



Перегуда А.И., Перегуда А.А.

ОЦЕНКА ПОКАЗАТЕЛЕЙ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ СИСТЕМ С НЕЧЕТКИМИ ПАРАМЕТРАМИ

В настоящей работе предложен метод оценки показателей экономической эффективности автоматизированного технологического комплекса «объект защиты – система безопасности» с восстанавливаемыми элементами, учитывающий неопределенность параметров модели. Получена нечеткая оценка для средней прибыли от эксплуатации комплекса в единицу времени. Приведен пример численного вычисления исследуемого показателя эффективности с нечеткими параметрами.

Ключевые слова: надежность, прибыль, эффективность, система безопасности, случайные величины, наработка до отказа, случайный процесс, математическое ожидания времени.

1. Постановка задачи

В данной работе мы рассмотрим математическую модель, позволяющую оценивать показатели экономической эффективности последовательностных систем с нечеткими параметрами. Последовательностными называют системы, состояние которых зависит от последовательности отказов и восстановлений элементов на промежутке времени от начала функционирования до текущего момента времени. В настоящей работе мы будем рассматривать систему, состоящую из объекта защиты и системы безопасности.

Системы, состоящие из объекта защиты и системы безопасности, применяются там, где требуется обеспечить безопасную эксплуатацию потенциально опасного объекта. Система безопасности предназначена для того, чтобы переводить аварийные ситуации при нарушении нормального функционирования объекта защиты в ранг неопасных, т.е. вырабатывать адекватное воздействие при отказе объекта защиты. В такой системе имеет место вертикальная соподчиненность, поскольку объект защиты находится под контролем системы безопасности. Система безопасности обладает правом вмешательства с тем, чтобы предотвращать потенциально опасные изменения в объекте защиты. Также имеет место взаимозависимость действий, так как успешность действия системы в целом и, фактически, элементов любого уровня зависит от поведения всех элементов системы. Таким образом, объект защиты и систему безопасности требуется рассматривать в совокупности как единый автоматизированный технологический комплекс «объект защиты – система безопасности» (АТК ОЗ-СБ). Математические модели надежности такого комплекса исследовались в работах [1,2].

Здесь мы будем рассматривать случай, когда доход от использования комплекса АТК ОЗ-СБ и затраты на его обслуживание прямо пропорциональны времени. При исправном функционировании объекта защиты он приносит некоторый доход, а на восстановление после его отказа затрачиваются средства. Система безопасности в процессе ее эксплуатации не приносит дохода, а на поддержание ее исправного функционирования

затрачивается некоторая сумма, которая также прямо пропорциональна времени функционирования. Исходя из этих предположений, мы получим оценку для средней прибыли от эксплуатации комплекса за время его работы до аварии. Учитывая затраты на восстановление комплекса после аварии, запишем оценку для средней прибыли в единицу времени от эксплуатации комплекса.

При анализе процесса функционирования системы и расчете показателей экономической эффективности может иметь место неопределенность результатов, обусловленная различными причинами, неполнотой сведений об объекте исследования, различными приближениями и допущениями при разработке математической модели, приближенными методами расчетов и неопределенность параметров модели. В настоящей работе мы рассмотрим то, каким образом на результат анализа влияет неопределенность параметров модели. Данная разновидность неопределенности возникает, поскольку параметры математической модели не могут быть точно известны вследствие недостаточности данных и изменчивости характеристик.

Для моделирования неопределенности разработано несколько отличных друг от друга подходов, таких как теоретико-вероятностный подход, нечеткие множества и меры и некоторые другие, обсуждение различий и преимуществ которых можно найти в работе [3]. В настоящей же работе мы будем использовать комбинацию теоретико-вероятностного подхода и нечетких мер для построения математической модели, учитывающей неопределенность параметров. Было предложено много различных нечетких мер, а также определений нечеткого интеграла и математического ожидания нечетких величин [4, 5]. В нашей работе мы будем использовать меру правдоподобия и математическое ожидание нечетких величин на основе интеграла Шоке, как предлагается в работах Лю [6], поскольку такой подход хорошо сочетается с теоретико-вероятностным подходом. Для объединения в рамках одной модели двух видов неопределенности также предложено несколько различных подходов. В частности, это нечетко-случайные величины, случайно-нечеткие величины и гибридные величины [7, 8]. В настоящей работе мы будем использовать случайно-нечеткие величины, поскольку они позволяют наиболее просто описывать интересующую нас ситуацию.

2. Решение задачи

Наработки и времена восстановления элементов системы при разработке ее математических моделей описываются, как правило, с помощью случайных величин. Например, рассмотрим наработку до отказа χ с функцией распределения $F_\chi(t; \tilde{\lambda})$, где $\tilde{\lambda}$ – вектор параметров распределения. Точные значения параметров $\tilde{\lambda}$ в силу тех или иных причин могут быть неизвестны. Таким образом, имеет место неопределенность

параметров модели, что, в свою очередь, приводит к неопределенности значений искомых показателей эффективности. Для количественного описания указанной неопределенности мы воспользуемся математическим аппаратом случайно-нечетких величин [7, 8]. Сущность используемого подхода заключается в том, что случайным величинам приписывается мера правдоподобия [6]. Случайно-нечеткие наработки до отказа и времена восстановления будем определять, используя схему, предложенную в [7]. Чтобы задать случайно-нечеткую величину χ , укажем семейство вероятностных распределений $\{F_\chi(t; \tilde{\lambda}(\theta)), \theta \in \Theta\}$ на вероятностном пространстве (Ω, A, P) , где $\tilde{\lambda}$ – нечеткий вектор, определенный на пространстве правдоподобия (Θ, Π, Cr) , которому соответствует функция принадлежности $\mu_{\tilde{\lambda}}(\vec{x})$. Например, $\chi \sim EXP(\lambda)$, если

$$F_\chi(t; \lambda(\theta)) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda(\theta)t}, & \text{если } t \geq 0 \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases}$$

где λ – нечеткая величина с функцией принадлежности $\mu_\lambda(x)$.

В [7] показано, что если задана случайно-нечеткая величина χ , то $P(\chi \in A)$, где $A \subseteq R$, то и $M\chi$ являются нечеткой величиной. Таким образом, параметры рассматриваемой математической модели – это параметры распределений наработок до отказа и времен восстановления, а их неопределенность описывается с помощью соответствующих функции принадлежности. Задав случайно-нечеткие наработки до отказа и времена восстановления, мы можем получить функции принадлежности и для показателей экономической эффективности. Для сравнения полученных результатов с результатами, полученными классическими методами, можно воспользоваться процедурой дефазсификации, в результате применения которой нечеткой величине ставится в соответствие характеризующая ее четкая величина. Для этого в данной работе мы воспользуемся математическим ожиданием случайно-нечетких величин, как описано в [6]. Такой подход наилучшим образом сочетается с использованием в данной работе для описания наработок до отказа и времен восстановления случайно-нечетких величин.

