

Исследование поведения центра тяжести плотности распределения времени безотказной работы сложных технических систем при резервировании

Евгений П. Сороколетов, ООО «Би Питрон», Санкт-Петербургский Национальный Исследовательский Университет Информационных Технологий, Механики и Оптики, Санкт-Петербург, Россия, e-mail: Sorokoletov.john@gmail.com

Кирилл Н. Войнов, Санкт-Петербургский Национальный Исследовательский Университет Информационных Технологий, Механики и Оптики, Санкт-Петербург, Россия, e-mail: forstar@mail.com



Евгений П.
Сороколетов



Кирилл Н. Войнов

Резюме. Цель. Для сложных высокоинтегрированных технических систем, заключающих в себе элементы с различной физической природой и принципами функционирования (сочетание механических, электрических и электронных программируемых компонентов), комплексный анализ надёжности представляется затруднительным, в силу как качественных, так и количественных причин (большое количество элементов и выполняемых функций, неявность границ межфункционального взаимодействия, наличие скрытого резервирования, статическая и динамическая реконфигурация и т.д.). Высокая степень интеграции между различными подсистемами размывает границы ответственности в причинно-следственной связи отказов и повреждений. Таким образом, определение силы и границ межфункционального и межсистемного взаимодействия представляет большую ценность для анализа сложных технических систем с точки зрения, как поиска «узких мест», так и достоверной оценки комплексного уровня надёжности. **Методы.** Для решения поставленных задач авторами предлагается метод, основанный на исследовании поведения центра тяжести (ЦТ) области, ограниченной сверху графиком функции плотности распределения времени безотказной работы, снизу – координатной осью, справа и слева – границами интересующего интервала наработки. Графический анализ с построением центров тяжести проводится для каждой подсистемы или структурного блока сложной технической системы. После этого, на основе частных ЦТ соответствующих подсистем/блоков строится средний ЦТ для всей сложной системы. Авторы предлагают использовать средний центр тяжести в качестве условного универсального измерителя общего уровня надёжности высокоинтегрированных технических систем, на основе которого можно принимать те или иные конструкторско-технологические решения. В данной статье, в частности, предлагается на основе представленного метода выявить подсистему, резервирование которой приводит к наибольшему комплексному росту надёжности всей сложной технической системы. Этому условию соответствует та подсистема/блок, чей частный центр тяжести расположен на наибольшем расстоянии от среднего центра тяжести. **Результаты.** Проверка представленных в статье предположений и полученных на их основе результатов проводится с помощью краткой верификации посредством расчета вероятности безотказной работы системы и подсистем, построения и анализа соответствующих графиков. Реализация метода представлена на примере условной мехатронной системы и, для сохранения краткости изложения без потери фокуса внимания, носит намеренно упрощенный и абстрагированный характер. Реализованное в настоящей статье применение представленного метода анализа надёжности сложных технических систем с помощью исследования центра тяжести функции плотности распределения являлось целевым критерием при разработке метода – выявление «узких мест» и участков с наибольшим потенциалом увеличения общей надёжности. Следующие публикации будут посвящены доказательству допустимости использования такой сущности, как центр тяжести, в качестве критерия оценки уровня надёжности, а также другим способам применения представленного метода в анализе надёжности сложных технических систем.

Ключевые слова: надёжность, сложная техническая система, мехатронная система, плотность распределения времени безотказной работы, вероятность безотказной работы, центр тяжести, закон распределения Вейбулла-Гнеденко, дублирование.

Формат цитирования: Сороколетов Е.П., Войнов К.Н. Исследование поведения центра тяжести плотности распределения времени безотказной работы сложных технических систем при резервировании // Надежность. 2016. № 4. С. 3-10. DOI: 10.21683/1729-2646-2016-16-4-3-10

Введение

Вначале следует дать описание используемых математических моделей. Рассмотрим условную техническую систему, распределение интенсивности отказов $\lambda(t)$ которой описывается законом Вейбулла-Гнеденко:

$$\lambda(t) = \alpha \lambda_0 t^{\alpha-1},$$

$f(t)$ – функция плотности распределения времени безотказной работы

$$f(t) = \lambda_0 \alpha t^{\alpha-1} \exp(-\lambda_0 t^\alpha)$$

или

$$f(t) = \left(\frac{\alpha}{\beta}\right) \left(\frac{t}{\beta}\right)^{\alpha-1} \exp\left(-\left(\frac{t}{\beta}\right)^\alpha\right),$$

где λ_0 – начальная интенсивность отказов (при $t=0$);

α – параметр формы закона распределения;

β – параметр масштаба закона распределения

$$\beta = \lambda_0^{-1/\alpha}.$$

Шаг первый заключается в определении временного интервала $[t_1; t_2]$ и ограничении исследуемой области под графиком D_i (рис. 1).

