

Подход к обеспечению требований к безотказности сложных систем на основе параметрической оптимизации схем надёжности

Александр С. Толстов, Научно-исследовательский испытательный институт Академии ФСО России, Орёл, Россия, e-mail: A.Dick2001@yandex.ru

Дмитрий В. Пантюхов, Научно-исследовательский испытательный институт Академии ФСО России, Орёл, Россия, e-mail: gospamme@yandex.ru



Александр С.
Толстов



Дмитрий В.
Пантюхов

Резюме. Цель. Обеспечение требований к показателям надёжности сложных технических изделий и систем является одной из приоритетных задач, решаемых в ходе их разработки и испытаний. Целесообразно на этапе проектирования определять значения параметров элементов схемы сложных систем, оптимально обеспечивающих выполнение требований к безотказности системы. **Методы.** Параметрическая оптимизация статистической модели схемы надёжности практически невозможна вследствие существенной нестационарности процессов при оценке вероятности безотказной работы системы. В статье представлено решение указанной задачи на основе пошагового определения количества модельных экспериментов, необходимого для устойчивой работы алгоритма параметрической оптимизации. Определение количества модельных экспериментов осуществляется с использованием разработанных формул, определяющих взаимосвязь оценки вероятности безотказной работы и интенсивности ошибки оценки и позволяющих минимизировать влияние нестационарности случайных процессов при оценке вероятности безотказной работы. **Результаты.** Работоспособность предложенного подхода к осуществлению параметрической оптимизации статистической модели схемы надёжности показана на примере оценки оптимальных параметров варианта схемы надёжности системы. Показано, что использование предложенных подходов обеспечивает сходимость поискового алгоритма и требуемую точность оценки параметров схемы надёжности системы. **Выводы.** Приведенные в статье результаты показывают экономическую и техническую целесообразность определения оптимальных значений параметров безотказности элементов системы на этапе ее проектирования. В случае отсутствия элементов с расчетными характеристиками безотказности, обеспечение требуемой надёжности системы возможно либо путём осуществления специальных технических мер по резервированию и (или) созданию соответствующей системы технического обслуживания и ремонта.

Ключевые слова: надёжность, модель надёжности, схема надёжности, безотказная работа, оптимизация, алгоритм оптимизации, сходимость поискового алгоритма.

Формат цитирования: Толстов А.С., Пантюхов Д.В. Подход к обеспечению требований к безотказности сложных систем на основе параметрической оптимизации схем надёжности // Надежность. 2016. №2. С. 26-30 DOI: 10.21683/1729-2640-2016-16-2-26-30

Обеспечение требований к показателям надёжности сложных технических изделий и систем является одной из приоритетных задач, решаемых в ходе их разработки и испытаний. При необходимости повышение надёжности системы возможно либо путём повышения уровня безотказности элементов системы, либо путем осуществления технических мер по их резервированию и (или) созданию системы технического обслуживания и ремонта [1]. Принятие технических мер приводит к повышению стоимости системы. Поэтому выбор принимаемых мер целесообразно осуществлять с использованием критерия эффективность/стоимость. При этом под эффективностью принимаемой меры понимается

получаемый прирост показателя надёжности системы, под стоимостью – соответствующий прирост стоимости системы.

Наличие такого инструмента, как модель надёжности системы, позволяет формализовать решение задачи выработки рекомендаций по обеспечению требуемой надёжности исследуемой системы. В [1] предложено решение указанной задачи на основе разработки поисковых алгоритмов оптимального синтеза схем надёжности систем с резервированием. Без потери общности далее рассмотрен вариант конфигурации системы бесперебойного электропитания (СБЭП), схема надёжности которой представлена на рисунке 1 [1].

