

Лидский Э.А., Селиванов И.С.

НАДЕЖНОСТЬ РАССЕИВАНИЯ ПРИМЕСЕЙ ПРИ УДАЛЕНИИ ОТ ОДИНОЧНОГО ИСТОЧНИКА ЗАГРЯЗНЕНИЯ

Рассеивание примесей при удалении от источника загрязнения. Предлагается способ прогнозирования засорения атмосферы различными выбросами производства и эксплуатации. Существует ряд математических моделей распространения вредной примеси. Выбор модели зависит от множества факторов. Модель определяется назначением расчета, и, в свою очередь, определяет подход к решению. В статье рассматриваются только две модели. Основные положения работы носят общий характер.

Ключевые слова: источник загрязнения, модель, концентрация, атмосфера, случайный выбор, регенерация, интенсивность загрязнения

1. Постановка задачи

Проведем имитационный процесс загрязнения атмосферы от одиночного источника. Параллельно укажем условия, выполнение которых обеспечивает надежность рассеивания.

Загрязнение оценивается концентрацией примесей по мере удаления от источника. Помимо источника примеси поступают и из атмосферы. Назовем % таких примесей k . Особенностью k является то, что k может быть как положительным, так и отрицательным. Более подробно атмосферу не рассматриваем.

Предположим, что два одинаковых объема v_1 и v_2 расположены на фиксированном расстоянии друг от друга. Назовем v_1 входным, а v_2 – выходным измерением концентрации вредных примесей в атмосфере. Входное измерение v_1 определяется физическими процессами, происходящими в источнике примесей. Выходное измерение определяется рассеиванием и влиянием атмосферы.

Фиксированное расстояние l между v_1 и v_2 зададим. Например, $l = 100$. Назовем n_0 – концентрацию примесей в v_1 (входное измерение), n_1 – концентрацию примесей в v_2 (выходное измерение). Каждое частное измерение в силу имитационного подхода является случайным.

Процесс выделения примесей в источнике через определенное время $t = t_0$ минут после начала работы становится статистически стационарным, среднюю концентрацию и дисперсию примесей $\bar{n}_0$, $\bar{\sigma}_0^2$ можно считать постоянными.

Назовем t_1 время, по истечении которого процесс в объеме v_2 также можно считать статистически стационарным. Фиксированному расстоянию l сопоставим такое случайное время t_1 , что при превышении t_1 может выполняться неравенство между концентрациями

$$n(t_0) > n(t_1). \quad (1)$$

Выполнение (1) есть признак того, что на 100-метровом отрезке действительно происходит рассеивание.

Заметим, что направление связи между v_1 и v_2 несущественно. Несовпадение с вектором скорости движения самой атмосферы означает только, что связь проводится в направлении проекции вектора скорости.

Пусть весь участок в зоне, ближней к источнику, разбит на отрезки фиксированной длины.

Выбор времени t_1 связан с противоречивыми требованиями: с одной стороны рост t_1 дает большую гарантию выполнения (1), с другой – избыточность t_1 исключает время, минимально необходимое для сопоставления с расстоянием 100 м. Предлагается следующий порядок выбора t_1 .

1. Определяется минимальное значение t_0 . Для этого проверяются значения $rnd(t_0)$ при ряде возможных t_0 . В результате принято за минимальное $t_0 = 0.05$, то есть выделение примесей в объеме v_1 быстро приводит к статистически стационарному состоянию.

2. Начиная от t_0 производится рост t_1 с увеличением на 0.05 на каждом шаге. Процедура заканчивается на том шаге, на котором результаты операции $rnd(t_1)$ становятся ощутимо различными по порядку цифр, то есть статистическая стационарность нарушается. В примере получено $t_1 = 0.35$.

3. Примем наибольшее случайное число последнего шага окончательно за t_1 .

Установим максимальные промежутки времени t_m^k между соседними измерениями. Тогда $t_0 + t_m^1$ есть отрезок времени, в котором находится следующее после момента t_0 измерение. В примере $t_m^1 = 0.3$.

Изберем случайное время следующего после t_0 измерения $t_1 \in (t_0 + t_m^1)$ с помощью функции $rnd(t_0 + t_m^1) \rightarrow t_1$. Получим $t_1 = 0.247$.

