

Геометрический метод оперативного управления распределенным решением информационно-расчетных задач в вычислительных сетях

Сергей А. Журбин, 4 ЦНИИ Минобороны России, Московская обл., Королев, Россия, e-mail: serdgo4@yandex.ru
Геннадий В. Казаков, 4 ЦНИИ Минобороны России, Московская обл., Королев, Россия, e-mail: kgv.64@mail.ru



Сергей А. Журбин



Геннадий В. Казаков

Резюме. Цель. Одними из основных показателей эффективности применения автоматизированных систем управления являются оперативность и устойчивость процесса управления применением указанных систем. Широкое внедрение в автоматизированные системы управления вычислительной техники и организация на этой базе вычислительных сетей обуславливает необходимость решения задачи эффективного управления распределенными вычислительными процессами с целью обеспечения требуемого уровня оперативности и устойчивости решения поставленных задач. Существующие методы организации вычислительного процесса (методы динамического программирования, ветвей и границ, метод последовательного синтеза вариантов и т.д.) в некоторых ситуациях могут оказаться громоздкими или менее точными. Указанные методы помогают найти решение в режиме интерактивного выбора оптимального варианта организации вычислительного процесса, т.е. последовательного приближения к искомому результату и не позволяют получить априорную оценку времени реализации вычислительного процесса в сети. Применение указанных методов при решении исследовательских задач в ходе проектирования вычислительных сетей представляется затруднительным. В настоящей статье предлагается использование геометрического метода, позволяющего априорно оценить минимальное время решения комплекса информационно-расчетных задач и обеспечить их оптимальное распределение в вычислительной системе. Кроме того, метод позволяет найти полное множество возможных вариантов организации вычислительного процесса в сети с априорной оценкой времени решения для каждого варианта. Суть метода заключается в представлении множества всех возможных вариантов распределения задач по рабочим местам, в общем случае, в виде ломанной гиперповерхности. Для решения поставленной задачи введены критерий и условия оптимальности времени решения информационно-расчетных задач. **Результаты и выводы.** В настоящей работе множество вариантов реализации вычислительного процесса рассматривается для однородной и неоднородной вычислительных сред. Алгоритм решения задачи для однородной вычислительной среды достаточно прост и позволяет легко определить минимальное время выполнения вычислительных операций. Он основан на геометрическом представлении процесса распределения задач по рабочим местам в виде гиперплоскости, построенной в ортонормированном пространстве, базисными векторами которого являются вычислительные мощности рабочих мест. Кроме того, алгоритм для однородной вычислительной среды может быть успешно использован для приближенной оценки минимального времени решения комплекса задач в сети, для неоднородной вычислительной среды. Поиск минимального времени решения функционально разнотипных задач в неоднородной вычислительной среде проводится путем построения кусочно-линейной гиперповерхности, что несколько усложняет алгоритм, но, в целом, учитывая вычислительные возможности современных персональных компьютеров, вполне реализуем. Проведенные, в ходе предварительных исследований, оценки позволили сделать вывод о возможности применения геометрического метода в вычислительной сети с большим количеством рабочих мест и информационно-расчетных задач. Возможность априорной оценки минимального времени решения комплекса задач в вычислительной сети позволяет использовать, предложенный в работе, метод в решении исследовательских задач на этапе проектирования вычислительной сети для оценки таких ее показателей как оперативность, надежность, устойчивость и др.

Ключевые слова: автоматизированное рабочее место, вычислительная сеть, показатели качества организации вычислительного процесса, управление вычислительным процессом.

Формат цитирования: Журбин С.А., Казаков Г.В. Геометрический метод оперативного управления распределенным решением информационно-расчетных задач в вычислительных сетях // Надежность. 2016. №2. С. 31-38. DOI: 10.21683/1729-2640-2016-16-2-31-38

В настоящее время понятие «вычислительные системы» уже не новшество. Направления развития техники во многом определяются стремлением повысить производительность существующих и разрабатываемых вычислительных систем [1, 3, 4] путем внедрения технических и технологических новинок. Мощность первых компьютеров и их функциональная надежность были невысоки, поэтому решение многих прикладных задач с их применением было невозможным или для их решения с учетом процессов восстановления после отказов уходило значительное количество времени. Сразу после появления первых компьютеров стали создавать различные методы для объединения нескольких компьютеров в одну единую систему, чтобы повысить производительность, функциональную надежность и минимизировать время решения задач. Идея была проста: если мощности одного компьютера не хватает для решения задач, то надо распараллелить все множество задач Ω между компьютерами и тогда каждый компьютер будет решать свое подмножество задач Ω_i ($i = 1, L$), где L – количество компьютеров в вычислительной системе (ВС). Та же цель преследовалась при создании многопроцессорных систем или, как принято говорить, оперируя современными понятиями, – систем с многоядерными процессорами. С появлением технической и технологической возможности обмена информацией между компьютерами мощный толчок в развитии получила концепция построения ВС, которая является логическим результатом эволюции компьютерных технологий. Итак, научили компьютеры обмениваться информацией, обеспечили их вычислительной мощностью, удобным интерфейсом, осталось дело за малым – научить их управлять вычислительным процессом. Стали активно развиваться методы организации распределенного вычислительного процесса, например, такие, как динамическое программирование, метод ветвей и границ, метод последовательного синтеза вариантов и т.д. [1, 2, 3, 4]. Указанные подходы и методы, благодаря своей универсальности, нашли широкое применение в вопросе рационального использования вычислительных ресурсов в ходе решения широкого круга задач: информационных, вычислительных, технологических и многих других. Однако если рассматривать какой-нибудь один тип задач, например, вычислительные, когда необходимо некоторое множество однотипных задач распределить в многопроцессорном или многоядерном пространстве, универсальные методы могут оказаться более громоздкими или менее точными.

