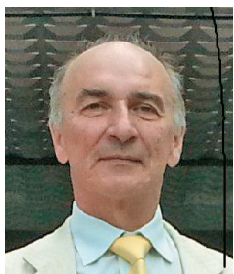


Оценка коэффициента деградации цензурированного геометрического процесса

Александр В. Антонов, Обнинский институт атомной энергетики (ИАТЭ НИЯУ МИФИ), Обнинск, Россия
Игорь Ф. Моисеев, Акционерное общество «Всероссийский научно-исследовательский институт по эксплуатации атомных электростанций» (АО «ВНИИАЭС»), Москва, Россия
Валерий А. Чепурко, Обнинский институт атомной энергетики (ИАТЭ НИЯУ МИФИ), Обнинск, Россия



Александр В.
Антонов



Игорь Ф. Моисеев



Валерий А.
Чепурко

Резюме. Цель. В статье рассмотрено поведение восстанавливаемых объектов, которые являются сложными системами и формируют неоднородный во времени поток отказов. Для описания надежности объектов использована модель геометрических процессов. Математическая модель этих процессов позволяет учитывать как старение, так и омоложение системы. В первом случае интенсивность потока отказов усиливается с течением времени. Это соответствует периоду старения, когда интенсивность отказов постепенно увеличивается, система отказывает все чаще и чаще. Во втором случае интенсивные в начале эксплуатации отказы со временем становятся реже. Такой этап эксплуатации в технической литературе называется периодом приработки. Частным случаем модели геометрических процессов являются обычные процессы восстановления. В реальных условиях эксплуатации не все наработки могут завершиться отказом. Возникают ситуации, когда, к примеру, во время профилактических работ выявляется какой-либо недостаток объекта наблюдения, и объект заменяется на другой. Или по ряду причин необходима какая-то процедура, для выполнения которой объект выводится из эксплуатации и также заменяется на идентичный. При этом выведенный из рабочего режима объект ремонтируется, модернизируется или просто находится в резерве. Другая ситуация с незавершенной наработкой возникает в том случае, когда наблюдение за объектом исследования прекращено. Точнее говоря, объект на момент времени завершения наблюдения над ним продолжает работать. Например, может быть известно, что на настоящий момент времени объект функционирует. Обе описанные ситуации классифицируют наработку как цензурированную справа. Задача состоит в нахождении оценок параметров математической модели геометрического процесса по известным полным и цензурированным справа наработкам, предположительно подчиняющимся модели геометрического процесса. Для полных наработок эта задача решена для различных распределений в [11–16]. Известно, что учет цензурированных данных ведет к улучшению качества оценивания. В данной работе задача оценивания решается в ситуации наличия полных и цензурированных справа данных. Кроме того, целью работы является аналитическое обоснование улучшения качества оценивания при учете цензурирования, а также практическая проверка разработанного метода на реальных данных. **Методы.** Для решения задачи оценивания параметров модели геометрических процессов применяется метод максимального правдоподобия. При этом в функции правдоподобия учитываются цензурированные справа данные. Полученная система уравнений решается численным методом Ньютона–Рафсона. **Выводы.** Выведены формулы для получения оценки по методу максимального правдоподобия параметров модели в предположении различных законов распределения наработки до первого отказа. Полученные формулы позволяют получать оценки параметров модели геометрических процессов при наличии в них неопределенности в виде цензурирования справа данных. Аналитически доказано повышение точности оценок при учете цензурированных справа данных. Определены значения параметров по реальным данным функционирования элемента системы управления защитой реактора БиАЭС.

Ключевые слова: деградация оборудования, неоднородный поток отказов, геометрический процесс восстановления, знаменатель процесса, восстанавливаемая система, метод максимального правдоподобия, цензурирование справа.