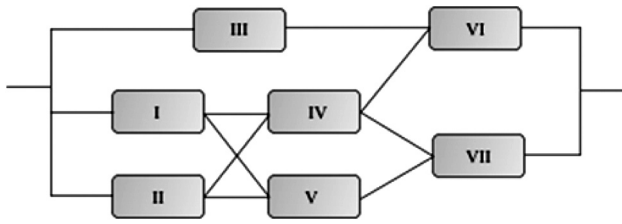


Рис. 1. Вариант схемы надёжности СБЭП с резервированием

В настоящей статье рассмотрен подход к обеспечению требований к безотказности сложных систем на основе параметрической оптимизации схем надёжности.

Состояние системы определяется состоянием ее элементов и логикой их взаимосвязей в схеме. Формула для определения состояния (исправна – 1, неисправна – 0) системы на рисунке 1 имеет следующий вид (состояния элементов схемы обозначены символом S (state) с соответствующими индексами):

$$S_{\Sigma} = \{[(S_1 \vee S_2) \wedge S_4 \vee S_3] \wedge S_6\} \vee [(S_1 \vee S_2) \wedge (S_4 \vee S_5) \wedge S_7]. \quad (1)$$

Логическая формула для вычисления состояния системы определяется ее структурой, не зависит от вида закона распределения вероятности исправного состояния элементов и ее составление не вызывает затруднений. Получение аналитического решения возможно для схем надёжности с несложной структурой, поэтому для анализа сложных систем используют методы статистического моделирования на ЭВМ. Функционирование модели надёжности системы, построенной на основе логической формулы при известных показателях безотказности элементов системы организуется следующим образом. На i -м шаге моделирования, соответствующем моменту времени t_i производится N модельных экспериментов, в каждом из которых в соответствии с (1) определяется состояние системы, $S_{\Sigma ij}$. Оценка вероятности безотказной работы системы $\hat{P}_i$ получается путем усреднения результатов N модельных экспериментов:

$$\hat{P}_i = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N S_{\Sigma ij}, \quad (2)$$

Получаемая оценка вероятности безотказной работы системы соответствует результатам аналитических расчетов $P(t)$ и содержит ошибку оценки $\Delta P(t)$:

$$\hat{P}(t) = P(t) + \Delta P(t). \quad (3)$$

Среднее квадратическое отклонение (СКО) ошибки оценки $\sigma_{\Delta P}(t)$ определяется количеством модельных экспериментов N и СКО потока событий S_{Σ} :

$$\sigma_{\Delta P}(t) = \frac{\sigma_S(t)}{\sqrt{N}} \quad (4)$$

Результаты статистического моделирования по оценке $\hat{P}_i(t)$ и СКО $\sigma_S(t)$ потока событий S_{Σ} при экспоненциальном законе распределения приведены на рисунке 2. При моделировании принято среднее время безотказной работы элементов $T_{\text{бп}} = 5000$ час, $N = 10000$.

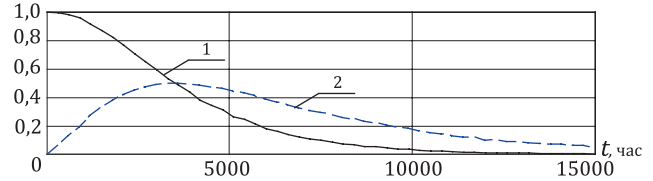


Рис. 2. Зависимость оценки вероятности безотказной работы $\hat{P}(t)$ (1) и СКО потока состояний системы $\sigma_S(t)$ (2) от времени

Характер процессов $\hat{P}(t)$ и $\sigma_S(t)$, предопределенность их значений в ряде точек на оси времени указывают на возможную функциональную взаимозависимость $\sigma_S(t)$ и $\hat{P}(t)$, которую можно определить графоаналитическим методом. График зависимости $\sigma_S = f(\hat{P})$, построенный в соответствии с рисунком 2, показан на рисунке 3. Подходящей функцией регрессии $\sigma_S = f(\hat{P})$ для зависимости на рисунке 3 является уравнение окружности вида $\sigma_S^2 + (\hat{P} - 0,5)^2 = 0,5^2$. Относительно искомой переменной σ_S это уравнение принимает вид:

$$\sigma_S = \sqrt{0,25 - (\hat{P} - 0,5)^2} \quad (5)$$

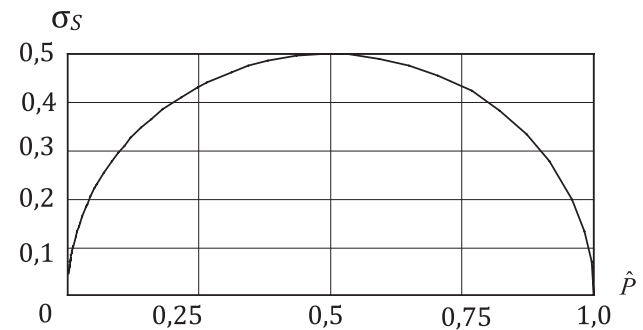


Рис. 3. Зависимость СКО потока состояний системы σ_S от оценки вероятности безотказной работы $\hat{P}$

Исходя из (5), с учетом (4) формула для пошагового определения количества модельных экспериментов, необходимого для обеспечения требуемого значения СКО ошибки оценки $\sigma_{\Delta P_{\text{тр}}}$ в i -ой точке моделирования, имеет вид:

$$N_{\text{три}} = \frac{\hat{P}_i}{\sigma_{\Delta P_{\text{три}}}} * (1 - \hat{P}_i) \quad (6)$$

Организация моделирования в соответствии с (6) позволяет получать оценку безотказности системы с задаваемой точностью во всех точках интервала времени моделирования.

Как говорилось выше, одной из основных задач, решаемых при разработке сложных технических систем,

является задача выполнения требований по безотказности, формулируемая в виде:

$$P(t_{\text{треб.}}) \geq P_{\text{треб.}} \quad (7)$$

То есть система должна обеспечивать на заданный момент времени надёжность не ниже требуемой. В случае, если требование не выполняется, необходимо производить изменения в системе, направленные на повышение надежности применяемых элементов (среднего времени их безотказной работы).

Решение задачи определения минимально необходимых значений среднего времени безотказной работы элементов, обеспечивающих выполнение (7), может быть формализовано и осуществлено на основе методов параметрической идентификации систем [2].

Для параметрической идентификации модели надежности показателем качества может быть выбран функционал, представляющий собой меру соответствия оценки вероятности безотказной работы, получаемой на модели с данным вектором параметров, требуемому значению вероятности:

$$Q(w) = [P_{\text{треб}} - \hat{P}(w, t_{\text{треб}})]^2, \quad (8)$$

где w – вектор параметров модели надежности, составляющими которого являются средние времена безотказной работы элементов схемы надежности.

Минимизация функционала (8) по вектору w в условиях его высокой размерности может быть организована с использованием градиентных алгоритмов первого порядка. При этом осуществляется пошаговая минимизация $Q(w)$. Каждый шаг минимизации производится после определения его направления, задаваемого производной $Q(w)$ по вектору параметров w :

$$w_i = w_{i-1} + \Delta_i \cdot \mu_i, \quad (9)$$

где $i \in [1 \dots n]$;

μ_i – единичный вектор в направлении производной $\frac{dQ(w)}{dw}$, определенный на i -м шаге;

Δ_i – величина шага минимизации; выбирается равным шагу модификации параметров при расчете производной $\frac{dQ(w)}{dw}$; величина последнего шага Δ_n вычисляется линейной интерполяцией интервала из соотношения между $\hat{P}_{n-1}(t_{\text{треб.}})$, $P_{\text{треб.}}$ и $\hat{P}_n(t_{\text{треб.}})$.