Хорошо известно, что для описания процесса функционирования восстанавливаемых элементов можно использовать альтернирующие процессы восстановления, а также и процессы накопления [9, 10, 11]. В работах [1, 2] процесс функционирования АТК ОЗ-СБ описывается с помощью наложения альтернирующих процессов восстановления.

Поскольку в настоящей работе мы переходим от случайных величин к случайно-нечетким величинам, то необходимо рассматривать случайно-нечеткий процесс восстановления и случайно-нечеткий процесс накопления, которые были предложены в работах [4, 6].

Опишем теперь подробнее процесс функционирования рассматриваемого комплекса в рамках предлагаемой модели. Обозначим наработку до первого отказа объекта защиты χ_1 , наработку до отказа объекта защиты после его первого восстановления обозначим χ_2 , после второго восстановления – χ_3 и т.д. Поскольку мы рассматриваем регенерирующий процесс, то будем предполагать, что все χ_i одинаково распределены и независимы. Время восстановления после первого отказа объекта защиты обозначим γ_1 , время восстановления после его второго отказа – γ_2 и т.д. Все случайные величины γ_i также считаем одинаково распределенными и независимыми. Будем рассматривать два вида отказов системы безопасности: скрытые отказы и ложные отказы. Скрытые отказы системы безопасности – это такие отказы, которые не могут быть обнаружены без проведения специальных мероприятий по контролю работоспособности системы безопасности. Ложные отказы системы безопасности – это такие отказы, которые приводят к самопроизвольному формированию защитного воздействия при исправном объекте защиты. Обозначим наработку до первого скрытого отказа системы безопасности ξ_1 , наработку до скрытого отказа системы безопасности после ее первого восстановления обозначим ξ_2 , после второго восстановления – ξ_3 и т.д. Все ξ_i одинаково распределены и независимы. Время восстановления системы безопасности после обнаружения ее первого скрытого отказа обозначим η_1 , время восстановления после обнаружения ее второго скрытого отказа – η_2 и т.д. Все η_i также одинаково распределены и независимы. Обозначим наработку до первого ложного отказа системы безопасности ϕ_1 , наработку до ложного отказа системы безопасности после первого восстановления обозначим ϕ_2 , после второго восстановления – ϕ_3 и т.д. Все ϕ_i независимы и одинаково распределены. Время восстановления после первого ложного отказа системы безопасности обозначим ψ_1 , после второго ложного отказа – ψ_2 и т.д. Все ψ_i также независимы и одинаково распределены. Поскольку система безопасности функционирует в режиме ожидания отказа объекта защиты, то невозможно обнаружить ее скрытые отказы в момент их возникновения. Поэтому для обнаружения скрытых отказов вводится процедура периодического контроля исправности системы безопасности. Период контроля исправности обозначим T , а его длительность – δ . На время периодического контроля система безопасности перестает выполнять свои функции. Таким образом, авария комплекса происходит в том случае, когда отказ объекта защиты приходится на неработоспособное состояние системы безопасности. Моментами регенерации процесса функционирования комплекса являются моменты окончания восстановления объекта защиты, в эти моменты комплекс как бы забывает свое прошлое и возвращается в исходное состояние. Номер цикла регенерации процесса функционирования комплекса, на котором произошла авария, обозначим v . В соответствии

с приведенными выше соображениями, величины χ_i , γ_i , ξ_i , η_i , ϕ_i , ψ_i и v являются случайно-нечеткими.

Как мы уже упоминали выше, доход от эксплуатации и расходы на обслуживание комплекса прямо пропорциональны времени. Введем следующие обозначения: C_0 – доход в единицу времени от функционирования объекта защиты, C_1 – затраты в единицу времени на восстановление объекта защиты после его отказа, C_2 – затраты в единицу времени на восстановление после ложного отказа системы безопасности, C_3 – затраты в единицу времени на функционирование системы безопасности, C_4 – затраты в единицу времени на контроль системы безопасности, C_5 – затраты в единицу времени на восстановление системы безопасности после скрытого отказа.

Показано, что случайно-нечеткая наработка ω комплекса до аварии определяется так [2]:

$$\omega = \sum_{i=1}^{v-1} \tau_i + \tau'_v,$$

где τ_i – случайно-нечеткая длительность цикла регенерации процесса функционирования комплекса, на котором не было аварии, а τ'_i – случайно-нечеткая длительность цикла регенерации процесса функционирования комплекса, на котором произошла авария. Тогда и для случайно-нечеткой прибыли ρ за время функционирования комплекса до аварии справедливо

$$\rho = \sum_{i=1}^{v-1} \sigma_i + \sigma'_v,$$

где σ_i – случайно-нечеткая прибыль за один цикл регенерации процесса функционирования комплекса, на котором не было аварии, а σ'_i – случайно-нечеткая прибыль за один цикл регенерации процесса функционирования комплекса, на котором произошла авария.

Далее мы воспользуемся тем фактом, что для каждого фиксированного $\theta \in \Theta$ величины $M\omega(\theta)$, $M\tau_i(\theta)$, $M\tau'_i(\theta)$, $M\rho(\theta)$, $M\sigma_i(\theta)$, $M\sigma'_i(\theta)$ и $Mv(\theta)$ являются четкими величинами [6]. Для каждого фиксированного $\theta \in \Theta$ справедливо

$$M\omega(\theta) = M \left(\sum_{i=1}^{v(\theta)-1} \tau_i(\theta) + \tau'_{v(\theta)}(\theta) \right) \text{ и}$$

$$M\sigma(\theta) = M \left(\sum_{i=1}^{v(\theta)-1} \sigma_i(\theta) + \sigma'_{v(\theta)}(\theta) \right).$$

Поскольку, рассматриваемые случайные величины для каждого фиксированного $\theta \in \Theta$ независимы, то используя формулу полной вероятности, можем записать:

$$\begin{aligned} & P \left(\sum_{i=1}^{v(\theta)-1} \sigma_i(\theta) + \sigma'_{v(\theta)}(\theta) \geq r \right) = \\ & = \sum_{k=1}^{\infty} P(v(\theta) = k) P \left(\sum_{i=1}^{k-1} \sigma_i(\theta) + \sigma'_k(\theta) \geq r \right) \text{ и} \end{aligned}$$

$$M\rho(\theta) = \int_0^{\infty} P\left(\sum_{i=1}^{v(\theta)-1} \sigma_i(\theta) + \sigma'_{v(\theta)}(\theta) \geq r\right) dr = \\ = \sum_{k=1}^{\infty} P(v(\theta) = k) M\left(\sum_{i=1}^{k-1} \sigma_i(\theta) + \sigma'_k(\theta)\right).$$