В настоящей статье предлагается геометрический метод, позволяющий оценить время решения задач в однородной и неоднородной среде и обеспечить их оптимальное распределение в ВС. Для однородной среды предполагается, что все вычислительные процессы, протекающие в ВС, являются линейными для всех типов задач, для неоднородной – линейность наблюдается для однотипных задач и отсутствует в рамках множества разнотипных задач. О линейных и нелинейных зави-

симостях, упомянутых выше, будет более подробно изложено ниже.

Пусть существует ВС, узлами которой являются вычислительные машины, в общем случае обладающие разными техническими характеристиками (тактовая частота процессора и системной шины, объем оперативной памяти и т.д.). Узлы вычислительной сети представляют собой автоматизированные рабочие места (АРМ), выполняющие решение некоторой совокупности поступивших информационно-расчетных задач (ИРЗ). ИРЗ, решаемые в ВС, являются независимыми друг от друга с точки зрения совокупности входных и выходных данных. Задача распределения всего множества ИРЗ, требующих решения в ВС, возложена на некоторый центр управления ВС (ЦУВС), который может выполнять организацию вычислительного процесса в ВС в автоматическом или автоматизированном режиме. В случае высокой степени технической оснащенности и обеспеченности ВС каналами обмена информацией в качестве ЦУВС может выступать высокопроизводительный сервер, осуществляющий управление ВС автоматически. При недостаточной или даже слабой технической оснащенности и при отсутствии необходимых каналов обмена информацией всю полноту управления берет на себя человек, а обмен информацией организуется посредством курьерской службы. В настоящей работе рассматриваются ВС высокого уровня технической оснащенности, обладающие, в первую очередь, высокопроизводительными каналами обмена информацией. Пример произвольной ВС представлен на рисунке 1.

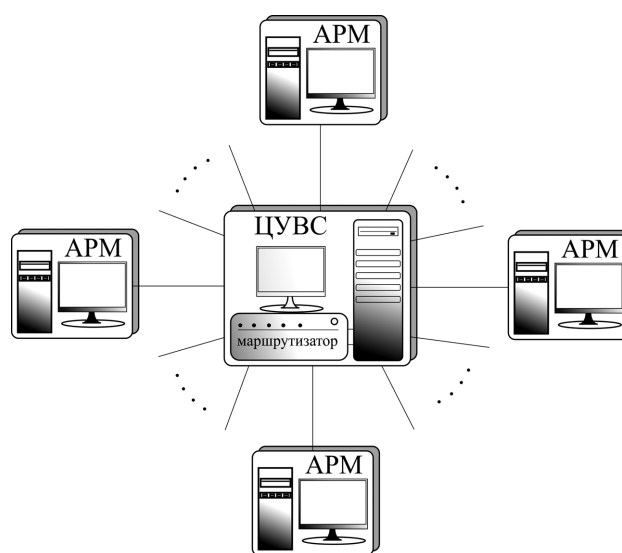


Рис. 1. Общий вид вычислительной сети

Архитектура ВС может быть самой разнообразной, но сама ВС должна обладать несколькими основными свойствами:

- АРМ сети обладают одинаковыми правами и приоритетами с точки зрения решения ИРЗ;
- весь комплекс задач, решаемых в ВС, может быть решен на любом АРМ;