Назовем точку t_0 и последующие временные точки, определяемые по тому же плану, точками регенерации $Tr_0, Tr_1, Tr_2 \dots$ Для второй точки регенерации получим

$$rnd(t_1 + t_m^2) \rightarrow t_2 \text{ и.т.д.}$$

(не стоит задавать $t_m^k \rightarrow \infty$; это практически не имеет смысла).

Таким образом, получается последовательность точек измерений, в которых рассеивание является надежным, если выполняются условия $n(t_0) > n(t_1) > n(t_2) > \dots$ Здесь $n(t_k)$ – концентрация примеси на момент измерения в точке Tr_k .

Теперь легко установить связь между расстоянием и временем. Для стартового периода $(0, t_0]$ расход времени на единицу длины расстояния равен

$$\gamma = \frac{t_0}{l}. \quad (2)$$

Для точки t_1 дополнительное расстояние от начала отсчета $l_1 = \frac{t_1 - t_0}{\gamma}$ и получаем полное расстояние $l + l_1$ и.т.д.

Будем считать расход времени на единицу расстояния $\gamma = const$, хотя возможен учет изменения γ в точках регенерации.

Для каждой k -ой регенерации можно найти вероятность ее осуществления

$$q_k = \int_{t_{k-1}}^{t_k} p_k(t) b(t) dt \quad (3)$$

где $p_k(t)$ – вероятность события: точка t принадлежит интервалу $(t_{k-1}, t_k]$ (отвечает k -ой регенерации), $b(t)$ – плотность распределения концентрации примесей в объеме v_2 .

Таким образом, расстояние, как таковое, исключается из рассмотрения.

Выполнение (1) будет определяться распределением случайной величины t на оси времени. Тогда в ближней окрестности источника схема в примере приводится к следующему варианту (см. рис.1).

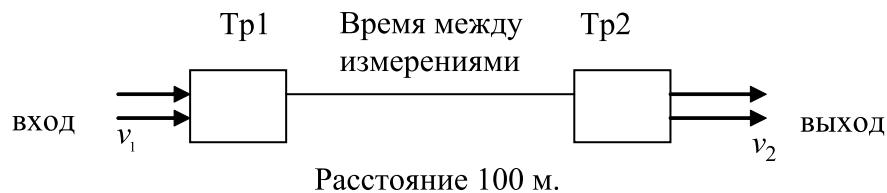


Рис. 1.

Точки Тр1, Тр2 – две первые точки регенерации. Пусть p_{n_1} – вероятность концентрации примесей n_1 на момент измерений в Тр1 и p_{n_2} – вероятность концентрации примесей n_2 в Тр2 на тот же момент измерений, что в Тр1. Но в Тр2 концентрация примесей складывается из n_2 и возможных k изменений за время t . Значения k могут быть отрицательными. Тогда атмосферное влияние улучшает рассеивание. Так как следует рассчитывать на наихудший случай, отрицательные k не учитываем.

Не учитывая отрицательные k , введем концентрацию атмосферы как

$$m_1 = 1 - n_1, \quad m_2 = 1 - n_2 - k \quad (4)$$

Оба участвующих в (3) распределения задаются исходя из анализа физических процессов в источнике и атмосфере. Решение прикладной задачи рассеивания начинается с выбора вероятности $p_k(t)$ и распределения $b(t)$.

2. Надежность рассеивания примесей в ближней окрестности источника

Под условиями надежности понимается назначение $p_k(t)$, $b(t)$, удовлетворяющее (1), (2), (3), (4). Согласно (1) концентрация n_2 должна падать с ростом t .

Будем считать изменения m_1 пуассоновским случайным процессом. Для точки Тр k имеем

$$p_k(t) = \frac{(\lambda t)^k}{k!} e^{-\lambda t}$$

Что касается $b(t)$, то в ближайшей окрестности рекомендуется [1] пользоваться Гауссовым законом распределения (рис. 2).