Принимая во внимание то, что рассматриваемые величины независимы и одинаково распределены, получаем

$$M\rho(\theta) = \sum_{k=1}^{\infty} P(v(\theta) = k) M(\sigma'(\theta) + (k-1)\sigma(\theta)) = \\ = M(\sigma'(\theta) + (v(\theta)-1)\sigma(\theta)).$$

Поскольку процесс функционирования системы безопасности технологического комплекса – это регенерирующий процесс, то вероятность того, что произойдет отказ комплекса на k -ом цикле регенерации можно записать

$$P(v(\theta) = k) = r(\theta)(1 - r(\theta))^{k-1},$$

где $r(\theta)$ – вероятность отказа комплекса в интервалах восстановления системы безопасности. Тогда случайно-нечеткую наработку $\omega(\theta)$ и случайно-нечеткую прибыль $\rho(\theta)$ за время работы комплекса до аварии при условии, что рассматриваемые величины независимы и одинаково распределены, можем переписать для каждого фиксированного $\theta \in \Theta$:

$$M\omega(\theta) = M\tau'(\theta) + \frac{1 - r(\theta)}{r(\theta)} M\tau(\theta) \text{ и}$$

$$M\rho(\theta) = M\sigma'(\theta) + \frac{1 - r(\theta)}{r(\theta)} M\sigma(\theta),$$

где $r(\theta)$ – вероятность аварии на цикле регенерации процесса функционирования комплекса.

Теперь рассмотрим подробнее длительности циклов регенерации и соответствующие им прибыли. Среднюю длительность цикла регенерации процесса функционирования комплекса, на котором не было аварии, для каждого $\theta \in \Theta$, определим так:

$$M\tau(\theta) = M\left(\min(\chi(\theta), \phi(\theta)) + \gamma(\theta) J_{\chi(\theta) < \phi(\theta)} + \psi(\theta) J_{\phi(\theta) \leq \chi(\theta)}\right),$$

где J_A – это индикатор события A . Средняя длительность цикла регенерации процесса функционирования комплекса, на котором произошла авария, для каждого фиксированного $\theta \in \Theta$ равна $M(\tau'(\theta)) = M(\chi(\theta))$. Нечеткое математическое ожидание прибыли за один цикл регенерации процесса функционирования комплекса, на котором не было аварии, для каждого фиксированного $\theta \in \Theta$ имеет вид

$$M(\sigma(\theta)) = M\left(\begin{matrix} (C_0 - C_{CB}(\theta)) \min(\chi(\theta), \phi(\theta)) - \\ - C_1 \gamma(\theta) J_{\chi(\theta) < \phi(\theta)} - C_2 \psi(\theta) J_{\phi(\theta) \leq \chi(\theta)} \end{matrix}\right),$$

где $C_{CB}(\theta)$ – затраты в единицу времени на эксплуатацию системы безопасности.

Нечеткое математическое ожидание прибыли за один цикл регенерации процесса функционирования комплекса, на котором произошла авария, для каждого фиксированного $\theta \in \Theta$ записывается как $M(\sigma'(\theta)) = M((C_0 - C_{CB}(\theta))\chi(\theta))$. Тогда, выполняя несложные преобразования, запишем для каждого $\theta \in \Theta$

$$M(\sigma(\theta)) = (C_0 - C_{CB}(\theta)) \int_0^{\infty} (1 - F_{\chi}(t; \bar{\lambda}_{\chi}(\theta))) (1 - F_{\phi}(t; \bar{\lambda}_{\phi}(\theta))) dt - \\ - C_1 \int_0^{\infty} (1 - F_{\gamma}(t; \bar{\lambda}_{\gamma}(\theta))) dt \left(1 - \int_0^{\infty} F_{\phi}(t; \bar{\lambda}_{\phi}(\theta)) dF_{\chi}(t; \bar{\lambda}_{\chi}(\theta))\right) - \\ - C_2 \int_0^{\infty} (1 - F_{\psi}(t; \bar{\lambda}_{\psi}(\theta))) dt \int_0^{\infty} F_{\phi}(t; \bar{\lambda}_{\phi}(\theta)) dF_{\chi}(t; \bar{\lambda}_{\chi}(\theta)),$$

$$M(\sigma'(\theta)) = (C_0 - C_{CB}(\theta)) \int_0^{\infty} (1 - F_{\chi}(t; \bar{\lambda}_{\chi}(\theta))) dt,$$

$$M(\tau(\theta)) = \int_0^{\infty} (1 - F_{\chi}(t; \bar{\lambda}_{\chi}(\theta))) (1 - F_{\phi}(t; \bar{\lambda}_{\phi}(\theta))) dt + \\ + \int_0^{\infty} (1 - F_{\gamma}(t; \bar{\lambda}_{\gamma}(\theta))) dt \left(1 - \int_0^{\infty} F_{\phi}(t; \bar{\lambda}_{\phi}(\theta)) dF_{\chi}(t; \bar{\lambda}_{\chi}(\theta))\right) + \\ + \int_0^{\infty} (1 - F_{\psi}(t; \bar{\lambda}_{\psi}(\theta))) dt \int_0^{\infty} F_{\phi}(t; \bar{\lambda}_{\phi}(\theta)) dF_{\chi}(t; \bar{\lambda}_{\chi}(\theta)),$$

$$M(\tau'(\theta)) = \int_0^{\infty} (1 - F_{\chi}(t; \bar{\lambda}_{\chi}(\theta))) dt.$$

Для того чтобы вычислить математические ожидания $M(\omega(\theta))$ и $M(\rho(\theta))$, нам необходимо получить соотношение для вероятности $r(\theta)$ при каждом фиксированном $\theta \in \Theta$. Обозначая вероятность несрабатывания системы безопасности $q(\theta)$, получаем

$$r(\theta) = P(\chi(\theta) < \phi(\theta)) q(\theta) = \\ = \left(1 - \int_0^{\infty} F_{\phi}(t; \bar{\lambda}_{\phi}(\theta)) dF_{\chi}(t; \bar{\lambda}_{\chi}(\theta))\right) q(\theta).$$

Следовательно, авария комплекса происходит тогда, когда отказ объекта защиты произошел до ложного отказа системы безопасности, и при этом система безопасности не выработала защитное воздействие вследствие ее скрытого отказа. Отметим, что рассматриваемые события статистически независимы. Вычислим теперь соотношение для вероятности $q(\theta)$. Обозначим $Q^+(\theta)$ – множество тех моментов времени, на протяжении которых система безопасности способна парировать отказ объекта защиты, а $Q^-(\theta)$ – множество моментов времени, на протяжении которых система безопасности не способна парировать отказ объекта защиты. Вероятность $q(\theta)$ вычисляется следующим образом:

$$q(\theta) = \int_0^{\infty} P(t \in Q^-(\theta)) dF_{\chi}(t; \bar{\lambda}_{\chi}(\theta)).$$