После того, как определены границы наработки и, соответственно, сформирована область D_i , дальнейший анализ заключается в определении площади S_i

$$S_i = \iint_{D_i} df dt = \int_{t_1}^{t_2} f_i(t) dt$$

и вычислении координат $(\bar{t}_i; \bar{f}_i)$ центра тяжести (ЦТ) соответствующей области D_i

$$\bar{f}_i = \frac{1}{S_i} \iint_{D_i} f df dt,$$

$$\bar{t}_i = \frac{1}{S_i} \iint_{D_i} t df dt.$$

Следует сделать несколько важных замечаний:

1) Площадь под кривой $f(t)$ на участке $[t_1; t_2]$ есть вероятность реализации на этом интервале случайной величины, распределение которой и описано соот-

ветствующей функцией $f(t)$. Таким образом, с точки зрения теории надёжности, площадь S_i области D_i есть вероятность отказа системы в течение заданной наработки и обладает соответствующими свойствами, в частности,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} S_i = 1;$$

2) Назовем координату по оси абсцисс $\bar{t}$ центра тяжести площади под графиком $f(t)$, рассчитанную на временном интервале $[0; t_i]$, «**относительной средней наработкой до отказа**», предел которой стремится к истинному значению средней наработки до отказа при $t_i \rightarrow \infty$:

$$\lim_{t_i \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{S} \int_0^{t_i} t f(t) dt \right) = \frac{1}{1} \int_0^{\infty} t f(t) dt = T_1,$$

где T_1 – средняя наработка до отказа [1].

Численно рассчитать среднюю наработку до отказа можно, ограничив интервал расчета T_1 до t_i , тогда средняя наработка до отказа будет определена с некоторой погрешностью, даже с учетом разложения интеграла по частям:

$$T_1 = \int_0^{t_i} t f(t) dt = -tP(t) \Big|_0^{t_i} + \int_0^{t_i} P(t) dt.$$

Таким образом, на интервале $[0; t_i]$ координата ЦТ по оси абсцисс есть отношение средней наработки до отказа к вероятности наступления этого отказа.

3) Координата ЦТ по оси ординат $\bar{f}$ характеризует «**относительную плотность времени работы объекта до отказа в окрестности средней наработки до отказа**».

Часть 1. Исходные данные для расчета

Для сложных технических систем, заключающих в себе элементы с различной физической природой и принципами функционирования (например, сочетание механических, электронных и программных компонентов), комплексный анализ надёжности представляется затруднительным в силу как качественных, так и коли-

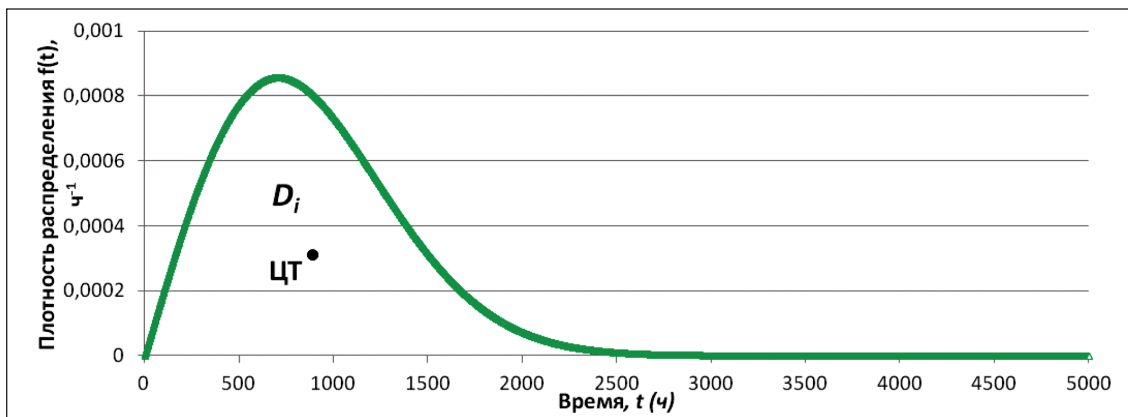


Рисунок 1 – Функция плотности распределения времени безотказной работы технической системы и положение центра тяжести области D_i

Таблица 1 – Параметры законов распределения основных блоков системы

Параметр	Электронные компоненты	Программное обеспечение	Механические компоненты
$\lambda_0, \text{ч}^{-1}$	1×10^{-4}	0,005	1×10^{-7}
α	1	0,5	1,8
β	10000	40000	7742,6368
$\lambda(t)$	$\lambda_{\text{эл}}(t) = 0,0001$	$\lambda_{\text{ПО}}(t) = 0,0025 \cdot t^{-0,5}$	$\lambda_{\text{Мех}}(t) = 1,8 \cdot 10^{-7} t^{0,8}$
$f(t)$	$f_{\text{эл}}(t) = 10^{-4} e^{-10^{-4} t}$	$f_{\text{ПО}}(t) = 0,005 \cdot 0,5 t^{-0,5} e^{-0,005 t^{0,5}}$	$f_{\text{Мех}}(t) = 10^{-7} \cdot 1,8 t^{0,8} e^{-10^{-7} t^{1,8}}$

