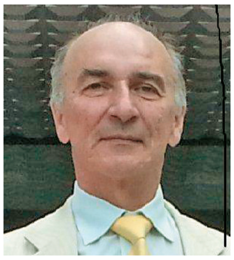
Оригинальная статья
DOI: 10.21683/1729-2646-2016-16-3-3-7

К вопросу планирования объема испытаний образцов новой техники

Александр В. Антонов, *кафедра автоматизированных систем, Обнинский институт атомной энергетики (ИАТЭ НИЯУ МИФИ), Обнинск, Россия, e-mail: antonov@iate.obninsk.ru*
Валерий А. Чепурко, *кафедра автоматизированных систем, Обнинский институт атомной энергетики (ИАТЭ НИЯУ МИФИ), Обнинск, Россия, e-mail: chepurko@iate.obninsk.ru*
Владимир Е. Чехович, *Акционерное общество «Государственный научный центр Российской Федерации – Физико-энергетический институт им. А.И.Лейпунского» (АО «ГНЦ РФ-ФЭИ»), Обнинск, Россия, e-mail: 89158916216@rambler.ru*
Владимир Ф. Украинцев, *Акционерное общество «Государственный научный центр Российской Федерации – Физико-энергетический институт им. А.И.Лейпунского» (АО «ГНЦ РФ-ФЭИ»), Обнинск, Россия, e-mail: ukraintsev@mail.ru*



Александр В. Антонов

Валерий А. Чепурко

Владимир Е. Чехович

Владимир Ф. Украинцев

Резюме. Цель. *В статье рассматриваются вопросы планирования объема испытаний высоконадежных объектов. В процессе разработки и изготовления новых образцов техники возникает задача определения их характеристик надежности. Это обусловлено тем, что существуют требования о необходимости представления указанных характеристик в паспортах и технических описаниях на поставляемую на рынок продукцию. Наиболее объективным способом определения характеристик надежности изделий является проведение натурных испытаний. Но при изготовлении сложных, дорогостоящих объектов нет возможности поставить на испытания партию готовой продукции большого объема. Таким образом, возникает задача определения времени проведения натурных испытаний и объема изделий, подлежащих испытаниям, при условии задания требований к точности получаемых в результате испытаний оценок характеристик надежности объектов. Планирование объема осуществляется на основании требований изготовителя о необходимости подтвердить значение нижней оценки вероятности безотказной работы с заданной доверительной вероятностью. В работе решаются две задачи. Первая задача исследования состоит в определении объема испытаний партии готовой продукции N_0 для момента времени t_0, для которого выполнялось бы требование заказчика о достижении значения нижней доверительной границы вероятности безотказной работы, заданной с доверительной вероятностью 1 – . Данная задача решена с помощью непараметрического подхода. Вторая задача состоит в определении необходимого объема испытаний N_{t1} оборудования данного типа для момента времени, отличного от момента первоначальных исследований $t_1 \neq t_0$. При этом решается вопрос: как соотносятся N_{t0} и N_{t1}? Объем испытаний N_{t1} определяется на основе задания доверительных границ, обеспечивающих ту же точность показателей, что и в точке t_0. Данная задача решается с помощью семипараметрического подхода. При решении второй задачи используется параметризация распределения наработки до отказа. Исследуется три распределения наработки: экспоненциальный закон распределения, распределение Вейбулла и распределение с линейной функцией интенсивности. Рассмотренные виды законов распределения позволяют исследовать поведение объектов, имеющих убывающую, постоянную и возрастающую функцию интенсивности отказов.* **Методы.** *В работе получены формулы расчета объема испытаний для разных длительностей проведения эксперимента. Исследован вопрос зависимости объема от длительности эксперимента и от реального уровня вероятности безотказной работы. Планирование объема и соответствующие исследования проведены для различных моделей поведения интенсивности отказов изделия.* **Выводы.** *Полученные результаты, позволяют обоснованно подходить к планированию объема испытаний высоконадежных объектов. Результаты исследования показали, что чем больше длительность эксперимента, тем меньше изделий требуется поставить на испытания. Зависимость нелинейная, обусловлена параметризацией функции интенсивность отказа. Аналогичная зависимость получилась и для вероятности безотказной работы: чем выше вероятность безотказной работы изделия, тем меньше объектов требуется испытывать.*