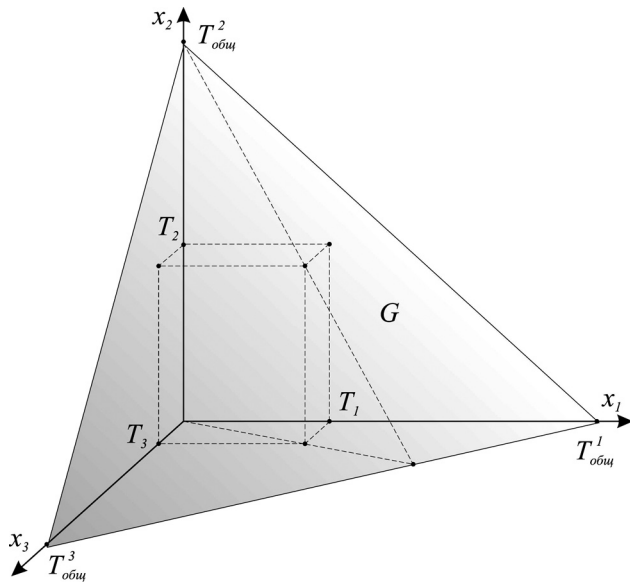


Рис. 2. Плоскость, описывающая все возможные распределения ИРЗ по 3-м АРМ

Очевидно, что произвольной точке гиперплоскости G можно поставить в соответствие некоторое множество R возможных вариантов распределения ИРЗ по АРМ. На рисунке 2 T_1, T_2, T_3 – время решения некоторого количества ИРЗ, распределенных соответственно на 1-й, 2-й и 3-й АРМ с учетом выполнения условия (3).

Вернемся к критерию оптимальности времени решения ИРЗ в ВС. Под временем решения комплекса ИРЗ в ВС будем понимать интервал времени между началом вычислительного процесса и его окончанием на всех без исключения АРМ. Запишем приведенное определение в виде следующего математического выражения

$$T_s = \max \{T_i\}_{i=1}^m \quad (11)$$

где T_s – общее время решения ИРЗ в ВС; T_i – время решения ИРЗ, распределенных на i -й АРМ; m – количество АРМ ВС. Тогда с учетом (11) минимальное время решения ИРЗ в ВС будет достигнуто, когда $\forall T_i (i = 1, m)$ выполнится условие

$$T_1 = T_2 = \dots = T_m \quad (12)$$

Исходя из (10) и (12), минимальное время решения ИРЗ в ВС будет

$$T_{\min} = \frac{1}{\sum_{i=1}^m \frac{1}{T_{\text{общ}}^i}} \quad (13)$$

Выражение (13) справедливо, когда выполняется условие линейности (1). Рассмотрим случай, когда условие линейности будет выполняться в рамках одного типа ИРЗ и не соблюдаться для всех типов ИРЗ. Это становится возможным, когда время решения ИРЗ на АРМ включает время доведения исходной информации

или решаются не только вычислительные задачи, но и графические и информационные, т.е. задачи, различные по существу.

В таком случае справедливо следующее неравенство

$$\frac{t_{i,1}}{t_{j,1}} \neq \frac{t_{i,2}}{t_{j,2}} \neq \dots \neq \frac{t_{i,n}}{t_{j,n}}, \quad (14)$$

где $t_{i,k}$ – время решения одной задачи k -го типа на i -м АРМ; $t_{j,k}$ – время решения одной задачи k -го типа на j -м АРМ ($i = 1, m; j = 1, m; i \neq j; k = 1, n$). Таким образом, линейность, которая в условии (1) наблюдалась в отношении всех типов задач, в условии (14) имеет место только в рамках одного произвольного типа задач и не наблюдается в отношении всех задач вместе взятых. Такую ВС будем считать неоднородной вычислительной средой. Покажем это на графическом примере для 2-х АРМ с номерами i и j .

Отношения в выражении (1) и (14) являются тангенсами углов наклона прямых [7], характеризующих функциональную зависимость времен T_i и T_j от вариантов распределения задач между i -м и j -м АРМ, например, на рисунке 2 это отрезок, соединяющий точки $T_{\text{общ}}^i, T_{\text{общ}}^j$ при $i = 1, 3; j = 1, 3; i \neq j$. Тогда (14) запишем в виде

$$\text{tg } \alpha_1 \neq \text{tg } \alpha_2 \neq \dots \neq \text{tg } \alpha_n,$$

где α_k – угол наклона k -й прямой к оси x_j . Пусть управление вычислительным процессом в сети таково, что все M задач m типов размещаются на i -м АРМ, после чего в некоторой последовательности они перемещаются на j -й АРМ. Тогда зависимость времени решения всего комплекса задач, распределяемых между i -м и j -м АРМ, будет представлена ломаной линией, соединяющей точки $T_{\text{общ}}^i$ и $T_{\text{общ}}^j$ причем вид этой ломаной будет зависеть от последовательности перемещения задач с i -го АРМ на