Интеграл (3) в элементарных функциях не вычисляется. Параметры распределения Пуассона-Гаусса: λ, a, σ . Если задавать $a = 0, \sigma = 1$, то получим возможность при каждом $t \geq 0$ воспользоваться таблицами $\Phi'(t)$ [2]. Пусть $t_2 - t_1 = \Delta t$ – малое. Тогда, пользуясь теоремой о среднем, можем записать

$$\frac{\Delta \Phi(t)}{\Delta t} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} = b(t)$$

Этим и ограничивается определение $b(t)$. При $a \neq 0, \sigma \neq 1$ получим

$$t_2 = \frac{t - a}{\sigma}, \quad t_1 = \frac{t - \Delta t - a}{\sigma}$$

Проверим с помощью таблицы $\Phi'(t)$ сделанный ранее вывод: минимальное время $t_0 = 0.05$. По таблице на рис.5 получаем $\Phi'(t_0) = 0.3989$. Тогда параметр рассеивания, определяемый по исходному значению, для t_0 будет

$$\sigma = \frac{\sqrt{0.3989}}{0.05} = 12.6.$$

Но время измерения может изменяться от 0 до 0.9. поэтому другая граница для σ будет равна

$$\sigma = \frac{\sqrt{0.2661}}{0.05} = 10.32$$

Найдем окончательно

$$\sigma = \text{rnd}(12.6 - 10.32) + 10.32 = 11.65$$

Высокое значение σ свидетельствует о быстром рассеивании в непосредственной близости от источника.

Для сравнения найдем границы σ для $t_1 = 0.247$. Получим

$$\sigma = \text{rnd}(1.99 - 1.037) + 1.037 = 1.37.$$

На самом деле снижение σ по таблице (см. рис. 5) может происходить как резко, так и постепенно по мере изменения времени на 10-минутном интервале наблюдений (см. рис. 3).

Назовем α угол изменения концентрации примесей за время наблюдения, определяемый в линейном приближении. На рис. 3 приведена схема расчета $\text{tg}\alpha$, в соответствии с таблицей [2], в которой минуты от 0 до 9 разбиты на 10 делений с шагом 0.1.

Требуется найти $\text{tg}\alpha$ при $a = 0, \sigma = 1$. Значения $b(t)$ находятся по таблицам $b(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}}$.

На рис.5 в таблице $\Delta t = 0.1$. Максимальное начальное табличное время равно 9.

В таблице на рис. 5 исходные значения $b(t)$ взяты из стандартной таблицы, а конечные значения получены в линейном приближении согласно схеме на рис. 3. Основной результат – значения $\text{tg}\alpha$.

Схема расчета $\text{tg}\alpha$ при 10 мин. наблюдении

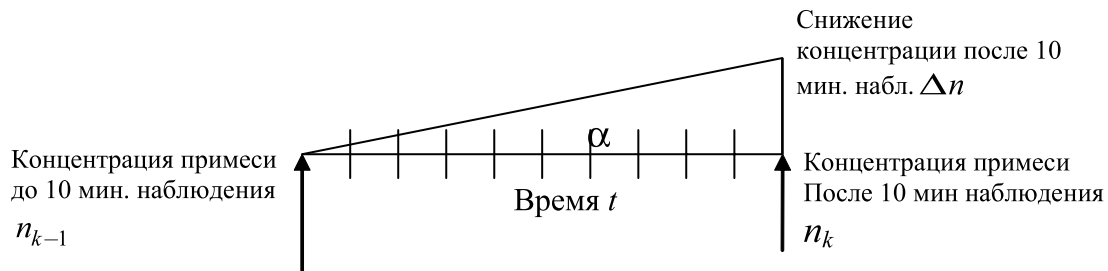


Рис. 3.

Из рис. 3 следует вид первой строки таблицы на рис. 5, независимый от типа распределения $b(t)$. Предположим, что начальная концентрация в v_2 равна $n_0 = 0$, без учета возможных поступлений из атмосферы см. (4), а после 10-минутного наблюдения концентрация n_1 становится равной таковой у источника загрязнения.

Даже в таком (наихудшем) случае $\text{tg}\alpha = 0.1$ $\alpha \leq 75^\circ$. Можно пренебречь изменением концентрации и считать $n_1 \approx 0$. Другими словами, интервал времени 10 минут будем считать всегда достаточным для рассеивания любого загрязнения в v_2 . Именно такой интервал предусмотрен в таблицах [2].