Ключевые слова: *планирование объема испытаний, длительность эксперимента, вероятность безотказной работы, интенсивность отказа, нижняя оценка вероятности безотказной работы, уровень доверительной вероятности.*

Формат цитирования: *Антонов А.В., Чепурко В.А., Чехович В.Е., Украинцев В.Ф. К вопросу планирования объема испытаний образцов новой техники // Надежность. 2016. №3. С. 3-7. DOI: 10.21683/1729-2646-2016-16-3-3-7*

Введение

В процессе разработки и изготовления новых образцов техники возникает задача определения их характеристик надежности. Это обусловлено тем, что существуют требования о необходимости предоставления данных характеристик в паспортах и технических описаниях на поставляемую на рынок продукцию. Наиболее объективным способом определения характеристик надежности изделий является проведение натурных испытаний. Но следует отметить, что при изготовлении сложных, дорогостоящих объектов нет возможности поставить на испытания партию готовой продукции большого объема. Таким образом, возникает задача определения времени проведения натурных испытаний и объема изделий, подлежащих испытаниям, при условии задания требований к точности получаемых в результате испытаний оценок характеристик надежности объектов.

Прежде, чем приступать к постановке задачи, необходимо рассмотреть поведение показателей, на основании которых будет осуществляться постановка. В качестве определяемого показателя будем рассматривать вероятность безотказной работы (ВБР) – $P(t)$. Точность непараметрической оценки данного показателя характеризуется дисперсией, которая вычисляется по формуле:

$$D\left(\hat{P}(T)\right)=\frac{P(t)\left(1-P(t)\right)}{N},$$

где N – объем испытаний, в ходе которых оценивается показатель ВБР. Таким образом, получаем, что величина дисперсии зависит от объема испытаний и значения ВБР. Чем выше значение ВБР, тем меньше дисперсия. Максимальное значение дисперсия имеет при уровне ВБР равном 0,5. Далее, если оценка меньше 0,5, дисперсия опять начинает уменьшаться.

Дисперсия оценки показателя ВБР связана с другой характеристикой точности – нижней доверительной оценкой ВБР, рассчитываемой с заданной доверительной вероятностью $1-\alpha$. Поскольку стоит задача оценки характеристик надежности объектов, подразумевается, что у исследователя нет априорной информации о данных показателях. Изготовитель продукции ожидает, что поставляемое на рынок оборудование должно быть высоконадежным. Он ставит задачу перед исследователями о назначении времени проведения испытаний и объема испытаний, проведение которых позволит гарантировать некий уровень надежности оборудования. Постановку задачи можно осуществить из следующих соображений. Изготовитель формулирует некоторые требования к нижней доверительной оценке ВБР ($\underline{P}_0$), которую необходимо обеспечить с заданной доверительной вероятностью $1-\alpha$, т.е.

$$\Pr(P(t_0)\geq\underline{P}_0)=1-\alpha.$$

Данное значение будет являться нижним критическим значением. *Первоначальное значение нижней доверительной границы ВБР оценивается методами расчета структурной надежности* [1,2]. Будем определять необходимое количество объектов N_0, подлежащих испытаниям, основываясь на этом значении нижней доверительной оценки ВБР. Полученный в ходе решения задачи требуемый объем испытаний N_0 будет гарантировать достижение заданных границ ВБР – $[\underline{P}_0,1]$ с доверительной вероятностью $1-\alpha$.

Если в процессе испытаний окажется, что надежность объекта выше, чем предполагал заказчик – $\underline{P}_0^*\geq\underline{P}_0$, то отсюда следует, что на основании заданного объема N_0 оцениваемый показатель надежности получен с более высокой точностью – $\underline{P}_0^*$. В этом случае для достижения результата с заданной точностью $\underline{P}_0$, требуется меньшее количество испытаний N_0^*.

Постановка задачи

Таким образом, после ознакомления с данными рассуждениями можно поставить первую задачу исследования. Определить объем испытаний партии готовой продукции N_0 такой, что для любого значения $\underline{P}_0^*\geq\underline{P}_0$, заданного с доверительной вероятностью $1-\alpha$, будет выполняться соотношение для требуемого объема испытаний $N_0^*\leq N_0$.