Формат цитирования: Антонов А.В., Моисеев И.Ф., Чепурко В.А. Оценка коэффициента деградации цензурированного геометрического процесса // Надежность. 2017. Т. 17, № 2. С. 4–10. DOI: 10.21683/1729-2646-2017-17-2-4-10

Введение

В процессе работы техническое оборудование, как известно, проходит несколько стадий эксплуатации. В зависимости от стадии эксплуатации изменяются показатели надежности оборудования, а также способы их расчета. До недавних пор наибольшее внимание уделялось периоду нормальной эксплуатации, на котором параметр (интенсивность) потока отказов является приблизительно постоянной величиной. В этом случае предполагается однородность во времени процесса функционирования оборудования, и показатели надежности рассчитываются классическими способами, представленными, например, в [1]. Но при расчете показателей надежности необходимо учитывать и два других периода: приработки и интенсивного износа, когда параметр потока отказов в одном случае убывает, а в другом возрастает со временем. В общем случае могут иметь место и другие, более сложные зависимости от времени.

В [1–3] можно встретить краткий обзор различных математических моделей учета неоднородности потоков отказов. В качестве основных моделей неоднородности потоков событий в современной теории используются неоднородные пуассоновские потоки, гамма-процессы, процессы восстановления с трендом, потоки, построенные по модели нормализующей функции и, наконец, геометрические процессы восстановления.

Геометрические процессы описываются одной из самых простых моделей неоднородных (во времени) процессов восстановления. Модель этих процессов появилась сравнительно недавно [4–10] и пока еще не приобрела такой популярности, как модели обычных процессов восстановления. Это, в первую очередь, вызвано тем, что до сих пор не исследованы многие теоретические вопросы, связанные со свойствами этих процессов, а также отдельные вопросы нахождения оценок параметров модели геометрических процессов восстановления при различных исходных данных. Так, в работах [11–16] приводятся и исследуются некоторые методы оценивания (в основном метод максимального правдоподобия) коэффициента деградации (знаменателя) геометрического процесса восстановления при наличии полной статистической информации об отказах. В [16] приведен непараметрический способ построения доверительного интервала для знаменателя геометрического процесса, позволяющий проверить статистическую гипотезу о наличии того или иного вида геометрического процесса.

Цель настоящей работы состоит в построении оценки по методу максимального правдоподобия параметров модели в ситуации, когда статистические данные содержат неопределенность в виде незавершенной наработки между отказами. Определим такую наработку цензурированной справа наработкой между отказами. Кроме этого, целью работы является доказательство факта увеличения точности оценок параметров исследуемой модели при учете цензурированных данных.

Исходными данными для необходимых расчетов являются полные и цензурированные справа наработки между отказами некоторого множества (или совокупности) однородных элементов. Здесь однородность понимается как идентичность оборудования, одинаковые условия эксплуатации, примерно один и тот же возраст и т.п. Нарботки имеют одинаковую размерность.

Неоднородность потока отказов геометрического типа

Название процесса напрямую связано с понятием геометрической прогрессии. Геометрические процессы являются обобщением процессов восстановления. В отличие от обычного процесса восстановления, который моделирует идеальный ремонт, геометрические процессы могут быть полезны для моделирования, например, несовершенного ремонта, когда получающиеся длительности циклов процесса неодинаково распределены. Тем не менее, по сравнению с другими неоднородными процессами модель достаточно бедна, поскольку длительности цикла «регулируются» одним и тем же параметром. Геометрические процессы (в контексте теории надежности) были определены в работах [4–7].

Определение. Случайная величина (с.в.) ξ равна с.в. η по распределению, если их функции распределения одинаковы: $F\xi(x)=F\eta(x)$. Равенство по распределению обозначается следующим образом.

$$\xi \stackrel{d}{=} \eta. \quad (1)$$

Определение. Последовательность неотрицательных (типа времени жизни) независимых с.в. $\{\Delta_k; k=1,2,\dots\}$ образует геометрический процесс (geometric process) GP, если выполняется равенство по распределению

$$\Delta_{k+1} \stackrel{d}{=} \gamma \Delta_k, k=1,2,\dots, \quad (2)$$

где $\gamma > 0$ — вещественная константа, называемая, по аналогии с геометрической прогрессией, знаменателем геометрического процесса. При значениях, меньших единицы, будем называть знаменатель γ коэффициентом деградации.