Следовательно, необходимо вычислить вероятность $P(t \in Q^-(\theta))$ для каждого фиксированного $\theta \in \Theta$. Запишем

$$P(t \in Q^-(\theta)) = 1 - P(t \in Q^+(\theta)) = 1 - P^+(t; \theta).$$

В соответствии с формулой полной вероятности имеем

$$P^+(t; \theta) = \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} P(t \in Q^+(\theta) | \xi(\theta) = x, \eta(\theta) = y) \cdot dF_{\eta}(y; \bar{\lambda}_{\eta}(\theta)) dF_{\xi}(x; \bar{\lambda}_{\xi}(\theta)).$$

Процесс функционирования периодически контролируемой системы безопасности является регенерирующим с периодом регенерации $\tau_{CB}(\xi, \eta) = \left(\left\lfloor \frac{\xi}{T+\delta} \right\rfloor + 1 \right) (T+\delta) + \eta$, где $[x]$ – это целая часть x . Тогда можем записать:

$$P^+(t; \theta) = \iint_{\tau_{CB}(x, y) \leq t} \left(P(t \in Q^+(\theta) | \xi(\theta) = x, \eta(\theta) = y) \right) dF_{\eta}(y; \bar{\lambda}_{\eta}(\theta)) dF_{\xi}(x; \bar{\lambda}_{\xi}(\theta)) + \iint_{\tau_{CB}(x, y) > t} \left(P(t \in Q^+(\theta) | \xi(\theta) = x, \eta(\theta) = y) \right) dF_{\eta}(y; \bar{\lambda}_{\eta}(\theta)) dF_{\xi}(x; \bar{\lambda}_{\xi}(\theta)) = I_1 + I_2.$$

Вычислим сначала I_2 :

$$I_2 = \iint_{\tau_{CB}(x, y) > t} \left(\sum_{m=0}^{\left\lfloor \frac{x}{T+\delta} \right\rfloor - 1} J_{t \in [m(T+\delta), m(T+\delta)+T)} + J_{t \in \left[\left\lfloor \frac{x}{T+\delta} \right\rfloor (T+\delta), x \right)} \right) dF_{\eta}(y; \bar{\lambda}_{\eta}(\theta)) dF_{\xi}(x; \bar{\lambda}_{\xi}(\theta)).$$

где $J_{t \in A}$ – индикатор события $t \in A$. Опуская некоторые несложные, но громоздкие преобразования, запишем сразу результат:

$$I_2 = (1 - F_{\xi}(t; \bar{\lambda}_{\xi}(\theta))) - \sum_{m=1}^{\infty} (1 - F_{\xi}(m(T+\delta); \bar{\lambda}_{\xi}(\theta))) \cdot (J_{(m-1)(T+\delta)+T \leq t} - J_{m(T+\delta) \leq t}) = F_{\zeta}(t; \bar{\lambda}_{\zeta}(\theta)) - F_{\xi}(t; \bar{\lambda}_{\xi}(\theta)),$$

где

$$F_{\zeta}(t; \bar{\lambda}_{\zeta}(\theta)) = 1 - \sum_{m=1}^{\infty} (1 - F_{\xi}(m(T+\delta); \bar{\lambda}_{\xi}(\theta))) \cdot (J_{(m-1)(T+\delta)+T \leq t} - J_{m(T+\delta) \leq t})$$

– функция распределения, некоторой вспомогательной случайной величины ζ . Рассмотрим теперь слагаемое I_1 :

$$I_1 = \iint_{\tau_{CB}(x, y) \leq t} P^+(t - \tau_{CB}(x, y)) dF_{\eta}(y; \bar{\lambda}_{\eta}(\theta)) dF_{\xi}(x; \bar{\lambda}_{\xi}(\theta)) = \int_0^t P^+(t - z) dF_{\tau_{CB}}(z; \bar{\lambda}_{\eta}(\theta), \bar{\lambda}_{\xi}(\theta)).$$

Таким образом, суммируя I_1 и I_2 , при каждом фиксированном $\theta \in \Theta$ получаем интегральное уравнение для $P(t \in Q^+(\theta))$:

$$P^+(t; \theta) = f(t; \theta) + \int_0^t P^+(t - z) dF_{\tau_{CB}}(z; \bar{\lambda}_{\eta}(\theta), \bar{\lambda}_{\xi}(\theta)), \quad (1)$$

где

$$f(t; \theta) = F_{\zeta}(t; \bar{\lambda}_{\zeta}(\theta)) - F_{\xi}(t; \bar{\lambda}_{\xi}(\theta)) = P\left(\left(\left\lfloor \frac{\xi(\theta)}{T+\delta} \right\rfloor + 1\right)(T+\delta) + \eta(\theta) \leq z\right)$$

– функция распределения случайной величины τ_{CB} ,

$$f(t; \theta) = F_{\zeta}(t; \bar{\lambda}_{\zeta}(\theta)) - F_{\xi}(t; \bar{\lambda}_{\xi}(\theta)).$$

Используя преобразование Лапласа-Стилтьеса и тауберovy теоремы, нетрудно получить асимптотическое решение уравнения (1):

$$\lim_{t \rightarrow \infty} P^+(t; \theta) = \frac{M\xi(\theta) - M\zeta(\theta)}{M\tau_{CB}(\theta)} = 1 - q(\theta).$$

Опуская несложные вычисления, приведем выражения для математических ожиданий $M\zeta(\theta)$, $M\xi(\theta)$ и $M\tau_{CB}(\theta)$:

$$M\zeta(\theta) = \delta M \left[\frac{\xi(\theta)}{T+\delta} \right] = \delta \sum_{k=1}^{\infty} k \left(F_{\xi}((k+1)(T+\delta); \bar{\lambda}_{\xi}(\theta)) - F_{\xi}(k(T+\delta); \bar{\lambda}_{\xi}(\theta)) \right),$$

$$M\xi(\theta) = \int_0^{\infty} (1 - F_{\xi}(t; \bar{\lambda}_{\xi}(\theta))) dt,$$

$$M\tau_{CB}(\theta) = \int_0^{\infty} (1 - F_{\eta}(t; \bar{\lambda}_{\eta}(\theta))) dt + (T+\delta) \cdot \left(1 + \sum_{k=1}^{\infty} k \left(F_{\xi}((k+1)(T+\delta); \bar{\lambda}_{\xi}(\theta)) - F_{\xi}(k(T+\delta); \bar{\lambda}_{\xi}(\theta)) \right) \right).$$