Компоненты вектора μ определяют чувствительность (8) к изменениям значений элементов вектора параметров и рассчитываются по формуле:

$$\mu_{ki} = \frac{\hat{P}_{i-1, w_k}^*(t_{\text{треб.}}) - \hat{P}_{i-1}(t_{\text{треб.}})}{C_{ik}}, \quad (10)$$

где $\hat{P}_{i-1, w_k}^*(t_{\text{треб.}})$ – оценка вероятности исправного состояния системы на момент $t_{\text{треб.}}$ при увеличении элемента w_k на величину шага модификации Δ_i ;

$\hat{P}_{i-1}(t_{\text{треб.}})$ – оценка вероятности исправного состояния системы на момент времени $t_{\text{треб.}}$ на предыдущем шаге оптимизации;

c_{ik} – коэффициент оценки стоимости модификации k -го элемента на i -м шаге (возрастает с увеличением среднего времени безотказной работы).

Сходимость поискового алгоритма, означающая попадание оценки вектора параметров на последнем шаге алгоритма в допустимую окрестность их оптимальных значений, может быть обеспечена при условии соответствующей точности определения компонент вектора μ_i (10), которая определяется точностью оценки вероятности исправного состояния системы.

Определение требований к точности оценки вероятности статистической моделью может быть осуществлено на основе аналитического решения, имеющегося для схемы надежности, представленной на рисунке 1 [3]:

$$P(t) = P_3(t) \cdot P_6(t) + (P_1(t) + P_2(t) - P_1(t) \cdot P_2(t)) \cdot \\ \cdot \{P_4(t) \cdot [(1 - P_3(t)) \cdot P_6(t) + (1 - P_6(t)) \cdot P_7(t)] + \\ + (1 - P_3(t) \cdot P_6(t)) \cdot (1 - P_4(t)) \cdot P_5(t) \cdot P_7(t)\} \quad (11)$$

Использование в качестве объекта поискового алгоритма аналитической модели надежности (11) исключает стохастический характер составляющих, используемых для расчета производной (10), а значит обеспечивает безусловную сходимость поискового алгоритма. Получаемые при этом значения вектора параметров модели надежности, доставляющие минимум (8) являются основой для оценки сходимости поискового алгоритма оптимизации, построенного над статистической моделью надежности. Кроме того, работа с аналитической моделью надежности позволяет произвести оценку допустимого уровня ошибок определения μ_{ki} (10), обеспечивающего требуемые параметры сходимости статистического алгоритма. Для этого в (10) вводится слагаемое, имитирующее ошибку расчета компонент вектора производной μ :

$$\mu_{klu} = \mu_{ki} \cdot (1 + \sigma_u \cdot \xi_{nki}), \quad (12)$$

где ξ_{nki} – число из выборки нормально распределенных случайных чисел с нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией;

σ_u – задаваемая интенсивность (СКО) вносимой относительной ошибки расчета компонент вектора производной.

Значение σ_u , приводящее, например, к не более чем 5 % уровню ошибок определения параметров модели надежности относительно их оптимальных значений и определяет требования к точности оценок вероятности исправного состояния системы.

На рисунке 4 и в таблице 1 показана зависимость требуемого уровня безотказности элементов системы (относительно значения $T_{\text{нач}} = 5000$ час) от заданных продолжительности и вероятности безотказной работы, полученная с использованием аналитической модели оптимизации.

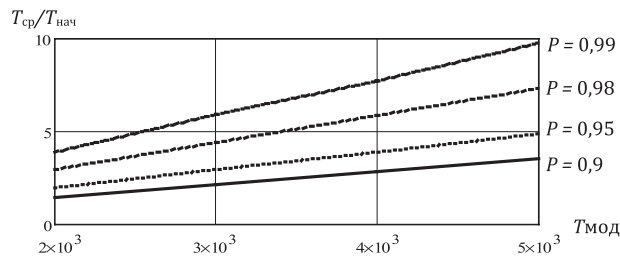


Рис. 4. Зависимость требуемого уровня безотказности элементов системы от заданных продолжительности и вероятности ее безотказной работы

В таблице 1 также представлены результаты оценки влияния зашумления вектора производной в соответствии с (12) на результаты оценки параметров поисковым алгоритмом.