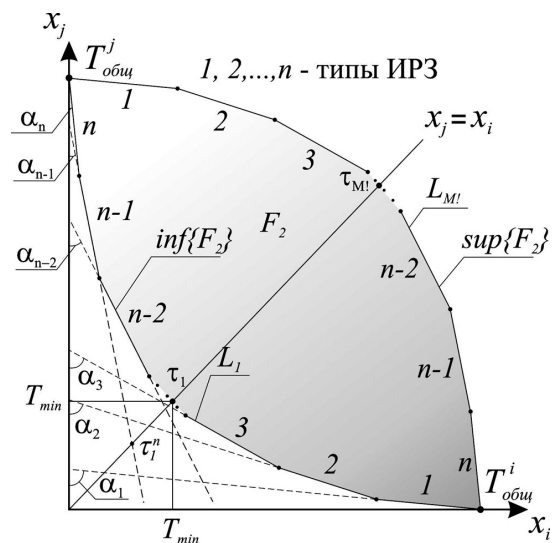


Рис. 3. График изменения времени решения ИРЗ, распределенных между i -м и j -м АРМ в зависимости от последовательности перемещения задач

j -й АРМ. Геометрическая интерпретация последнего тезиса представлена на рисунке 3.

Понятно, что количество вариантов распределения ИРЗ между АРМ (количество ломаных линий) будет равно числу перестановок общего количества задач, т.е. $M!$, которые будут находиться внутри области F_2 (рисунок 3) («2» в F_2 обозначает размерность области). Ломаные линии L_1 и $L_{M!}$ (рис.3) являются нижней и верхней границами области F_2 , т.е.

$$\begin{aligned} L_1 \{ |\operatorname{tg} \alpha_1| > |\operatorname{tg} \alpha_2| > \dots > |\operatorname{tg} \alpha_{n-1}| > |\operatorname{tg} \alpha_n| \} &= \inf \{ F_2 \} \\ L_{M!} \{ |\operatorname{tg} \alpha_1| < |\operatorname{tg} \alpha_2| < \dots < |\operatorname{tg} \alpha_{n-1}| < |\operatorname{tg} \alpha_n| \} &= \sup \{ F_2 \} \end{aligned} \quad (15)$$

здесь $L_1 \{ |\operatorname{tg} \alpha_1| > |\operatorname{tg} \alpha_2| > \dots > |\operatorname{tg} \alpha_{n-1}| > |\operatorname{tg} \alpha_n| \}$ и $L_{M!} \{ |\operatorname{tg} \alpha_1| < |\operatorname{tg} \alpha_2| < \dots < |\operatorname{tg} \alpha_{n-1}| < |\operatorname{tg} \alpha_n| \}$ – это ломаные линии, состоящие из множества отрезков $\{l_i\}_{i=1}^n$, для которых справедливы неравенства

$$\begin{aligned} |\operatorname{tg} \alpha_1| > |\operatorname{tg} \alpha_2| > \dots > |\operatorname{tg} \alpha_{n-1}| > |\operatorname{tg} \alpha_n| \text{ и} \\ \text{и } |\operatorname{tg} \alpha_1| < |\operatorname{tg} \alpha_2| < \dots < |\operatorname{tg} \alpha_{n-1}| < |\operatorname{tg} \alpha_n|. \end{aligned}$$

где $\operatorname{tg} \alpha_j$ – тангенс угла наклона прямой, на которой лежит отрезок l_j .

Как видно из рисунка 3 для любой $L_i \in F_2$, $i = \overline{1, M!}$ существует точка τ_i , которая будет удовлетворять условию (12), но, очевидно, что

$$T_{\min} = \tau_1 \in \inf \{ F_2 \}. \quad (16)$$

Следовательно, $\inf \{ F_2 \}$ будет определять последовательность перемещения ИРЗ между двумя АРМ, при которой будет иметь место выражение (16). Рассмотрим алгоритм вычисления значения $T_{\min}$ в соответствии с критерием (12) для $\inf \{ F_2 \}$, т.к. именно эта ломаная задает оптимальную в смысле критерия (12) и условия (16) функциональную зависимость изменения времени решения ИРЗ при их распределении между АРМ i и АРМ j . Без потери общности будем считать, что номера типов задач, соответствующих отрезкам l_j , соответствующих номерам α_j в определении (15).

Пусть все ИРЗ, поступившие в систему, размещены на АРМ i , тогда их время решения составит $T_{\text{общ}}^i$. Начнем перемещать ИРЗ 1-го типа с АРМ i на АРМ j . Тогда зависимость изменения времени решения ИРЗ при перераспределении их между АРМ будет выражена отрезком l_1 , лежащим на прямой, представленной выражением

$$f(x_i) = x_j = a \cdot x_i + b,$$

где $a = \operatorname{tg} \alpha$, α – угол наклона прямой по отношению к координатной оси; b – свободный член, значение которого зависит от значений координат точек x_i и x_j на плоскости, через которую проходит прямая.