Исходная информация

Будем предполагать, что под наблюдением находится k однотипных мгновенно восстанавливаемых объектов, каждый из которых имеет реализацию наработок между отказами (рисунок 1). Другими словами, наблюдается k однородных независимых геометрических процессов. При этом под однородностью понимается то, что каждый процесс имеет один и тот же знаменатель γ .

Наряду с этим допустим, что есть информация о неполных (незавершившихся отказом) наработках между отказами. Так, на рисунке 1 для первого объекта полные

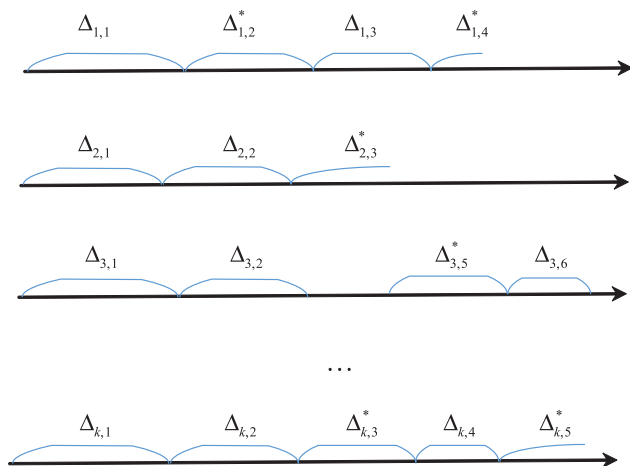


Рис. 1 – Совокупность однородных геометрических процессов

ми наработками будут: первая наработка – $\Delta_{1,1}$, третья – $\Delta_{1,3}$. Четвертая наработка – неполная, поскольку геометрический процесс к тому моменту времени, когда наблюдение этого процесса прекратилось, не завершился отказом. Кроме этого неполной наработкой будет вторая наработка. В реальности это соответствует ситуации, когда наблюдаемый объект был заменен по какой либо причине, к примеру, профилактическое обслуживание выявило какой-нибудь серьезный недостаток. При этом, очевидно, к $\Delta_{1,2}^*$ нельзя отнести как к полной наработке. Таким образом, незавершившиеся отказом наработки будем называть цензурированными справа и будем понимать, что это могло произойти как минимум по двум возможным причинам – прекращение наблюдения или замена оборудования.

Обозначим такие неполные наработки $\Delta_{i,j}^*$ и определим соответствующий геометрический процесс как цензурированный справа геометрический процесс.

Кроме этого предположим, что в общем случае в таблице данных возможны пропуски, например, у третьего объекта отсутствует информация о третьей и четвертой наработках, а далее пятая и т.д. присутствуют. Это предположение касается и неполных наработок.

Транспонируем таблицу данных, т.е. сгруппируем информацию согласно номеру наработки. Пусть самая последняя наблюдаемая наработка будет иметь номер s . Исходную информацию представим в следующем виде:

$$\left((\Delta_{1,1}, \dots, \Delta_{n_1,1}), (\Delta_{1,1}^*, \dots, \Delta_{m_1,1}^*) \right) - \text{реализация} \\ \text{первых наработок} - (\Delta_1, \Delta_1^*); \quad (3)$$

$$\left((\Delta_{1,2}, \dots, \Delta_{n_2,2}), (\Delta_{1,2}^*, \dots, \Delta_{m_2,2}^*) \right) - \text{реализация} \\ \text{вторых наработок} - (\Delta_2, \Delta_2^*); \quad (4)$$

$$\left((\Delta_{1,s}, \dots, \Delta_{n_s,s}), (\Delta_{1,s}^*, \dots, \Delta_{m_s,s}^*) \right) - s\text{-х наработок} \\ \text{между отказами} - (\Delta_s, \Delta_s^*). \quad (5)$$