Таблица 2 – Координаты центров тяжести блоков мехатронной системы

#	Параметр	Интервал наработки, ч				
		0 – 2500	0 – 5000	0 – 7500	0 – 10 000	0 – ∞
Электр.	S_i	0,2212	0,3935	0,5276	0,6321	1
	$\bar{f}, \text{ч}^{-1}$	$4,447 \times 10^{-5}$	$4,016 \times 10^{-5}$	$3,6811 \times 10^{-5}$	$3,4198 \times 10^{-5}$	$6,412 \times 10^{-6}$
	$\bar{t}, \text{ч}$	1198	2292	3285	4180	10000
ПО	S_i	0,2212	0,2978	0,3514	0,3935	1
	$\bar{f}, \text{ч}^{-1}$	$1,0637 \times 10^{-4}$	$7,5797 \times 10^{-5}$	$6,2311 \times 10^{-5}$	$5,4285 \times 10^{-5}$	$4,5914 \times 10^{-5}$
	$\bar{t}, \text{ч}$	781,7	1521	2234,4	2925	80000
Механ.	S_i	0,1225	0,3656	0,611	0,795	1
	$\bar{f}, \text{ч}^{-1}$	$2,9855 \times 10^{-5}$	$4,2475 \times 10^{-5}$	$4,5175 \times 10^{-5}$	$4,3353 \times 10^{-5}$	$3,7695 \times 10^{-7}$
	$\bar{t}, \text{ч}$	1584,55	3054,64	4324,27	5328,75	6885,42

чественных причин (большое количество выполняемых функций, неясность границ межфункционального взаимодействия, наличие скрытого резервирования, статическая и динамическая реконфигурация и др.) [2, 3]. Эта особенность проявляется в вынужденном переходе от конструкционного анализа к функциональному, когда изучению подвергается каждая функция в отдельности, а надёжность системы в целом характеризуется вектором показателей надёжности

всех функций [4, с. 91]. В практике используется сочетание структурного и функционального исследования надёжности системы, анализ различных особых ситуаций, вызываемых функциональными отказами и/или внешними событиями, сочетание дедуктивных и индуктивных методов анализа (например, сочетание анализа видов, последствий и критичности отказов (АВПКО) и анализа деревьев отказов/неисправностей (АДО/АДН)).

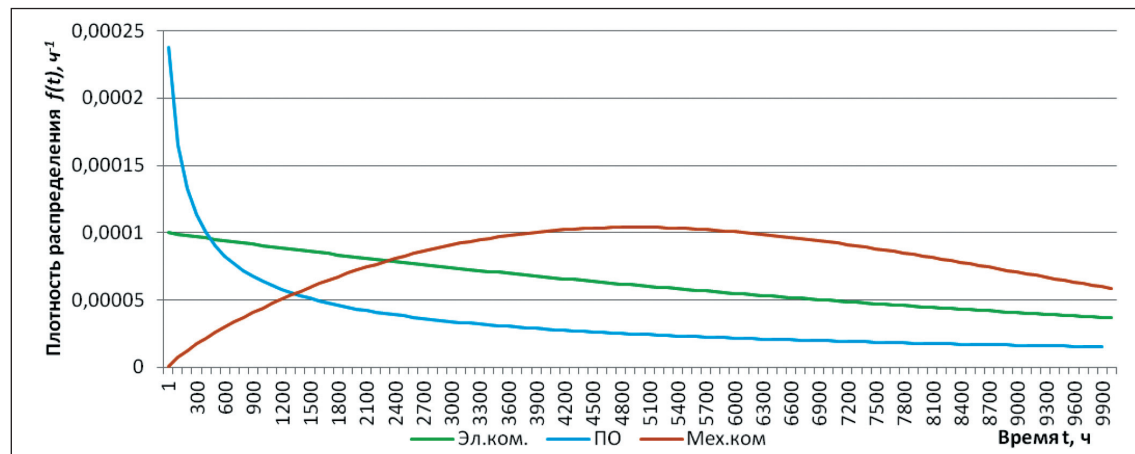


Рисунок 2 – Функции плотности распределения времени безотказной работы блоков мехатронной системы

Таблица 3 – Координаты среднего центра тяжести мехатронной системы

Параметр	Интервал наработки, ч				
	0 – 2500	0 – 5000	0 – 7500	0 – 10 000	0 – ∞
$\bar{f}, \text{ч}^{-1}$	$6,023 \times 10^{-5}$	$5,281 \times 10^{-5}$	$4,8099 \times 10^{-5}$	$4,39453 \times 10^{-5}$	$1,75677 \times 10^{-5}$
$\bar{t}, \text{ч}$	1188	2289,21	3281,22	4144,5	32295,14

Таблица 4 – Координаты частных центров тяжести блоков мехатронной системы при нагруженном резервировании с кратностью 1