Для отрезка l_1 $a = \operatorname{tg} \alpha_1$ и $x_i = T_{\text{общ}}^i = (T_n^i + T_{n-1}^i + \dots + T_2^i + T_1^i)$, $x_j = 0$, тогда для l_1 справедливо выражение (см. рисунок 3)

$$\begin{aligned} f_1(x_i) &= x_j = \operatorname{tg} \alpha_1 \cdot (x_i - T_{\text{общ}}^i) = \\ &= \operatorname{tg} \alpha_1 \cdot (x_i - (T_n^i + T_{n-1}^i + \dots + T_2^i + T_1^i)), \end{aligned}$$

где T_j^i – время решения всех задач j -го типа на АРМ i . Тогда для произвольного отрезка $l_k \in \inf \{ F_2 \}$ нетрудно построить прямую, для которой $a = \operatorname{tg} \alpha_k$, $x_i = (T_n^i + T_{n-1}^i + \dots + T_k^i)$ и $x_j = (T_1^j + T_2^j + \dots + T_{k-1}^j)$, будем иметь следующее выражение прямой

$$\begin{aligned} f_k(x_i) &= x_j = \operatorname{tg} \alpha_k \cdot x_i + \\ &+ ((T_1^j + T_2^j + \dots + T_{k-1}^j) - \operatorname{tg} \alpha_k \cdot (T_n^i + T_{n-1}^i + \dots + T_k^i)), \end{aligned}$$

где $(T_1^j + T_2^j + \dots + T_{k-1}^j)$ – суммарное время решения всех задач с 1-го по $(k-1)$ -й тип на АРМ j (при $k=1$ $(T_1^j + T_2^j + \dots + T_{k-1}^j) = 0$); $(T_n^i + T_{n-1}^i + \dots + T_k^i)$ – суммарное время решения всех задач с k -го по n -й тип на АРМ i .

В соответствии с критерием (12) для каждой прямой $f_k(x_i)$ находим точку τ_1^k ($k = \overline{1, n}$), являющуюся пересечением прямой $f_k(x_i)$ и прямой $x_j = x_i$

$$\tau_1^k = \frac{(T_1^j + T_2^j + \dots + T_{k-1}^j) - \operatorname{tg} \alpha_k \cdot (T_n^i + T_{n-1}^i + \dots + T_k^i)}{1 - \operatorname{tg} \alpha_k}.$$

Далее из всех значений τ_1^k ($k = \overline{1, n}$) необходимо выбрать максимальное, которое будет соответствовать $T_{\min}$, т.е.

$$T_{\min} = \max \{ \tau_1^k \}_{k=1}^n. \quad (17)$$

Как видно из рисунка 3 для 2-х АРМ, $T_{\min}$ делит весь комплекс задач на два подмножества. Первое подмножество – это задачи, которые будут решаться на АРМ i , второе – задачи, решаемые на АРМ j . По аналогии с организацией вычислительного процесса на 2-х АРМ задача оценки значения $T_{\min}$ для m АРМ сводится к построению $\inf \{ F_m \}$, который будет представлять собой кусочно-линейную гиперповерхность. Аналитически, как в случае (10), представить эту поверхность затруднительно, поэтому для ее построения предлагается использовать геометрический подход.

Рассмотрим алгоритм построения $\inf \{ F_m \}$ на примере для $m=3$ и $n=4$. Предположим, что все ИРЗ помещены на АРМ1. Тогда время решения всех ИРЗ на АРМ1 будет равно $T_{\text{общ}}^1$. Существует потенциальная возможность перемещения ИРЗ с АРМ1 на АРМ2 и АРМ3, при этом зависимость изменения времени решения при перемещении ИРЗ с АРМ1 на АРМ2 будет соответствовать $\inf \{ F_2^{1,2} \}$, а при перемещении с АРМ1 на АРМ3 – $\inf \{ F_2^{1,3} \}$. В общем случае последовательности перемещения ИРЗ, определяющие $\inf \{ F_2^{1,2} \}$ и $\inf \{ F_2^{1,3} \}$, могут быть различны. Без потери общности примем, что последовательности перемещения ИРЗ, определяющие $\inf \{ F_2^{1,2} \}$ и $\inf \{ F_2^{1,3} \}$, такие, как показано на рисунке 4.

Переместим ИРЗ 1-го типа с АРМ1 на АРМ2 в соответствии с последовательностью, определяемой $\inf \{ F_2^{1,2} \}$.