Анализ результатов, приведенных в таблице 1 показывает, что допустимым относительным уровнем ошибки оценки компонент производной (10) статистической моделью надежности, приводящим не более чем к 5 % отклонениям в определении параметров модели надежности, является уровень $\sigma_{ш} = 30\%$.

Абсолютный уровень ошибки оценки определяется из соотношения

$$\sigma_{\Delta P} = \mu_{k\min} * \sigma_{ш}. \quad (13)$$

Учитывая, что СКО составляющих (10) $\hat{P}_{i-1, w_k}^*(t_{мреб.})$ и $\hat{P}_{i-1}(t_{мреб.})$ практически равны между собой, допустимое значение СКО ошибки μ_k будет превосходить допустимые значения $\sigma_{\Delta P}(t)$ примерно в 1,4 раза.

На рисунке 5 приведен график $\sigma_{\Delta P\text{доп}}(P)$, полученный на аналитической модели исходя из допустимого значения $\sigma_{ш}$ с учетом поведения μ_k в зависимости от оценки вероятности безотказной работы системы и его аппроксимация, построенная на основе (5) на интервале вероятностей $P \geq 0,75$ и полиномиальная вида $aP^2 + bP + c$

($a = -1,25$; $b = 1$; $c = 0,17$) на интервале $P < 0,75$, обеспечивающая необходимую точность в интервале вероятностей $P \leq 0,99$.

Формула для аппроксимации зависимости $\sigma_{\Delta P\text{доп}}(P)$ на интервале вероятностей $P \geq 0,75$ имеет вид:

$$\sigma_{\Delta P\text{доп}}(P) = \sigma_s \cdot (1 - P) \cdot 10^{-2}. \quad (14)$$

Исходя из (14) и (4), формула для пошагового определения количества экспериментов $N_{\text{три}}$, необходимого для обеспечения сходимости поискового алгоритма, работающего со статистической моделью на интервале $P \geq 0,75$ имеет вид:

$$N_{\text{три}} = 10^4 / (1 - \hat{P}) \quad (15)$$

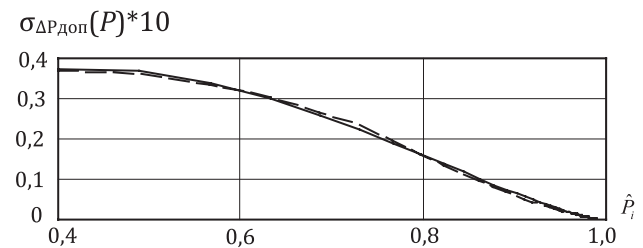


Рис. 5. Зависимость величины допустимой ошибки оценки вероятности безотказной работы (сплошная линия) от оценки вероятности безотказной работы системы и ее аппроксимация (штриховая линия)

Проведенная оценка оптимальных параметров системы, модель надежности которой соответствует рисунку 1, с использованием статистической модели, соответствующей соотношению (1), показала, что при доопределении $N_{\text{тр}}$ в соответствии с (15) обеспечивается сходимость поискового алгоритма и оценка параметров системы с точностью не хуже $\pm 5\%$. В проведенном эксперименте средняя ошибка определения параметров

Таблица 1. Результаты расчета оптимальных параметров безотказности элементов аппаратуры, обеспечивающих требования по безотказности системы и исходных данных для определения допустимых ошибок расчетов производных.

