}} \le 1030 \text{ ч.}$$

Длина доверительного интервала равна 758 ч, т.е. увеличилась почти в 14 раз по сравнению с испытаниями до 50-го отказа при том же коэффициенте доверия.

Рассмотрим теперь задачу проверки гипотезы о том, что $T_{\text{ср}} = 100$ ч по выборке $r = 10$. В этом случае при $\alpha = 0,05$ пороговое значение равно

$$K = \frac{T_0}{2}\chi^2_{1-\alpha}(2r) = 50\chi^2_{0,95}(20) = 50 \cdot 10,85 = 542,5 \text{ ч.}$$

Так как $t_\Sigma = \sum_{i=1}^{10} y_i = 1032,5$ ч, т.е. больше порога $K = 542,5$ ч, то гипотеза принимается (устройство соответствует ТУ). Полагая $T_1 = 75$ ч, находим риск заказчика:

$$\chi^2_{(\beta)}(20) = \frac{100}{75} \cdot 10,85 = 14,5, \ \ \beta = 0,8.$$

Таким образом, величина риска заказчика оказалась совершенно приемлемой.

Увеличим риск изготовления до $\alpha = 0,3$. Пороговое значение при этом будет равно

$$K = \frac{T_0}{2}\chi^2_{1-\alpha}(2r) = 50\chi^2_{0,7}(20) = 50 \cdot 16,27 = 813,5 \text{ ч.}$$

Решение о том, что гипотеза верна, остается в силе. Находим риск заказчика

$$\chi^2_{(\beta)}(20) = \frac{100}{75} \cdot 16,27 = 21,7, \ \ \beta = 0,35.$$

Мы убеждаемся, что при объеме выборки $r = 10$ вероятностные характеристики принятого решения не могут удовлетворить ни заказчика, ни изготовителя и, следовательно, испытания необходимо продолжать.

3. Последовательная (пошаговая) процедура проверки гипотез

Рассмотренная в разделе 2 процедура проверки гипотез имеет тот недостаток, что качество решения определяется после проведения испытаний (вначале испытываем, а затем находим оценку качества результата). Такая процедура решения задачи проверки гипотез не является оптимальной и, следовательно, не экономичной.

В то же время известна последовательная процедура проверки гипотез (процедура Вальда), которая предполагает попытку принятия решения после каждого отказа и остановку испытаний, если возможно принятие решения с заданным качеством. При этом α, β задаются и с помощью последовательной процедуры пытаются найти статистику $y_1, y_2, \ldots, y_r$, которая минимизирует среднее число отказов: $m\{r/H_0\}$ или $m\{r/H_1\}$, необходимое для принятия решения.

Точное решение задачи получить трудно. Практически используется приближённое правило решения, когда отношение правдоподобия сравнивается с двумя порогами:

если $t_\Sigma \leq K_1$, то решение $\gamma_1{:}H_1$ (изделие не удовлетворяет ТУ);

если $K_0 < t_\Sigma < K_1$, то решение $\gamma_к$ (испытания продолжать); (10)

если $t_\Sigma \geq K_0$, то решение $\gamma_0{:}H_0$ (изделие удовлетворяет ТУ).

Недостаток последовательной процедуры: заранее неизвестно число отказов r и длительность испытаний. Поэтому иногда используется комбинированный метод (смешанная процедура), когда дополнительно задается предельное число отказов r_0 и к правилу решения (10) добавляется условие:

если $r<r_0$, то применяется последовательная процедура;

если $r=r_0$, то применяется обычная процедура, например, рассмотренная в разделе 2.

4. Оценка закона распределения

Как уже отмечалось, прежде чем определять характеристики надежности по результатам испытаний, необходимо проверить соответствие закона распределения полученной выборки $w_1(y_i)$ показательному закону распределения (например, $w_1(y_i) = n\lambda e^{-n\lambda y_i}$ или другому). Это можно сделать по критерию χ^2.

Алгоритм проверки

1. Выбор процедуры испытаний.

2. Испытания, получение выборки $(t_1, t_2, \ldots t_y)$, $(y_1, y_2, \ldots y_i)$.

3. Всё время испытаний делится на k равных интервалов.

4. Определение количества отказов в каждом интервале m_i.

5. Находим точечную оценку $\hat{\lambda} = \dfrac{r-1}{t_\Sigma}$. (11)

Предположим, что закон распределения y_i – экспоненциальный.

6. Вычисляем теоретическую вероятность числа отказов в каждом интервале.

$$P_i = 1 - e^{-n\hat{\lambda}\frac{t_\Sigma}{k}} \qquad (12)$$

и оценку вероятности отказов в каждом интервале

$$\hat{P}_i = \frac{m_i}{r}. \qquad (13)$$

Результаты расчётов заносятся в таблицу.

Определяется

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{\left(\hat{P}_i - P_i\right)^2}{P_i} \leq \chi^2_\alpha\left(k-1-\theta\right), \qquad (14)$$

где $\chi^2_\alpha(k-1-\theta)$ – допустимое отклонение, $\alpha \ll 1$, θ – количество параметров оцениваемого закона распределения.

Если неравенство (14) справедливо, то полученные экспериментальные результаты не противоречат предполагаемому теоретическому закону распределения.

Пример

В таблице 2 приведена выборка интервалов безотказной работы, полученная при испытании радиотехнической системы на надежность по плану [1, B, 112], т.е. рассматривается одна РЭС (n = 1) с заменой отказавших систем (восстановлением), где число отказов равно 112 (r = 112). Будем считать, что восстановление после отказа происходит настолько быстро, что можно не учитывать затраченное на восстановление время.