В силу соотношения (2) $i+1$ наработка между отказами связана с первой наработкой следующей зависимостью по распределению: $\Delta_{i+1}^d = \gamma^i \Delta_1, i = 0, 1, \dots$. Таким образом, функция распределения $F_{i+1}(x)$, функция надежности (ВБР) $P_{i+1}(x)$, плотность распределения $i+1$ наработки $f_{i+1}(x)$ будут определяться на основе соответствующих функциональных характеристик первой наработки $F_1(x)$, $P_1(x)$ и $f_1(x)$ по аналогии с работой [14]:

$$F_{i+1}(x) = F_1(\gamma^i x), P_{i+1}(x) = P_1(\gamma^i x), f_{i+1}(x) = \gamma^i f_1(\gamma^i x). \quad (6)$$

Рассмотрим далее вопрос оценивания неизвестных параметров модели геометрических процессов в предположении следующих законов распределения первой наработки между отказами:

$$P_1(x) = \exp(-\lambda x^\beta), \quad (7)$$

$$P_1(x) = \exp(-\lambda_1 x - \lambda_2 x^2). \quad (8)$$

Функция надежности (7) относится к распределению Вейбулла-Гнеденко, (8) – описывает распределение с линейно-возрастающей интенсивностью отказов (см. [1]). Очевидно, что и (7), и (8) обобщают показательное распределение, получающееся при $\beta = 1$ и $\lambda_1 = \lambda, \lambda_2 = 0$ соответственно.

Очевидно, что распределения (7) и (8) можно обобщить распределением вида:

$$P_1(x) = \exp\left(-\sum_{i=1}^p \lambda_i x^{\beta_i}\right). \quad (9)$$

При $\beta_1 = \beta, \lambda_1 = \lambda, \lambda_2 = \dots = \lambda_p = 0$ получаем (7), при $\beta_1 = 1, \beta_2 = 2, \lambda_3 = \dots = \lambda_p = 0$ получаем распределение (8) и, наконец, при $\beta_1 = 1, \lambda_1 = \lambda, \lambda_2 = \dots = \lambda_p = 0$ получаем показательное распределение.

Рассмотрим далее в качестве основного метода оценивания неизвестных параметров модели метод максимального правдоподобия (ММП).

Метод максимального правдоподобия

Оценки параметров моделей будем определять стандартным методом максимального правдоподобия. Запишем функцию правдоподобия, применяя (6) и обозначая $\bar{\theta} = (\lambda, \beta)$ вектор (возможно) неизвестных параметров закона распределения:

$$L(\gamma, \bar{\theta}) = \prod_{i=1}^s \prod_{j=1}^{n_i} f_i(\Delta_{j,i}) \prod_{k=1}^{m_i} P_i(\Delta_{k,i}^*) = \\ = \prod_{i=1}^s \prod_{j=1}^{n_i} \gamma^{-i+1} f_1(\gamma^{-i+1} \Delta_{j,i}) \prod_{k=1}^{m_i} P_1(\gamma^{-i+1} \Delta_{k,i}^*).$$

Естественно ожидать, что параметры $\bar{\theta}$ могут быть частично или полностью известны.

Логарифмическая функция правдоподобия (ЛФП) будет выглядеть следующим образом

$$l(\gamma, \bar{\theta}) = \sum_{i=1}^s \left(\sum_{j=1}^{n_i} \left[(-i+1) \ln \gamma + \ln f_1(\gamma^{-i+1} \Delta_{j,i}) \right] + \sum_{k=1}^{m_i} \ln P_1(\gamma^{-i+1} \Delta_{k,i}^*) \right)$$

Несложно выводится упрощенный вариант ЛФП:

$$l(\gamma, \bar{\theta}) = \sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^{n_i} \ln f_1(\gamma^{-i+1} \Delta_{j,i}) + \sum_{i=1}^s \sum_{k=1}^{m_i} \ln P_1(\gamma^{-i+1} \Delta_{k,i}^*) - N_1 \ln \gamma, \quad (10)$$

$$\text{где } N_1 = \sum_{i=1}^s (i-1)n_i = n_2 + 2n_3 + \dots + (s-1)n_s. \quad (11)$$