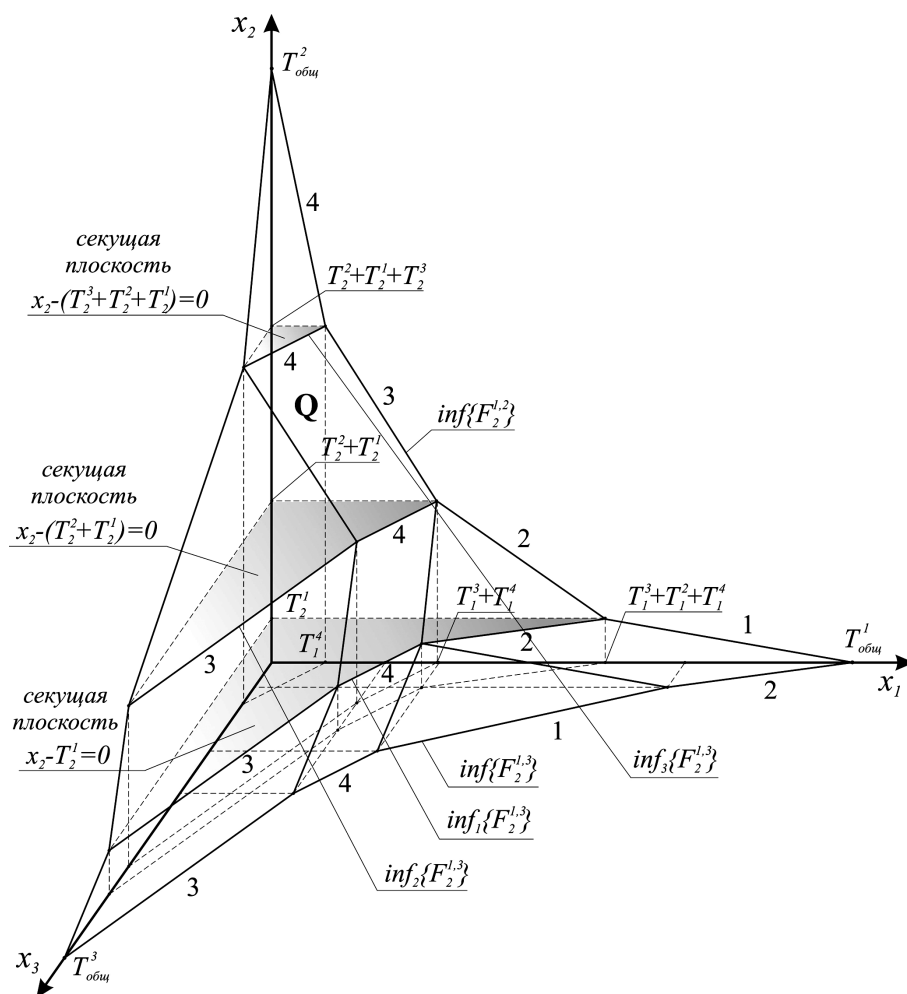


Рис. 4. Кусочно-линейная поверхность Q , описывающая множество возможных вариантов распределения ИРЗ между 3-мя АРМ

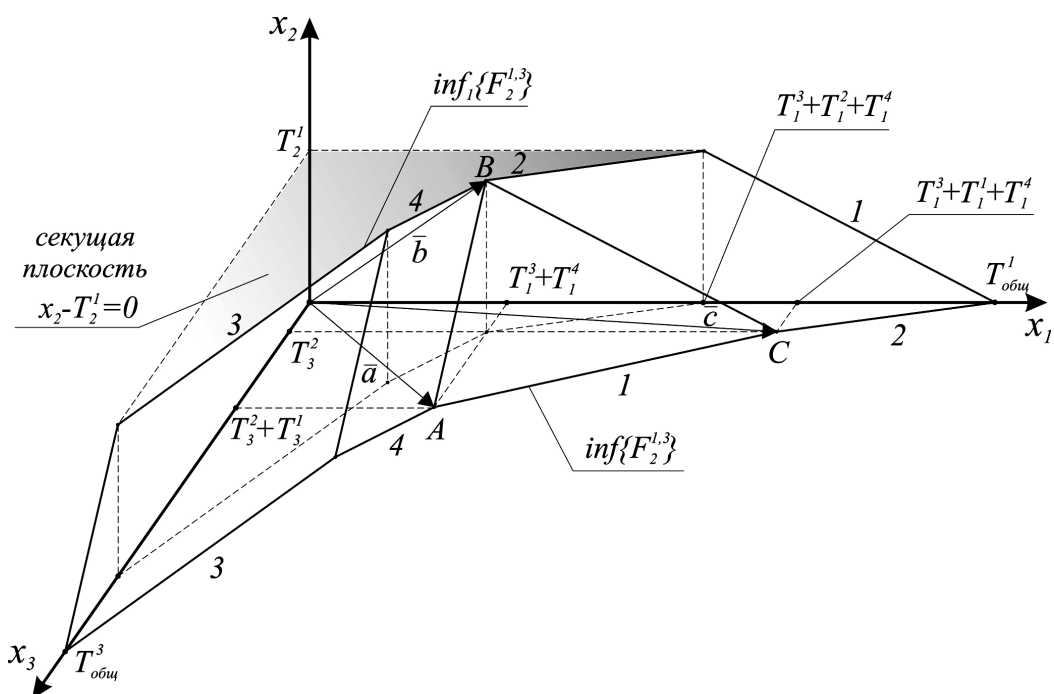


Рис. 5. Фрагмент кусочно-линейной поверхности Q

Тогда зависимость изменения времени решения ИРЗ 1-го типа, распределяемых между АРМ1 и АРМ2, будет выражена линейной функцией $x_2(x_1)=l_1$, где l_1 – отрезок 1 в плоскости x_1x_2 , соединяющий точки $(T_{\text{общ}}^1, 0)$, $(T_1^3 + T_1^2 + T_1^3, T_2^1)$ (рисунок 4), т.е. можно записать, что

$$l_1 \in \inf \{F_2^{1,2}\}.$$

В результате останутся ИРЗ 2-го, 4-го и 3-го типов, которые расположены в последовательности, удовлетворяющей условию (15) и определяющей $\inf_1 \{F_2^{1,3}\}$ (рисунок 4).