Используя данные таблицы 2, найдем суммарную наработку системы во время испытаний:

$$t_\Sigma = \sum_{i=1}^{112} y_i = 11363 \text{ ч.}$$

Пусть все испытания делятся на k равных интервалов (k = 8).

Табл. 2 – Выборка интервалов безотказной работы при испытании РЭС по плану [1, B, 112]

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
y_i,ч	120	1,5	82	45	169	243	145	49	39	138	11	267	108	121	331	17
i	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32
y_i,ч	70	20,5	5	102	117	115	112	65	306	93	50	96	71	280	7	9,5
i	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48
y_i,ч	53	4	28	255	366	123	159	116	52	18,5	2	34	35	14	48	1
i	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64
y_i,ч	2,5	43	249	99	104	103	122	32	337	18	19	205	60	8,5	154	388
i	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
y_i,ч	10	4,5	9	74	24	177	44,5	10,5	292	150	21	126	189	16	38	92
i	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96
y_i,ч	57	31	7	97	108	111	113	70	298	98	69	100	75	275	11	9
i	97	98	99	100	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112
y_i,ч	7	49	260	88	101	105	117	28	327	15	19	211	67	4,5	143	357

Найдем точечную оценку по формуле (11):

$$\hat{\lambda} = \frac{r-1}{t_\Sigma} = \frac{112-1}{11363} = 0,0098 \text{ 1/ч.}$$

Вычисляем теоретическую вероятность числа отказов в каждом интервале по формуле (12) и оценку вероятности отказов в каждом интервале по формуле (13) и результаты заносим в таблицу 3.

Табл. 3 – Результаты расчёта надёжности

Временной интервал	m_i (число отказов в интервале)	$\hat{P}_i$ (оценка вероятности отказов)	P_i (теоретическая вероятность)
1	37	0,3304	1
2	10	0,0893	1
3	15	0,1339	1
4	7	0,0625	1
5	2	0,0179	1
6	4	0,0357	0,999999991
7	3	0,0268	0,999999877
8	2	0,0179	0,999999099

Значения теоретической вероятности P_i равны единице или близки к единице, поскольку значение правой части формулы (12) стремится к нулю; например, для $k = 1$: $e^{-n\hat{\lambda}\frac{t_\Sigma}{k}} = 4,35 \cdot 10^{-49} \to 0.$

Далее по формуле (14) найдем $\chi^2 = 6,71$, а с помощью таблицы процентных точек χ^2-распределения найдем для $k-1-\theta = k-1-1 = 6$ степеней свободы и уровня значимости $\alpha = 0,05$ пороговое значение

$$\chi^2_{0,05}(6) = 12,592.$$

Таким образом,

$$\chi^2 \le \chi^2_{0,05},$$

следовательно, по критерию согласия χ^2 гипотеза об экспоненциальности не противоречит результатам испытаний на надежность системы.

Выводы

1. При использовании процедуры испытаний $[n, Б, r]$ качество решения будет таким же, как и для процедуры $[n, В, r]$, если обеспечивается такое же суммарное время испытаний t_Σ.

2. При последовательной процедуре, если заранее неизвестны число отказов r и длительность испытаний, используется комбинированный метод (смешанная процедура), когда дополнительно задается предельное число отказов r_0 и к правилу решения добавляется условие:

- если $r<r_0$, то применяется последовательная процедура;

- если $r=r_0$, то применяется обычная процедура, например, рассмотренная в разделе 2.

3. Показан алгоритм проверки соответствия закона распределения полученной выборки $w_1(y_i)$ показательному или другому закону распределения по критерию χ^2.

4. Работа может представлять интерес для инженеров – разработчиков радиотехнических систем.

Библиографический список

1. Жаднов В.В., Полесский С.Н. Проектная оценка надёжности радиотехнических систем/ В.В. Жаднов, С. Н. Полесский//Надёжность и качество: тр. Международного симпоз. в 2 т. Т.1/ под ред. Н. К. Юркова. Пенза: Изд-во Пенз. Гос. Ун-та, 2006.С. 24– 29.

2. Жаднов В.В., Сарафанов А.В. Управление качеством при проектировании теплонагруженных радиоэлектронных средств/В. В. Жаднов, А. В. Сарафанов. М.: Солон-Пресс. 2004. 464 с.

3. Артюхова М.А., Жаднов В.В., Полесский С.Н. Метод учёта влияния системы менеджмента надёжности предприятия при расчётной оценке показателей надёжности электронных средств/ М.А. Артюхова, В.В. Жаднов, С.Н. Полесский //Радіоелектроніка, інформатика, управління. – 2013. – №2. – С. 48– 53.

4. Филиппов Б.И. Априорный анализ надёжности радиотехнических систем без восстановления/ Б.И. Филиппов // Известия ВолгГТУ, серия Электроника, измерительная техника, радиотехника и связь, выпуск 12.– 2015. – № 11 (176) . – С. 97-103.

5. Левин Б.Р. Теория надёжности радиотехнических систем/ Б.Р. Левин.М.:Сов.Радио,1978. – 264 с.

6. Филиппов Б.И. Апостериорный анализ надёжности радиоэлектронных систем/ Б.И. Филиппов // Вестник АГТУ, серия Управление, вычислительная техника и информатика. – 2015. – № 4. – С. 81-91.

Сведения об авторах

Борис И. Филиппов – кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры защиты информации Новосибирского государственного технического университета. 630099, Новосибирск, ул. Урицкого, д. 17, кв. 13, тел. +79232256721, e-mail: Fillippov-boris@rambler.ru

Татьяна Б. Труш – студент кафедры защиты информации Новосибирского государственного технического университета. 630017, Новосибирск, ул. Б.Богаткова, д. 192/5, кв. 183, тел. +79538075706, e-mail: Tanuza95@mail.ru

Поступила 20.12.2016