Подставив в данное выражение плотность распределения (9), получаем формулы для оценки параметров модели. После ряда замен и упрощений ЛФП обобщенного распределения примет вид:

$$l(\gamma, \bar{\theta}) = \sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^{n_i} \ln \left(\sum_{l=1}^p \lambda_l \beta_l \gamma^{-(i-1)\beta_l} \Delta_{j,i}^{\beta_l-1} \right) - \sum_{l=1}^p \lambda_l \sum_{i=1}^s C_i(\beta_l) \gamma^{-(i-1)\beta_l} - N_1 \ln \gamma. \quad (12)$$

Представим ЛФП для конкретных распределений: Распределение Вейбулла – Гнеденко.

$$l = N_2 \cdot (\ln \lambda + \ln \beta) - \beta N_1 \ln \gamma + (\beta-1)C_0 - \lambda \sum_{i=1}^s C_i(\beta) \cdot \gamma^{-(i-1)\beta}, \quad (13)$$

$$\text{где } N_2 = \sum_{i=1}^s n_i = n_1 + \dots + n_s, \quad (14)$$

Распределение с линейно возрастающей функцией интенсивности.

$$l = \sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^{n_i} \ln (\lambda_1 + 2\lambda_2 \gamma^{-(i-1)}) - \sum_{l=1}^2 \lambda_l \sum_{i=1}^s C_i(\beta_l) \gamma^{-(i-1)\beta_l} - N_1 \ln \gamma. \quad (15)$$

Показательное распределение.

$$l = N_2 \ln \lambda - N_1 \ln \gamma - \lambda \sum_{i=1}^s C_i(1) \cdot \gamma^{-(i-1)}, \quad (16)$$

В формулах (12)-(16) введены следующие обозначения:

$$C_0 = \sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^{n_i} \ln(\Delta_{j,i}), \quad C_i(\beta) = \sum_{j=1}^{n_i} (\Delta_{j,i})^\beta + \sum_{k=1}^{m_i} (\Delta_{k,i}^*)^\beta. \quad (17)$$

Обоснование необходимости учета цензурирования

Исследуем, как наиболее простую, оценку коэффициента деградации при ЛФП (16). Если интенсивность показательного закона известна, то оценка параметра γ будет являться решением уравнения:

$$\frac{\partial l}{\partial \gamma} = -\frac{N_2}{\gamma} + \lambda \left(\frac{C_2(1)}{\gamma^2} + \frac{2C_3(1)}{\gamma^3} + \dots + \frac{(s-1)C_s(1)}{\gamma^s} \right) = 0. \quad (18)$$

Таким образом, оценка $\hat{\gamma}$ является решением уравнения $\phi(\hat{\gamma}) = \frac{N_2}{\lambda}$, где

$$\phi(\gamma) = \frac{C_2(1)}{\gamma} + \frac{2C_3(1)}{\gamma^2} + \dots + \frac{(s-1)C_s(1)}{\gamma^{s-1}}.$$

Поскольку $C_i(\beta) \geq 0$, то $\phi(\gamma)$ – монотонно убывающая функция, имеющая множеством значений полупрямую $(0, +\infty)$, и уравнение (18) имеет единственное решение. Найдем вторую производную ЛФП:

$$\frac{\partial^2 l}{\partial \gamma^2} = \frac{N_2}{\gamma^2} - \lambda \left(\frac{2C_2(1)}{\gamma^3} + \frac{6C_3(1)}{\gamma^4} + \dots + \frac{(s-1)sC_s(1)}{\gamma^{s+1}} \right).$$

Вторая производная ЛФП в точке экстремума $\hat{\gamma}$ будет определяться выражением:

$$\left. \frac{\partial^2 l}{\partial \gamma^2} \right|_{\gamma=\hat{\gamma}} = -\frac{\lambda}{\hat{\gamma}^2} \left(\frac{C_2(1)}{\hat{\gamma}} + \frac{4C_3(1)}{\hat{\gamma}^2} + \dots + \frac{(s-1)^2 C_s(1)}{\hat{\gamma}^{s-1}} \right) < 0. \quad (19)$$

Последнее неравенство еще раз доказывает, что экстремум $\hat{\gamma}$ является точкой максимума. Но самое главное следствие из (19) состоит в том, что учет цензурированных наработок, согласно (17), увеличивает коэффициенты $C_i(1)$. Это влечет увеличение «крутизны» ЛФП и, следовательно, точности получаемых оценок.