#	Параметр	Интервал наработки, ч				
		0 – 2500	0 – 5000	0 – 7500	0 – 10 000	0 – ∞
Элек-ка	S_i	0,04893	0,1548	0,2784	0,39958	1
	$\bar{f}, \text{ч}^{-1}$	$1,23 \times 10^{-5}$	$1,849 \times 10^{-5}$	$2,1255 \times 10^{-5}$	$2,2162 \times 10^{-5}$	$1,6666 \times 10^{-5}$
	$\bar{t}, \text{ч}$	1613,74	3119	4512,56	5793,2	15000
ПО	S_i	0,04893	0,08869	0,12351	0,15482	1
	$\bar{f}, \text{ч}^{-1}$	$9,8646 \times 10^{-6}$	$9,0145 \times 10^{-6}$	$8,439 \times 10^{-6}$	$7,9991 \times 10^{-6}$	$2,94458 \times 10^{-6}$
	$\bar{t}, \text{ч}$	1187,8509	2321,9787	3422,724	4495,5467	140000
Мех-ка	S_i	0,015	0,1337	0,37338	0,63207	1
	$\bar{f}, \text{ч}^{-1}$	$6,023 \times 10^{-6}$	$2,4287 \times 10^{-5}$	$3,9767 \times 10^{-5}$	$4,4709 \times 10^{-5}$	$6,0746 \times 10^{-11}$
	$\bar{t}, \text{ч}$	1937,86	3768,7818	5406,2758	6762,2095	9086,04

Рассмотрим применение подхода с определением центров тяжести плотности распределения времени безотказной работы для условной мехатронной системы, заключающей в едином устройстве блок электронной аппаратуры, программные средства (ПО) и механические компоненты.

Исследование поведения центра тяжести предлагается проводить последовательно на интервалах наработки [0; 2500], [0; 5000], [0; 7500], [0; 10000] часов и отдельно на интервале [0; +∞]. При исследовании будем исходить из положения, что система функционирует без вос-

становления. Результаты вычислений представлены в таблице и графиках (рис. 3 – рис. 6).

Теперь предлагается рассмотреть системы комплексно, путем определения «среднего центра тяжести» по формуле:

$$\bar{f}_0 = \frac{\bar{f}_{\text{эл}} + \bar{f}_{\text{ПО}} + \bar{f}_{\text{Мех}}}{3},$$

$$\bar{t}_0 = \frac{\bar{t}_{\text{эл}} + \bar{t}_{\text{ПО}} + \bar{t}_{\text{Мех}}}{3}.$$