Вычислим теперь расходы на эксплуатацию системы безопасности $C_{CB}(\theta)$ для каждого фиксированного $\theta \in \Theta$. Рассмотрим процесс функционирования системы безопасности. Процесс функционирования системы безопасности является альтернирующим процессом восстановления с периодом регенерации

$$\tau_{CB}(\xi, \eta) = (T+\delta) \left(\left\lfloor \frac{\xi}{T+\delta} \right\rfloor + 1 \right) + \eta. \text{ Используя формулу}$$

полной вероятности и обозначая затраты на эксплуатацию системы безопасности $C_{CB}(t; \theta)$ к моменту времени t имеем:

$$C_{CB}(t; \theta) = \int_0^t \int_0^\infty C_{CB}(t; \theta) \Big|_{\xi(\theta)=x, \eta(\theta)=y} dF_{\xi, \eta}(x, y; \bar{\lambda}_\xi(\theta), \bar{\lambda}_\eta(\theta)).$$

При выводе $C_{CB}(t; \theta)$, следует рассматривать два случая: во-первых, когда $\tau_{CB}(x, y) \leq t$, т.е. первый цикл регенерации закончился до момента времени t и, во-вторых, когда $\tau_{CB}(x, y) > t$, а следовательно, первый цикл регенерации процесса функционирования СБ не закончился до момента времени t . Тогда запишем

$$C_{CB}(t; \theta) = \iint_{\tau_{CB}(x, y) \leq t} C_{CB}(t; \theta) \Big|_{\xi(\theta)=x, \eta(\theta)=y} dF_{\xi, \eta}(x, y; \bar{\lambda}_\xi(\theta), \bar{\lambda}_\eta(\theta)) + \iint_{\tau_{CB}(x, y) > t} C_{CB}(t; \theta) \Big|_{\xi(\theta)=x, \eta(\theta)=y} dF_{\xi, \eta}(x, y; \bar{\lambda}_\xi(\theta), \bar{\lambda}_\eta(\theta)) = S_1 + S_2.$$

Вычислим сначала S_1 :

$$\begin{aligned} S_1 &= \iint_{\tau_{CB}(x, y) \leq t} \left(C_3 \left(\left\lceil \frac{x}{T+\delta} \right\rceil + 1 \right) T + C_4 \left(\left\lceil \frac{x}{T+\delta} \right\rceil + 1 \right) \delta + \right. \\ &\quad \left. + C_5 y + C_{CB}(t - \tau_{CB}(x, y); \theta) \right) \cdot dF_{\xi, \eta}(x, y; \bar{\lambda}_\xi(\theta), \bar{\lambda}_\eta(\theta)) = \\ &= \iint_{\tau_{CB}(x, y) \leq t} \left(C_3 \left(\left\lceil \frac{x}{T+\delta} \right\rceil + 1 \right) T + \right. \\ &\quad \left. + C_4 \left(\left\lceil \frac{x}{T+\delta} \right\rceil + 1 \right) \delta + C_5 y \right) dF_{\xi, \eta}(x, y; \bar{\lambda}_\xi(\theta), \bar{\lambda}_\eta(\theta)) + \\ &\quad + \int_0^t C_{CB}(t - z; \theta) dF_{\tau_{CB}}(z; \bar{\lambda}_\xi(\theta), \bar{\lambda}_\eta(\theta)) \end{aligned}$$

Далее будем вычислять S_2 :

$$\begin{aligned} S_2 &= \iint_{\substack{\tau_{CB}(x, y) > t \\ \left(\left\lceil \frac{x}{T+\delta} \right\rceil + 1\right)(T+\delta) > t}} \left(C_3 \left\lceil \frac{t}{T+\delta} \right\rceil T + C_4 \left\lceil \frac{t}{T+\delta} \right\rceil \delta + \right. \\ &\quad \left. + C_3 \left(t - \left\lceil \frac{t}{T+\delta} \right\rceil (T+\delta) \right) J_{t - \left\lceil \frac{t}{T+\delta} \right\rceil (T+\delta) \leq T} + \right. \\ &\quad \left. + \left(C_3 T + C_4 \left(t - \left\lceil \frac{t}{T+\delta} \right\rceil (T+\delta) - T \right)^+ \right) J_{t - \left\lceil \frac{t}{T+\delta} \right\rceil (T+\delta) > T} \right) \cdot \\ &\quad \cdot dF_{\xi, \eta}(x, y; \bar{\lambda}_\xi(\theta), \bar{\lambda}_\eta(\theta)) + \\ &+ \iint_{\substack{\tau_{CB}(x, y) > t \\ \left(\left\lceil \frac{x}{T+\delta} \right\rceil + 1\right)(T+\delta) \leq t}} \left(C_3 \left(\left\lceil \frac{x}{T+\delta} \right\rceil + 1 \right) T + C_4 \left(\left\lceil \frac{x}{T+\delta} \right\rceil + 1 \right) \delta + \right. \\ &\quad \left. + C_5 \left(t - \left(\left\lceil \frac{x}{T+\delta} \right\rceil + 1 \right) (T+\delta) \right)^+ \right) \cdot dF_{\xi, \eta}(x, y; \bar{\lambda}_\xi(\theta), \bar{\lambda}_\eta(\theta)), \end{aligned}$$

где $x^+ = \max(x, 0)$. Суммируя S_2 и S_1 , получаем уравнение для средних суммарных затрат на эксплуатацию системы безопасности $C_{CB}(t; \theta)$ к моменту времени t

$$C_{CB}(t; \theta) = g(t; \theta) + \int_0^t C_{CB}(t - z; \theta) dF_{\tau_{CB}}(z; \bar{\lambda}_\xi(\theta), \bar{\lambda}_\eta(\theta)), \quad (2)$$

Где

$$\begin{aligned} t; \theta) &= C_3 \left(\int_{\left(\left\lceil \frac{x}{T+\delta} \right\rceil + 1\right)(T+\delta) \leq t} \left(\left\lceil \frac{x}{T+\delta} \right\rceil + 1 \right) T dF_{\xi}(x; \bar{\lambda}_\xi(\theta)) + \right. \\ &\quad \left. + \left(\left\lceil \frac{t}{T+\delta} \right\rceil T + \left(t - \left\lceil \frac{t}{T+\delta} \right\rceil (T+\delta) \right) J_{t - \left\lceil \frac{t}{T+\delta} \right\rceil (T+\delta) \leq T} + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + T J_{t - \left\lceil \frac{t}{T+\delta} \right\rceil (T+\delta) > T} \right) \int_{\left(\left\lceil \frac{x}{T+\delta} \right\rceil + 1\right)(T+\delta) > t} dF_{\xi}(x; \bar{\lambda}_\xi(\theta)) \right) + \\ &\quad \int_{\left(\left\lceil \frac{x}{T+\delta} \right\rceil + 1\right)(T+\delta) \leq t} \left(\left\lceil \frac{x}{T+\delta} \right\rceil + 1 \right) \delta dF_{\xi}(x; \bar{\lambda}_\xi(\theta)) + \left(\left\lceil \frac{t}{T+\delta} \right\rceil \delta + \right. \\ &\quad \left. + \left(t - \left\lceil \frac{t}{T+\delta} \right\rceil (T+\delta) - T \right)^+ J_{t - \left\lceil \frac{t}{T+\delta} \right\rceil (T+\delta) > T} \right) \cdot \\ &\quad \int_{(T+\delta) > t} dF_{\xi}(x; \bar{\lambda}_\xi(\theta)) + C_5 \left(\iint_{\tau_{CB}(x, y) \leq t} y dF_{\xi, \eta}(x, y; \bar{\lambda}_\xi(\theta), \bar{\lambda}_\eta(\theta)) + \right. \\ &\quad \left. \iint_{\substack{(x, y) > t \\ \left(\left\lceil \frac{x}{T+\delta} \right\rceil + 1\right)(T+\delta) \leq t}} \left(t - \left(\left\lceil \frac{x}{T+\delta} \right\rceil + 1 \right) (T+\delta) \right)^+ dF_{\xi, \eta}(x, y; \bar{\lambda}_\xi(\theta), \bar{\lambda}_\eta(\theta)) \right). \end{aligned}$$