Практическое применение

Для демонстрации возможностей модели геометрических процессов рассмотрим пример ее практического



Рис. 2 – Параметр потока отказов КНК-56

применения при статистическом анализе данных об отказах камер нейтронных компенсированных (КНК-56) системы управления и защиты реактора (СУЗ) Билибинской АЭС. Ранее (см. к примеру [17]), при проведении такого рода анализа было выявлено, что ряд элементов СУЗ, в частности и КНК-56, формируют неоднородный во времени поток отказов (рисунок 2).

На рисунке можно отметить относительно высокую частоту отказов в 80-ых годах и затем последовавшую низкую интенсивность отказов. Факт неоднородности был доказан рядом соответствующих статистических критериев [17].

Можно ожидать, что данное поведение интенсивности будет некоторым образом соответствовать модели геометрических процессов, причем со знаменателем $\gamma > 1$. Такой вывод позволял сделать предварительный анализ достаточно представительной статистики об отказах, появившейся в последнее время (таблица 1).

В таблице 1 выборочно приведены наработки между отказами первых пяти из 16 (по четыре на каждом из 4-х блоков БиАЭС) элементов КНК-56. В паре с наработками $\Delta_{j,i}$ приводится «индикатор полноты данных» $\delta_{j,i}$, равный 1, если соответствующая наработка является полной, и равный 0, в том случае, если она цензурирована справа.

Приведем результаты расчетов параметров моделей (12)–(15) в таблице 2. Необходимо отметить, что расчеты

по модели с линейно возрастающей интенсивностью (14) совпали с результатами расчетов показательного закона (15), что говорит о том, что второй параметр – интенсивность λ_2 при таких исходных данных является лишним. Поэтому было принято решение применить обобщенную модель (9) с числом слагаемых $p=2$:

$$P_1(x) = \exp(-\lambda_1 x^{\beta_1} - \lambda_2 x^{\beta_2}).$$

Судя по наибольшему значению ЛФП в таблице 1, наиболее подходящей моделью закона распределения является обобщенная модель (9) и распределение Вейбулла-Гнеденко. Важно отметить, что в каждом

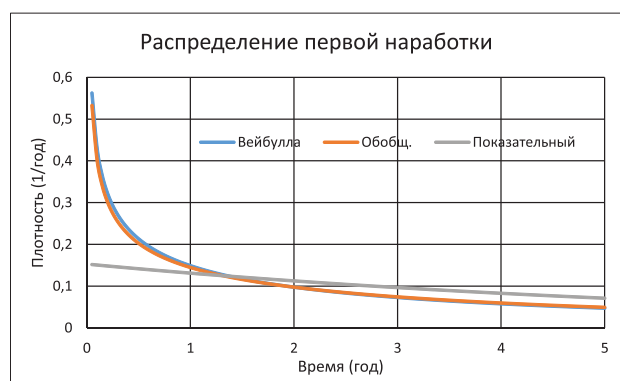


Рис. 3 – Различные модели распределения наработки между первым и вторым отказами

Табл. 1 – Нарботки между отказами КНК-56

Элемент	бл.1-ИК1		бл.1-ИК10		бл.1-ИК18		бл.1-ИК9		бл.2-ИК1	
Нарботка i	$\Delta_{1,i}$	$\delta_{1,i}$	$\Delta_{2,i}$	$\delta_{2,i}$	$\Delta_{3,i}$	$\delta_{3,i}$	$\Delta_{4,i}$	$\delta_{4,i}$	$\Delta_{5,i}$	$\delta_{5,i}$
1	5,900	1	0,481	1	0,381	1	2,833	1	1,772	0
2	7,022	0	6,036	1	7,075	0	3,556	1	9,192	1
3	0,469	1	5,700	1	1,058	0	0,042	1	3,931	0
4	0,589	0	0,658	1	0,003	0	1,050	1	0,003	1
5	14,494	0	0,047	0	0,014	1	0,622	1	0,003	1
6	13,608	0	0,608	1	0,058	1	12,817	0	0,450	0
7			28,183	1	28,028	0	15,742	0	12,289	1
8			0,369	0					3,844	0
9									6,019	1
10									3,586	0