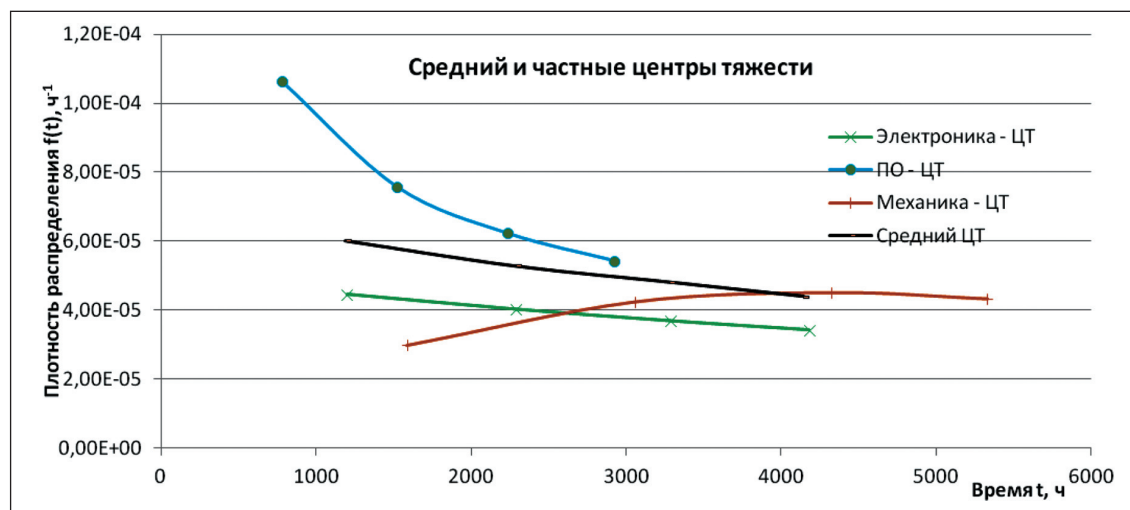


Рисунок 3 – Положение среднего и частных центров тяжести для мехатронной системы

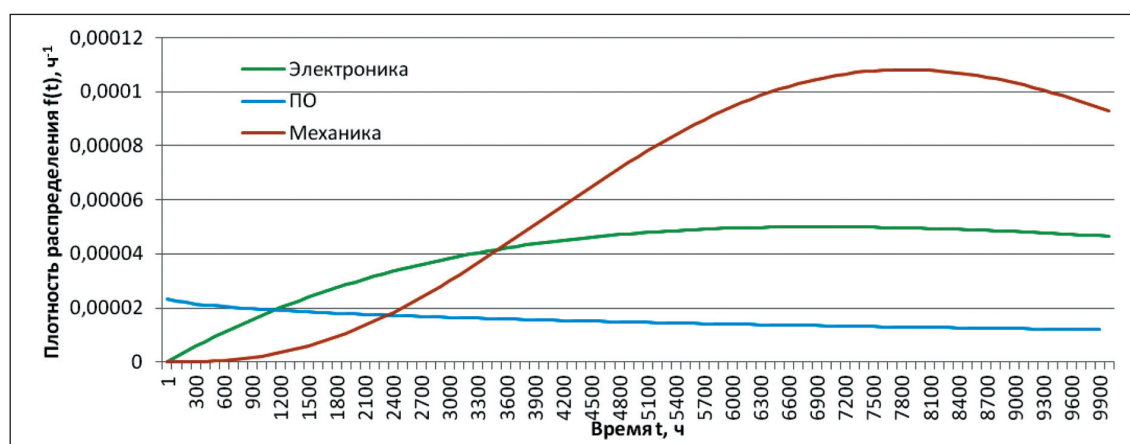


Рисунок 4 – Функции плотности распределения блоков мехатронной системы при нагруженном резервировании с кратностью 1

Часть 2. Резервирование системы

Проведем анализ поведения среднего центра тяжести при изменении исходных параметров. Для того чтобы изменение было эквивалентно для каждой из трех под-

систем, предлагается изменить параметры надежности так, как если бы система имела нагруженное резервирование с кратностью 1 (дублирование). Функция плотности распределения времени безотказной работы для дублированной системы имеет следующий вид:

Таблица 5 – Расстояние между частным и средним центром тяжести ДО дублирования

Подсистема		Интервал наработки, ч			
		0 – 2500	0 – 5000	0 – 7500	0 – 10 000
Электроника	$\rho_{\bar{f}}$	$1,57617 \times 10^{-5}$	$1,26507 \times 10^{-5}$	$1,1288 \times 10^{-5}$	$9,74733 \times 10^{-6}$
	$\rho_{\bar{t}}$	9,916666667	2,786666667	3,776666667	35,41666667
ПО	$\rho_{\bar{f}}$	$4,61383 \times 10^{-5}$	$2,29863 \times 10^{-5}$	$1,4212 \times 10^{-5}$	$1,03397 \times 10^{-5}$
	$\rho_{\bar{t}}$	406,3833333	768,2133333	1046,823333	1219,583333
Механич. комп.	$\rho_{\bar{f}}$	$3,03767 \times 10^{-5}$	$1,03357 \times 10^{-5}$	$2,924 \times 10^{-6}$	$5,92333 \times 10^{-7}$
	$\rho_{\bar{t}}$	396,4666667	765,4266667	1043,046667	1184,166667

Таблица 6 – Координаты среднего центра тяжести мехатронной системы при нагруженном резервировании с кратностью 1

Дублируемая подсистема		Интервал наработки, ч			
		0 – 2500	0 – 5000	0 – 7500	0 – 10 000
Электроника	$\bar{f}, \text{ч}^{-1}$	$4,95083 \times 10^{-5}$	$4,55873 \times 10^{-5}$	$4,29137 \times 10^{-5}$	$3,99333 \times 10^{-5}$
	$\bar{t}, \text{ч}$	1326,663333	2564,88	3690,41	4682,316667
ПО	$\bar{f}, \text{ч}^{-1}$	$2,80632 \times 10^{-5}$	$3,05498 \times 10^{-5}$	$3,01417 \times 10^{-5}$	$2,85167 \times 10^{-5}$
	$\bar{t}, \text{ч}$	1323,466967	2556,206233	3677,331333	4668,0989
Механика	$\bar{f}, \text{ч}^{-1}$	$5,22877 \times 10^{-5}$	$4,6748 \times 10^{-5}$	$4,62963 \times 10^{-5}$	$4,43973 \times 10^{-5}$
	$\bar{t}, \text{ч}$	1305,853333	2527,2606	3641,891933	4622,403167
Полное дублирование	$\bar{f}, \text{ч}^{-1}$	$5,22877 \times 10^{-5}$	$4,6748 \times 10^{-5}$	$4,62963 \times 10^{-5}$	$4,43973 \times 10^{-5}$
	$\bar{t}, \text{ч}$	1579,816967	3069,920167	4447,1866	5683,652067

$f(t) = 2\lambda e^{-\lambda t} (1 - e^{-\lambda t})$ – для экспоненциального закона,

$f(t) = 2\alpha\lambda_0 t^{\alpha-1} e^{-\lambda_0 t} (1 - e^{-\lambda_0 t})$ – для закона Вейбулла-Гнеденко

или

$$f(t) = \left(\frac{\alpha}{\beta}\right) \left[\frac{t}{\beta}\right]^{\alpha-1} e^{-\left[\frac{t}{\beta}\right]^\alpha} \left(1 - e^{-\left[\frac{t}{\beta}\right]^\alpha}\right).$$

При этом площадь под графиком дублированной системы должна быть равна квадрату соответствующей площади нерезервируемой системы.

Часть 3. Исследование поведения центра тяжести

Сделаем и проверим предположение, что на каждом определенном интервале наработок подсистема (или

блок), чей частный центр тяжести находится удаленнее всего от среднего центра тяжести, имеет наибольшее влияние на положение среднего центра тяжести и, соответственно, наибольший потенциал на локальное изменение уровня надёжности всей системы.