Решение уравнения (2) находим с применением преобразования Лапласа-Стилтьеса и соответствующих предельных теорем. В итоге получаем асимптотическое решение уравнения (2) в виде:

$$\begin{aligned} C_{CB}(\theta) &\approx \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{C_{CB}(t; \theta)}{t} = \\ &= \frac{C_3 T M \alpha(\theta) + C_4 \delta M \alpha(\theta) + C_5 M \eta(\theta)}{M \tau_{CB}(\theta)}, \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} M \alpha(\theta) &= M \left(\left\lceil \frac{\xi(\theta)}{T+\delta} \right\rceil + 1 \right) = 1 + \\ &+ \sum_{k=1}^{\infty} k \left(F_{\xi}((k+1)(T+\delta); \bar{\lambda}_\xi(\theta)) - F_{\xi}(k(T+\delta); \bar{\lambda}_\xi(\theta)) \right). \end{aligned}$$

Таким образом, получив все необходимые соотношения, мы теперь можем вычислить математические

ожидания $M\omega(\theta)$ и $M\rho(\theta)$ при каждом фиксированном $\theta \in \Theta$, а это означает, что в соответствии с определением функции от нечетких величин [6], мы задали нечеткое математическое ожидание наработки до первой аварии и нечеткое математическое ожидание прибыли за время работы комплекса до аварии как функции от нечетких параметров модели. Запишем теперь выражение для средней прибыли в единицу времени от эксплуатации комплекса. Применяя хорошо известную формулу для процесса накопления [11], запишем для каждого фиксированного $\theta \in \Theta$:

$$C_{\text{АТК}}(\theta) = \frac{M\rho(\theta) - C_{\beta} \int_0^{\infty} (1 - F_{\beta}(t; \tilde{\lambda}_{\beta}(\beta))) dt}{M\omega(\theta) + \int_0^{\infty} (1 - F_{\beta}(t; \tilde{\lambda}_{\beta}(\beta))) dt},$$

где β – случайно-нечеткое время восстановления комплекса после аварии, C_{β} – затраты в единицу времени на восстановление комплекса после аварии

Для того чтобы записать соотношения для функций принадлежности величин $M\omega$, $M\rho$ и $C_{\text{АТК}}$ воспользуемся принципом расширения Заде [6]. Так функция принадлежности величины $M\omega$ имеем:

$$\mu_{M\omega}(y) = \sup_{y=f_1(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_3, \tilde{x}_4, \tilde{x}_5, \tilde{x}_6)} \min(\mu_{\tilde{\lambda}_{\chi}}(\tilde{x}_1), \mu_{\tilde{\lambda}_{\gamma}}(\tilde{x}_2), \mu_{\tilde{\lambda}_{\phi}}(\tilde{x}_3), \mu_{\tilde{\lambda}_{\eta}}(\tilde{x}_4), \mu_{\tilde{\lambda}_{\psi}}(\tilde{x}_5), \mu_{\tilde{\lambda}_{\zeta}}(\tilde{x}_6)),$$

Где

$$f_1(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_3, \tilde{x}_4, \tilde{x}_5, \tilde{x}_6) = M\tau'(\tilde{x}_1) + \frac{1-r(\tilde{x}_1, \tilde{x}_3, \tilde{x}_4, \tilde{x}_5)}{r(\tilde{x}_1, \tilde{x}_3, \tilde{x}_4, \tilde{x}_5)} M\tau(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_5, \tilde{x}_6),$$

$$M\tau(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_5, \tilde{x}_6) = \int_0^{\infty} (1 - F_{\chi}(t; \tilde{x}_1))(1 - F_{\phi}(t; \tilde{x}_5)) dt + \int_0^{\infty} (1 - F_{\gamma}(t; \tilde{x}_2)) dt \left(1 - \int_0^{\infty} F_{\phi}(t; \tilde{x}_5) dF_{\chi}(t; \tilde{x}_1) \right) + \int_0^{\infty} (1 - F_{\psi}(t; \tilde{x}_6)) dt \int_0^{\infty} F_{\phi}(t; \tilde{x}_5) dF_{\chi}(t; \tilde{x}_1),$$

$$M\tau'(\tilde{x}_1) = \int_0^{\infty} (1 - F_{\chi}(t; \tilde{x}_1)) dt,$$

$$r(\tilde{x}_1, \tilde{x}_3, \tilde{x}_4, \tilde{x}_5) = \left(1 - \int_0^{\infty} F_{\phi}(t; \tilde{x}_5) dF_{\chi}(t; \tilde{x}_1) \right) q(\tilde{x}_3, \tilde{x}_4),$$

$$q(\tilde{x}_3, \tilde{x}_4) \approx 1 - \frac{M\xi(\tilde{x}_3) - M\zeta(\tilde{x}_3)}{M\tau_{\text{АТК}}(\tilde{x}_3, \tilde{x}_4)},$$

$$M\zeta(\tilde{x}_3) = \delta \sum_{k=1}^{\infty} k (F_{\xi}((k+1)(T+\delta); \tilde{x}_3) - F_{\xi}(k(T+\delta); \tilde{x}_3)),$$

$$M\xi(\tilde{x}_3) = \int_0^{\infty} (1 - F_{\xi}(t; \tilde{x}_3)) dt,$$

$$M\tau_{\text{СБ}}(\tilde{x}_3, \tilde{x}_4) = \int_0^{\infty} (1 - F_{\eta}(t; \tilde{x}_4)) dt + (T + \delta) \cdot \left(1 + \sum_{k=1}^{\infty} k (F_{\xi}((k+1)(T+\delta); \tilde{x}_3) - F_{\xi}(k(T+\delta); \tilde{x}_3)) \right).$$