При решении задачи будем предполагать, что функция интенсивности отказов задается одной из формул [1]:

$$\lambda(t)=\lambda; \tag{1}$$
$$\lambda(t)=\lambda_1+\lambda_2 t; \tag{2}$$
$$\lambda(t)=\lambda_1 t^{\lambda 2}. \tag{3}$$

Выражение (1) (интенсивность постоянна) характерно для экспоненциального распределения наработки до отказа, формула (2) – для функции распределения с линейной интенсивностью отказов и функция (3) – для закона распределения Вейбулла.

Для упрощения расчетов приведем рассматриваемую модель к виду:

$$\lambda(t)=\lambda g(t), \tag{4}$$

где $g(t)=1$ соответствует экспоненциальному распределению,

$g(t)=a+bt$ – распределению с линейной функцией интенсивности отказов, (5)

$g(t)=t^a$ распределению Вейбулла. (6)

Функция интенсивности $g(t)$ должна удовлетворять двум основным требованиям:

$$g(t)\geq 0,$$

$$G(t)=\int_0^t g(\tau)d\tau\to\infty \text{ при } t\to\infty.$$

При этом будем предполагать, что коэффициенты a, b в (5), (6) известны, неизвестным и оцениваемым по выборке является параметр λ.

Планирование объема испытаний в непараметрической постановке

Перейдем теперь к решению задачи. Решим задачу в непараметрической постановке. Известно [5], что для любого t число неотказавших до момента времени t изделий распределено согласно биномиальному закону

$$N\hat{P}(t) = \mu_N(t) \sim Bin\left(N, P(t)\left(1 - P(t)\right)\right)$$

$$\Pr\left(\hat{P}(t) \geq \underline{P}\right) = \sum_{i=k}^{N} C_N^i P^i(t)\left(1 - P(t)\right)^{N-i} =$$
$$= I_{P(t)}(k, N-k+1),$$

где $I_x(a,b)$ – неполная бета-функция, $k = \lceil N\underline{P} \rceil$ – округленное к большему выражение $N\underline{P}$. Найти точное аналитическое решение уравнения

$$I_{P(t)}(k, N-k+1) = 1 - \alpha$$

невозможно, поскольку оно содержит две неизвестных величины N и $P(t)$. Рассмотрим приближенные способы решения задачи.

Если воспользоваться центральной предельной теоремой, то для оценки ВБР получим в пределе нормальный закон:

$$\hat{P}(t) \sim Norm\left(P(t); \frac{P(t)\left(1 - P(t)\right)}{N}\right). \tag{7}$$

Это позволяет построить одностороннее доверительное множество:

$$\Pr\left(\hat{P}(t) \geq \underline{P}\right) = 1 - \Phi\left(\frac{\underline{P} - P(t)}{\sqrt{P(t)\left(1 - P(t)\right)}}\sqrt{N}\right) = \alpha,$$

где $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{x} \exp\left(-u^2/2\right)du$ – функция распределения стандартного нормального закона – $Norm(0;1)$.

Отсюда оценка необходимого количества испытаний, которая гарантировала бы выполнение заданных требований, определяется по формуле

$$N_{t_0} = \frac{P_0 \cdot \left(1 - P_0\right) \cdot u_{1-\alpha}^2}{\left(\underline{P}_0 - P_0\right)^2}, \tag{8}$$

где $u_{1-\alpha}$ – квантиль стандартного нормального распределения $Norm(0;1)$ уровня $1-\alpha$.

В выражении (8) неопределенной является величина P_0. Оценим ее из следующих соображений. Ранее было отмечено, что распределение ВБР можно аппроксимировать нормальным законом (7). Следовательно, в качестве приближенной оценки для P_0 можно предложить точку, находящуюся в середине интервала $[\underline{P}_0,1]$. Таким образом

$$P_0 = \left(1 + \underline{P}_0\right)/2.$$

И, окончательно, можно записать

$$N_{t_0} = \frac{\left(1 - \underline{P}_0\right)\left(1 + \underline{P}_0\right)u_{1-\alpha}^2}{\left(1 - \underline{P}_0\right)^2} = \frac{\left(1 + \underline{P}_0\right)u_{1-\alpha}^2}{1 - \underline{P}_0}.$$