№ эл-та	T = 2000			T = 3000			T = 4000			T = 5000		
	P = 0,9	P = 0,95	P = 0,99	P = 0,9	P = 0,95	P = 0,99	P = 0,9	P = 0,95	P = 0,99	P = 0,9	P = 0,95	P = 0,99
1	1,29	1,7	3,18	1,86	2,51	4,82	2,44	3,32	6,33	3,03	4,14	7,97
2	1,29	1,7	3,18	1,86	2,51	4,82	2,44	3,32	6,33	3,03	4,14	7,97
3	1,42	1,98	3,84	2,2	3,03	5,88	3	4,09	7,74	3,81	5,15	9,77
4	1,39	1,89	3,59	2,08	2,84	5,46	2,77	3,79	7,18	3,47	4,73	9,05
5	1,25	1,62	3	1,74	2,33	4,52	2,24	3,06	5,92	2,75	3,79	7,45
6	1,76	2,57	5,47	2,75	3,93	8,35	3,73	5,27	10,95	4,72	6,63	13,82
7	1,61	2,32	4,95	2,4	3,43	7,51	3,16	4,53	9,81	3,9	5,63	12,35
T _{сп}	1,43	1,97	3,89	2,13	2,94	5,91	2,83	3,91	7,75	3,53	4,89	9,77
Максимальное отклонение параметра от оптимального значения, %												
$\sigma_{ш} = 30\%$	4,6	3,3	4,3	4,1	4,9	1,1	4,6	4,9	4,3	5,0	4,2	3,4
$\sigma_{ш} = 50\%$	10,1	10,4	9,3	12,5	13,9	6,6	3,9	8,2	7,7	12	10,5	5,4
Минимальные значения компонент вектора производных μ_k (*10 ⁻³)												
$\mu_{k\min}$	3,8	1,86	0,31	3,35	1,52	0,2	3,84	1,27	0,15	2,63	0,97	0,12

относительно результатов в таблице 1 составила 3,03 %. Вид полученных соотношений определяется особенностями потока состояний и не зависит от сложности схемы надежности системы.

Значения, приведённые в строках таблицы, показывают требуемое минимально необходимое значение среднего времени безотказной работы элементов схемы надёжности (рисунок 1) для обеспечения выбранных требований по безотказности системы (относительно начальных значений $T_{нач} = 5000$ час). Результаты работы алгоритма оптимизации в целом согласуются с ожидаемыми в соответствии с местом элементов в схеме надежности. Максимальные отклонения оптимальных значений среднего времени безотказной работы элементов относительно их средней величины ($T_{ср}$) составляет 21 – 41 % в зависимости от требований к времени и вероятности безотказной работы системы. Это показывает экономическую и техническую целесообразность определения оптимальных (минимально необходимых) значений параметров безотказности элементов системы на этапе ее проектирования. В случае отсутствия элементов с расчетными характеристиками безотказности, обеспечение требуемой надёжности системы возможно либо путём осуществления специальных технических мер по их резервированию и (или) при оперативно-технической целесообразности созданию соответствующей системы технического обслуживания и ремонта.

Применение предлагаемого подхода позволяет на этапе проектирования определять значения параметров элементов схем надёжности сложных систем, оптимально обеспечивающих выполнение требований к безотказности системы. Полученные соотношения

для определения параметров сходимости являются основой обеспечения вычислительной устойчивости и эффективности алгоритма оптимизации, работающего со статистической моделью схемы надежности.

Библиографический список

1. Толстов А.С., Пантюхов Д.В., Гудиков А.Л. Синтез схем надёжности систем с резервированием на основе использования алгоритмов оптимизации в комплексах ТСО охраняемых объектов. – Волгоград: Известия ВГТУ, № 12, 2014. 141 с.
2. Попков Ю.С. и др. Идентификация и оптимизация нелинейных стохастических систем. – М.: Энергия. 1976. 440 с.
3. Цапко Г.П. Е-сетевой метод информационно-логического проектирования бортовых комплексов управления. – Томск: Изд. ТПУ, 1995. – 104 с.
4. Гнеденко Б.В. Математические методы в теории надежности. – М.: Наука. 1965. 474 с.

Сведения об авторах

Александр С. Толстов – научный сотрудник Научно-исследовательского испытательного института Академии ФСО России.

Россия, 302034, г. Орёл, ул. Приборостроительная, 35,
e-mail: A.Dick2001@yandex.ru

Дмитрий В. Пантюхов – научный сотрудник Научно-исследовательский испытательный институт Академии ФСО России.

Россия, 302034, г. Орёл, ул. Приборостроительная, 35,
e-mail: gospramme@yandex.ru