Аналогично запишем функцию принадлежности $M\rho$

$$\mu_{M\rho}(y) = \sup_{y=f_2(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_3, \tilde{x}_4, \tilde{x}_5, \tilde{x}_6)} \min(\mu_{\tilde{\lambda}_{\chi}}(\tilde{x}_1), \mu_{\tilde{\lambda}_{\gamma}}(\tilde{x}_2), \mu_{\tilde{\lambda}_{\phi}}(\tilde{x}_3), \mu_{\tilde{\lambda}_{\eta}}(\tilde{x}_4), \mu_{\tilde{\lambda}_{\psi}}(\tilde{x}_5), \mu_{\tilde{\lambda}_{\zeta}}(\tilde{x}_6)),$$

Где

$$f_2(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_3, \tilde{x}_4, \tilde{x}_5, \tilde{x}_6) = M\sigma'(\tilde{x}_1) + \frac{1-r(\tilde{x}_1, \tilde{x}_3, \tilde{x}_4, \tilde{x}_5)}{r(\tilde{x}_1, \tilde{x}_3, \tilde{x}_4, \tilde{x}_5)} M\sigma(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_3, \tilde{x}_4, \tilde{x}_5, \tilde{x}_6),$$

$$M\sigma(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_3, \tilde{x}_4, \tilde{x}_5, \tilde{x}_6) = (C_0 - C_{\text{СБ}}(\tilde{x}_3, \tilde{x}_4)) \cdot \int_0^{\infty} (1 - F_{\chi}(t; \tilde{x}_1))(1 - F_{\phi}(t; \tilde{x}_5)) dt - C_1 \cdot \int_0^{\infty} (1 - F_{\gamma}(t; \tilde{x}_2)) dt \left(1 - \int_0^{\infty} F_{\phi}(t; \tilde{x}_5) dF_{\chi}(t; \tilde{x}_1) \right) - C_2 \int_0^{\infty} (1 - F_{\psi}(t; \tilde{x}_6)) dt \int_0^{\infty} F_{\phi}(t; \tilde{x}_5) dF_{\chi}(t; \tilde{x}_1),$$

$$M\sigma'(\tilde{x}_1, \tilde{x}_3, \tilde{x}_4) = (C_0 - C_{\text{СБ}}(\tilde{x}_3, \tilde{x}_4)) \int_0^{\infty} (1 - F_{\chi}(t; \tilde{x}_1)) dt,$$

$$C_{\text{СБ}}(\tilde{x}_3, \tilde{x}_4) \approx$$

$$C_3 T M\alpha(\tilde{x}_3) + C_4 \delta M\alpha(\tilde{x}_3) + C_5 \int_0^{\infty} (1 - F_{\eta}(t; \tilde{x}_4)) dt \approx \frac{M\tau_{\text{СБ}}(\tilde{x}_3, \tilde{x}_4)}{M\alpha(\tilde{x}_3) = 1 + \sum_{k=1}^{\infty} k (F_{\xi}((k+1)(T+\delta); \tilde{x}_3) - F_{\xi}(k(T+\delta); \tilde{x}_3))}.$$

И для $C_{\text{АТК}}$ запишем:

$$\mu_{C_{\text{АТК}}}(y) = \sup_{y=f_3(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_3, \tilde{x}_4, \tilde{x}_5, \tilde{x}_6, \tilde{x}_7)} \min(\mu_{\tilde{\lambda}_{\chi}}(\tilde{x}_1), \mu_{\tilde{\lambda}_{\gamma}}(\tilde{x}_2), \mu_{\tilde{\lambda}_{\phi}}(\tilde{x}_3), \mu_{\tilde{\lambda}_{\eta}}(\tilde{x}_4), \mu_{\tilde{\lambda}_{\psi}}(\tilde{x}_5), \mu_{\tilde{\lambda}_{\zeta}}(\tilde{x}_6), \mu_{\tilde{\lambda}_{\alpha}}(\tilde{x}_7)),$$

Где

$$f_3(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \bar{x}_4, \bar{x}_5, \bar{x}_6, \bar{x}_7) = \frac{f_2(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \bar{x}_4, \bar{x}_5, \bar{x}_6) - C_\beta \int_0^\infty (1 - F_\beta(t; \bar{x}_7)) dt}{f_1(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \bar{x}_4, \bar{x}_5, \bar{x}_6) + \int_0^\infty (1 - F_\beta(t; \bar{x}_7)) dt}.$$

Таким образом, нам удалось записать соотношения для искомых функций принадлежности через функции принадлежности параметров модели.

Рассмотрим теперь процедуру дефазификации. Как мы упоминали ранее, воспользуемся для этого понятием математического ожидания случайно-нечетких величин [7]:

$$E[p] = \int_0^\infty Cr\{\theta \in \Theta \mid M\rho(\theta) \geq r\} dr - \int_{-\infty}^0 Cr\{\theta \in \Theta \mid M\rho(\theta) \leq r\} dr.$$

Для того, чтобы найти соответствующую меру правдоподобия необходимо воспользоваться следующим соотношением между мерой правдоподобия и функцией принадлежности [6]:

$$Cr\{M\rho \in B\} = \frac{1}{2} \left(\sup_{y \in B} \mu_{M\rho}(y) + 1 - \sup_{y \in R \setminus B} \mu_{M\rho}(y) \right).$$

Аналогично вычисляются $E[\omega]$ и $E[C_{ATK}]$.

Нетрудно заметить, что основную сложность в данном случае составляет вычисление функций принадлежности. Были предложены различные методы для решения этой задачи, например, интервальная арифметика. Однако наилучшее сочетание универсальности и простоты реализации, на наш взгляд, обеспечивает обобщенный метод трансформации, который был предложен Ханссом [12]. Этот метод позволяет вычислять функции принадлежности для функций от нечетких величин. При этом можно рассматривать как монотонные, так и немонотонные функции от нечетких величин. Сущность данного метода заключается в декомпозиции функций принадлежности аргументов на множества α -уровня, вычислении значений функции на полученном наборе точек и последующей реконструкции искомой функции принадлежности. К преимуществам указанного метода также относится тот факт, что на его основе можно оценивать вклад каждого из нечетких аргументов в итоговую неопределенность результата [12].

Необходимо также уделить внимание проблеме выбора функций принадлежности нечетких величин. Данная проблема является, вообще говоря, достаточно сложной. Для построения функций принадлежности разработаны различные экспертные методы, обзор которых можно найти в [6]. Однако подобный подход

оперирует не объективными данными, полученными при исследовании системы, а мнениями экспертов об исследуемой системе. В данной ситуации, более оправданным, представляется использование метода построения функций принадлежности, предложенного Бакли [13]. Его сущность заключается в том, что функция принадлежности искомого параметра распределения определяется своими множествами α -уровня. При этом в качестве множества α -уровня берется интервальная оценка искомого параметра распределения с уровнем доверия $(1-\alpha)$. При этом получаемая оценка является более наглядной и содержит больше информации об оцениваемом параметре, нежели точечная оценка или единственный доверительный интервал.