Поскольку при планировании объема испытаний значение ВБР в точке t_0 неизвестно, проведем исследования зависимости требуемого объема изделий, подлежащих испытаниям, от значения P_0. При проведении расчетов принимались следующие значения параметров моделей: $\underline{P}_0=0{,}93$; $\alpha_0 = 0{,}1$; $t_0=360$; $t=540$; $k = 0{,}004$. Расчеты проводились для линейной модели интенсивности (2). График изменения требуемого объема наблюдений в зависимости от оценки ВБР приведен на рисунке 1. На основании результатов, изображенных на графике, можно сделать следующий вывод: чем выше надежность изделия, тем меньше изделий требуется поставить на испытания для подтверждения значения ВБР. Причем зависимость имеет ярко выраженный нелинейный характер.

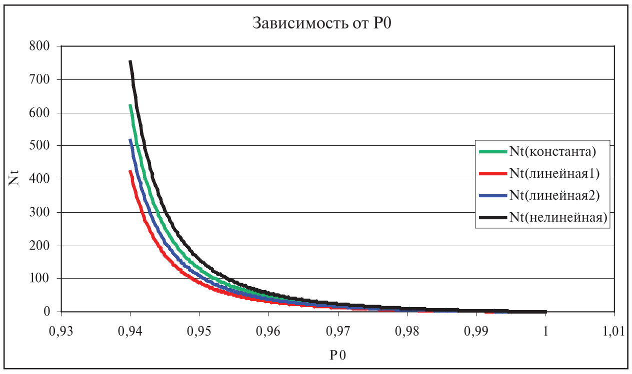


Рис. 1. Зависимости объема испытаний от P_0.

Семипараметрический метод планирования объема испытаний в точке $t_1 \neq t_0$

Решим теперь другую задачу. Определим необходимый объем испытаний оборудования данного типа для другого момента времени $t_1 \neq t_0$. Обозначим требуемый объем испытаний N_{t1}. При этом ответим на вопрос: как соотносятся N_{t0} и N_{t1}? Объем испытаний N_{t1} будем определять на основе задания доверительных границ, обеспечивающих ту же точность показателей, что и в точке t_0.

Оценка числа N_t испытаний в произвольный момент времени t определяется по формуле, аналогичной (8)

$$N_t = \frac{P(t) \cdot \left(1 - P(t)\right) \cdot u_{1-\alpha}^2}{\left(\underline{P}(t) - P(t)\right)^2}. \tag{9}$$

Заметим, что в (9) значение величины $\underline{P}(t)$ и $P(t)$ неизвестны. Определим их. Воспользуемся тем, что $\underline{P}(t)$

должна принадлежать той же кривой нижней границы ВБР, оцениваемой согласно модели (4):

$$\underline{P}_0 = \exp\left(-\bar{\lambda}\cdot G(t_0)\right) \text{ и } \underline{P}(t) = \exp\left(-\bar{\lambda}\cdot G(t)\right).$$

Прологарифмировав оба уравнения, избавляясь от $\underline{\lambda}$, получаем соотношение для нижних доверительных границ ВБР:

$$\frac{\ln \underline{P}_0}{\ln \underline{P}(t)} = \frac{G(t_0)}{G(t)} \text{ или } \underline{P}(t) = \underline{P}_0^{G(t)/G(t_0)}.$$

Точно такое же соотношение будем иметь для оценок ВБР

$$P(t) = P_0^{G(t)/G(t_0)}. \tag{10}$$

Подставив (10) в (9) и поделив на (8) получим:

$$\frac{N_t}{N_{t_0}} = \frac{P_0^{G(t)/G(t_0)}\cdot\left(1-P_0^{G(t)/G(t_0)}\right)}{P_0\cdot\left(1-P_0\right)}\cdot\left(\frac{\underline{P}_0 - P_0}{\underline{P}_0^{G(t)/G(t_0)} - P_0^{G(t)/G(t_0)}}\right)^2,$$