Очевидно, что $\inf \{F_2^{1,3}\}$ является сечением кусочно-линейной поверхности Q плоскостью $x_2=0$ и $\inf_1 \{F_2^{1,3}\}$, $\inf_2 \{F_2^{1,3}\}$, $\inf_3 \{F_2^{1,3}\}$ являются сечениями кусочно-линейной поверхности Q плоскостями $x_2 - T_2^1 = 0$, $x_2 - (T_2^2 + T_2^1) = 0$ и $x_2 - (T_2^3 + T_2^2 + T_2^1) = 0$ соответственно, параллельными плоскости $x_2=0$ (рисунок 4). Из рисунка 4 видно, что поверхность Q между сечениями, например, между $\inf \{F_2^{1,3}\}$ и $\inf_1 \{F_2^{1,3}\}$, представляет собой взаимно пересекающиеся плоскости, образованные параллельными или пересекающимися отрезками (компланарными векторами). На примере плоскости ABC , лежащей между $\inf \{F_2^{1,3}\}$ и $\inf_1 \{F_2^{1,3}\}$ (рисунок 5), рассмотрим процесс построения произвольной плоскости, образующей кусочно-линейную поверхность Q .

Известно [5, 6], что в ортонормированном пространстве плоскость однозначно задается вектором нормали $\bar{N}$ и точкой, лежащей на плоскости. В нашем случае выберем точку A , принадлежащую плоскости, с координатами $(T_1^3 + T_1^4, 0, T_3^2 + T_3^1)$ (рисунок 5).

Рассмотрим три вектора $\bar{a}$, $\bar{b}$, $\bar{c}$, координаты которых совпадают с точками A, B, C соответственно (рисунок 5). Поскольку указанные точки лежат на плоскости, любая линейная комбинация $\bar{a}$, $\bar{b}$, $\bar{c}$ будет представлять множество компланарных векторов [5, 6], т.е.

$$\overline{AB} = \bar{b} - \bar{a}, \quad \overline{AC} = \bar{c} - \bar{a}.$$

Известно, что нормаль к плоскости является результатом векторного произведения пары компланарных векторов [5, 6], следовательно, можно записать

$$[\overline{AB}, \overline{AC}] = \bar{N}, \quad (18)$$

где $[\overline{AB}, \overline{AC}]$ – векторное произведение векторов $\overline{AB}$ и $\overline{AC}$.

Пусть x_1, x_2, x_3 – ортонормированный базис векторного пространства, тогда выражение (18) перепишем в координатной форме.

$$\begin{aligned} \bar{a} &= (T_1^3 + T_1^4, 0, T_3^2 + T_3^1); \quad \bar{b} = (T_1^3 + T_1^4, T_2^1, T_3^2); \\ \bar{c} &= (T_1^3 + T_1^1 + T_1^4, 0, T_3^2); \quad \overline{AB} = \bar{b} - \bar{a} = (0, T_2^1, -T_3^1); \\ \overline{AC} &= \bar{c} - \bar{a} = (T_1^1, 0, -T_3^1); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{N} = [\overline{AB}, \overline{AC}] &= \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ 0 & T_2^1 & -T_3^1 \\ T_1^1 & 0 & -T_3^1 \end{vmatrix} = x_1 \cdot \begin{vmatrix} T_2^1 & -T_3^1 \\ 0 & -T_3^1 \end{vmatrix} - \\ &- x_2 \cdot \begin{vmatrix} 0 & -T_3^1 \\ T_1^1 & -T_3^1 \end{vmatrix} + x_3 \cdot \begin{vmatrix} 0 & T_2^1 \\ T_1^1 & 0 \end{vmatrix} = \\ &= -x_1 \cdot T_2^1 T_3^1 + x_2 \cdot T_3^1 T_1^1 - x_3 \cdot T_2^1 T_1^1. \end{aligned}$$