Расстояние между точками определяется по известной формуле:

$$\rho_{\bar{t}} = |\bar{t}_i - \bar{t}_0|,$$

$$\rho_{\bar{f}} = |\bar{f}_i - \bar{f}_0|.$$

Согласно результатам в таблице 5, наиболее удаленный от среднего частный центр тяжести как по оси ординат, так и по оси абсцисс принадлежит блоку программного обеспечения. Проведем оценку изменения положения среднего центра тяжести мехатронной системы в зависимости от резервирования того или иного блока и при дублировании всех блоков.

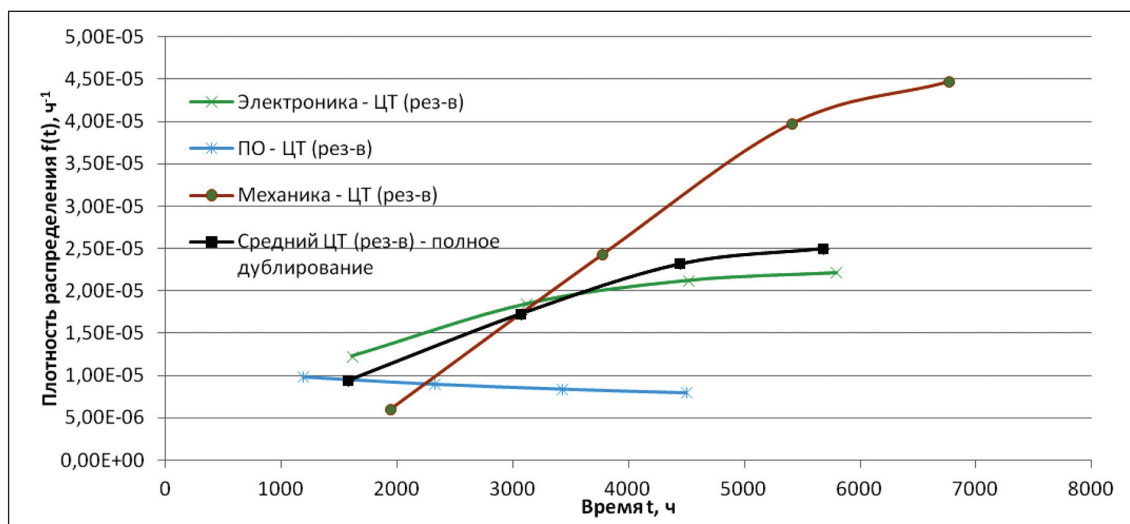


Рисунок 5 – Положение среднего и частных центров тяжести для мехатронной системы при нагруженном резервировании с кратностью 1

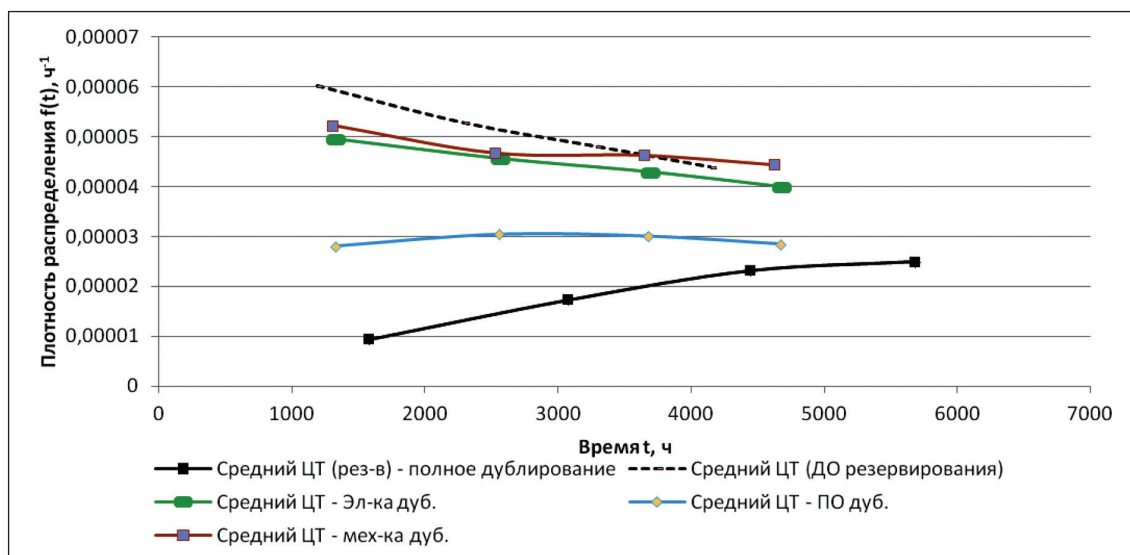


Рисунок 6 – Положение среднего центра тяжести мехатронной системы при резервировании одного из блоков

Результаты расчетов, приведенные в таблице 6 и на рис. 6, свидетельствуют о том, что наибольшее изменение положения среднего центра тяжести мехатронной системы достигается путем резервирования подсистемы, чей частный центр тяжести находился на наибольшем удалении от среднего – блока программного

обеспечения. Соответственно достигается наибольшее повышение уровня надежности мехатронной системы в целом.