откуда получаем оценку для требуемого объема испытаний в произвольный момент времени t:

$$N_t = \frac{P_0^{G(t)/G(t_0)}\cdot\left(1-P_0^{G(t)/G(t_0)}\right)\cdot u_{1-\alpha}^2}{\left(\underline{P}_0^{G(t)/G(t_0)} - P_0^{G(t)/G(t_0)}\right)^2}. \tag{11}$$

Если $\lambda G(t)$ мало, то из (11) будем иметь

$$N_t = \frac{\lambda\cdot u_{1-\alpha}^2}{\left(\lambda-\bar{\lambda}\right)^2}\cdot\frac{1}{G(t)} + o\left(\lambda G(t)\right).$$

Поскольку $\lambda = -\frac{\ln P_0}{G(t_0)}$ и $\bar{\lambda} = -\frac{\ln \underline{P}_0}{G(t_0)}$, то асимптотически получаем результат

$$N_t = \left[\left(\frac{\ln P_0}{\ln P_0 - \ln \underline{P}_0}\right)^2 \frac{u_{1-\varepsilon}^2}{1-P_0}\right]\cdot\frac{G(t_0)}{G(t)}.$$

Данную формулу можно привести к виду

$$\frac{N_{t_1}}{N_{t_0}} = \frac{G(t_0)}{G(t_1)} \text{ или } N_t\cdot G(t) = const.$$

Проведем исследования полученных результатов. Выполним расчет необходимого объема испытаний в зависимости от длительности проведения эксперимента.

На рисунке 2 изображено изменение объема испытаний в зависимости от длительности эксперимента в относительной шкале времени t/t_0. Входные параметры модели в ходе расчетов принимались на уровне: P_0=0,999; $\underline{P}_0$=0,97; α_0 = 0,1; t_0=360.

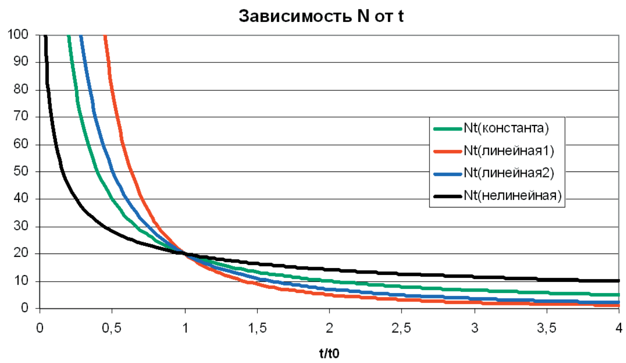


Рис. 2. Зависимость объема испытаний от длительности эксперимента

Зеленый график соответствует случаю $g(t)$=1 или $\lambda(t)$= λ (интенсивность константа). Красная линия $g(t)=t$ или $\lambda(t)= \lambda t$ (интенсивность линейно возрастает). Синий график $g(t)=1+kt$ или $\lambda(t)= \lambda(1+kt)$ (интенсивность линейно возрастает от точки (0, λ)), при этом k = 0,004. При увеличении углового коэффициента k зависимость объема наблюдений быстро сходится к графику для линейной интенсивности отказов. Черный график соответствует случаю $g(t) = 1/\sqrt{t}$ (интенсивность убывает согласно закону $\lambda(t) = \lambda/\sqrt{t}$). Результаты, изображенные на рисунке 2, можно проиллюстрировать расчетами. Рассмотрим экспоненциальный закон распределения наработки до отказа ($G(t)=t$). Для этой модели, если при t_0=20 час нам необходимо провести N_{t0}=100 испытаний, то для t_1=200 час получим объем испытаний $N_{t_1} = N_{t_0}\frac{t_0}{t_1} = 100\cdot\frac{20}{200} = 10.$ Для линейно возрастающей интенсивности отказов $\lambda(t)$= λt, соответственно $G(t)=t^2$ будем иметь результат: если для t_0=20 час нам будет необходимо N_{t0}=100 испытаний, то для t_1=200 час количество испытаний

$$N_{t_1} = N_{t_0}\frac{t_0^2}{t_1^2} = 100\cdot\frac{20^2}{200^2} = 1.$$

Исследования, выполненные для параметрической модели линейной функции интенсивности показали, что увеличение вероятности P_0 в точке t_0 при остальных неизменных входных параметрах модели приводит к значительному снижению необходимого объема испытаний N_t (см. рисунок 3). При расчетах входные параметры принимали значения: $\underline{P}_0$=0,99; α_0 = 0,1; t_0=360; k=0,004. В результате проведенных расчетов подтвержден ранее полученный результат: чем надежнее изделие, тем меньше требуется объектов N_t, которые ставят на испытания.