Табл. 2 – ММП-оценки параметров моделей

Закон	Оценки					
Вейбулла-Гнеденко	γ	λ	β	ЛФП- I		
	1,226	0,316	0,647	-179,784		
Лин. возр. интенсивность	γ	λ_1	λ_2	β_1	β_2	ЛФП- I
	1,156	0,153	0	1	2	-189,927
Обобщенная модель (9)	γ	λ_1	λ_2	β_1	β_2	ЛФП- I
	1,218	0,202	0,101	0,747	0,447	-179,675
Показательный	γ	λ	ЛФП- I			
	1,156	0,153	-189,927			

случае параметр геометрического процесса оказался больше 1. Т.е., выдвинутая выше гипотеза об этом параметре оказалась предположительно верной. Обоснованно принять решение о соответствии модели геометрических процессов позволит или доверительный интервал, или же соответствующий статистический критерий, аналогичный [16]. Исследования в этом направлении предполагается провести в дальнейшем.

В заключение приведем рисунки 3 и 4. На первом приведены графики плотности распределения наработки между первым и вторым отказами. На втором функции надежности (ВБР) первых пяти наработок КНК-56. Заметна тенденция к постепенному улучшению показателей надежности.

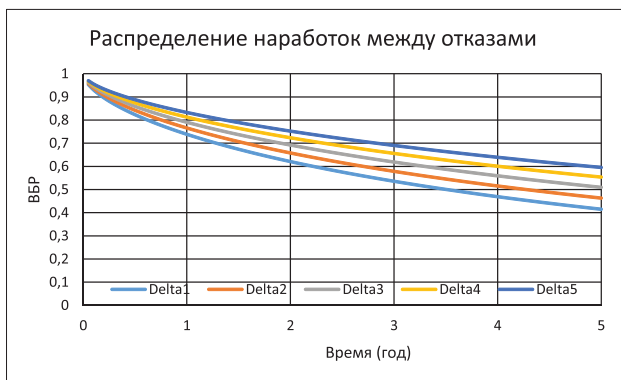


Рис. 4 – Функции надежности первых пяти наработок между отказами

Заключение

В работе представлена геометрическая модель процессов восстановления для расчета характеристик надежности объектов, формирующих неоднородный во времени поток отказов. Для оценивания параметров модели применяется метод максимального правдоподобия. Работа продолжает исследование оценок параметров в модели геометрических процессов. Так, основной чертой представленной работы является возможность учета цензурированных справа данных. Такого рода неопределенность возникает при замене неотказавшего оборудования, а также в случае прекращения наблюдений над ним. Аналитически показано, что такой учет улучшает точность оценивания. Проведены расчеты параметров различных моделей законов распределения по данным эксплуатации элементов КНК-56 СУЗ Билибинской АЭС.

Библиографический список

1. Антонов А.В., Никулин М.С., Никулин А.М. Чепурко В.А. Теория надежности. Статистические модели // Учебное пособие – М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. – 576 с. + Доп. Материалы [Электронный ресурс. Режим доступа <http://www.znaniyum.com>] – (Высшее образование: Бакалавриат). – ISBN 978-5-16-010264-1