Следовательно, вектор нормали к плоскости ABC будет

$$\bar{N} = (-T_2^1 T_3^1, T_3^1 T_1^1, -T_2^1 T_1^1).$$

Каноническое выражение плоскости в пространстве с ортонормированным базисом x_1, x_2, x_3 , проходящей через точку $M^0(x_1^0, x_2^0, x_3^0)$ и имеющей вектор нормали $\bar{N} = (A, B, C)$ имеет вид

$$A(x_1 - x_1^0) + B(x_2 - x_2^0) + C(x_3 - x_3^0) = 0.$$

Тогда выражение плоскости ABC с вектором нормали $\bar{N} = (-T_2^1 T_3^1, T_3^1 T_1^1, -T_2^1 T_1^1)$ и проходящей через точку $A(T_1^3 + T_1^4, 0, T_3^2 + T_3^1)$ будет

$$\begin{aligned} -T_2^1 T_3^1 (x_1 - (T_1^3 + T_1^4)) + T_3^1 T_1^1 x_2 - \\ -T_2^1 T_1^1 (x_3 - (T_3^2 + T_3^1)) = 0. \end{aligned}$$

Аналогичным образом строятся остальные плоскости, образующие кусочно-линейную поверхность Q . Далее для каждой плоскости поверхности Q в соответствии с критерием (12) находим точку пересечения плоскости с прямой $x_1=x_2=x_3$. Количество плоскостей, составляющих поверхность Q , можно вычислить с использованием выражения [7]

$$L = \frac{2 + (n-1)}{2} \cdot n,$$

где L – количество плоскостей, составляющих поверхность Q ; n – количество типов ИРЗ, распределяемых между АРМ. Обозначим точку пересечения прямой $x_1=x_2=x_3$ с k -й плоскостью τ^k . Тогда по аналогии с (17)

$$T_{\min}^{\text{APM1}} = \max \{ \tau^k \}_{k=1}^L,$$

где $T_{\min}^{\text{APM1}}$ – значение минимального времени решения ИРЗ при условии потенциального размещения всех ИРЗ на АРМ1. Значение $T_{\min}^{\text{APM1}}$ было получено при условии, что распределение ИРЗ между АРМ начиналось с АРМ1, т.е. все ИРЗ были виртуально помещены на АРМ1 и затем распределялись между АРМ2 или АРМ3. Если построить поверхность Q при условии, что распределение ИРЗ начнется с АРМ2 или АРМ3, получим значения $T_{\min}^{\text{APM2}}$ и $T_{\min}^{\text{APM3}}$, для которых, в общем случае будет выполняться неравенство

$$T_{\min}^{\text{APM1}} \neq T_{\min}^{\text{APM2}} \neq T_{\min}^{\text{APM3}}. \quad (19)$$

Очевидно, что для полного решения задачи из полученных значений (19) необходимо выбрать минимальное. Т.е., для m АРМ будем иметь минимаксную задачу

$$T_{\min} = \min \left\{ T_{\min}^{\text{APM}i} \right\}_{i=1}^m = \min \left\{ \max \left\{ \tau_{\text{APM}i}^k \right\}_{k=1}^L \right\}_{i=1}^m. \quad (20)$$

Таким образом, получив с помощью (20) $T_{\min}$, который является точкой глобального минимума задачи, через координаты данной точки $T_1 = T_2 = \dots = T_m$, соответствующие осям $x_1, x_2, \dots, x_m$, получаем наилучший с точки зрения критерия (12) вариант организации вычислительного процесса в ВС.

Библиографический список

1. Воеводин В.В., Воеводин Вл. В. Параллельные вычисления. – СПб.: БХВ – Петербург, 2002. – 608 с.
2. Воеводин В.В. Математические модели и методы в параллельных процессах. – М.: Наука, 1986, 296 с.
3. Козлов М.В., Малашенко Ю.Е., Назарова И.А. Гарантированные оценки распределения вычислительных

ресурсов в условиях неопределенности. – М.: Вычислительный центр РАН, 2011, 46 с.

4. Ишакова Е.Н. Теория вычислительных процессов: учебное пособие. – Оренбург: ГОУ ОГУ, 2007. – 160 с.

5. Воеводин В.В. Линейная алгебра. – М.: Наука, 1980, 400 с.

6. Каган М.Л., Самохин М.В. Математика в инженерном ВУЗе. Алгебра и геометрия. – М.: Стройиздат, 2003, 207 с.

7. Никольский С.М. Курс математического анализа. Т. 1. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 1983, 448 с.

Сведения об авторах

Сергей А. Журбин – старший научный сотрудник 4 ЦНИИ Минобороны России, тел. +7 (910) 408-97-04, Россия, 141092, Московская обл., г. Королев, ул. Пушкинская, дом 13 кв.224, e-mail: serdgo4@yandex.ru

Геннадий В. Казаков – кандидат технических наук, доцент, начальник управления 4 ЦНИИ Минобороны России, тел. +7 (910) 467-71-66, Россия, 141092, Московская обл., г. Королев, мкр. Юбилейный, ул. Пушкинская, дом 17, кв. 103, e-mail: kgv.64@mail.ru