Изучение поведения центров тяжести позволяет оценить вклад разнородных элементов системы в общую надёжность через их суперпозицию и, главное, выявить

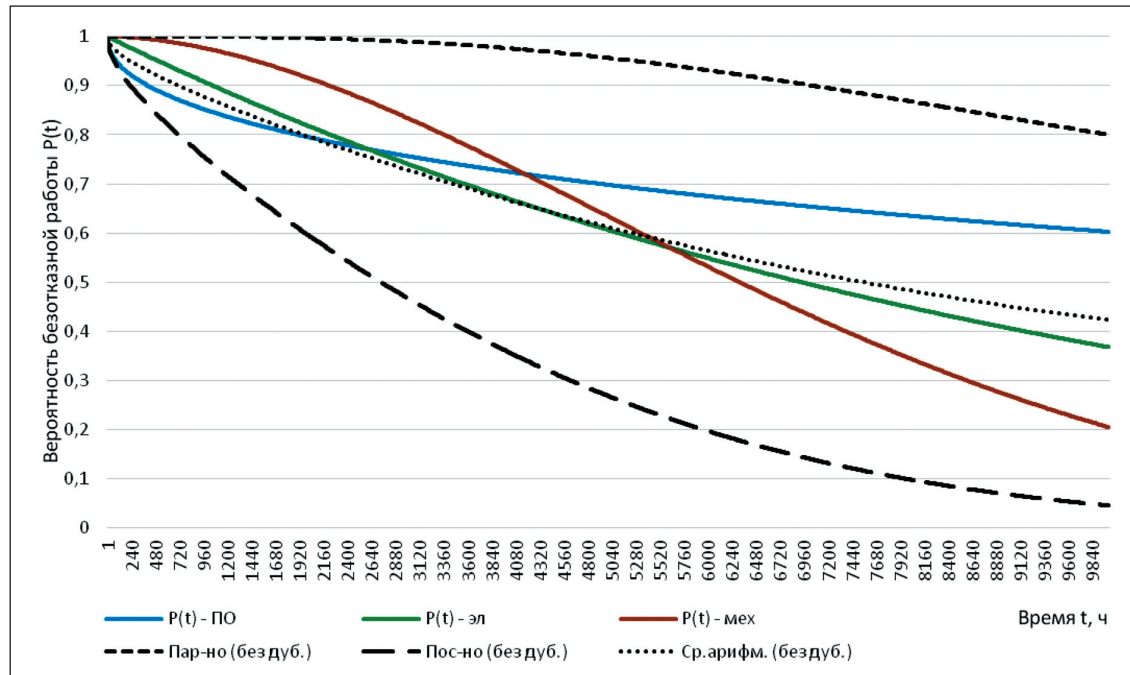


Рисунок 7 – Вероятность безотказной работы блоков мехатронной системы без резервирования