В завершение, рассмотрим численный пример. Пусть $\chi \sim EXP(\lambda_\chi)$, $\gamma \sim EXP(\lambda_\gamma)$, $\xi \sim EXP(\lambda_\xi)$, $\eta \sim EXP(\lambda_\eta)$, $\varphi \sim EXP(\lambda_\varphi)$, $\psi \sim EXP(\lambda_\psi)$, $\beta \sim EXP(\lambda_\beta)$. Причем $\mu_\chi(x) = \Delta(1 \times 10^{-6} \text{ ч}^{-1}; 1,5 \times 10^{-6} \text{ ч}^{-1}; 2 \times 10^{-6} \text{ ч}^{-1})$, $\mu_\xi(x) = \Delta(1 \times 10^{-4} \text{ ч}^{-1}; 1,5 \times 10^{-4} \text{ ч}^{-1}; 2 \times 10^{-4} \text{ ч}^{-1})$, $\mu_\eta(x) = \Delta(1 \times 10^{-4} \text{ ч}^{-1}; 1,5 \times 10^{-4} \text{ ч}^{-1}; 2 \times 10^{-4} \text{ ч}^{-1})$, $\mu_\gamma(x) = \Delta(1 \text{ ч}^{-1}; 1,5 \text{ ч}^{-1}; 2 \text{ ч}^{-1})$, $\mu_\varphi(x) = \Delta(1 \text{ ч}^{-1}; 1,5 \text{ ч}^{-1}; 2 \text{ ч}^{-1})$, $\mu_\psi(x) = \Delta(1 \text{ ч}^{-1}; 1,5 \text{ ч}^{-1}; 2 \text{ ч}^{-1})$, $\mu_\beta(x) = \Delta(0,1 \text{ ч}^{-1}; 0,15 \text{ ч}^{-1}; 0,2 \text{ ч}^{-1})$, $T=500$ ч, $\delta=0,1$ ч, $C_0=10000$ руб/ч, $C_1=1000$ руб/ч, $C_2=1500$ руб/ч, $C_3=2000$ руб/ч, $C_4=2200$ руб/ч, $C_5=2500$ руб/ч, $C_\beta=10000$ руб/ч. Здесь Δ обозначает треугольную функцию принадлежности. Тогда

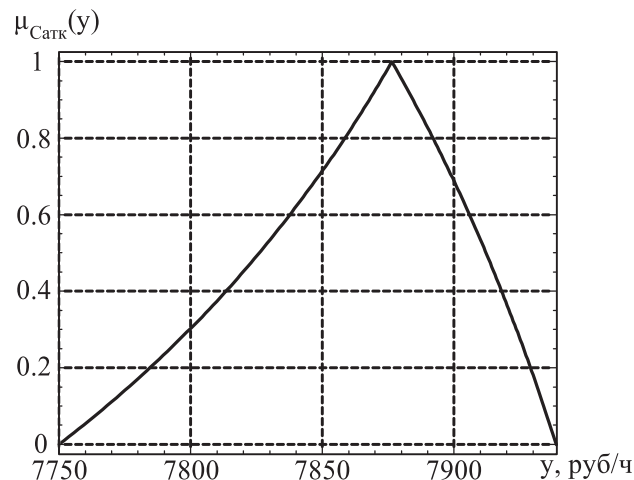


Рис. 1. Функция принадлежности средней прибыли от эксплуатации комплекса в единицу времени

Здесь $M\omega$, полученное классическим способом, равно 7876 руб/ч, что совпадает с максимумом функции принадлежности, а $E[\omega]$, полученное в результате дефазификации, составляет 7866 руб/ч, что отражает асимметричность функции принадлежности.

3. Заключение

В данной работе предложен подход к оценке показателей экономической эффективности комплекса «объект защиты – система безопасности» с учетом неопределенности в задании параметров комплекса. Рассмотренный

подход основывается на использовании концепции случайно-нечетких величин, меры правдоподобия, оператора математического ожидания, основанного на интеграле Шоке, а также численного метода вычислений с нечеткими величинами. Приводятся соотношения, позволяющие получать функции принадлежности для показателей экономической эффективности, зная функции принадлежности параметров комплекса, а также рассматривается процедура дефазификации полученных результатов.

Литература

1. **Перевода А.И., Тимашов Д.А.** Моделирование процесса функционирования АТК «ОЗ-СБ» с периодически контролируемой системой безопасности // Надежность. – 2007. – №2. – С. 38-48.
2. **Перевода А.И.** Математическая модель надежности комплекса «Объект защиты – система безопасности» при нечеткой исходной информации // Надежность. – 2014. – №1. – С. 99-113.
3. **Пытьев Ю.П.** Возможность как альтернатива вероятности. Математические и эмпирические основы, применение. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007 – 464 с.
4. **Dubois D., Prade H.** The mean value of a fuzzy number // Fuzzy Sets and Systems. – 1987. – Vol. 24. – Pp. 279-300.
5. **Murofushi T., Sugeno M.** An interpretation of fuzzy measures and the choquet integral as an integral with respect to a fuzzy measure // Fuzzy Sets and Systems. – 1989. – Vol. 29. – Pp. 201-227.
6. **Liu B.** Uncertainty Theory. – 2nd edition. – Berlin: Springer-Verlag, 2007. – 255 pp.
7. **Li X., Liu B.** New independence definition of fuzzy random variable and random fuzzy variable // World Journal of Modelling and Simulation. – 2006. – Vol. 2, no. 5. – Pp. 338-342.
8. **Guo R., Zhao R.Q., Guo D., Dunne T.** Random Fuzzy Variable Modeling on Repairable System // Journal of Uncertain Systems. – 2007. – Vol. 1 – Pp. 222-234.
9. **Kwakernaak H.** Fuzzy random variables – I. Definitions and theorems // Information Sciences. – 1978. – Vol. 15 – Pp. 1-29.
10. **Shen Q., Zhao R., Tang W.** Random fuzzy alternating renewal processes // Soft Computing. – 2008. – Vol. 13, no. 2. – Pp. 139-147.
11. **Байхельт Ф., Франкен П.** Надежность и техническое обслуживание. Математический подход: Пер. с нем. – М.: Радио и связь, 1988. – 392 с.
12. **Hanss M.** Applied Fuzzy Arithmetic: An Introduction with Engineering Applications. – Springer-Verlag, 2005. – 256 pp.
13. **Buckley J.J.** Fuzzy Probability and Statistics. – Springer-Verlag, 2006. – 270 p