На рис. 4 предполагается, что вся рассматриваемая часть атмосферы, начиная от источника загрязнения, разделена на линейно расположенные участки. Определение случайного времени t^k дает с учетом времени наблюдения и некоторым запасом, соответственно 15, 24.885, 25.848, 28.506, 30.311 (минут).

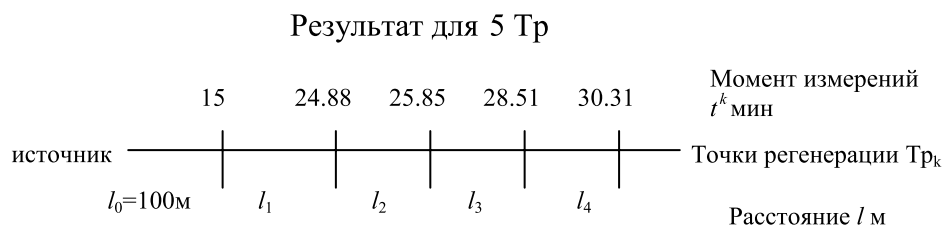


Рис. 5. Таблица результатов в модели Гаусса

Время n	Время изм. напр. 1,01	Интервал времени изм. при данном врем. изм.	Конечн. знач.	tg α	Исх. знач.
0	0	0-10	0,3973	tg 0,0112	0,3989
1	0,1	0-10	0,3918	tg 0,052	0,3970
2	0,2	0-10	0,3825	tg 0,085	0,3910
3	0,3	0-10	0,3697	tg 0,0117	0,3814
4	0,4	0-10	0,3538	tg 0,0145	0,3683
5	0,5	0-10	0,3352	tg 0,0169	0,3521
6	0,6	0-10	0,3144	tg 0,0188	0,3332
7	0,7	0-10	0,2920	tg 0,0203	0,3123
8	0,8	0-10	0,2685	tg 0,0212	0,2897
9	0,9	0-10	0,2444	tg 0,0217	0,2661
10	1	0-10	0,2203	tg 0,0217	0,2420
11	1,1	0-10	0,1965	tg 0,0214	0,2179
12	1,2	0-10	0,1736	tg 0,0206	0,1942
13	1,3	0-10	0,1518	tg 0,0196	0,1714
14	1,4	0-10	0,1315	tg 0,0182	0,1497
15	1,5	0-10	0,1127	tg 0,0168	0,1295
16	1,6	0-10	0,0957	tg 0,0152	0,1109
17	1,7	0-10	0,0804	tg 0,0136	0,0940
18	1,8	0-10	0,0669	tg 0,0121	0,0790
19	1,9	0-10	0,0551	tg 0,0105	0,0656
20	2	0-10	0,0449	tg 0,00819	0,0540
21	2,1	0-10	0,0363	tg 0,00693	0,0440
22	2,2	0-10	0,0290	tg 0,00585	0,0355
23	2,3	0-10	0,0229	tg 0,00486	0,0283
24	2,4	0-10	0,0180	tg 0,00396	0,0224
25	2,5	0-10	0,0139	tg 0,00274	0,0175
26	2,6	0-10	0,0107	tg 0,00261	0,0136
27	2,7	0-10	0,0081	tg 0,00207	0,0104
28	2,8	0-10	0,0061	tg 0,00162	0,0079
29	2,9	0-10	0,0046	tg 0,00126	0,0060
30	3	0-10	0,0034	tg 0,0060	0,0044
31	3,1	0-10	0,0025	tg 0,009	0,0033
32	3,2	0-10	0,0018	tg 0,0072	0,0024
33	3,3	0-10	0,0013	tg 0,0054	0,0017
34	3,4	0-10	0,0009	tg 0,0036	0,0012
35	3,5	0-10	0,0006	tg 0,000	0,0009
36	3,6	0-10	0,0004	tg 0,0027	0,0006
37	3,7	0-10	0,0003	tg 0,0018	0,0004
38	3,8	0-10	0,0002	tg 0,0019	0,0003
39	3,9	0-10	0,0001	tg 0,0009	0,0002

Малые tga при всех значениях n подтверждают то, что изменение концентрации происходит в основном на первом 15-минутном интервале.