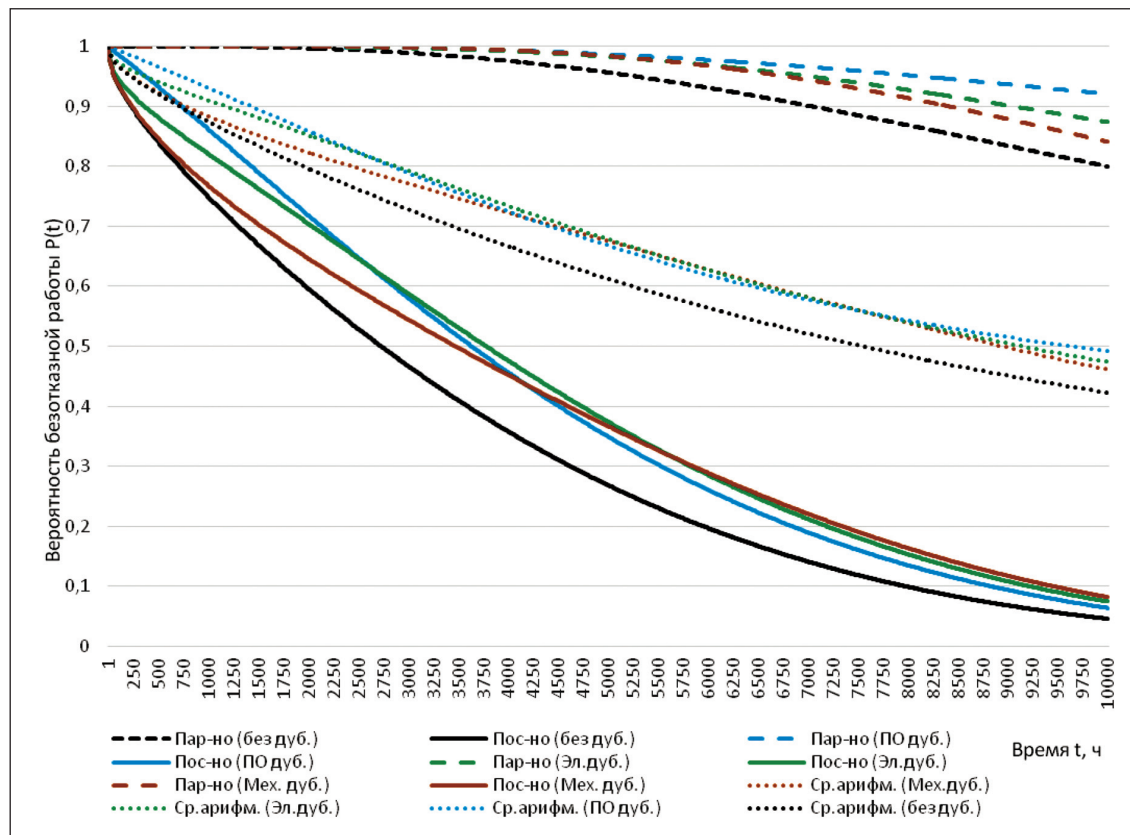


Рисунок 8 – Вероятность безотказной работы мехатронной системы при дублировании одного из блоков

ту подсистему, которая имеет наибольшее влияние на общий уровень надёжности изделия.

Выразим полученный результат через параметр вероятности безотказной работы (ВБР) $P(t)$:

$$P(t) = \exp(-\lambda_0 t^\alpha) = \exp\left(-\left(\frac{t}{\beta}\right)^\alpha\right),$$

$$f(t) = -\frac{d}{dt}P(t) = \frac{d}{dt}Q(t).$$

Мехатронная система есть единый комплекс электро-механических, электрогидравлических, электронных элементов и средств вычислительной техники, между которыми осуществляется постоянный, динамически меняющийся обмен энергией и информацией, объединённый общей системой автоматического управления, обладающей элементами искусственного интеллекта [5]. Поскольку отразить на системном уровне взаимосвязь между электронными, программными и механическими элементами сложной технической системы представляется трудоёмким и во многих случаях некорректным (разнообразие выполняемых функций, собственное время работы подсистем, скрытое резервирование, статическая и динамическая реконфигурация и проч.), то в наших рассуждениях для выражения результирующей вероятности безотказной работы мехатронной системы в целом будем использовать в качестве границ доверительного интервала «коридор» из функций ВБР последовательного и параллельного соединения электронных, программных и механических блоков, а также их среднее арифметическое значение.

Заключение

Согласно графику на рис. 7, функция ВБР блока программных средств к концу интервала наработки имеет наивысшее по сравнению с другими системами значение, поэтому далеко не очевиден тот факт, что резервирование именно блока ПО имеет наибольшее влияние на общий уровень надёжности.

Результаты расчета вероятностного «коридора» при резервировании того или иного блока представлены на рис. 8. Как видно, наибольшее смещение «коридора» вверх достигается путем дублирования блока программного обеспечения. Наибольшая суммарная разница между средним арифметическим частного «коридора» и средним арифметическим мехатронной системы без резервирования, также принадлежит блоку программного обеспечения.

Исследование поведения центров тяжести системы графиков функций плотности распределения времени безотказной работы для элементов сложных технических систем позволяет оценить уровень взаимовлияния между подсистемами и определить их вклад в общий уровень надёжности сложной технической системы.

Библиографический список

1. ГОСТ 27.002-89 Надёжность в технике. Основные понятия, термины и определения.
2. Schneidewind N., Tutorial on Hardware and Software Reliability, Maintainability, and Availability, Journal of Aerospace Computing, Information and Communication, Vol. 7, April 2010.
3. Войнов К.Н. Прогнозирование надёжности механических систем. Л.: Машиностроение. Ленингр. отд-ние, 1978. – 208 с.
4. Половко А.М., Гуров С.В. Основы теории надёжности – БХВ-Петербург – 2006 – 702 с.
5. ФГОС ВПО РФ 2009 по направлению 221000 «Мехатроника и робототехника» для подготовки бакалавров.
6. Трибология. Международная энциклопедия. Том VI. /Технологические методы повышения надёжности работы подвижных трибосопряжений / под ред. К.Н. Войнова. – СПб.: Нестор-История, 2013. – 404 с.
7. К.Н.Войнов, Е.П.Сороколетов, М.А. Шварц «Новый подход к управлению надёжностью объекта». Трибология, международная энциклопедия, том IX / Эффективная трибология при лезвийной и иной обработке заготовок/деталей: /Под ред. К.Н.Войнова. ISBN 978-5-906108-02-9, 2015. С. 212-232

Сведения об авторах

Сороколетов Е. Павлович, ведущий инженер группы надёжности ООО «Би Питрон», аспирант, Санкт-Петербургский Национальный Исследовательский Университет Информационных Технологий, Механики и Оптики, Санкт-Петербург, Россия, e-mail: Sorokoletov.john@gmail.com

Войнов К. Николаевич, доктор технических наук, профессор, академик Санкт-Петербургской инженерной академии Санкт-Петербургский Национальный Исследовательский Университет Информационных Технологий, Механики и Оптики, Санкт-Петербург, Россия, e-mail: forstar@mail.com

Поступила 14.01.2016