2. Чепурко С.В., Чепурко В.А. Модели неоднородных потоков в теории восстановления//Монография. – Обнинск: ИАТЭ, 2012. – 164 с.
3. Finkelstein M.S. A scale model of general repair. *Microelectronics and Reliability*, 33, 41-46. 1993.
4. Саенко Н.Б. Учет неполноты восстановления элементов при расчете надежности систем. *Известия вузов. Приборостроение*. 1994, Т.37, №11-12, с. 76-79.
5. Lam Y. Geometric processes and replacement problem // *Acta Mathematicae Applicatae Sinica, English Series.* – 1988.–Vol. 4(4).– Pp. 366–377.
6. Lam Y. A note on the optimal replacement problem // *Advances in Applied Probability.*–1988.–Vol. 20.–Pp. 479–482.
7. Lam Y. Some limit theorems in geometric processes // *Acta Mathematicae Applicatae Sinica, English Series.* – 2003.–Vol. 3(19).–Pp. 405–416.
8. Braun W.J., Li W., Zhao Y.Q. Properties of the geometric and related processes // *Naval research logistics.* – 2005.–Vol. 52.–Pp. 607–616.
9. Antonov A.V., Chepurko V.A. On some characteristics of geometric processes // *Journal of Reliability and Statistical Studies*, April 2012, Vol. 5 (S), P.1-14.
10. Antonov A.V., Chepurko V.A. Researching some characteristics of geometric processes // *Proceedings of the International Conference on Risk analysis – ICRA4 Limassol, Cyprus*, 2011. p.9-17.
11. Antonov A.V., Poliakov A.A. One Statistical Age-Dependent Reliability Model in Operating of Nuclear Power Plant Equipment//July 1 – 4, 2007. MMR’ 2007. International Conference on Mathematical Methods in Reliability. “Methodology, Practice and Interference”. Glasgow, GB. 2007.
12. Антонов А.В., Караулов И.Н, Чепурко В.А. Оптимизация проведения профилактических работ с учетом деградации и старения оборудования// *Диагностика и прогнозирование состояния сложных систем: сборник научных трудов № 16 каф. АСУ.* – Обнинск: ИАТЭ, 2006. – с. 31-37.
13. Антонов А.В., Караулов И.Н, Чепурко В.А The optimization of carrying out maintenance taking into consideration the degradation. and ageing of equipment// *Degradation, damage, fatigue and accelerated life models in reliability testing: in proceedings of the international Conference, Anger, France*, 2006.-p. 122-125.
14. Антонов А.В., Поляков А.А., Чепурко В.А. Оценка параметров модели геометрического процесса методом максимального правдоподобия // *Надежность.* – 2012. – № 3(38). – С. 33-41.
15. Антонов А.В., Поляков А.А., Чепурко В.А. Модель анализа надежности объектов с неполным восстановлением // *Надежность.* – 2011. – № 3(38). – С. 33-41.
16. Чепурко С.В., Чепурко В.А. Об одном методе обнаружения неоднородности потока отказов оборудования АЭС // *Известия ВУЗов. Ядерная энергетика.* – 2012. – № 2. – С. 65-73.

17. Вероятностный анализ показателей надежности и остаточного ресурса оборудования подсистем СУЗ Билибинской АЭС на основе информации об отказах за период 1974-2010/ Моисеев И.Ф., Антонов А.В. и др., Технический отчет – М.: ВНИИАЭС, 2011.

Сведения об авторах

Александр В. Антонов – профессор, доктор технических наук, декан факультета кибернетики Обнинского института атомной энергетики. Россия, 249020, Калужская обл., Обнинск, Студгородок, д. 1, e-mail: chepurko@iate.obninsk.ru

Игорь Ф. Моисеев – руководитель проекта, кандидат физико-математических наук, Акционерное общество «Всероссийский научно-исследовательский институт по эксплуатации атомных электростанций» (АО «ВНИИАЭС»). Россия, 109507, Москва, Ферганская ул., 25, e-mail: mif898@mail.ru

Валерий А. Чепурко – доцент кафедры АСУ, кандидат физико-математических наук, доцент Обнинского института атомной энергетики. Россия, 249020, Калужская обл., Обнинск, Студгородок, д. 1, e-mail: chepurko@iate.obninsk.ru

Поступила 20.12.2016