Таблица на рис. 5 составлена на основе стандартной [2]. Но стандартная таблица уже имеет приближенно линейный характер изменений, как по строкам, так и по столбцам. Это и служит обоснованием построения на рис. 5 и вычисления конечных значений и tga в таблице рис. 5.

Первая строка таблицы на рис. 5 может использоваться для демонстрации малости tga и в случае не гауссовых распределений.

Примем модель изменения концентрации Пуассона – Парето. На рис. 6 показана функция $b(t)$ для этого случая.

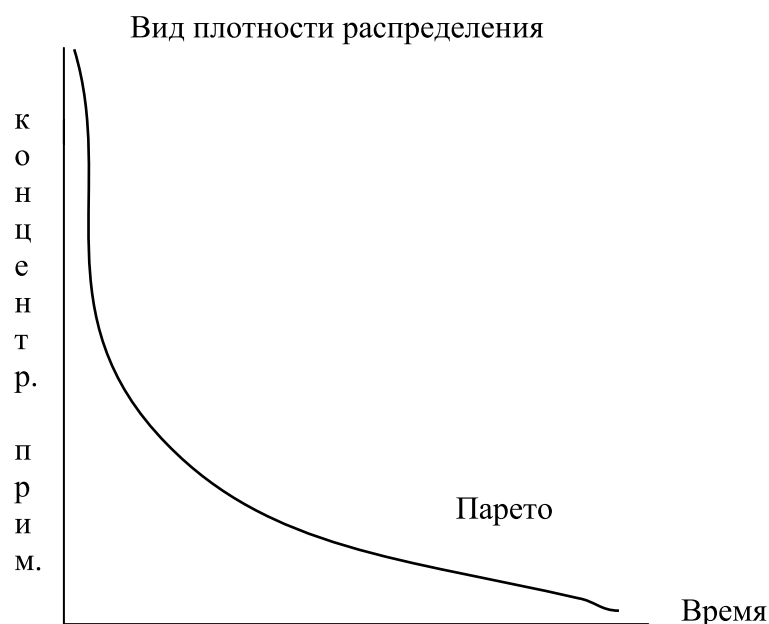


Рис. 6.

На рис. 7 представлена первая строка плотности распределения Парето.

Рис. 7. Пример малости tga

Время n	Время изм. напр. 1,01	Интервал времени изм. при данном врем. изм.	Конечн. знач.	tga	Исх. знач.
0	0.0	10	0.000	0.05	0.5
1	0.1	10	0.00174	0.0498	0.0498

Заключение

Надежность рассеивания загрязняющих примесей означает выполнение четырех условий, перечисленных в тексте. Статья посвящена имитации процесса распространения примесей с проверкой надежности.

На примере двух точек, одна из которых совпадает с расположением источника загрязняющих примесей, а вторая находится на удалении l от него, доказывается, что при таком расположении точек можно поставить в соответствие расстоянию l время t_1 – измерения концентрации примеси, по истечении которого процесс загрязнения в удаленной точке стабилизируется.

Так как атмосферные потоки заранее не определены, измерения предполагают 10-кратное повторение со случайными исходами. Чтобы использовать наихудший случай, выбирается наибольший исход.

Предлагается процедура оптимизации выбора, так как наихудший исход может дать ненужный заброс.

В каждой точке измерений учитывается возможность дополнительных поступлений загрязняющих примесей из атмосферы помимо рассматриваемого источника.

Предлагаемый подход допускается, если требуется соединять между собой участки с разным направлением и разной длиной.

Основная используемая модель, определяющая t_1 – Гауссово распределение, рекомендуемое для ближнего окружения источника. Предлагается перестроенная в интересах решаемой задачи таблица производной функции Лапласа $\Phi'(t)$.

Все операции выбора t_1 легко осуществимы, так как проводятся в рамках допустимого для таблицы $\Phi'(t)$ линейного приближения.

Развитие подхода к прогнозированию надежности на большое удаление и другие расширения требует применения различных моделей, известных в литературе.

Литература

1. SCOPE 50 Radiotechnology after Cyernobyl Part 3 Atmosphere pathway Coordinator R.M. Harrison.
2. **Вентцель Е.С.** Теория вероятностей, М: Физматгиз, 1962 г.