Заключение

Получены результаты, позволяющие обоснованно подходить к планированию объема испытаний высоконадежных объектов. В качестве исходной информации используется информация, предоставляемая изготовителем, о необходимости подтвердить нижнюю границу вероятности безотказной работы изделия с заданной доверительной вероятностью. Полученные в статье формулы позволили провести исследования зависимости объема испытаний от длительности эксперимента и вероятности безотказной работы изделия. Результаты исследования показали, что чем больше длительность эксперимента, тем меньше изделий требуется поставить на испытания. Причем эта зависимость нелинейная, обусловлена параметризацией функции интенсивности отказа. Аналогичная зависимость получилась и для вероятности безотказной работы: чем выше ВБР изделия, тем меньше объектов требуется испытывать.

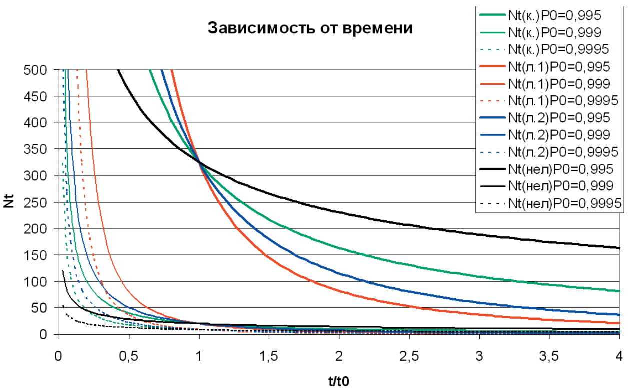


Рис. 3. Зависимость объема испытаний от времени при различных P_0

Библиографический список

1. Антонов А.В. Теория надежности. Статистические модели: Учеб. пособие/ Антонов А.В., Никулин М.С., Никулин А.М., Чепурко В.А. – М.: ИНФРА-М, 2015. – 576 с.

2. Антонов А.В. Статистические модели в теории надежности: Учеб. пособие/ Антонов А.В., Никулин М.С. – М.: Абрис, 2012. – 390 с.

3. Надежность технических систем: Справочник. Ю.К. Беляев, В.А. Богатырев, В.В. Болотин и др.; Под ред. И.А. Ушакова. – М.: Радио и связь, 1985. – 608 с, ил.

4. Определительные испытания на надежность. Ю.Г. Заренин, И.И. Стоянова. – М.: Изд-во Стандартов, 1978. – 168 с.

5. Крамер Г. Математические методы статистики. – М.: Мир, 1975. – 648 с.

6. Антонов А.В. Системный анализ: Учебник для вузов. – М.: Высш. шк., 2008. – 454 с.

Сведения об авторах

Александр В. Антонов, доктор технических наук, профессор, профессор кафедры автоматизированные системы управления, Обнинский институт атомной энергетики НИЯУ МИФИ.

Россия, 249020, Калужская обл., Обнинск, Студгородок, д. 1, e-mail: antonov@iate.obninsk.ru

Валерий А. Чепурко, кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры автоматизированные системы управления, Обнинский институт атомной энергетики НИЯУ МИФИ.

Россия, 249020, Калужская обл., Обнинск, Студгородок, д. 1, e-mail: chepurko@iate.obninsk.ru

Владимир Е. Чехович, начальник отдела, АО «Государственный научный центр Российской Федерации – Физико – энергетический институт им. А.И. Лейпунского».

Россия, 249033, Калужская обл., Обнинск, пл. Бондаренко, д. 1, e-mail: 89158916216@rambler.ru

Владимир Ф. Украинцев, кандидат физико-математических наук, ведущий специалист, АО «Государственный научный центр Российской Федерации – Физико – энергетический институт им. А.И. Лейпунского».

Россия, 249033, Калужская обл., Обнинск, пл. Бондаренко, д. 1, e-mail: ukraintsev@mail.ru

Поступила 20.04.2016